ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМЕНИ А.А. БЛАГОНРАВОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Антонов Антон Вадимович

РАЗРАБОТКА МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ДВИГАТЕЛЯМИ, УСТАНОВЛЕННЫМИ НА ОСНОВАНИИ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ

Специальность 05.02.18 Теория механизмов и машин

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель доктор технических наук профессор Глазунов В.А.

Москва - 2018

оглавление

ВВЕДЕ	ЕНИЕ
ГЛАВА	А 1. Обзор механизмов параллельной структуры
1.1	Механизмы с тремя степенями свободы9
1.2	Механизмы с четырьмя и пятью степенями свободы16
1.3	Механизмы с шестью степенями свободы
ГЛАВА	А 2. Синтез и анализ структуры механизма, решение задач о
положении	
2.1	Структурный синтез и анализ механизма параллельной структуры с
шестью сте	епенями свободы
2.2	Решение обратной задачи о положении
2.3	Решение прямой задачи о положении44
ГЛАВА	А 3. Определение рабочих зон механизма
3.1	Построение рабочей зоны постоянной ориентации
3.2	Построение рабочей зоны постоянного положения
ГЛАВА	А 4. Исследование динамики механизма
4.1	Анализ упругих сил и деформаций69
4.2	Составление уравнений движения73
ГЛАВА	А 5. Разработка действующего макета механизма параллельной
структуры и	экспериментальные исследования84
5.1	Описание системы управления механизмом
5.2	Определение рабочих зон механизма96
ЗАКЛЮ	ОЧЕНИЕ
СПИСС	ОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ104

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

В настоящее время механизмы параллельной структуры находят применение в самых разнообразных сферах жизни. Они используются в основе систем тренажеров водителей и пилотов, в медицинских роботах, в устройствах позиционирования и ориентирования, измерительных устройствах, металлообрабатывающих станках и системах аддитивного производства. Такая широкая сфера применения механизмов параллельной структуры связана с их высокой нагрузочной способностью и повышенными показателями точности и быстродействия.

Многообразие различных схем механизмов параллельной структуры обусловлено широчайшим спектром решаемых ими задач, и с каждой новой поставленной задачей появляются новые схемы таких механизмов, позволяющие решить эту задачу наиболее эффективным способом.

Некоторые современные задачи требуют использования механизмов параллельной структуры, у которых приводы располагались бы вне их рабочей зоны, а в самой рабочей зоне находилось бы как можно меньше элементов механизма. Примеры таких задач – управление движением летательного аппарата при испытаниях в аэродинамической трубе, где требуется минимально затенять воздушный поток; подводные испытания, где необходимо защитить приводы от воздействия среды.

Конструктивные особенности большинства предложенных и исследованных схем механизмов параллельной структуры не позволяют использовать их для решения таких задач. Известны схемы механизмов, предложенные А.Ф. Крайневым и В.А. Глазуновым, в которых приводы расположены вне рабочей зоны механизма, а в рабочей зоне находится минимально возможное число подвижных элементов механизма. Однако, в предложенных схемах механизмов параллельной структуры приводы не закреплены на основании, что приводит к увеличению массы подвижных элементов механизма, росту инерционности его звеньев и снижению быстродействия механизма. В связи с этим проблема синтеза и анализа механизмов параллельной структуры, у которых приводы располагались бы на основании и вне рабочей зоны представляется актуальной.

Цель работы

Разработка структурных схем и исследование кинематических и динамических характеристик новых пространственных механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, приводы которых расположены на основании и отделены от рабочей зоны механизма.

Задачи, решаемые в работе

1) Структурный синтез и анализ новых схем механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, у которых приводы установлены на основании и расположены вне рабочей зоны;

2) Кинематическое исследование данных схем, включающее решение прямой и обратной задач о положении и исследование рабочих зон механизма;

3) Динамическое исследование данных схем, включающее анализ движения выходного звена механизма с учетом упругости его звеньев;

4) Разработка действующего макета механизма параллельной структуры, экспериментальная проверка его работоспособности и исследование функциональных возможностей макета.

Научная новизна

1) Разработаны новые схемы механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы и различным числом кинематических цепей, у которых приводы расположены на основании и отделены от рабочей зоны;

2) Разработаны методики решения прямой и обратной задач о положении, определены рабочие зоны постоянной ориентации и постоянного положения;

3) Разработана методика анализа движения выходного звена механизма с учетом упругости звеньев;

4) Изготовлен действующий макет механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы, приводы которого расположены на основании и

отделены от рабочей зоны, на котором проведены экспериментальные исследования, подтвердившие правильность теоретических расчетов.

Научные положения, выносимые на защиту

1) Обоснование расположения приводов механизма параллельной структуры на основании вне его рабочей зоны, приводящего к снижению воздействия среды на данные приводы, уменьшению инерционности звеньев механизма и повышению его быстродействия;

2) Алгоритм решения обратной задачи о положении в аналитической форме для синтезированных механизмов параллельной структуры, лежащий в основе методики построения рабочих зон механизма;

3) Алгоритм решения прямой задачи о положении в численной форме для механизма параллельной структуры с тремя кинематическими цепями;

4) Обоснование наибольшего влияния величины допустимого рабочего хода приводов механизма и величин допустимых углов отклонения осей в сферических шарнирах на размеры рабочих зон постоянной ориентации и постоянного положения соответственно;

5) Методика исследований влияния упругости звеньев механизма на точность движения его выходного звена.

Практическая значимость результатов работы

Практическая значимость результатов исследования заключается в возможности применения синтезированных схем механизмов параллельной структуры для решения задач, требующих расположения как можно меньшего числа элементов механизма внутри его рабочей зоны и положения приводов вне этой зоны, таких, как исследование объектов в аэродинамических трубах, подводные и космические испытания.

Методы, применяемые в работе

В работе использовались методы теории механизмов и машин, теоретической механики, сопротивления материалов, аналитической геометрии, дифференциального и матричного исчислений, компьютерного моделирования.

Достоверность результатов

Достоверность результатов обусловлена строгостью математических основанных фундаментальных выкладок, на положениях механики с общепринятых допущений. Теоретические использованием результаты подтверждены экспериментально на натурном макете.

Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы были представлены на следующих семинарах, конференциях и выставках:

1) Международный военно-технический форум «АРМИЯ-2017», КВЦ «Патриот», г. Кубинка, Московская обл., 22–27 августа 2017 г.;

2) The Second International Symposium of Mechanism and Machine Science (ISMMS-2017), AzTU, Baku, Azerbaijan, 11–14 September 2017;

3) Международный семинар по ТММ им. А.А. Артоболевского, ИМАШ РАН, г. Москва, 19 сентября 2017 г.;

4) 10-я Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2017), с. Дивноморское, г. Геленджик, Краснодарский край, 25– 30 сентября 2017 г.;

 5) Международный автомобильный научный форум (МАНФ-2017): «Интеллектуальные транспортные системы», ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ», г. Москва, 18–19 октября 2017 г.;

28-я Международная научно-техническая конференция «Экстремальная робототехника (ЭР-2017)», ГНЦ РФ ЦНИИ РТК, г. Санкт-Петербург, 2–3 ноября 2017 г.;

7) III Межведомственная научно-практическая конференция «Система межведомственного информационного взаимодействия при решении задач в области обороны Российской Федерации», НЦУО РФ, г. Москва, 17 ноября 2017 г.;

 8) 21-й Московский международный Салон изобретений и инновационных технологий «Архимед», Конгрессно-выставочный центр «Сокольники», г. Москва, 5–8 апреля 2018 г.;

9) Международный семинар по ТММ им. А.А. Артоболевского,

ИМАШ РАН, г. Москва, 11 сентября 2018 г.;

10) Международная специализированная выставка «Импортозамещение», Крокус Экспо, г. Красногорск, Московская обл., 11–13 сентября 2018 г.

Публикации

По результатам диссертации опубликовано 14 научных работ, в том числе четыре статьи в журналах из списка ВАК и одна статья в журнале из списка Scopus. Получен один патент.

Структура диссертации

Диссертация включает введение, пять глав, заключение и список литературы из 206 наименований. Общий объем диссертации составляет 123 страницы, содержит 78 рисунков и 12 таблиц.

ГЛАВА 1. Обзор механизмов параллельной структуры

Механизмы параллельной структуры представляют собой замкнутые механизмы, выходное звено которых соединено с основанием несколькими кинематическими цепями [157]. Особенности конструкции наделяют такие механизмы повышенными показателями грузоподъемности и точности по сравнению с традиционными манипуляционными механизмами последовательной структуры [182]. Еще одним достоинством механизмов параллельной структуры является возможность установки приводов вне рабочей зоны, что позволяет снизить инерционность подвижных элементов механизма и повысить быстродействие.

Несмотря на недостатки, такие как небольшая рабочая зона и наличие особых положений, перечисленные преимущества позволяют данным механизмам находить применение в самых разнообразных областях техники: известны многочисленные примеры использования механизмов параллельной структуры в качестве медицинских роботов, испытательных и измерительных устройств [12, 16, 20, 28, 35, 132, 169, 173, 180, 192].

В отличие от механизмов последовательной структуры, для которых существует ограниченное число различных кинематических схем [157], для механизмов параллельной структуры свойственно наличие огромного количества вариантов построения таких схем, каждая из которых по-своему влияет на рабочие характеристики и общую эффективность работы механизма.

В настоящее время предложено и исследовано большое количество разнообразных кинематических схем механизмов параллельной структуры. Некоторые механизмы могут быть использованы для решения только какой-либо конкретной задачи, тогда как другие способны находить применение сразу в нескольких областях техники. Причем довольно часто для решения какой-либо задачи от механизма не требуется иметь шести степеней свободы. Например, при выполнении операции фрезерования вращение инструмента вокруг собственной оси может быть обеспечено шпинделем, и, таким образом, от механизма достаточно обеспечение только пяти степеней свободы.

Многообразие задач привело к возникновению огромного числа кинематических схем механизмов параллельной структуры, имеющих от трех до шести степеней свободы и обеспечивающих движение выходного звена как в плоскости, так и в пространстве. Рассмотрим различные схемы таких механизмов.

1.1 Механизмы с тремя степенями свободы

Известно множество различных схем построения плоских механизмов параллельной структуры, выходное звено которых обладает тремя степенями свободы: двумя линейными перемещениями в плоскости и вращением вокруг оси, перпендикулярной данной плоскости. Выходное звено механизма соединено с основанием при помощи трех кинематических цепей, каждая из которых включает по два звена, соединенных шарниром. Возможны варианты исполнения с использованием как линейных, так и вращательных приводов (рис. 1.1, а). Существует множество работ, посвященных исследованию таких механизмов [43, 56, 58, 64, 81, 95, 106, 113, 114, 127, 129, 130, 134, 150, 160, 164, 171], а компания «Googol Technology» производит роботы (рис. 1.1, б), в основе которых лежат данные механизмы, для использования в образовательных целях.



Рис. 1.1. Варианты исполнения плоских механизмов параллельной структуры (а) и робот GPM от компании «Googol Technology» (б), построенный по одной из схем

Пространственные механизмы параллельной структуры могут обеспечивать выходному звену от трех до шести степеней свободы, причем возможны разнообразные варианты движения выходного звена: плоскопараллельное, вращательное, а также различные комбинации этих движений.

Среди механизмов параллельной структуры, выходное звено которых может совершать только плоскопараллельное движение, наиболее известной является схема робота «Delta» [74, 75] (рис. 1.2). Каждая кинематическая цепь механизма состоит из привода, обеспечивающего поворот рычага, который с одной стороны соединен с валом привода, а с другой – с выходным звеном при помощи параллелограммного механизма. Оси параллелограмма, соединенные с данным рычагом и с выходным звеном параллельны оси привода соответствующей кинематической цепи, тем самым обеспечивая выходному звену исключительно плоскопараллельное движение. Множество работ посвящено синтезу и анализу механизмов такого типа [57, 60–62, 80, 131, 144, 151, 162], а также известны примеры использования роботов «Delta» при осуществлении операций сборки, в медицинской сфере и при решении других задач [59, 63].



Рис. 1.2. Схема робота «Delta» (а) и его промышленный вариант «FlexPicker IRB 340» от компании «ABB» (б)

Другой механизм параллельной структуры из того же класса механизмов – манипулятор «Orthoglide» [70, 202], предназначенный для выполнения операций механической обработки заготовок (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Схема манипулятора «Orthoglide» (а) и его макет (б)

Отличительная особенность данного механизма – изоморфность: каждый линейный привод перемещает выходное звено только по одной декартовой координате с передаточным отношением, равным единице.

Механизм Конга [104, 138] также обладает изоморфностью, и в каждой из трех его кинематических цепей используется одна цилиндрическая и две вращательных кинематических пары (рис. 1.4).



Рис. 1.4. Схема механизма Конга (а) и его макет (б)

Еще один механизм параллельной структуры, обеспечивающий выходному звену три поступательные степени свободы, был разработан и запатентован Ньюманом [167] (рис. 1.5, а). Выходное звено такого механизма закреплено на переменной длины, стержне соединенным с основанием при помоши универсального шарнира, не дающего вращаться стержню вокруг своей оси. Три кинематические цепи, состоящие из двух вращательных, одной поступательной и одной сферической пар каждая, также соединяют выходное звено с основанием. На основе данной схемы компания «АВВ» производит роботы (рис. 1.5, б), используемые для выполнения технологических операций.



Рис. 1.5. Схема механизма Ньюмана (а) и его промышленный вариант «Tricept IRB 940» от компании «АВВ» (б)

Цай [195, 196] предложил схему механизма параллельной структуры, в которой выходное звено соединено с основанием тремя кинематическими цепями, каждая из которых содержит линейный привод и прикреплена к основанию и к выходному звену при помощи универсальных шарниров. Оси универсальных шарниров расположены таким образом, что в процессе движения выходное звено механизма сохраняет постоянную ориентацию (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Схема механизма Цая (а) и его макет (б)

Среди механизмов параллельной структуры, выходное звено которых обладает тремя вращательными степенями свободы, широко исследована схема сферического механизма, предложенного Госсленом [100]. В такой схеме каждая из трех кинематических цепей содержит по три вращательных шарнира, а оси шарниров, закрепленных на основании, пересекаются в общей точке – центре вращения (рис. 1.7). Существует множество работ [34, 39, 45, 72, 105, 185], посвященных исследованию данного механизма.



Рис. 1.7. Схема сферического механизма Госслена (а) и его макет (б)

Также известно большое число других схем [79, 83, 84, 90, 141] построения подобных сферических механизмов, в которых используются различные комбинации вращательных, сферических и цилиндрических кинематических пар.

Помимо механизмов. обеспечивающих выходному звени только поступательные или вращательные движения, существуют только схемы механизмов с тремя степенями свободы, у которых выходное звено обладает различными комбинациями поступательных и вращательных движений. Например, механизм, упомянутый Хантом [120] и исследованный другими авторами [69, 100, 146, 198]. В таком механизме каждая кинематическая цепь содержит линейный привод, соединенный с основанием посредством вращательного шарнира, а с выходным звеном – сферического (рис. 1.8, а). Механизм обеспечивает выходному звену одну поступательную степень свободы вдоль вертикальной оси и повороты на угол прецессии и угол нутации. Такой механизм находит применение в качестве тренажера для обучения водителей (рис. 1.8, б).



Рис. 1.8. Схема механизма Ханта (а) и тренажер, основанный на такой схеме (б)

Схожая схема (рис. 1.9, а) была предложена Мерле [156] для осуществления микроперемещений. В таком механизме приводы поступательных перемещений установлены на основании. Аналогичная схема, но с горизонтальным расположением приводов использована в основе станка «Sprint Z3» (рис. 1.9, б).



Рис. 1.9. Схема механизма Мерле (а) и станок «Sprint Z3», построенный по такой схеме (б)

Чеккарелли [67] была предложена схема механизма параллельной структуры с тремя степенями свободы, в котором используются четырехзвенные механизмы со свободно скользящими сферическими шарнирами (рис. 1.10).



Рис. 1.10. Схема механизма Чеккарелли (а) и его макет (б)

Помимо рассмотренных, известно большое количество работ, посвященных исследованию пространственных механизмов параллельной структуры с тремя степенями свободы [51, 66, 87, 123, 143, 145, 149, 157].

1.2 Механизмы с четырьмя и пятью степенями свободы

Установлено, что теоретически невозможно спроектировать механизм параллельной структуры с четырьмя степенями своболы. y которого кинематические цепи обладали бы одинаковой структурой [157]. Поэтому таким обычно свойственна специфичная конструкция с различным механизмам пецей исполнением кинематических или наличием дополнительных конструктивных узлов, накладывающих определенные ограничения на движение выходного звена.

Ковермансом [135] была предложена схема механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы, обеспечивающего выходному звену три вращательных и одно поступательное движение вдоль вертикальной оси (рис. 1.11, а). Механизм был предназначен для использования в качестве тренажера для пилотов (рис. 1.11, б).



Рис. 1.11. Схема механизма Коверманса (а) и тренажер, построенный по такой схеме (б)

Известна схема механизма, предложенная Клавелом [73], в которой используются четыре кинематические цепи с отличающимися конструктивными

исполнениями (рис. 1.12, а). На основе такой схема изготовлен станок «HITA STT» (рис. 1.12, б).



Рис. 1.12. Схема механизма Клавела (а) и станок «HITA STT», основанный на такой схеме (б)

Пьерро и его коллегами [78, 165] были разработаны механизмы параллельной структуры, выходное звено которых способно совершать три поступательных и одно вращательное движение (рис. 1.13, а). Компания «Adept Technology» производит роботы «Quattro», построенные по такой схеме, для использования в подъемно-транспортных операциях (рис. 1.13, б).



Рис. 1.13. Схема механизма Пьерро (а) и его промышленный вариант «Quattro» от компании «Adept Technology» (б)

Большое количество разнообразных схем механизмов параллельной структуры с четырьмя степенями представлено в [157], и работы, посвященные их исследованию, приведены в [18, 36, 132, 139, 147, 149, 186, 188, 194].

Механизмы параллельной структуры с пятью степенями свободы также не могут состоять из кинематических цепей с одинаковой структурой [157], и поэтому также либо содержат дополнительные цепи, ограничивающие степени свободы выходного звена, либо используют кинематические цепи разного конструктивного исполнения. Механизмы такой структуры представляют особенный интерес в сфере металлообработки и находят применение в пятиосевых станках, где шестая степень свободы может быть обеспечена вращением шпинделя.

Одной из наиболее известных схем таких механизмов является схема пятиосевого станка «Metrom» [48, 181]. Каждая из пяти кинематических цепей содержит поступательную пару и соединена с основанием при помощи сферического шарнира. Одна из цепей соединена с выходным звеном только одним вращательным шарниром, а четыре других – двумя, при этом оси вращательных шарниров в этих четырех цепях совпадают с осью шпинделя (рис. 1.14).



Рис. 1.14. Схема механизма станка «Metrom» (а) и его промышленный образец (б)

Лин [148] предложил аналогичную схему механизма, но с другим расположением вращательных шарниров на выходном звене (рис. 1.15).



Рис. 1.15. Выходное звено в схеме механизма Лина (а) и станок, построенный по такой схеме (б)

Также известна схема механизма параллельной структуры с пятью степенями свободы, на базе которого изготовлен медицинский робот «Para-BrachyRob», предназначенный для проведения брахитерапии [173, 180]. Механизм имеет две кинематические цепи (рис. 1.16), в одной из которых используется два линейных и один вращательный приводы, а в другой – один линейный и один вращательный.



Рис. 1.16. Схема медицинского робота «Para-BrachyRob» (а) и его макет (б)

19

Помимо рассмотренных схем, существует большое количество прочих схем механизмов параллельной структуры с пятью степенями свободы, которые широко представлены в [157] и исследованы в [19, 91, 94, 147, 153, 203, 205].

1.3 Механизмы с шестью степенями свободы

В основе большинства схем механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы лежит схема платформы Гауфа, или гексапода [107, 108]. Выходное звено такого механизма представляет собой шестиугольную платформу, вершины которой соединены со звеньями при помощи сферических шарниров. Другой конец каждого из звеньев соединен с основанием при помощи шарнира Гука. Линейные приводы позволяют изменять длину звеньев механизма, обеспечивая платформе шесть степеней свободы (рис. 1.17).



Рис. 1.17. Схема платформы Гауфа (а) и ее макет (б)

Поскольку можно использовать различные комбинации кинематических пар в кинематических цепях механизма, сохраняя общую подвижность цепи, равную шести [157], существует большое разнообразие схем типа платформы Гауфа. И хотя эти схемы эквивалентны с точки зрения подвижности выходного звена, они не являются таковыми по своим рабочим характеристикам, поэтому важно рассмотреть механизмы с различными структурами кинематических цепей.

Схема механизма, в которой на основании установлены универсальные шарниры, на выходном звене – сферические, а в самих кинематических цепях используются поступательные приводы (рис. 1.17), наиболее часто используется для решения различных задач [157]. Известно большое количество работ, посвященных исследованию данной схемы [92, 122, 128, 137, 157, 178, 189], а также самые разнообразные примеры использования механизмов, построенных по такой схеме, в измерительных устройствах, тренажерах, устройствах позиционирования и пр. [96, 124, 157, 168, 191].

платформы Гауфа Схему можно образом, изменить таким что поступательные пары будут установлены на основании, а универсальный и сферический шарнир в каждой из цепей соединят звенья фиксированной длины. Такая вертикальным расположением поступательных пар была схема С использована в так называемом механизме «активного запястья» (рис. 1.18), разработанном Мерле и Госсленом [159].



Рис. 1.18. Схема механизма «активного запястья» (а) и его макет (б)

Поступательные кинематические пары могут располагаться не только

вертикально. В схеме механизма «Hexaglide» [117] данные пары расположены горизонтально и параллельно друг другу (рис. 1.19, а). На основе такой схемы был разработан металлообрабатывающий станок (рис. 1.19, б). Также известны схемы механизмов «Linapod» [175] и «Nabla 6» [54] с тремя линейными направляющими, на каждой из которых установлено по две поступательных кинематических пары.



Рис. 1.19. Схема механизма «Hexaglide» (а) и соответствующий схеме станок (б)

Хантом [120] была предложена схема механизма параллельной структуры, в которой на основании установлены приводы вращательного движения, с валами которых универсальным шарниром соединены звенья, с противоположной стороны сферическим шарниром присоединенные к выходному звену (рис. 1.20).



Рис. 1.20. Схема механизма Ханта (а) и макет такого механизма (б)

Пьерро [172] развил схему робота «Delta» и предложил схему механизма «Неха» с шестью степенями свободы (рис. 1.21). Данный механизм отличается от вышеупомянутого механизма Ханта расположением осей вращательных шарниров основания и центров сферических шарниров выходного звена.



Рис. 1.21. Схема механизма «Неха» (а) и его макет (б)

Помимо рассмотренных механизмов, известно большое число других схем гексаподов [109, 193, 200, 206].

Также возможно исполнение механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, но с тремя кинематическими цепями, каждая из которых содержит по два привода. В таких схемах снижается вероятность пересечения звеньев друг с другом, что приводит к увеличению рабочей зоны, но жесткость таких механизмов ниже [157].

Примером такого механизма может служить манипулятор, предложенный Ализаде [38], в котором используется круговая направляющая (рис. 1.22). Также известны другие схемы механизмов с круговой направляющей [1, 32, 176, 179, 183].



Рис. 1.22. Схема механизма с круговой направляющей (а) и его макет (б)

Бен-Хорин [52] предложил вместо поступательных приводов установить выходное звено механизма на подвижные каретки, движущиеся в плоскости и имеющие две степени свободы (рис. 1.23). Несмотря на снижение жесткости механизма, поскольку он не закреплен на основании, такая конструкция значительно расширяет рабочую зону механизма.



Рис. 1.23. Схема механизма Бен-Хорина (а) и его макет (б)

В другой схеме механизма параллельной структуры с тремя кинематическими цепями, разработанной Коли [136], приводы поступательных и вращательных движений установлены на основании (рис. 1.24).



Рис. 1.24. Схема механизма Коли (а) и его макет (б)

Эбертом и Госсленом [89] была разработана схема механизма, в кинематических цепях которого используются параллелограммы (рис. 1.25). Данное конструктивное решение позволило обеспечить статическую уравновешенность механизма.



Рис. 1.25. Схема механизма Эберта (а) и его макет (б)

Помимо упомянутых выше, известны другие работы [3, 4, 41, 46, 49, 65, 68, 76, 133, 187], посвященные исследованию разнообразных схем механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы и тремя кинематическими цепями.

Отдельно стоит выделить механизмы, в которых достигнута кинематическая

развязка. Существует несколько видов такой развязки [157]:

1) сильная взаимосвязь, при которой каждая координата выходного звена механизма зависит от всех приводных координат;

2) полная развязка, при которой каждая координата выходного звена зависит только от одной приводной координаты;

3) частичная развязка – развязка, не относящаяся ни к одному из двух вышеупомянутых видов.

Известно много работ [15, 21, 30, 53, 97, 125, 142, 202, 204], посвященных исследованию механизмов параллельной структуры с различными видами кинематической развязки. Особый интерес представляют механизмы, у которых осуществлена развязка между поступательными и вращательными движениями выходного звена. Примером такого механизма может служить манипулятор, [197]. Помимо кинематической развязки разработанный Тывесом между поступательными и вращательными движениями выходного звена, в данном также присутствует механизме развязка между всеми поступательными движениями (рис. 1.26).



Рис. 1.26. Схема механизма Тывеса (а) и его макет (б)

В настоящее время существует ряд задач, для решения которых необходимо использовать механизмы с шестью степенями свободы, приводы которых

располагались бы вне рабочей зоны, а внутри этой зоны находилось бы как можно меньше подвижных элементов механизма. Примерами таких задач являются управление движением исследуемого объекта в аэродинамической трубе, где необходимо минимально искажать воздушный поток, подводные испытания и испытания в космосе, где необходимо обеспечить защиту приводов механизма от окружающей среды. Проведенный обзор показал, что большинство существующих схем механизмов параллельной структуры мало пригодно для решения таких задач.

Крайневым и Глазуновым [9] был предложен ряд схем механизмов параллельной структуры, у которых рабочая зона отделена от приводов. В таких механизмах перемещение выходного звена обеспечивается перемещением связанных с ним стержней посредством линейных приводов (рис. 1.27).







Рис. 1.27. Схемы механизмов, предложенные Крайневым: а-б) с тремя поступательными парами; в) с четырьмя поступательными парами; г) с пятью поступательными парами

Несмотря на то, что в механизмах Крайнева приводы отделены от рабочей зоны, они не закреплены на основании, что способствует увеличению массы и инерционности подвижных звеньев механизмов. В связи с этим становится актуальной задача синтеза и анализа механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, у которых приводы были бы расположены вне рабочей зоны и установлены на основании. Решение данных задач является предметом исследования данной работы и будет подробно рассмотрено в последующих главах.

ГЛАВА 2. Синтез и анализ структуры механизма, решение задач о положении

Структурный синтез механизмов заключается в разработке кинематических схем, обеспечивающих требуемые виды и законы движения. Также к синтезу можно отнести разработку конструктивных форм механизма, обеспечивающих его прочность, долговечность, высокий коэффициент полезного действия и т.д. [7]. После того как была разработана кинематическая схема механизма, необходимо провести ее структурный анализ, состоящий в определении числа степеней свободы механизма и выявлении местных подвижностей, если таковые имеются. Если наличие местных подвижностей сказывается отрицательным образом на работе механизма, необходимо принять меры по их устранению, например, изменить число звеньев механизма или типы кинематических пар.

Далее, для исследования движения разработанного механизма необходимо провести его кинематический анализ, который включает в себя решение задач о положениях и скоростях, построение рабочей зоны механизма, анализ особых положений. Анализ кинематики механизма является важнейшим этапом исследования механизма и лежит в основе динамического анализа и формирования методов управления.

Рассмотрим в данной главе структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы, а также способы решения прямой и обратной задач о положениях.

2.1 Структурный синтез и анализ механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы

Существуют различные подходы к структурному синтезу механизмов параллельной структуры. Наиболее известны методы, основанные на

использовании теории графов [71, 88, 120], теории групп [40, 115, 116, 177], теории винтового исчисления [17, 22–25, 91, 93, 94, 98, 140].

В данной работе структурный синтез новых пространственных механизмов параллельной структуры был осуществлен на основе формулы Сомова-Малышева [7]:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, (2.1)$$

где *n* – число подвижных звеньев механизма;

*p*₁ – число кинематических пар 1-го класса;

*p*₂ – число кинематических пар 2-го класса;

• • •

*p*₅ – число кинематических пар 5-го класса.

В результате синтеза были разработаны кинематические схемы механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, обладающие следующими особенностями:

• приводы механизмов расположены на основании, что позволяет снизить инерционность их звеньев;

• приводы механизмов расположены вне рабочей зоны выходного звена, что позволяет снизить как воздействие внешней среды на приводы, так и воздействие приводов на среду.

Первая из рассматриваемых схем имеет шесть кинематических цепей (рис. 2.1).



Рис. 2.1. Схема с шестью кинематическими цепями

Рассмотрим данную схему. Выходное звено 2 механизма связано с основанием 1 посредством шести кинематических цепей. Каждая такая цепь включает в себя стержень 3, один из концов которого соединен с выходным звеном 2 при помощи сферического шарнира 4. Стержень 3 также соединен с основанием 1 сферическим шарниром 5 с отверстием, обеспечивающем поступательное перемещение в нем стержня 3. Другой конец стержня 3 соединен с промежуточным звеном 9, которое одним своим концом соединено со стержнем 3 при помощи трех вращательных кинематических пар 11, 12 и 13, оси которых пересекаются в одной точке. С противоположной стороны промежуточное звено 9 соединено с корпусом 7 линейного двигателя при помощи вращательного шарнира 10. Каждый из линейных двигателей также включает приводную гайку 8, осуществляющую движение по винтовой оси 6, закрепленной на основании 1. Данная винтовая ось, ось вращательного шарнира 10 и ось вращательного шарнира 11 также пересекаются в одной точке. Механизм работает следующим образом.

Перемещение выходного звена 2 относительно основания 1 осуществляется посредством шести кинематических цепей, при этом каждый поступательный привод передает движение со своей подвижной части 7, содержащей двигатель, через приводную гайку 8 и карданный шарнир на соответствующее промежуточное звено 9. Карданный шарнир выполнен в виде входной и выходной вращательных кинематических пар с пересекающимися под прямым углом осями, где осью и втулкой входной вращательной пары являются неподвижный винт линейного привода 6 и приводная гайка 8, сопряженная с подвижной частью привода 7, на которой закреплена ось выходной вращательные пары 10. Далее через три последовательно установленные вращательные пары 11, 12 и 13 движение передается на стержень 3, который, в свою очередь, передает движение на выходное звено 2 посредством сферического шарнира 4. При этом каждый стержень 3 перемещается относительно основания 1 через сферический шарнир 5, выполненный с возможностью поступательного перемещения данного стержня.

Рассчитаем подвижность механизма по формуле (2.1). Сперва определим количество подвижных звеньев механизма. Каждая кинематическая цепь включает в себя шесть подвижных звеньев:

- стержень 3 (рис. 2.1);
- звено между вращательными шарнирами 12 и 13;
- звено между вращательными шарнирами 11 и 12;
- промежуточное звено 9;
- корпус двигателя 7;
- приводную гайку 8.

Еще одним подвижным звеном является выходное звено механизма 2. Итого для рассматриваемого механизма имеем

$$n = 6 \cdot 6 + 1 = 37. \tag{2.2}$$

Теперь определим число кинематических пар каждого класса. Каждая кинематическая цепь механизма содержит по шесть кинематических пар 5-го

класса:

• вращательные шарниры 10, 11, 12 и 13 (рис. 2.1);

• «вращательный шарнир» между корпусом 7 двигателя и приводной гайкой 8;

• винтовая пара между приводной гайкой 8 и винтовой осью 6.

Помимо данных кинематических пар, каждая кинематическая цепь механизма содержит по одной паре 2-го класса, представляющей собой соединение стержня 3 с основанием 1 посредством сферического шарнира с отверстием 5 (рис. 2.1), а также по одной паре 3-го класса, являющейся сферическим шарниром 4, соединяющим выходное звено 2 механизма со стержнем 3. Таким образом, для рассматриваемого механизма имеем

$$p_1 = 0, p_2 = 6, p_3 = 6, p_4 = 0, p_5 = 6 \cdot 6 = 36.$$
 (2.3)

Подставляя значения (2.2) и (2.3) в выражение (2.1), получим

$$W = 6 \cdot 37 - 5 \cdot 36 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 6 - 0 = 12 = 6 + 6.$$
(2.4)

Подвижность механизма равна двенадцати, поскольку включает себя шесть местных подвижностей, связанных с вращением стержней 3 вокруг собственных осей. Данные вращения не влияют на движение выходного звена 2 механизма. Таким образом, подвижность механизма без учета местных подвижностей равна шести, т.е. выходное звено 2 механизма обладает шестью степенями свободы.

Другая схема механизма параллельной структуры приведена на рис. 2.2.



Рис. 2.2. Схема с тремя кинематическими цепями

В данной схеме выходное звено соединено с основанием при помощи трех кинематических цепей. Каждая такая цепь включает в себя стержень 3, один из концов которого соединен с платформой 2 при помощи сферического шарнира 4. Стержень 3 также соединен с основанием 1 сферическим шарниром 5 с отверстием, обеспечивающем поступательное перемещение в нем стержня 3. Другой конец стержня 3 соединен с парой промежуточных звеньев 9, каждое из которых одним своим концом соединено со стержнем 3 при помощи трех вращательных кинематических пар 11, 12 и 13, оси которых пересекаются в одной точке. С противоположной стороны каждое из промежуточных звеньев 9 соединено с корпусом 7 линейного двигателя при помощи вращательного шарнира 10. Каждый из линейных двигателей также включает приводную гайку 8, осуществляющую движение по винтовой оси 6, закрепленной на основании 1. Данная винтовая ось, ось вращательного шарнира 10 и ось вращательного шарнира 11 также пересекаются в одной точке. Механизм работает таким же образом, что и

рассмотренный ранее.

Определим подвижность механизма по формуле (2.1). Для данной кинематической схемы число подвижных звеньев на три меньше, поскольку используется только три стержня 3 (рис. 2.2). Количество сферических шарниров 4 и сферических шарниров с отверстием 5 также на три меньше. Таким образом, для данной схемы получим

$$n = 6 \cdot 5 + 3 + 1 = 34, p_1 = 0, p_2 = 3, p_3 = 3, p_4 = 0, p_5 = 6 \cdot 6 = 36.$$
 (2.5)

Подставляя данные значения в формулу (2.1), получим

$$W = 6 \cdot 34 - 5 \cdot 36 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 0 = 9 = 6 + 3.$$
(2.6)

Подвижность механизма равна девяти, поскольку включает себя три местных подвижности, связанные с вращением стержней 3 вокруг собственных осей. Данные вращения не влияют на движение выходного звена 2 механизма. Таким образом, подвижность механизма без учета местных подвижностей равна шести, т.е. выходное звено 2 механизма обладает шестью степенями свободы.

Помимо двух рассмотренных выше схем, существует большое количество схожих схем, отличающихся числом кинематических цепей и/или числом приводов, действующих в каждой из этих цепей [14]. Например, возможно исполнение механизма с тремя кинематическими цепями, аналогичное схеме на рис. 2.2, но при этом в одной из цепей установлены три привода, во второй – два, в оставшейся – один. Также существует схема с четырьмя кинематическими цепями, в двух из которых установлено по два привода, а в двух других – по одному. Пользуясь формулой (2.1), нетрудно установить, что в первом случае подвижность механизма будет равна девяти, а во втором – десяти, что обусловлено наличием местных подвижностей, связанных с вращением стержней 3 вокруг собственных осей. Таким образом, во всех схемах выходное звено механизма обладает шестью степенями свободы.

Далее в работе будем рассматривать механизм с тремя кинематическими

цепями, в каждой из которой действует по два привода (рис. 2.2). Также, поскольку внутри каждой из трех кинематических цепей механизма можно выделить еще по две кинематических подцепи, с этого момента и далее будем считать, что механизм в целом имеет шесть кинематических цепей, связывающих выходное звено с основанием.

2.2 Решение обратной задачи о положении

Обратная задача о положении заключается в определении значений обобщенных координат механизма при известных значениях координат выходного звена. Решение данной задачи носит фундаментальное значение, поскольку позволяет преобразовать заранее заданное, желаемое движение выходного звена механизма в законы изменения координат, которые далее могут быть непосредственно отработаны приводами механизма. Также обратную задачу о положении можно использовать для определения рабочей зоны механизма [10].

Для механизмов параллельной структуры решение обратной задачи о положении, как правило, не представляет затруднений и основано на составлении простых геометрических соотношений, связывающих длины звеньев механизма с координатами расположенных на этих звеньях шарнирах. При этом довольно часто решение, найденное для одной кинематической цепи механизма, аналогично для других цепей. Рассмотрим порядок решения обратной задачи о положении для рассматриваемого механизма [5, 6, 13].

Положение и ориентацию выходного звена механизма относительно некой глобальной системы координат $\{GL\}$ можно задать при помощи вектора \mathbf{p}_{pl} координат точки, связанной с выходным звеном, и матрицы поворота \mathbf{R}_{pl} системы координат $\{PL\}$, связанной с выходным звеном и имеющей начало отсчета в выбранной точке, относительно системы $\{GL\}$ (рис. 2.3).


Рис. 2.3. Система координат выходного звена механизма

В качестве начала отсчета системы координат $\{PL\}$ выберем точку O_{pl} , расположенную посередине отрезка, соединяющего пару сферических шарниров выходного звена. Ось Y_{pl} системы $\{PL\}$ направим коллинеарно указанному отрезку, а ось Z_{pl} перпендикулярно плоскости, образованной тремя сферическими шарнирами выходного звена (рис. 2.3).

Вектор, определяющий координаты точки O_{pl} относительно глобальной системы координат, можно записать следующим образом:

$$\mathbf{p}_{pl} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}^T, \tag{2.7}$$

где x, y, z – декартовы координаты точки O_{pl} относительно системы $\{GL\}$.

Матрицу поворота, определяющую ориентацию системы $\{PL\}$ относительно системы $\{GL\}$, можно представить [26] в виде произведения матриц:

$$\mathbf{R}_{pl} = \mathbf{R}_{z}(\boldsymbol{\varphi})\mathbf{R}_{y'}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{R}_{x''}(\boldsymbol{\psi}), \qquad (2.8)$$

где φ, θ, ψ – углы Эйлера выходного звена, а соответствующие этим углам матрицы поворота определяются следующим образом [26]:

$$\mathbf{R}_{z}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0\\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(2.9)

$$\mathbf{R}_{y'}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix},$$
(2.10)
$$\mathbf{R}_{x''}(\psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}.$$
(2.11)

В качестве обобщенных координат примем линейные перемещения приводов $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_6)^T$, измеренные вдоль винтовой оси привода от некой неподвижной точки на этой оси до точки пересечения винтовой оси с осью вращательного шарнира (рис. 2.4).



Рис. 2.4. Обобщенные координаты механизма, i = 1...6

Для любой отдельно рассматриваемой кинематической цепи механизма оси вращательных кинематических пар 11, 12 и 13 пересекаются в одной точке (рис. 2.2), и винтовая ось 6 и ось вращательного шарнира 10 также пересекаются в одной точке. Помимо этого, для смежных кинематических цепей, т.е. тех, для которых стержень 3 и шарниры 4 и 5 являются общими, точки пересечения осей вращательных кинематических пар 11, 12 и 13 совпадают (рис. 2.2). Учитывая вышеперечисленное, кинематическую схему механизма можно представить в упрощенном виде (рис. 2.5).



Рис. 2.5. Упрощенная кинематическая схема механизма

На этой схеме:

• точки S₁...S₆ соответствуют точкам пересечения винтовой оси 6 и оси вращательного шарнира 10 по рис. 2.2;

• точки $A_1 \dots A_6$ соответствуют точкам пересечения осей вращательных кинематических пар 11, 12 и 13;

- точки $B_1 \dots B_6$ соответствуют сферическим шарнирам 4 выходного звена;
- точки $C_1 \dots C_6$ соответствуют сферическим шарнирам 5 с отверстием.

В силу того, что рассматриваемый механизм является механизмом параллельной структуры, определение обобщенных координат в зависимости от координат выходного звена можно проводить отдельно для любой из кинематических цепей механизма.

Для определения значения обобщенной координаты для *i*-й кинематической



цепи, i = 1...6, введем дополнительные системы координат $\{O_i\}$ (рис. 2.6).

Рис. 2.6. Построение системы координат $\{O_i\}$

Начало отсчета O_i системы координат $\{O_i\}$ расположено на винтовой оси привода *i*-й кинематической цепи, а координаты точки O_i относительно глобальной системы координат $\{GL\}$ можно определить при помощи вектора \mathbf{p}_{Oi} , координаты которого являются постоянными, зависят от конструктивных особенностей механизма и считаются известными. Ось Z_i системы координат $\{O_i\}$ направлена вдоль винтовой оси в направлении измерения обобщенной координаты q_i . Ориентацию системы $\{O_i\}$ относительно системы $\{GL\}$ можно задать при помощи матрицы поворота \mathbf{R}_{Oi} , чьи компоненты также являются постоянными величинами и считаются известными.

Согласно рис. 2.6, обобщенную координату q_i можно определить следующим образом:

$$q_{i} = z_{Ai}^{Oi} \pm \sqrt{L_{ASi}^{2} - \left(x_{Ai}^{Oi}\right)^{2} - \left(y_{Ai}^{Oi}\right)^{2}}, \qquad (2.12)$$

где $(x_{Ai}^{Oi} \ y_{Ai}^{Oi} \ z_{Ai}^{Oi})^T = \mathbf{p}_{Ai}^{Oi}$ – координаты точки A_i относительно системы координат $\{O_i\};$ L_{ASi} – длина звена A_iS_i . Выбор знака в выражении выше зависит от конструктивного исполнения отдельной кинематической цепи. Влияние данного знака на величину искомой обобщенной координаты показано на рис. 2.7.



Рис. 2.7. Возможные решения обратной задачи о положении для отдельной кинематической цепи

Координаты точки A_i относительно системы координат $\{O_i\}$ можно определить следующим образом [26]:

$$\mathbf{p}_{Ai}^{Oi} = \mathbf{R}_{Oi}^{T} \left(\mathbf{p}_{Ai} - \mathbf{p}_{Oi} \right), \qquad (2.13)$$

где \mathbf{p}_{Ai} – вектор координат точки A_i в системе координат $\{GL\}$.

Вектор \mathbf{p}_{Ai} можно найти из соотношения, связывающего координаты точек A_i , B_i и C_i , расположенных на отрезке A_iB_i (рис. 2.5), и длину этого отрезка [27]:

$$\mathbf{p}_{Ai} = \mathbf{p}_{Bi} + \frac{\mathbf{p}_{Ci} - \mathbf{p}_{Bi}}{\left|\mathbf{p}_{Ci} - \mathbf{p}_{Bi}\right|} L_{ABi},$$
(2.14)

где \mathbf{p}_{Bi} – вектор координат точки B_i в системе координат $\{GL\};$ \mathbf{p}_{Ci} – вектор координат точки C_i в системе координат $\{GL\};$ L_{ABi} – длина звена A_iB_i . Координаты точки C_i являются конструктивным параметром механизма и считаются известными. Координаты точки B_i в системе $\{GL\}$ можно определить следующим образом [26]:

$$\mathbf{p}_{Bi} = \mathbf{p}_{pl} + \mathbf{R}_{pl} \, \mathbf{p}_{Bi}^{PL}, \qquad (2.15)$$

где \mathbf{p}_{Bi}^{PL} – координаты точки B_i в системе $\{PL\}$, являются конструктивным параметром механизма и считаются известными.

Таким образом, алгоритм решения обратной задачи состоит в следующем:

1) Определить координаты точки B_i в глобальной системе $\{GL\}$, согласно соотношению (2.15);

2) Найти координаты точки A_i в глобальной системе $\{GL\}$, согласно соотношению (2.14);

3) Рассчитать координаты точки A_i в системе $\{O_i\}$, согласно соотношению (2.13);

4) Вычислить значение обобщенной координаты механизма q_i , согласно соотношению (2.12).

Данный алгоритм используется для каждой кинематической цепи механизма и позволяет определить значения всех обобщенных координат.

Пример решения обратной задачи о положении

Рассмотрим пример решения обратной задачи о положении для механизма с параметрами, приведенными в табл. 2.1.

i	1	2	3	4	5	6
	(114)	(22)	(227)	(486)	(486)	(357)
р _{<i>Oi</i>} , мм	385	113	18	57	217	386
	(525)	(525)	(525)	(525)	(525)	(525)
α_i , рад	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	π	$-\frac{\pi}{2}$

Табл. 2.1. Параметры механизма

i	1	2	3	4	5	6	
R _{Oi}	$\begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) & 0 & \sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i) & 0 & -\cos(\alpha_i) \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$						
р _{Сі} , мм	$ \begin{pmatrix} 53\\ 202\\ 499 \end{pmatrix} $			03 2 99)	$ \begin{pmatrix} 403\\ 352\\ 499 \end{pmatrix} $		
\mathbf{p}_{Bi}^{PL} , MM	$\begin{pmatrix} -101\\0\\0 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 0\\ -33\\ 0 \end{pmatrix}$		$ \begin{pmatrix} 0\\ 33\\ 0 \end{pmatrix} $		
L_{ASi} , MM	313						
L_{ABi} , MM	585						

Примечание: α_i – вспомогательная переменная для расчета матрицы \mathbf{R}_{Oi} .

Законы движения выходного звена в системе $\{GL\}$:

$$x(t) = 320 + 20t \text{ мм, } y(t) = 202 \text{ мм, } z(t) = 273 \text{ мм,}$$

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{18} \text{ рад, } \Theta(t) = -\frac{\pi}{18} \text{ рад, } \psi(t) = \frac{\pi}{60} \sin(10t) \text{ рад,}$$
(2.16)

где t – время, c.

Для расчета решения обратной задачи о положении была составлена программа в пакете MATLAB. Расчет проводился для отрезка времени t = [0; 1, 5] с, при этом на данном отрезке были равномерно выбраны 150 точек, для которых и проводилось решение задачи о положении. Результаты расчета в виде графиков зависимостей $q_i(t)$ приведены на рис. 2.8. Время расчета составило 16 мс.



Рис. 2.8. Пример решения обратной задачи о положении в пакете MATLAB

На графиках выше можно наблюдать, как линейные и периодические законы изменения отдельных составляющих координат выходного звена в формуле (2.16) приводят к сложению линейных и периодических законов изменения обобщенных координат.

2.3 Решение прямой задачи о положении

Прямая задача о положении заключается в определении координат выходного звена при известных значениях обобщенных координат. Другими словами, необходимо определить координаты вектора положения \mathbf{p}_{pl} и значения углов φ , ϑ , ψ выходного звена в зависимости от обобщенных координат \mathbf{q} . Решение прямой задачи о положении может быть использовано при определении рабочей зоны механизма, а также при составлении уравнений движения механизма [26, 157, 182]. Для механизмов параллельной структуры решение данной задачи, как правило, намного сложнее, чем решение обратной задачи о положении, и может не существовать в аналитическом виде. В связи с этим для решения прямой задачи о положении довольно часто прибегают к использованию различных численных методов [101, 157, 158, 166].

В качестве метода решения прямой задачи о положении рассмотрим геометрический подход, основанный на анализе поверхностей и траекторий, которые могут описывать отдельные элементы механизма (шарниры и звенья) при постоянных значениях обобщенных координат. Составляя уравнения данных поверхностей и траекторий, можно получить систему соотношений, из которых может быть найдено решение рассматриваемой задачи. Известны многочисленные примеры использования такого подхода для решения прямой задачи о положении [119, 121, 170]. Покажем, как данный метод можно применить ДЛЯ рассматриваемого механизма [5, 13].

Пусть все приводы механизма будут зафиксированы, а обобщенные координаты **q** механизма имеют некие постоянные и известные значения. При известных значениях обобщенных координат точка A_i лежит на поверхности сферы Φ_i радиуса L_{ASi} с центром в точке S_i (рис. 2.9).

Уравнение такой сферической поверхности имеет вид [27]:

$$(x - x_{Si})^{2} + (y - y_{Si})^{2} + (z - z_{Si})^{2} = L^{2}_{ASi}, \qquad (2.17)$$

где $(x_{Si} \ y_{Si} \ z_{Si})^T = \mathbf{p}_{Si}$ – координаты центра сферы Φ_i в глобальной системе $\{GL\}$, зависящие от значения обобщенной координаты q_i и определяемые следующим образом:

$$\mathbf{p}_{Si} = \mathbf{p}_{Oi} + \mathbf{R}_{Oi} \begin{pmatrix} 0\\0\\q_i \end{pmatrix}.$$
 (2.18)



Рис. 2.9. Геометрическое решение прямой задачи о положении

Для кинематических цепей с номерами 1 и 2 точка A_i является общей (обозначим ее A_{12}) и лежит на пересечении сферических поверхностей Φ_1 и Φ_2 (рис. 2.9). В общем случае данные поверхности пересекаются по окружности K_{A12} . Аналогично для пар кинематических цепей 3–4 и 5–6 соответствующие общие точки A_{34} и A_{56} будут лежать на пересечении сфер Φ_3 , Φ_4 и Φ_5 , Φ_6 , а сферические поверхности будут пересекаться по окружностям K_{A34} и K_{A56} . Используя выражение (2.17), можно составить соотношения, описывающие пересечения данных сфер:

$$(x_{A12} - x_{S1})^{2} + (y_{A12} - y_{S1})^{2} + (z_{A12} - z_{S1})^{2} = L_{AS1}^{2}, (x_{A12} - x_{S2})^{2} + (y_{A12} - y_{S2})^{2} + (z_{A12} - z_{S2})^{2} = L_{AS2}^{2},$$

$$(2.19)$$

$$(x_{A34} - x_{S3})^{2} + (y_{A34} - y_{S3})^{2} + (z_{A34} - z_{S3})^{2} = L_{AS3}^{2},$$

$$(x_{A34} - x_{S4})^{2} + (y_{A34} - y_{S4})^{2} + (z_{A34} - z_{S4})^{2} = L_{AS4}^{2},$$
(2.20)

$$(x_{A56} - x_{S5})^{2} + (y_{A56} - y_{S5})^{2} + (z_{A56} - z_{S5})^{2} = L_{AS5}^{2}, (x_{A56} - x_{S6})^{2} + (y_{A56} - y_{S6})^{2} + (z_{A56} - z_{S6})^{2} = L_{AS6}^{2},$$
(2.21)

где $\begin{pmatrix} x_{A12} & y_{A12} & z_{A12} \end{pmatrix}^T$, $\begin{pmatrix} x_{A34} & y_{A34} & z_{A34} \end{pmatrix}^T$ и $\begin{pmatrix} x_{A56} & y_{A56} & z_{A56} \end{pmatrix}^T$ – координаты точек A_{12} , A_{34} и A_{56} соответственно в системе $\{GL\}$.

Обозначим точки B_i и C_i , принадлежащие парам кинематических цепей 1–2, 3–4 и 5–6, B_{12} , B_{34} , B_{56} и C_{12} , C_{34} , C_{56} соответственно (рис. 2.9). Можно составить уравнения прямых, проходящих через точки A_i , B_i и C_i [27]:

$$\frac{x_{C12} - x_{A12}}{x_{B12} - x_{A12}} = \frac{y_{C12} - y_{A12}}{y_{B12} - y_{A12}} = \frac{z_{C12} - z_{A12}}{z_{B12} - z_{A12}},$$
(2.22)

$$\frac{x_{C34} - x_{A34}}{x_{B34} - x_{A34}} = \frac{y_{C34} - y_{A34}}{y_{B34} - y_{A34}} = \frac{z_{C34} - z_{A34}}{z_{B34} - z_{A34}},$$
(2.23)

$$\frac{x_{C56} - x_{A56}}{x_{B56} - x_{A56}} = \frac{y_{C56} - y_{A56}}{y_{B56} - y_{A56}} = \frac{z_{C56} - z_{A56}}{z_{B56} - z_{A56}},$$
(2.24)

где $(x_{B12} \ y_{B12} \ z_{B12})^T$, $(x_{B34} \ y_{B34} \ z_{B34})^T$ и $(x_{B56} \ y_{B56} \ z_{B56})^T$ – координаты общих точек B_{12} , B_{34} и B_{56} соответственно в системе $\{GL\}$;

 $(x_{C12} \ y_{C12} \ z_{C12})^T$, $(x_{C34} \ y_{C34} \ z_{C34})^T$ и $(x_{C56} \ y_{C56} \ z_{C56})^T$ – координаты общих точек C_{12} , C_{34} и C_{56} соответственно в системе {GL}.

Добавим к уравнениям выше соотношения, связывающие длины отрезков $A_{12}B_{12}$, $A_{34}B_{34}$ и $A_{56}B_{56}$ с координатами вершин этих отрезков:

$$(x_{A12} - x_{B12})^{2} + (y_{A12} - y_{B12})^{2} + (z_{A12} - z_{B12})^{2} = L^{2}_{AB12}, \qquad (2.25)$$

$$\left(x_{A34} - x_{B34}\right)^{2} + \left(y_{A34} - y_{B34}\right)^{2} + \left(z_{A34} - z_{B34}\right)^{2} = L_{AB34}^{2}, \qquad (2.26)$$

$$\left(x_{A56} - x_{B56}\right)^2 + \left(y_{A56} - y_{B56}\right)^2 + \left(z_{A56} - z_{B56}\right)^2 = L^2_{AB56}, \qquad (2.27)$$

где L_{AB12} , L_{AB34} и L_{AB56} – длины отрезков $A_{12}B_{12}$, $A_{34}B_{34}$ и $A_{56}B_{56}$ соответственно.

При движении точки A_{12} по окружности K_{A12} точка B_{12} будет описывать в пространстве кривую K_{B12} (рис. 2.9). Аналогичные кривые K_{B34} и K_{B56} будут для точек B_{34} и B_{56} соответственно. При этом точки B_{12} , B_{34} и B_{56} должны занимать такие положения на своих кривых, что длины отрезков $B_{12}B_{34}$, $B_{34}B_{56}$ и $B_{56}B_{12}$ были бы равны известным длинам сторон выходного звена L_{PL13} , L_{PL35} и L_{PL51} соответственно. Эти условия приводят к следующим соотношениям:

$$(x_{B12} - x_{B34})^2 + (y_{B12} - y_{B34})^2 + (z_{B12} - z_{B34})^2 = L_{PL13}^2,$$
(2.28)

$$\left(x_{B34} - x_{B56}\right)^2 + \left(y_{B34} - y_{B56}\right)^2 + \left(z_{B34} - z_{B56}\right)^2 = L_{PL35}^2, \qquad (2.29)$$

$$\left(x_{B56} - x_{B12}\right)^{2} + \left(y_{B56} - y_{B12}\right)^{2} + \left(z_{B56} - z_{B12}\right)^{2} = L_{PL51}^{2}.$$
(2.30)

Соотношения (2.19) – (2.30) представляют собой систему из 18 уравнений, 12 из которых являются квадратными и 6 – линейными, относительно 18 неизвестных, которыми являются координаты шести точек: A_{12} , A_{34} , A_{56} и B_{12} , B_{34} , B_{56} . Получить решение данной системы нелинейных уравнений в аналитическом виде не представляется возможным, и для его определения необходимо использовать численные методы, например, такие, как метод Ньютона, метод наименьших квадратов и др. [2].

В качестве начального приближения для численного решения можно задать вектор предполагаемого положения выходного звена \mathbf{p}_{pl}^{0} и предполагаемые значения углов ориентации $\phi^{0}, \theta^{0}, \psi^{0}$ выходного звена. Далее аналитически решаем обратную задачу о положении согласно разделу 2.2 и определяем начальное приближение для координат точек A_{12} , A_{34} , A_{56} , B_{12} , B_{34} и B_{56} , а затем численно решаем систему составленных уравнений. Определив координаты точек B_{12} , B_{34} и B_{56} , можно вычислить значения вектора положения \mathbf{p}_{pl} и углов ориентации φ, θ, ψ выходного звена. Введем следующие обозначения координат точек B_{12} , B_{34} и B_{56} ,:

$$\mathbf{p}_{B12} = \begin{pmatrix} x_{B12} & y_{B12} & z_{B12} \end{pmatrix}^{T}, \mathbf{p}_{B34} = \begin{pmatrix} x_{B34} & y_{B34} & z_{B34} \end{pmatrix}^{T}, \mathbf{p}_{B56} = \begin{pmatrix} x_{B56} & y_{B56} & z_{B56} \end{pmatrix}^{T}.$$
(2.31)

Согласно рис. 2.3, связанная с выходным звеном система координат $\{PL\}$ построена таким образом, что начало отсчета O_{pl} расположено посередине отрезка, соединяющего пару сферических шарниров выходного звена, ось Y_{pl} коллинеарна с данным отрезком, а ось Z_{pl} направлена перпендикулярно плоскости, образованной тремя сферическими шарнирами выходного звена. Пусть начало отсчета O_{pl} расположено посередине отрезка $B_{34}B_{56}$, а ось Y_{pl} направлена от B_{34} к B_{56} (рис. 2.10).



Рис. 2.10. Система координат выходного звена

Вектор положения выходного звена

$$\mathbf{p}_{pl} = \frac{\mathbf{p}_{B34} + \mathbf{p}_{B56}}{2}.$$
 (2.32)

Орты \mathbf{i}_{pl} , \mathbf{j}_{pl} , \mathbf{k}_{pl} системы координат $\{PL\}$ (рис. 2.10) можно определить следующим образом:

$$\mathbf{j}_{pl} = \frac{\mathbf{p}_{B56} - \mathbf{p}_{B34}}{|\mathbf{p}_{B56} - \mathbf{p}_{B34}|},\tag{2.33}$$

$$\mathbf{k}_{pl} = \frac{(\mathbf{p}_{B34} - \mathbf{p}_{B12}) \times (\mathbf{p}_{B56} - \mathbf{p}_{B34})}{|(\mathbf{p}_{B34} - \mathbf{p}_{B12}) \times (\mathbf{p}_{B56} - \mathbf{p}_{B34})|},$$
(2.34)

$$\mathbf{i}_{pl} = \mathbf{j}_{pl} \times \mathbf{k}_{pl}.$$

Матрица поворота выходного звена относительно системы $\{GL\}$

$$\mathbf{R}_{pl} = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_{pl} & \mathbf{j}_{pl} & \mathbf{k}_{pl} \end{pmatrix}.$$
(2.36)

С другой стороны, эту матрицу поворота можно определить, пользуясь соотношениями (2.8) – (2.11):

$$\mathbf{R}_{pl} = \begin{pmatrix} \cos(\phi)\cos(\theta) & \dots & \dots \\ \sin(\phi)\cos(\theta) & \dots & \dots \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\theta)\cos(\psi) \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

где многоточием обозначены прочие члены матрицы поворота \mathbf{R}_{pl} , зависящие от углов ориентации выходного звена ϕ, θ и ψ .

Приравнивая отдельные компоненты составленных выше матриц поворота, определяем углы ориентации выходного звена:

$$\theta = -\arcsin\left(\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{pl} \end{bmatrix}_{3}\right), \tag{2.38}$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\left\lfloor \mathbf{1}_{pl} \right\rfloor_2}{\cos(\theta)}\right),\tag{2.39}$$

$$\Psi = \arcsin\left(\frac{\left[\mathbf{j}_{pl}\right]_{3}}{\cos(\theta)}\right). \tag{2.40}$$

Таким образом, алгоритм решения прямой задачи о положении геометрическим способом состоит в следующем:

1) Задать начальное приближение для вектора положения \mathbf{p}_{pl}^{0} и углов ориентации $\phi^{0}, \theta^{0}, \psi^{0}$ выходного звена;

2) Для данного начального приближения решить обратную задачу о положении согласно разделу 2.2 и определить начальное приближение для координат точек A_{12} , A_{34} , A_{56} , B_{12} , B_{34} и B_{56} ;

3) Определить численное решение системы уравнений (2.19) – (2.30) относительно полученного выше приближения для координат точек A_{12} , A_{34} , A_{56} , B_{12} , B_{34} и B_{56} ;

Используя соотношения (2.32) – (2.40), определить вектор положения **p**_{pl}
 и углы ориентации выходного звена φ, θ, ψ выходного звена.

Составленная система соотношений (2.19) – (2.30) содержит ряд квадратных уравнений, каждое из которых может иметь несколько решений. В результате возможно существование большого числа решений для всей системы уравнений, а определение конкретного решения значительно зависит от выбора начального приближения для численного решения. Задача определения всех возможных решений прямой задачи о положении не входит в данную работу, но примеры определения этих решений могут найдены в [85, 155].

Пример решения прямой задачи о положении

Рассмотрим пример решения прямой задачи о положении для механизма с параметрами из табл. 2.1. Законы изменения обобщенных координат механизма q(t) возьмем из примера решения обратной задачи о положении, приведенного в разделе 2.2 (рис. 2.8). В качестве численного метода используем метод наименьших квадратов [2]. Начальное приближение для численного решения выберем следующее:

$$\mathbf{p}_{pl}^{0} = (330 \ 250 \ 250)^{T}$$
 мм, $\phi^{0} = \theta^{0} = \psi^{0} = 0$ рад. (2.41)

Для расчета решения прямой задачи о положении геометрическим способом была составлена программа в пакете MATLAB. Расчет проводился на том же отрезке времени и для того же количества точек, что и в примере решения обратной задачи о положении в разделе 2.2. Начальные условия для каждой следующей точки были равны результатам численного решения для предыдущей точки. Результаты расчета в виде графиков зависимостей x(t), y(t), z(t), $\varphi(t)$, $\theta(t)$ и $\psi(t)$ приведены на рис. 2.11. Время расчета составило 1,5 с.



Рис. 2.11. Пример решения прямой задачи о положении геометрическим методом в пакете MATLAB

Как видно из графиков на рис. 2.11, полученное решение полностью совпадает с заданными выражениями (2.16) из примера решения обратной задачи о положении.

ГЛАВА 3. Определение рабочих зон механизма

Построение рабочей зоны механизма заключается в определении области пространства, которую может занимать выходное звено механизма с учетом конструктивных и прочих ограничений. Таким ограничениями, как правило, являются:

• Ограничения на диапазоны изменения обобщенных координат механизма;

• Ограничения на диапазоны изменения углов и линейных перемещений в пассивных шарнирах механизма;

• Условия расположения звеньев механизма, при котором звенья в процессе движения не сталкиваются друг с другом или с другими объектами.

Размеры и форма рабочей зоны механизма являются одними из важнейших параметров механизма и зависят не только от вышеупомянутых ограничений, но также и от структуры механизма. Механизмы параллельной структуры, как правило, обладают небольшой рабочей зоной, что является одним из их главных недостатков. Более того, анализ их рабочей зоны, обычно, гораздо сложнее, чем у механизмов последовательной структуры, особенно, если механизм обладает более чем тремя степенями свободы [182]. В связи с этим для рассматриваемого механизма с шестью степенями свободы можно выделить несколько типов рабочих зон [110]:

1) Рабочая зона постоянной ориентации – множество положений в пространстве, которое может занимать выходное звено механизма при заранее заданной, постоянной ориентации;

2) Максимальная рабочая зона – множество положений в пространстве, которое может занимать выходное звено механизма без каких-либо ограничений на его ориентацию;

3) Эффективная рабочая зона – множество положений в пространстве, которое может занимать выходное звено механизма для любой ориентации из

заранее заданного диапазона;

4) Рабочая зона постоянного положения – множество ориентаций, которое может занимать выходное звено механизма при заранее заданном, постоянном положении.

Известны различные методы определения данных рабочих зон [110, 182]:

• Геометрические методы, основанные на построении поверхностей, которые описывают звенья и шарниры механизма в процессе движения, и определении пересечений данных поверхностей [47, 50, 55, 99, 102, 103, 118, 154, 161];

• Дискретные методы, основанные на разбиении всего пространства на отдельные точки и проверки условий выполнения ограничений для каждой из этих точек [10, 42, 55, 92, 146, 152, 201];

• Оптимизационные методы, определяющие границу рабочей зоны как решение задачи условной оптимизации [86, 111, 112, 184, 199].

Рассмотрим построение рабочей зоны постоянной ориентации и рабочей зоны постоянного положения для исследуемого механизма [5, 13].

3.1 Построение рабочей зоны постоянной ориентации

Для рассматриваемого механизма можно выделить следующие ограничения:

1) Ограничения на диапазон изменения обобщенных координат **q**:

$$q_{i\min} < q_i < q_{i\max}, \tag{3.1}$$

где $q_{i\,min}$ и $q_{i\,max}$ – соответственно минимально и максимально допустимые значения обобщенной координаты q_i , обусловленные конструктивными ограничениями механизма.

2) Ограничения на углы в сферических шарнирах B_i и C_i (рис. 2.5):

$$\left|\delta_{i}\right| < \delta_{i\,max},\tag{3.2}$$

где δ_i – угол между звеном $A_i B_i$ и осью внешнего неподвижного кольца сферического подшипника B_i или C_i ;

δ_{i max} – максимально допустимое значение угла δ_i, обусловленное конструкцией и условиями эксплуатации конкретного подшипника.

3) Ограничения на углы между звеньями $A_i B_i$ и $A_i S_i$ (рис. 2.5):

$$\left|\beta_{i}\right| > \beta_{i \min}, \tag{3.3}$$

где
$$\beta_i$$
 – угол между звеном $A_i B_i$ и звеном $A_i S_i$;

 $\beta_{i \min}$ — минимально допустимое значение угла β_i , обусловленное конструкцией звеньев $A_i B_i$ и $A_i S_i$.

Поскольку для рассматриваемого механизма существует решение обратной задачи о положении в аналитическом виде, а решение прямой задачи о положении определяется только численными методами, то для построения рабочей зоны механизма удобней воспользоваться дискретным методом «сканирования» пространства вокруг выходного звена механизма [10]. Алгоритм построения рабочей зоны включает несколько этапов:

1) Определяются габариты сканируемого пространства:

$$x_{min} \le x \le x_{max},$$

$$y_{min} \le y \le y_{max},$$

$$z_{min} \le z \le z_{max},$$

(3.4)

где $(x \ y \ z)^T$ – координаты точки выходного звена механизма, для которой производится построение рабочей зоны, внутри сканируемого пространства в глобальной системе координат $\{GL\}$;

$$\begin{pmatrix} x_{min} & y_{min} & z_{min} \end{pmatrix}^T$$
 и $\begin{pmatrix} x_{max} & y_{max} & z_{max} \end{pmatrix}^T$ – соответственно минимальное и

максимальное значения координат этой точки в той же системе координат, определяющие габариты сканируемого пространства.

2) Габариты сканируемого пространства дискретизируются на определенное количество точек по каждой из координат.

3) Для каждой из этих точек, начиная от точки с координатами $(x_{min} \ y_{min} \ z_{min})^T$ и заканчивая точкой с координатами $(x_{max} \ y_{max} \ z_{max})^T$, рассчитывается решение обратной задачи о положении для выбранной точки выходного звена механизма. При этом ориентация выходного звена считается постоянной и заранее заданной.

4) Если для конкретной точки сканируемого пространства решение обратной задачи о положении удовлетворяет условиям (3.1) для каждой обобщенной координаты q_i , а также выполняются условия (3.2) и (3.3) для каждой из кинематических цепей механизма, то эта точка считается принадлежащей рабочей зоне механизма.

Таким образом, сканируя пространство по трем координатам с определенным шагом и проверяя для каждой точки решение обратной задачи о положении на выполнение условий (3.1) – (3.3), определяют рабочую зону механизма. Первоначально габариты рабочей зоны могут быть неизвестны, в связи с чем объем сканируемого пространства может быть достаточно большим. Поэтому, как правило, сначала проводят сканирование пространства с крупным шагом дискретизации, а затем, получив определенные данные о положении рабочей зоны механизма в пространстве, уменьшают объем сканируемого пространства и также уменьшают шаг дискретизации для получения более точных результатов.

Пример построения рабочей зоны постоянной ориентации

Рассмотрим пример построения рабочей зоны для механизма с параметрами, приведенными в табл. 2.1. Пусть конструктивные ограничения механизма, определяющие условия (3.1) – (3.3), соответствуют табл. 3.1.

i	1	2	3	4	5	6	
$q_{i{\it min}},{ m MM}$	35	5	35	5	35	5	
$q_{i max}$, MM	129	109	129	109	129	109	
δ _{і max} , град	13						
β _{і тіп} , град	10						

Табл. 3.1. Конструктивные ограничения механизма

Для определения рабочей зоны механизма была составлена программа в пакете MATLAB. Сканирование проводилось для точки O_{pl} выходного звена механизма. Построение рабочей зоны было проведено за несколько стадий, включающих постепенное уменьшение габаритов сканируемого пространства и шага дискретизации. Габариты сканируемого пространства на последней стадии:

$$\begin{pmatrix} x_{min} & y_{min} & z_{min} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 250 & 120 & 200 \end{pmatrix}^{T} \text{ MM}, \\ \begin{pmatrix} x_{max} & y_{max} & z_{max} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 400 & 300 & 300 \end{pmatrix}^{T} \text{ MM}.$$
 (3.5)

По каждой из координат сканируемое пространство разбивалось на 60 точек. Далее программа на основе полученного после сканирования пространства массива точек, принадлежащих рабочей зоне механизма, строила поверхность, охватывающие эти точки, а также определяла объем рабочей зоны. Для всех точек сканируемого пространства углы ориентации были следующими:

$$\varphi = \theta = \psi = 0 \text{ pag.} \tag{3.6}$$

Результаты работы программы приведены на рис. 3.1. Время работы программы составило 28 с. Объем рабочей зоны составил 155 см³. Диапазон изменения координат выходного звена:

$$(273 \le x \le 363)$$
 MM,
 $(150 \le y \le 258)$ MM,
 $(233 \le z \le 288)$ MM. (3.7)



Рис. 3.1. Рабочая зона постоянной ориентации (вверху) и ее сечения по двум плоскостям (внизу), построенные в пакете MATLAB

Габариты рабочей зоны механизма являются одним из самых важных критериев в процессе определения длин звеньев механизма и разработки его конструкции. В связи с этим становится актуальной задача исследования влияния размеров звеньев механизма (табл. 2.1), а также величин конструктивных ограничений (табл. 3.1) на размеры рабочей зоны.

Сперва рассмотрим, как зависят размеры рабочего пространства механизма от длины его промежуточных звеньев L_{ASi} . Для решения данной задачи была составлена программа в пакете MATLAB, в которой значение величины L_{ASi} менялось в диапазоне от 170 до 370 мм с шагом в 10 мм, и для каждого значения определялись границы рабочей зоны. При этом все остальные параметры механизма соответствовали табл. 2.1 и табл. 3.1. Результаты работы программы приведены на рис. 3.2. Время расчета составило 30 мин.



Рис. 3.2. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянной ориентации от длины L_{ASi} промежуточных звеньев механизма

Из графиков на рисунке выше можно видеть, что с увеличением длины L_{ASi} промежуточных звеньев механизма до значения в 300 мм габариты рабочей зоны в горизонтальной плоскости (параллельной плоскости $X_{gl}O_{gl}Y_{gl}$ системы $\{GL\}$) возрастают, а с дальнейшим увеличением длины L_{ASi} уменьшаются. В вертикальном направлении (вдоль оси Z_{gl} системы $\{GL\}$) габариты рабочей пространства не меняются, а лишь смещаются вверх вдоль оси Z_{gl} .

Теперь покажем, как меняются габариты рабочей зоны постоянной ориентации в зависимости от длины L_{ABi} стержней механизма. Аналогично предыдущему исследованию, для решения данной задачи была составлена программа в пакете MATLAB, в которой значение величины L_{ABi} менялось в диапазоне от 520 до 780 мм с шагом в 10 мм, и для каждого значения определялись границы рабочей зоны, а все остальные параметры и конструктивные ограничения механизма соответствовали табл. 2.1 и табл. 3.1. Результаты работы программы



приведены на рис. 3.3. Время работы программы составило 31 мин.

Рис. 3.3. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянной ориентации от длины L_{ABi} стержней механизма

Анализ результатов расчета показывает, что увеличение длины L_{ABi} стержней механизма до значения в 600 мм способствует увеличению габаритов рабочей зоны в горизонтальной плоскости, а с дальнейшим ростом значения L_{ABi} габариты рабочей зоны в данной плоскости уменьшаются. С увеличением длины L_{ABi} габариты рабочего пространства в вертикальном направлении остаются практически неизменными, но лишь смещаются вниз вдоль оси Z_{gl} .

Помимо значений длин звеньев на рабочую зону механизма значительным образом влияют конструктивные ограничения. Рассмотрим, как некоторые из упомянутых ранее ограничений воздействуют на габариты рабочего пространства постоянной ориентации.

Сначала исследуем влияние диапазона изменения обобщенных координат $\Delta q_i = q_{i max} - q_{i min}$ механизма. Для решения данной задачи была составлена

программа в пакете МАТLAB, в которой значение величины Δq_i менялось в диапазоне от 50 до 200 мм с шагом в 6 мм, и для каждого значения определялись границы рабочей зоны. Прочие параметры механизма соответствовали табл. 2.1 и табл. 3.1. При этом диапазон Δq_i строился относительно середины интервала $q_{i max} - q_{i min}$ из табл. 3.1. Результаты работы программы приведены на рис. 3.4. Время расчета составило 28 мин.



Рис. 3.4. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянной ориентации от диапазонов Δq_i изменения обобщенных координат механизма

Результаты расчета позволяют установить, что с расширением диапазона Δq_i изменения обобщенных координат механизма габариты рабочего пространства постоянной ориентации также возрастают.

Теперь исследуем, как влияют максимально допустимые углы δ_{i max} отклонения осей в сферических шарнирах механизма на размеры рабочей зоны. Для решения данной задачи была составлена программа в пакете MATLAB, в которой значение величины $\delta_{i\,max}$ менялось в диапазоне от 5° до 30° с шагом в 1°, и для каждого значения определялись границы рабочей зоны. Остальные параметры механизма соответствовали табл. 2.1 и табл. 3.1. Результаты работы программы приведены на рис. 3.5. Время расчета составило 26 мин.



Рис. 3.5. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянной ориентации от допустимого угла δ_{*i* max} между осями в сферических шарнирах механизма

Результаты на графиках выше показывают, что значение угла δ_{imax} практически не влияет на габариты рабочей зоны вдоль оси Z_{gl} . С ростом величины угла δ_{imax} до значения примерно в 13° габариты рабочей зоны вдоль оси Y_{gl} возрастают, а далее не меняются. При $\delta_{imax} \approx 17^{\circ}$ перестают меняться габариты рабочего пространства в направлении оси X_{gl} , и дальнейшее увеличение величины δ_{imax} никак не влияет на рабочую зону.

Таким образом, можно сделать вывод, что наибольшее влияние на размеры рабочей зоны постоянной ориентации оказывают ограничения на допустимый диапазон изменения обобщенных координат механизма.

3.2 Построение рабочей зоны постоянного положения

Аналогично предыдущему разделу можно построить рабочую зону постоянного положения, задаваясь некими фиксированными значениями декартовых координат какой-либо точки, связанной с выходным звеном. В этом случае сканируемым пространством является пространство углов:

$$\begin{split} \phi_{min} &\leq \phi \leq \phi_{max}, \\ \theta_{min} &\leq \theta \leq \theta_{max}, \\ \psi_{min} &\leq \psi \leq \psi_{max}, \end{split} \tag{3.8}$$

где φ, θ, ψ – углы ориентации выходного звена согласно разделу 2.2; φ_{min}, θ_{min}, ψ_{min} и φ_{max}, θ_{max}, ψ_{max} – соответственно минимальные и максимальные значения углов ориентации выходного звена, определяющие габариты сканируемого пространства.

Рассматриваемое пространство углов дискретизируется, для каждой точки полученного дискретного пространства решают обратную задачу о положении, а затем проверяют выполнение условий (3.1) – (3.3).

Пример построения рабочей зоны постоянного положения

Рассмотрим пример определения диапазона изменения углов ориентации выходного звена для механизма с параметрами, приведенными в табл. 2.1, и конструктивными ограничениями, указанными в табл. 3.1. За точку выходного звена, координаты которой в системе $\{GL\}$ заранее известны и для которой будет определяться решение обратной задачи о положении, выберем точку O_{pl} .

Для решения поставленной задачи была составлена программа в пакете MATLAB. Каждый из углов сканировался в диапазоне от -30° до $+30^{\circ}$. По каждому из углов сканируемое пространство разбивалось на 60 точек. Для всех точек сканируемого пространства координаты точки O_{pl} в системе {*GL*} были следующими:

$$(x \ y \ z)^{T} = (320 \ 200 \ 260)^{T} \text{ MM.}$$
 (3.9)

Результаты работы программы приведены на рис. 3.6. Время расчета составило 52 с. Диапазон изменения углов ориентации выходного звена:

$$(-17 \le \varphi \le 17)^{\circ},$$

 $(-13 \le \theta \le 7)^{\circ},$ (3.10)
 $(-12 \le \psi \le 11)^{\circ}.$



Рис. 3.6. Рабочая зона постоянного положения (вверху) и ее сечения по двум плоскостям (внизу), построенные в пакете MATLAB

Как и при анализе рабочей зоны постоянной ориентации, необходимо исследовать, как влияют длины звеньев механизма, а также его конструктивные

ограничения на габариты рабочего пространства. Аналогично предыдущему разделу был составлен ряд программ в пакете MATLAB, в которых в определенных диапазонах менялись отдельные параметры механизма и определялись границы рабочей зоны, но теперь в пространстве углов. Прочие параметры соответствовали табл. 2.1 и табл. 3.1.

Сначала было рассмотрено влияние длин L_{ASi} промежуточных звеньев механизма на размеры рабочего пространства. В предыдущем разделе было установлено, что с изменением данного параметра рабочая зона постоянной ориентации смещается вертикально вверх вдоль оси Z_{gl} (рис. 3.2). Поэтому при расчете необходимо учитывать данное смещение: для каждого значения величины L_{ASi} следует изменять значение координаты z в выражении (3.9) так, чтобы оно находилось примерно посередине интервала (z_{min} z_{max}) по рис. 3.2. Результаты расчета с учетом данного смещения приведены на рис. 3.7.



Рис. 3.7. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянного положения от длины L_{ASi} промежуточных звеньев механизма

Из графиков на рисунке выше можно видеть, что с увеличением длины L_{ASi} промежуточных звеньев механизма до значения примерно в 280 мм габариты рабочей зоны возрастают, а с дальнейшим увеличением длины L_{ASi} уменьшаются.

Далее была исследована зависимость размеров рабочей зоны постоянного положения от величины длины L_{ABi} стержней механизма. Согласно расчетам, проведенным в предыдущем разделе, изменение данного параметра приводит к смещению рабочей зоны постоянной ориентации вертикально вниз вдоль оси Z_{gl} (рис. 3.3). Данное смещение было учтено аналогичным расчетам выше способом. Результаты работы программы приведены на рис. 3.8.



Рис. 3.8. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянного положения от длины $L_{{\scriptscriptstyle ABi}}$ стержней механизма

Анализ результатов на графиках выше показывает, что с увеличением длины L_{ABi} стержней механизма до значения примерно в 620 мм габариты рабочей зоны возрастают, а с дальнейшим увеличением длины L_{ABi} уменьшаются.

Влияние диапазона изменения обобщенных координат Δq_i механизма на размеры рабочей зоны постоянного положения показано на рис. 3.9.



Рис. 3.9. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянного положения от диапазонов Δ*q_i* изменения обобщенных координат механизма

Как видно из графиков выше, при значениях Δq_i больше 80 мм размеры рабочей зоны постоянного положения не меняются, т.е. увеличение диапазона изменения обобщенных координат механизма никак не влияет на габариты рабочего пространства.

Наконец, была исследована зависимость габаритов рабочей зоны постоянного положения от максимально допустимых углов δ_{i max} отклонения осей в сферических шарнирах механизма. Результаты расчета приведены на рис. 3.10.



Рис. 3.10. Зависимость габаритов рабочей зоны постоянного положения от допустимого угла δ_{*i* max} между осями в сферических шарнирах механизма

Результаты расчета позволяют установить, что с увеличением величины δ_{*i* max} габариты рабочего пространства постоянного положения также возрастают.

Таким образом, можно сделать вывод, что наибольшее влияние на размеры рабочей зоны постоянного положения оказывают ограничения на допустимые углы отклонения в сферических шарнирах механизма.

ГЛАВА 4. Исследование динамики механизма

При работе механизма вследствие упругости его звеньев на движение выходного звена накладываются малые колебания, которые могут значительно снизить точность выполняемых операций. В связи с этим становится актуальной задача проведения динамического анализа механизма с учетом данной упругости звеньев.

Известны различные методы учета и моделирования упругости звеньев механизма [182]. В данной работе будем рассматривать упругость звеньев в рамках линейной механики деформированных стержней [33].

Анализ динамики механизма с учетом упругости стержней будем проводить в предположении, что жесткость стержней S_iA_i на всей длине и стержней A_iB_i на длине A_iC_i (рис. 2.5) намного больше жесткости стержней A_iB_i на длине C_iB_i , т.е. будем рассматривать только упругие деформации частей стержней A_iB_i , находящихся внутри рабочей области механизма, и соответствующие им силы упругости, действующие на выходное звено. Сперва рассмотрим, какие именно упругие силы и деформации возникают при работе механизма, а затем покажем, как их учесть при составлении уравнений движения.

4.1 Анализ упругих сил и деформаций

Проведем анализ действующих на выходное звено механизма упругих сил. Пусть все приводы механизма будут заторможены. Мысленно разъединим стержень A_iB_i с выходным звеном в сферическом шарнире B_i и обозначим конец стержня E_i (рис. 4.1) с координатами \mathbf{p}_{Ei} относительно глобальной системы {GL}.



Рис. 4.1. К определению скоростей точек звеньев механизма

Для определения направления действия вектора упругих сил \mathbf{F}_{ynpi} сперва необходимо определить направление возможной скорости \mathbf{v}_{Ei} точки E_i (рис. 4.1). Сначала найдем направление возможной скорости \mathbf{v}_{Ai} точки A_i . Поскольку при заторможенных приводах траектория точки A_i является окружностью (см. раздел 2.3 и рис. 2.9), ее возможная скорость \mathbf{v}_{Ai} будет направлена перпендикулярно плоскости $S_i S_{i+1} A_i$ (рис. 4.1). Данный вектор может быть определен из решения матричного уравнения [27]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{Si} & \mathbf{p}_{Si+1} & \mathbf{p}_{Ai} \end{pmatrix}^T \mathbf{v}_{Ai} = \mathbf{E}_{3\times 1}.$$
 (4.1)

Вектор \mathbf{v}_{Ai} можно спроецировать на направление стержня $A_i E_i$ и на плоскость Π_{Ai} , перпендикулярную данному стержню, – получим проекции $\mathbf{v}_{Ai}^{\prime\prime}$ и \mathbf{v}_{Ai}^{\perp} соответственно (рис. 4.1) [27]:

$$\mathbf{v}_{Ai}^{\prime\prime} = \mathbf{v}_{Ai} \cdot \left(\mathbf{p}_{Ci} - \mathbf{p}_{Ai}\right) \frac{\mathbf{p}_{Ci} - \mathbf{p}_{Ai}}{L_{ACi}^2},\tag{4.2}$$

$$\mathbf{v}_{Ai}^{\perp} = \mathbf{v}_{Ai} - \mathbf{v}_{Ai}^{\prime\prime}, \tag{4.3}$$

где L_{ACi} – длина части стержня A_iC_i .

Вектор возможной скорости точки E_i можно определить аналогичным образом через сумму его проекций $\mathbf{v}_{Ei}^{\prime\prime}$ на направление стержня $A_i E_i$ и \mathbf{v}_{Ei}^{\perp} перпендикулярно стержню:

$$\mathbf{v}_{Ei} = \mathbf{v}_{Ei}^{\prime\prime} + \mathbf{v}_{Ei}^{\perp}, \tag{4.4}$$

причем, в силу того что стержень $A_i E_i$ является твердым телом, должны выполняться следующие соотношения [29]:

$$\mathbf{v}_{Ei}^{\prime\prime} = \mathbf{v}_{Ai}^{\prime\prime},\tag{4.5}$$

$$\mathbf{v}_{Ei}^{\perp} = -\frac{L_{CEi}}{L_{ACi}} \mathbf{v}_{Ai}^{\perp}, \tag{4.6}$$

где L_{CEi} – длина части стержня $C_i E_i$.

Зная направление вектора возможной скорости v_{Ei} точки E_i , можно построить в данной точке плоскость Π_{Ei} , перпендикулярную этому вектору (рис. 4.1). Именно в этой плоскости будут действовать силы упругих деформаций.

Если стержень $A_i E_i$ упруго деформирован, возникающие при этом силы упругости, действующие на выходное звено механизма в сферическом шарнире B_i можно определить следующим образом [33]:

$$\mathbf{F}_{_{\mathrm{H}31i}} = \frac{3EJ_i}{L_{CEi}^3} \mathbf{d}_{1i}, \qquad (4.7)$$

$$\mathbf{F}_{_{\mathrm{H3}\,2\,i}} = \frac{3EJ_i}{L_{CEi}^3} \mathbf{d}_{21i},\tag{4.8}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{c}\pi i} = \frac{EF_i}{L_{CEi}} \mathbf{d}_{22i},\tag{4.9}$$

где $\mathbf{F}_{_{\text{из1}i}}, \ \mathbf{F}_{_{\text{из2}i}}$ – силы изгибной упругости;

 $\mathbf{F}_{\mathrm{cж}\,i}$ – сила продольной упругости;

 \mathbf{d}_{1i} , \mathbf{d}_{21i} и \mathbf{d}_{22i} – деформации стержня (рис. 4.2);

 EJ_i и EF_i – изгибная и продольная жесткости стержня соответственно.



Рис. 4.2. Упругие деформации стержня $A_i E_i$

Для определения величин деформаций в формулах (4.7) – (4.9) рассмотрим, как раскладывается полная деформация $B_i E_i$ стержня на отдельные составляющие. Данную деформацию можно представить в виде суммы деформаций \mathbf{d}_{1i} и \mathbf{d}_{2i} , где величина \mathbf{d}_{2i} в свою очередь представляется в виде суммы величин \mathbf{d}_{21i} и \mathbf{d}_{22i} . Рассмотрим порядок определения данных величин.

1) Деформация \mathbf{d}_{1i} соответствует изгибу стержня в направлении прямой l_i , лежащей в плоскости Π_{Ei} и перпендикулярной стержню (рис. 4.2). Для ее определения сначала находим вектор \mathbf{l}_i , направленный вдоль прямой l_i , [27]:

$$\mathbf{l}_{i} = \left(\mathbf{p}_{Ei} - \mathbf{p}_{Ci}\right) \times \mathbf{v}_{Ei}.$$
(4.10)

Искомую деформацию **d**_{1i} можно вычислить следующим образом [27]:
$$\mathbf{d}_{1i} = \left(\mathbf{p}_{Ei} - \mathbf{p}_{Bi}\right) \cdot \mathbf{l}_i \frac{\mathbf{l}_i}{\left|\mathbf{l}_i\right|^2}.$$
(4.11)

2) Деформация \mathbf{d}_{2i} , направленная вдоль прямой m_i , лежащей в плоскости Π_{Ei} и перпендикулярной прямой l_i , (рис. 4.2), соответствует суммарному сжатию \mathbf{d}_{22i} и изгибу \mathbf{d}_{21i} стержня и может быть легко определена:

$$\mathbf{d}_{2i} = \left(\mathbf{p}_{Ei} - \mathbf{p}_{Bi}\right) - \mathbf{d}_{1i}.$$
(4.12)

Сжатие \mathbf{d}_{22i} стержня является проекцией деформации \mathbf{d}_{2i} на направление стержня [27]:

$$\mathbf{d}_{22i} = \mathbf{d}_{2i} \cdot \left(\mathbf{p}_{Ei} - \mathbf{p}_{Ci}\right) \frac{\mathbf{p}_{Ei} - \mathbf{p}_{Ci}}{L_{CEi}^2}.$$
(4.13)

Определение величины изгиба \mathbf{d}_{21i} не представляет труда:

$$\mathbf{d}_{21i} = \mathbf{d}_{2i} - \mathbf{d}_{22i}. \tag{4.14}$$

 $(1 \ 1 \ 1)$

4.2 Составление уравнений движения

Теперь, зная величины деформаций, по формулам (4.7) – (4.9) можно найти действующие на выходное звено силы упругости и составить уравнения движения выходного звена относительно системы {*GL*}, которые в данном случае удобно записывать в виде уравнений Ньютона-Эйлера [26]:

$$m_{\Sigma} \mathbf{a}_{Gpl} = \sum_{k=1}^{\nu} \mathbf{F}_k, \qquad (4.15)$$

$$\mathbf{I}_{G\Sigma} \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\omega}_{pl} \times \mathbf{I}_{G\Sigma} \boldsymbol{\omega}_{pl} = \sum_{l=1}^{\mu} \mathbf{M}_{l}, \qquad (4.16)$$

где m_{Σ} – масса выходного звена механизма с учетом приведенных к его шарнирам масс стержней;

 $I_{G\Sigma}$ — тензор инерции выходного звена механизма с учетом приведенных масс, вычисленный в центре масс выходного звена;

a_{*G pl} – ускорение* центра масс выходного звена;</sub>

 $\mathbf{\omega}_{\it pl}$ – угловая скорость выходного звена;

 $\mathbf{\epsilon}_{_{pl}}$ – угловое ускорение выходного звена;

 \mathbf{F}_k – внешняя сила, приложенная в некой точке P_k выходного звена;

М₁ – внешний момент, действующий на выходное звена относительно его центра масс.

Отметим, что выражения выше учитывают масс-инерционные характеристики стержней механизма, приведенные к сферическим шарнирам выходного звена. Известны различные способы приведения масс [7, 11]. Рассмотрим метод, основанный на равенстве первой собственной частоты колебаний стержня и частоты колебаний эквивалентной ему массы [11].

С учетом указанных в начале данной главы допущений, а также анализа действующих на выходное звено упругих сил схема нагружения каждого из стержней механизма может быть представлена в виде, показанном на рис. 4.3.



Рис. 4.3. Схема нагружения стержня механизма

В соответствии с приведенными ранее допущениями рассматриваются колебания стержня только на участке $C_i E_i$. Тогда, согласно [11], масса

колеблющейся части стержня может быть приведена к точке E_i и определена следующим образом:

$$m_{eq\,i} = k\rho F L_{CEi},\tag{4.17}$$

где k = 0, 3 - коэффициент приведения;

ρ – плотность материала стержня;

F – площадь поперечного сечения стержня.

Масса выходного звена с учетом приведенных масс стержней

$$m_{\Sigma} = m_{pl} + \sum_{i=1}^{3} m_{eq\,i}, \qquad (4.18)$$

где m_{pl} – масса выходного звена без учета приведенных масс стержней.

В выражении (4.16) используется тензор инерции $I_{G\Sigma}$, вычисленный в осях глобальной системы координат $\{GL\}$, и, таким образом, он является переменной величиной. Для его расчета удобно применять следующую формулу [126]:

$$\mathbf{I}_{G\Sigma} = R_{pl} \, \mathbf{I}_{G\Sigma}' \, R_{pl}^T, \tag{4.19}$$

где **I**'_{GΣ} – суммарный тензор инерции, вычисленный в центре масс выходного звена относительно системы координат {*PL*}, связанной со звеном, и определяемый аналогично выражению (4.18):

$$\mathbf{I}'_{G\Sigma} = \mathbf{I}'_{Gpl} + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{I}'_{Geq\,i}, \qquad (4.20)$$

где \mathbf{I}'_{Gpl} – тензор инерции выходного звена, вычисленный в центре масс данного звена относительно системы координат $\{PL\}$; $\mathbf{I}'_{Geq\,i}$ – тензор инерции приведенной массы $m_{eq\,i}$ стержня относительно системы координат $\{PL\}$.

Величина тензора \mathbf{I}'_{Gpl} постоянна, характеризует распределение массы внутри выходного звена и является конструктивным параметром. Величины тензоров \mathbf{I}'_{Geqi} зависят от приведенных масс m_{eqi} и могут быть найдены следующим образом [26]:

$$\mathbf{I}'_{G eq i} = m_{eq i} \begin{pmatrix} x_i^2 & -x_i y_i & -x_i z_i \\ -y_i x_i & y_i^2 & -y_i z_i \\ -z_i x_i & -z_i y_i & z_i^2 \end{pmatrix},$$
(4.21)
$$\begin{pmatrix} x_i & y_i & z_i \end{pmatrix}^T = \mathbf{p}_{Bi}^{PL} - \mathbf{p}_{G pl}.$$
(4.22)

где **р**_{*G pl*} – координаты центра масс выходного звена, которые могут быть определены согласно следующему выражению [26]:

$$\mathbf{p}_{Gpl} = \mathbf{p}_{pl} + \mathbf{R}_{pl} \mathbf{p}_{Gpl}^{PL}, \qquad (4.23)$$

где \mathbf{p}_{Gpl}^{PL} – координаты центра масс выходного звена в связанной с ним системе координат $\{PL\}$.

На выходное звено механизма действуют силы упругости (4.7) – (4.9), приложенные в шарнирах B_i , сила тяжести \mathbf{G}_{pl} , приложенная к центру масс звена, и сила воздействия среды \mathbf{F}_{ext} , если таковая имеется, поэтому можно записать:

$$\sum_{k=1}^{\nu} \mathbf{F}_{k} = \sum_{i=1}^{3} \left(\mathbf{F}_{\mu_{3}1i} + \mathbf{F}_{\mu_{3}2i} + \mathbf{F}_{c_{\mathfrak{K}}i} \right) + \mathbf{G}_{pl} + \mathbf{F}_{ext}, \qquad (4.24)$$

$$\sum_{l=1}^{\mu} \mathbf{M}_{l} = \sum_{i=1}^{3} \left(\mathbf{p}_{Bi} - \mathbf{p}_{Gpl} \right) \times \left(\mathbf{F}_{\mu_{3}1i} + \mathbf{F}_{\mu_{3}2i} + \mathbf{F}_{c\pi i} \right) + \left(\mathbf{p}_{ext} - \mathbf{p}_{Gpl} \right) \times \mathbf{F}_{ext},$$
(4.25)

где **р**_{ext} – координаты точки приложения силы воздействия среды.

Угловая скорость ω_{pl} , угловое ускорение ε_{pl} и ускорение центра масс \mathbf{a}_{Gpl} выходного звена в выражениях (4.15) и (4.16) могут быть вычислены по следующим формулам [126]:

$$\boldsymbol{\omega}_{pl} = \mathbf{i}_{pl} \left(\frac{d \, \mathbf{j}_{pl}}{dt} \cdot \mathbf{k}_{pl} \right) + \mathbf{j}_{pl} \left(\frac{d \, \mathbf{k}_{pl}}{dt} \cdot \mathbf{i}_{pl} \right) + \mathbf{k}_{pl} \left(\frac{d \, \mathbf{i}_{pl}}{dt} \cdot \mathbf{j}_{pl} \right), \tag{4.26}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \frac{d\,\boldsymbol{\omega}_{pl}}{dt},\tag{4.27}$$

$$\mathbf{a}_{Gpl} = \frac{d^2 \mathbf{p}_{pl}}{dt^2} + \mathbf{\omega}_{pl} \times \left(\mathbf{\omega}_{pl} \times \mathbf{R}_{pl} \mathbf{p}_{Gpl}^{PL}\right) + \mathbf{\varepsilon}_{pl} \times \mathbf{R}_{pl} \mathbf{p}_{Gpl}^{PL}.$$
(4.28)

Уравнения движения (4.15) и (4.16) могут быть записаны в координатах выходного звена $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi \end{pmatrix}^T$ и приведены к следующему виду [182]:

$$\mathbf{H}_{pl}\left(\mathbf{s}\right)\frac{d^{2}\mathbf{s}}{dt^{2}} + \mathbf{C}_{pl}\left(\mathbf{s}, \frac{d\mathbf{s}}{dt}\right) = \mathbf{0}_{6\times 1},\tag{4.29}$$

где $\mathbf{H}_{pl}(\mathbf{s})$ – матрица, характеризующая масс-инерционные характеристики выходного звена механизма и приведенных масс;

$$\mathbf{C}_{pl}\left(\mathbf{s}, \frac{d\mathbf{s}}{dt}\right)$$
 – матрица, характеризующая силы инерции, а также внешние

силы, действующие на выходное звена механизма.

Для определения движения выходного звена под действием приложенных к нему сил уравнение выше записывается следующем виде:

$$\frac{d^2 \mathbf{s}}{dt^2} = -\mathbf{H}_{pl} \left(\mathbf{s} \right)^{-1} \mathbf{C}_{pl} \left(\mathbf{s}, \frac{d \, \mathbf{s}}{dt} \right). \tag{4.30}$$

Выражение выше представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка. Матрица $\mathbf{H}_{pl}(\mathbf{s})$ содержит масс-инерционные характеристики выходного звена механизма с учетом приведенных масс и является положительно определенной для любой конфигурации механизма [182], в связи с чем матрица $\mathbf{H}_{pl}(\mathbf{s})^{-1}$ также существует для любой конфигурации механизма.

Перед интегрированием соотношения (4.30) его удобно представить в нормальной форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} (\mathbf{0}_{6\times 6} & \mathbf{E}_{6\times 6}) \mathbf{x} \\ \mathbf{H}_{pl} (\mathbf{x})^{-1} \mathbf{C}_{pl} (\mathbf{x}) \end{pmatrix},$$
(4.31)

где $\mathbf{x} = \left(\mathbf{s}^T \quad \frac{d\mathbf{s}}{dt}^T\right)^T$ – вектор состояния системы; $\dot{\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{s}}{dt}^T \quad \frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2}^T\right)^T$ – производная по времени вектора состояния системы.

Систему уравнений (4.31) интегрируют относительно начальных условий $\mathbf{x}^{0} = \left(\left(\mathbf{s}^{0} \right)^{T} \quad \left(\frac{d \mathbf{s}^{0}}{d t} \right)^{T} \right)^{T}.$

Рассмотрим пример анализа движения выходного звена механизма под воздействием упругих сил при отработке некой заданной траектории движения. Пусть кинематические параметры звеньев механизма соответствуют табл. 2.1. Масс-инерционные характеристики выходного звена приведены в табл. 4.1.

Параметр	Значение					
\mathbf{p}_{Gpl}^{PL} , MM	$\begin{pmatrix} -39 & 0 & -4 \end{pmatrix}^T$					
<i>m_{pl}</i> , г	230					
	(92740 0 -3010)					
$\mathbf{I}_{Gpl}^{\prime}$, г·мм ²	0 293080 0					
	(-3010 0 375420)					

Табл. 4.1. Масс-инерционные характеристики выходного звена механизма

Предположим, что стержни механизма сделаны из алюминия, модуль упругости E которого равен 70 ГПа, а плотность ρ составляет 2700 кг/м³. Пусть поперечное сечение представляет собой трубу, внутренний диаметр D_{in} которой равен 8 мм, а наружный $D_{out} - 10$ мм. Изгибная EJ и продольная EF жесткости

стержней могут быть по следующим формулам [33]:

$$EJ = E \frac{\pi D^3 \delta}{8},\tag{4.32}$$

$$EF = E \frac{\pi \left(D_{out}^2 - D_{in}^2 \right)}{4},$$
(4.33)

где *D* и δ – соответственно средний диаметр трубы и толщина стенки:

$$D = \frac{D_{out} + D_{in}}{2},$$
 (4.34)

$$\delta = \frac{D_{out} - D_{in}}{2}.\tag{4.35}$$

Площадь поперечного сечения стержня

$$F = \frac{\pi \left(D_{out}^2 - D_{in}^2 \right)}{4}.$$
 (4.36)

Рассмотрим случай, когда заранее заданная траектория движения выходного звена представляет собой окружность, плоскость которой параллельна плоскости $X_{gl}O_{gl}Y_{gl}$ системы $\{GL\}$:

$$x(t) = 320 + 10\cos(8\pi t) \text{ мм,}$$

$$y(t) = 200 + 10\sin(8\pi t) \text{ мм,}$$

$$z(t) = 270 \text{ мм,}$$

$$\varphi(t) = \Theta(t) = \psi(t) = 0 \text{ рад.}$$
(4.37)

Для определения движения выходного звена механизма была составлена программа в пакете MATLAB. Интегрирование проводилось для отрезка времени t = [0; 0, 5] с методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага. Результаты расчета в виде графиков зависимостей x(t), y(t), z(t), $\varphi(t)$, $\theta(t)$ и $\psi(t)$ приведены на рис. 4.4. Время расчета составило 233 с.



Рис. 4.4. Пример определения законов движения выходного звена механизма с алюминиевыми стержнями под действием упругих сил по заданной траектории в пакете MATLAB

Как видно из графиков на рис. 4.4, на заданную траекторию движения выходного звена, а также на углы его ориентации накладываются высокочастотные колебания, обусловленные возникновением упругих сил. Частота данных колебаний, согласно рисунку выше, составляет около 20 Гц. Траектория движения выходного звена в пространстве приведена на рис. 4.5. Значения наибольших отклонений от заданной траектории по каждой из координат приведены в табл. 4.2.

Табл. 4.2. Максимальные отклонения от заданной траектории у механизма с алюминиевыми стержнями

X , MM	${\mathcal Y},{ m MM}$	$z,{ m MM}$	ф, град	Ө, град	ψ, град
0,63	0,47	0,21	0,01	0,33	0,34



Рис. 4.5. Траектории движения (вверху) выходного звена механизма с алюминиевыми стержнями и их проекции на плоскости системы {*GL*} (внизу): красным – заданная, синим – расчетная

Рассмотрим случай, когда траектория движения выходного звена задается в виде такой же окружности, но пусть теперь материалом изгибаемых стержней будет являться сталь, модуль упругости *E* которой составляет 200 ГПа, а плотность ρ равна 7800 кг/м³. При этом параметры сечения стержня остаются теми же, что и рассмотренном выше примере.

С помощью составленной ранее программы в пакете MATLAB была построена траектория движения выходного звена. Способ интегрирования и интервал времени расчет соответствуют предыдущему примеру. Результаты расчета в виде графиков зависимостей x(t), y(t), z(t), $\varphi(t)$, $\theta(t)$ и $\psi(t)$ приведены на рис. 4.6. Время расчета составило 382 с.



Рис. 4.6. Пример определения законов движения выходного звена механизма со стальными стержнями под действием упругих сил по заданной траектории в пакете MATLAB

Сравнивая графики на рис. 4.4 и рис. 4.6, можно наблюдать уменьшение амплитуды и увеличение накладываемых на движение выходного звена колебаний, что является непосредственным следствием увеличения модуля упругости материала. Частота колебаний составляет примерно 33 Гц. Траектория движения выходного звена в пространстве приведена на рис. 4.7. Значения наибольших отклонений от заданной траектории по каждой из координат приведены в табл. 4.3.

Табл. 4.3. Максимальные отклонения от заданной траектории у механизма со стальными стержнями

x, MM	$\mathcal Y$, MM	$z,{ m MM}$	ф, град	Ө, град	ψ, град
0,25	0,22	0,08	0,006	0,13	0,16

Анализ данных табл. 4.2 и табл. 4.3 показывает, что наибольшие отклонения от заданной траектории уменьшились более, чем в два раза.



Рис. 4.7. Траектории движения (вверху) выходного звена механизма со стальными стержнями и их проекции на плоскости системы {*GL*} (внизу): красным – заданная, синим – расчетная

ГЛАВА 5. Разработка действующего макета механизма параллельной структуры и экспериментальные исследования

За основу для изготовления макета механизма была взята кинематическая схема, для которой в предыдущих главах проводились все кинематические и динамические исследования (рис. 2.2), а также трехмерная модель макета механизма, построенная в пакете SolidWorks (рис. 5.1).



Рис. 5.1. Модель макета механизма в пакете SolidWorks

На базе данной модели был разработан макет механизма (рис. 5.2). Большая часть элементов макета изготовлена из алюминия. В местах сферических шарниров использованы сферические подшипники скольжения, а в местах вращательных шарниров – фторопластовые втулки. Масса макета составляет около 20 кг, высота достигает одного метра, а длина стержней-вводов – 600 мм.



Рис. 5.2. Макет исследуемого механизма

Рассмотрим подробно элементы, входящие в систему управления механизмом, а также порядок проведения экспериментов по определению границ рабочих зон, исследованных в 3-й главе, и их результаты.

5.1 Описание системы управления механизмом

Система управления механизмом включает следующие основные элементы:

- 1) Электроприводы;
- 2) Микроконтроллер;

- 3) Блок питания;
- 4) Задающее устройство.

Электроприводы механизма построены на базе шаговых двигателей. Такой выбор обусловлен относительной дешевизной шаговых двигателей и простотой методов управления. В большинстве случаев для управления такими двигателями не требуется использование датчиков положения и систем с обратной связью, поскольку величина шага известна заранее и при правильно подобранных режимах работы можно гарантировать, что двигатель точно отработает заданное воздействие.

Для данного макета были подобраны линейные шаговые двигатели с резьбой на валу 57BYZ01-B01 (рис. 5.3).



Рис. 5.3. Шаговый двигатель 57ВУZ01-В01

Ротор такого двигателя представляет собой гайку, относительно которой может перемещаться винт. Таким образом, внутри данного двигателя можно выделить две степени свободы: вращение ротора-гайки относительно статора и движение винта относительно ротора.

Основные параметры электродвигателя приведены в табл. 5.1.

Параметр	Значение
Тип двигателя	Униполярный
Рабочий ход, мм	110
Шаг резьбы, мм	1,2
Линейное перемещение на один шаг, мм	0,025
Максимальная скорость перемещения, мм/с	3
Угловой шаг, град	7,5
Напряжение питания, В	12
Рабочий ток/фаза, А	0,48
Сопротивление/фаза, Ом	25
Индуктивность/фаза, мГн	28,5
Максимальное усилие удержания, Н	31

Табл. 5.1. Характеристики шагового двигателя 57ВҮZ01-В01

Для преобразования слаботочных сигналов управления, поступающих с микроконтроллера, в электрические воздействия, пригодные для непосредственного управления электродвигателями, необходимо использование микросхем-драйверов. Основные параметры, по которым выбирается драйвер шагового двигателя, – величина силы тока в обмотках и напряжение питания. При использовании выбранной модели двигателя в униполярном режиме значения данных параметров составляют соответственно 0,48 A и 12 B (табл. 5.1). Исходя из данных величин были выбраны драйверы ULN2064B (рис. 5.4), основанные на схеме составного транзистора (пары Дарлингтона).



Рис. 5.4. Микросхема ULN2064B

Данные схемы являются одним из самых простых и относительно недорогих вариантов исполнения драйверов и подходят для управления шаговыми двигателями, работающими на невысоких скоростях. Подробное описание принципа работы такой схемы, а также других вариантов исполнения драйверов представлены в [37].

Каждая микросхема ULN2064В способна усиливать сигналы в четырех каналах и, как следствие, может обеспечить управление одним униполярным шаговым двигателем. Основные параметры драйвера приведены в табл. 5.2.

Табл. 5.2. Характеристики микросхемы ULN2064B

Параметр	Значение
Максимальное входное напряжение, В	15
Максимальное выходное напряжение, В	50
Максимальный входной ток, мА	25
Максимальный выходной ток, А	1,75

Примечание: параметры соответствуют одному каналу усиления.

Управление шаговым двигателем не требует применения какого-либо датчика обратной связи, однако, для определения начального положения (калибровки), от которого затем отсчитывались бы шаги, необходимо наличие концевого датчика. Существуют различные виды концевых выключателей: механические, оптические, магнитные, индуктивные, емкостные. Одним из самых простых видов таких датчиков являются микропереключатели, которые и были использованы в изготовленном макете (рис. 5.5).



Рис. 5.5. Микропереключатель MSW-12

Принцип работы таких микропереключателей прост: при нажатии на лапку

датчик выдает сигнал. В изготовленном макете механизма концевые выключатели были установлены на П-образных стойках двигателей (рис. 5.6) и выдавали сигнал при контакте с планкой, закрепленной на статоре двигателя.



Рис. 5.6. Расположение концевого выключателя на стойке двигателя

Для обработки сигналов концевых выключателей И формирования управляющих драйверов сигналов, поступающих на входы двигателей, необходимо наличие вычислительного устройств, выполняющего перечисленные задачи. В качестве такого устройства может выступать как простой контроллер, так и компьютер. Для исследуемого макета был выбран микроконтроллер на базе платы Arduino Mega 2560 (рис. 5.7).



Рис. 5.7. Плата микроконтроллера Arduino Mega 2560

Выбор данного типа микроконтроллера обусловлен широким диапазоном его возможностей, большим количеством цифровых выходов (что особенно важно при управлении большим числом устройств: в данном случае, шестью шаговыми двигателями со своими концевыми выключателями), значительным объем памяти и простотой программирования. Основные параметры платы Arduino Mega 2560 приведены в табл. 5.3.

Табл. 5.3. Характеристики платы Arduino Mega 2560

Параметр	Значение		
Микроконтроллер	ATmega2560		
Рабочее напряжение, В	5		
Количество цифровых входов/выходов	54		
Количество аналоговых входов	16		
Максимальный ток через входы/выходы, мА	20		
Объем Flash-памяти, кБ	256		
Объем SRAМ-памяти, кБ	8		
Объем EEPROM-памяти, кБ	4		
Тактовая частота, МГц	16		

Программирование микроконтроллера осуществляется с использованием специального языка Wiring, фактически представляющем собой комбинацию С дополнительных языков И C++с набором нескольких библиотек. Arduino IDE. Программирование проводится Особенности В среде программирования такого микроконтроллера, а также описание его возможностей подробно представлены в [8].

Для работы электродвигателя и микроконтроллера требуется наличие блока питания. Для выбора блока питания необходимо определить требуемое напряжение, максимальное значение тока и потребляемую мощность. Поскольку энергопотребление микроконтроллера (табл. 5.3) по сравнению с двигателями (табл. 5.1) крайне мало, подбор блока питания можно проводить исходя только из энергопотребления приводов. Рассмотрим самый энергозатратный случай: пусть каждый из шести двигателей механизма работает в двухфазном режиме, при котором под напряжением находятся одновременно две его обмотки. С учетом значения величины рабочего тока в обмотке двигателя, равной 0,48 A (табл. 5.1), суммарный потребляемый ток

$$I = 6 \times 2 \times 0,48 = 5,76 \text{ A.}$$
(5.1)

Рабочее напряжение каждой из обмоток постоянно и равно 12 В (табл. 5.1), тогда суммарная потребляемая мощность

$$P = 5,76 \times 12 = 69,12 \text{ BT.}$$
(5.2)

На основе полученных данных был выбран блок питания Mean Well LRS-75-12 (рис. 5.8).



Рис. 5.8. Блок питания Mean Well LRS-75-12

Основные параметры данного блока питания приведены в табл. 5.4.

Табл. 5.4. Характеристики блока питания Mean Well LRS-75-12

Параметр		Значение	
	Напряжение, В	~(85–264) или –(120–373)	
Вход	Частота переменного напряжения, Гц	47–63	
	КПД, %	89	
	Постоянное напряжение, В	12	
Выход	Номинальный ток, А	6	
	Номинальная мощность, Вт	72	

Выходное напряжение данного блока питания составляет 12 В, тогда как рабочее напряжение микроконтроллера составляет 5 В (табл. 5.3). Для получения данного уровня напряжение необходимо использовать понижающий преобразователь. В данном случае в качестве такого преобразователя была использована микросхема стабилизатора напряжения КР142EH5A (рис. 5.9).



Рис. 5.9. Микросхема КР142ЕН5А

Данная микросхема обеспечивает стабильный уровень выходного напряжения даже при наличии каких-либо пульсаций напряжения на входе. Основные параметры микросхемы соответствуют табл. 5.5.

Табл. 5.5. Характеристики микросхемы КР142ЕН5А

Параметр	Значение
Максимальное входное напряжение, В	15
Номинальное выходное напряжение, В	5
Номинальный выходной ток, А	2

Для управления выходного было движением звена механизма [31], спроектировано и изготовлено задающее устройство позволяющее регулировать значения всех шести координат выходного звена. Кинематическая схема задающего устройства приведена на рис. 5.10, а. На основании устройства расположена рамка, имеющая две поступательные степени свободы в плоскости. На рамке установлен сферический механизм, выполненный в виде двух дуг, имеющих общий центр и расположенных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Через этот центр и точку пересечения дуг проходит ось ручки, имеющей возможность поворота вокруг этой оси, а на конце ручки установлено колесо, ось вращения которого перпендикулярна оси ручки (рис. 5.10, а).



Рис. 5.10. Кинематическая схема задающего устройства (а) и его натурное исполнение (б)

С поступательными кинематическими парами задающего устройства связаны движковые потенциометры, а с вращательными – оборотные. Сигналы, поступающие с потенциометров на аналоговые входы микроконтроллера, характеризуют отклонение ручки задающего устройства. Полученные значения обрабатываются в программе микроконтроллера и масштабируются с учетом габаритов рабочей зоны механизма, и, таким образом, можно задать положение и ориентацию выходного звена. С помощью двух движковых потенциометров и одного оборотного, связанного с колесом ручки, задается положение выходного звена, а с помощью трех других оборотных – его ориентация. На рис. 5.10, б, приведен макет разработанного задающего устройства.

Блок питания, микросхемы стабилизатора напряжения и драйверов, плата микроконтроллера размещены в металлическом корпусе блока управления механизмом (рис. 5.11).



Рис. 5.11. Блок управления механизмом

Микросхемы драйверов и стабилизатора напряжения расположены на отдельной плате, которая, в свою очередь устанавливается поверх платы микроконтроллера. Для охлаждения данных микросхем на них установлены алюминиевые радиаторы, а также используется небольшой кулер, работающий от блока питания. Все компоненты блока управления расположены таким образом, что имеют возможность быстрого извлечения в случае необходимости осмотра или замены каких-либо элементов (рис. 5.12).



Рис. 5.12. Блок управления в открытом состоянии

На передней панели блока управления расположен ЖК дисплей размером 20 × 4 символа, на котором отображаются данные о положении и ориентации выходного звена, рассчитанные согласно задающему устройству (рис. 5.13). Дисплей подключен к микроконтроллеру посредством интерфейса I²C.



Рис. 5.13. Передняя панель блока управления

На задней панели блока управления расположены разъем питания ~220 В, разъем для подключения приводов с концевыми выключателями D-sub 44, разъем для подключения задающего устройства D-sub 9, кнопки включения, калибровки и выхода в заранее заданное положение, а также ручка для удобства извлечения из корпуса (рис. 5.14). Панель изготовлена посредством технологии 3D печати.



Рис. 5.14. Задняя панель блока управления

Система управления механизмом работает следующим образом. После нажатия кнопки включения питания система готова к работе. По нажатии на задней панели кнопки калибровки шаговые двигатели механизма начинают одновременно перемещаться в сторону своих концевых выключателей. При срабатывании выключателя соответствующий ему двигатель останавливается – таким образом нулевое положение. После срабатывания определяется всех концевых выключателей механизм начинает движение в положение, соответствующее задающему устройству. При этом в микроконтроллере решается обратная задача о положении согласно разделу 2.2: определяются значения обобщенных координат – линейных перемещений приводов. Данные перемещения пересчитываются в необходимое количество шагов, которые отрабатываются каждым двигателем. Все двигатели приходят в конечное положение, соответствующее задающему устройству в один момент времени, при этом их профили скорости соответствуют линейному разгону/торможению и движению с постоянной скоростью и генерируются в реальном времени. Алгоритмы осуществления такого движения приведены в [44, 190].

Помимо управления с задающего устройства имеется возможность движения в заранее известное и заданное в программе микроконтроллера положение, для чего на задней панели имеется специальная кнопка. По нажатии на нее положение ручки задающего устройства игнорируется, и выходное звено механизма начинает движение в известное положение. При повторном нажатии на ту же кнопку выходное звено возвращается в положение, соответствующее задающему устройству. Также в любой момент времени можно нажать кнопку калибровки для запуска процесса повторного определения нулевого положения двигателей.

5.2 Определение рабочих зон механизма

Рассмотрим процесс экспериментального определения размеров рабочих зон двух типов, что были исследованы теоретически в разделах 3.1 и 3.2: рабочей зоны

постоянной ориентации и рабочей зоны постоянного положения.

Сначала были определены границы рабочей зоны постоянной ориентации. Для этого при помощи задающего устройства (рис. 5.10, б) выходное звено было приведено в такое положение (центральное), при котором двигатели механизма располагались посередине своих винтовых осей (рис. 5.15). При этом все углы ориентации выходного звена были равны нулю.



Рис. 5.15. Центральное положение выходного звена механизма

Координаты выходного звена можно наблюдать на дисплее блока управления (рис. 5.13). Были получены следующие координаты центрального положения выходного звена:

$$\begin{pmatrix} x_c & y_c & z_c \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 357, 5 & 202, 5 & 275, 0 \end{pmatrix}^T$$
 MM. (5.3)

После этого, из данного положения выходное звено перемещалось при помощи задающего устройства отдельно по каждой координате до тех пор, пока не нарушалось какое-либо из конструктивных ограничений, описанных в разделе 3.1. Сперва было определено положение, при котором координата *X* выходного звена принимает наименьшее значение (рис. 5.16).



Рис. 5.16. Минимальное значение координаты Х: а) вид сверху; б) вид сбоку

Как видно из рисунка выше, в данном положении нижний и верхний по рисунку приводы занимают крайние позиции на своих винтовых осях. Далее было найдено положение, при котором координата *X* максимальна (рис. 5.17)



a)

б)

Рис. 5.17. Максимальное значение координаты *X*: а) вид сверху; б) вид сбоку

В таком положении каждый из пары правых по рисунку выше приводов практически достиг упора.

Наименьшее значение координаты *Y* выходного звена механизма соответствует положению данного звена на рис. 5.18.



Рис. 5.18. Минимальное значение координаты *Y*: а) вид сверху; б) вид спереди

Положение выходного звена, при котором значение координаты *Y* максимально, показано на рис. 5.19.



Рис. 5.19. Максимальное значение координаты У: а) вид сверху; б) вид спереди

Согласно рисункам выше, наименьшее и наибольшее значения координаты *Y* выходного звена механизма обусловлены выходом нижнего и верхнего приводов в крайние положения.

Крайние положения выходного звена по координате Z показаны на рис. 5.20. В данных положениях отдельные приводы механизма выходили в свои крайние положения (на рис. 5.20 не показано).



Рис. 5.20. Минимальное (а) и максимальное (б) значения координаты Z

Определенные в ходе данных экспериментов габариты рабочей зоны с постоянной ориентацией приведены в табл. 5.6.

Табл. 5.6. Габариты рабочей зоны постоянной ориентации

x_{min} , MM	x_{max} , MM	y_{min} , MM	y_{max} , MM	Z_{min} , MM	Z_{max} , MM
315	400	160	245	250	300

Как показали эксперименты, размеры рабочей зоны постоянной ориентации обусловлены ограничениями на длины рабочего хода двигателей механизма. Повысив значение данного параметра, можно добиться увеличение габаритов рабочей зоны.

После нахождения границ рабочей зоны постоянной ориентации были проведены эксперименты по определению габаритов рабочего пространства постоянного положения. При этом выходное звено располагалось в найденном ранее центральном положении, координаты которого соответствуют (5.3). Методика проведения экспериментов аналогична предыдущей.

Положения выходного звена, соответствующие наименьшему и наибольшему значениям угла ориентации ϕ , показаны на рис. 5.21.



Рис. 5.21. Минимальное (а) и максимальное (б) значения угла ориентации ф

Положения выходного звена, соответствующие наименьшему и наибольшему значениям угла ориентации Θ , приведены на рис. 5.22.







Рис. 5.22. Минимальное (а) и максимальное (б) значения угла ориентации Ө

Положения выходного звена, соответствующие наименьшему и наибольшему значениям угла ориентации ψ , показаны на рис. 5.23.





Рис. 5.23. Минимальное (а) и максимальное (б) значения угла ориентации ψ

В ходе экспериментов было установлено, что основными ограничениями, определяющими диапазон изменения углов ориентации выходного звена механизма, явились допустимые углы поворота в сферических шарнирах выходного звена, а ограничения на величину рабочего хода в двигателях оказывают влияние на данный диапазон в меньшей степени. Выбор сферических подшипников скольжения, у которых величина допустимого угла отклонения осей наружного и внутреннего колец выше, может поспособствовать расширению размеров рабочей зоны постоянного положения.

Определенные в ходе данных экспериментов габариты рабочей зоны постоянного положения приведены в табл. 5.7.

Гаол. 5. /. Габариты рабочей зоны постоянного положени
--

ϕ_{min} , град	ф _{<i>max</i>} , град	θ _{<i>min</i>} , град	θ_{max} , град	Ψ_{min} , град	Ψ_{max} , град
-30	30	-25	20	-25	25

102

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

1) Синтезированы схемы механизмов параллельной структуры с шестью степенями свободы, у которых приводы установлены на основании и расположены вне рабочей зоны;

2) Решены задачи о положениях для таких механизмов;

3) Построены рабочие зоны постоянной ориентации и постоянного положения;

4) Проведен анализ движения выходного звена таких механизмов с учетом упругостей стержней;

5) Разработан действующий макет механизма параллельной структуры, на основе которого проведены эксперименты по определению границ рабочих зон постоянной ориентации и постоянного положения.

Проведенная работа позволяет сделать следующие выводы:

1) Положение приводов механизма на основании вне рабочей зоны позволяет снизить как воздействие среды на приводы механизма, так и воздействие приводов на среду, а также обеспечивает повышенное быстродействие механизма и пониженную инерционность его звеньев;

2) В синтезированных схемах механизмов параллельной структуры решение обратной задачи о положении может быть представлено в аналитической форме, а решение прямой задачи о положении – только в численной;

3) На размеры рабочей зоны постоянной ориентации наибольшее влияние оказывают конструктивные ограничения, связанные с длиной рабочего хода двигателей, а на размеры рабочей зоны постоянного положения – допустимые углы поворота в сферических шарнирах выходного звена;

4) Упругость стержней механизма оказывает существенное влияние на точность движения выходного звена, и данное влияние может быть снижено за счет использования более прочных материалов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алешин А.К., Глазунов В.А., Оффер Ш., Рашоян Г.В., Скворцов С.А., Ласточкин А.Б. Анализ элементарных перемещений манипулятора параллельной структуры с круговой направляющей на основе дифференцирования уравнений связей // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2016. № 5. С. 17–21.

2. Амосов А.В., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. М.: Высшая школа, 1994. 544 с.

3. Антонов А.В., Воротников С.А. Решение задач кинематики и динамики для трехопорного колесно-шагающего робота // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 3. С. 4–11.

4. Антонов А.В., Воротников С.А., Выборнов Н.А. Система управления трехопорным колесно-шагающим роботом // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2016. № 2. С. 58–69.

5. Антонов А.В., Глазунов В.А., Алешин А.К., Рашоян Г.В., Лактионова М.М. Кинематический анализ механизма параллельной структуры для работы в агрессивных средах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 2. С. 3–10.

6. Антонов А.В., Демидов С.М., Лактионова М.М., Ласточкин А.Б., Скворцов С.А., Шалюхин К.А. Механизм параллельной структуры для работы в агрессивных средах // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2018. № 1. С. 8–13.

7. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1988. 640 с.

8. Блум Д. Изучаем Arduino: инструменты и методы технического волшебства. Пер. с англ. СПб.: БХВ-Петербург, 2015. 336 с.

 Борозна А.Г., Глазунов В.А., Жук В.П., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф., Миодушевский П.В., Модель Б.И., Чернов В.Ф. Авторское свидетельство СССР № 1661528, МКИ В 25Ј 11/00, Оп. 07.07.91, БИ № 25. 10. Быков Р.Э., Глазунов В.А., Глазунова О.В., Хай Ч.Д. Моделирование рабочего пространства механизма параллельной структуры с четырьмя кинематическими цепями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005. № 5. С. 10–15.

11. Вейц В.Л. Вынужденные колебания в металлорежущих станках. Расчет двигателей и узлов. Москва, Ленинград: Машгиз, 1959. 288 с.

12. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // ДАН. 2014.
 Т. 459. № 4. С. 1–4.

13. Глазунов В.А., Алешин А.К., Шалюхин К.А., Рашоян Г.В., Антонов А.В., Попов А.М., Юдкин В.Ф. Синтез и анализ роботов параллельной структуры для работы в экстремальных средах // Экстремальная робототехника. 2017. № 1. С. 52–59.

14. Глазунов В.А., Алешин А.К., Шалюхин К.А., Рашоян Г.В., Антонов А.В. Синтез и анализ роботов параллельной структуры, совместно работающих в различных средах // Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2017). 2017. Т. 2. С. 256–258.

15. Глазунов В.А., Данилин П.О., Левин С.В., Тывес Л.И., Шалюхин К.А. Разработка механизмов параллельной структуры с кинематической и динамической развязкой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 2. С. 23–32.

16. Глазунов В.А., Духов А.В., Шептунов С.А. и др. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и некоторые их применения в медицине // Качество. Инновации. Образование. 2016. Т. 2. № 2. С. 84–88.

17. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 95 с.

18. Глазунов В.А., Левин С.В., Шалюхин К.А., Хаккыоглу М., Тунг В.Д. Разработка механизмов параллельной структуры с четырьмя степенями свободы и частичной развязкой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010.

№ 5. C. 3–9.

19. Глазунов В.А., Попов А.М., Чунихин А.Ю., Антонов А.В., Орлов И.А. Механизмы параллельной структуры с пятью степенями свободы // Proceedings of the Second International Symposium of Mechanism and Machine Science (ISMMS-2017). 2017. C. 111–115.

20. Глазунов В.А., Чунихин А.Ю. Развитие механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 3. С. 37–43.

21. Данилин П.О., Тывес Л.И., Глазунов В.А. Групповая кинематическая развязка двигателей в механизмах параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 3. С. 27–35.

22. Диментберг Ф.М. Винтовое исчисление и его приложения в механике.М.: Наука, 1965. 200 с.

23. Диментберг Ф.М. Определение положений пространственных механизмов. М.: Изд-во АН СССР, 1950. 142 с.

24. Диментберг Φ.М. Теория винтов и ее приложения. М.: Наука, 1978.328 с.

25. Диментберг Φ.М. Теория пространственных шарнирных механизмов.М.: Наука, 1982. 336 с.

26. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 480 с.

27. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 388 с.

28. Колискор А.Ш. Разработка и исследование промышленных роботов на основе *l*-координат // Станки и инструмент. 1982. № 12. С. 21–24.

29. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1990. 607 с.

30. Носова Н.Ю., Глазунов В.А., Палочкин С.В., Терехова А.Н. Синтез механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 5. С. 34–40.

31. Патент РФ на полезную модель № 182946 / Алешин А.К., Антонов А.В.,
Глазунов В.А., Демидов С.М., Рашоян Г.В., Скворцов С.А., Терехова А.Н.,
Шалюхин К.А. Пространственный механизм с шестью степенями свободы.
Оп. 06.09.2018. Бюл. № 25.

32. Скворцов С.А. Кинематический анализ пространственного механизма параллельной структуры с круговой направляющей и четырьмя кинематическими цепями // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2016. № 5. С. 16–21.

33. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 592 с.

34. Хейло С.В., Глазунов В.А., Кулемкин Ю.В., Эфрос В.Л. Анализ ускорений и нелинейных колебаний сферического механизма параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 3. С. 9-17.

35. Хейло С.В., Глазунов В.А., Ширинкин М.А., Календарев А.В. Возможные применения механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 5. С. 19–24.

36. Ширинкин М.А., Глазунов В.А., Палочкин С.В. Разработка манипуляционного механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2010. № 1. С. 102–107.

37. Acarnley P.P. Stepping Motors: a Guide to Theory and Practice. 4th Edition. The Institution of Engineering and Technology, 2002. 172 P.

Alizade R.I., Tagiyev N.R., Duffy J. A Forward and Reverse Analysis of a
 6-DOF In-Parallel Manipulator // Mechanism and Machine Theory. 1994. Vol. 29. Iss. 1.
 P. 115–124.

39. Alizade R.I., Tagiyev N.R., Duffy J. A Forward and Reverse Displacement Analysis of an In-Parallel Spherical Manipulator // Mechanism and Machine Theory. 1994. Vol. 29. Iss. 1. P. 125–137.

40. Angeles J. The Qualitative Synthesis of Parallel Manipulators // Journal of Mechanical Design. 2004. Vol. 126. Iss. 4. P. 617–624.

41. Antonov A.V., Vorotnikov S.A., Saschenko D.V., Vukolov A.V.,

Shashurin G.V. Mathematical Model of 3-P Wheel-Legged Mobile Robotic Platform // International Review of Mechanical Engineering. 2017. Vol. 11. Iss. 5. P. 311–319.

42. Arai T., Tanikawa T., Merlet J.-P., Sendai T. Development of a New Parallel Manipulator with Fixed Linear Actuator // Proceedings of the ASME Japan/USA Symposium on Flexible Automation. Boston, 1996. Vol. 1. P. 145–149.

43. Arsenault M., Boudreau R. The Synthesis of Three-Degree-of-Freedom Planar Parallel Mechanisms with Revolute Joints (3-RRR) for an Optimal Singularity-Free Workspace // Journal of Robotic Systems. 2004. Vol. 21. Iss. 5. P. 259–274.

44. Austin D. Generate Stepper-Motor Speed Profiles in Real Time // Embedded Systems Programming. 2005.

45. Bai S., Hansen M.R., Angeles J. A Robust Forward-Displacement Analysis of Spherical Parallel Robots // Mechanism and Machine Theory. 2009. Vol. 44. Iss. 12.
P. 2204–2216.

46. Baigunchekov Zh., Kalimoldaev M., Utenov M., Baigunchekov T. Geometry and Direct Kinematics of Six-DOF Three Limbed Parallel Manipulator // ROMANSY 21 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Cham, 2016. P. 39– 46.

47. Bajpai A., Roth B. Workspace and Mobility of a Closed-Loop Manipulator // The International Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5. Iss. 2. P. 131–142.

48. Bär G.F., Weib G. Kinematic Analysis of a Pentapod Robot // Journal for Geometry and Graphics. 2006. Vol. 10. Iss. 2. P. 173–182.

49. Behi F. Kinematic Analysis for a Six-Degree-of-Freedom 3-PRPS Parallel Mechanism // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1988. Vol. 4. Iss. 5. P. 561–565.

50. Ben Hamida I., Laribi M.A., Mlika A., Romdhane L., Zeghloul S. Geometric Based Approach for Workspace Analysis of Translational Parallel Robots // ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Cham, 2018. P. 180– 188.

51. Ben-Horin P., Thomas F. A Nonholonomic 3-DOF Parallel Robot // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design. Springer, Dordrecht, 2008. P. 111–
118.

52. Ben-Horin R., Shoham M. Construction of a New Type of a Six-Degrees-of-Freedom Parallel Manipulator with Three Planarly Actuated Links // Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference. Irvine, 1996.

53. Ben-Horin R., Shoham M., Djerassi S. Kinematics, Dynamics and Construction of a Planarly Actuated Parallel Robot // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 1998. Vol. 14. Iss. 2. P. 163–172.

54. Bernier D., Castelain J.-M., Li X. A New Parallel Structure with Six Degree of Freedom // Proceedings of 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Milan, 1995. P. 8–12.

55. Bonev I.A., Ryu J. A Geometrical Method for Computing the Constant-Orientation Workspace of 6-PRRS Parallel Manipulators // Mechanism and Machine Theory. 2001. Vol. 36. Iss. 1. P. 1–13.

56. Bonev I.A., Zlatanov D., Gosselin C.M. Singularity Analysis of 3-DOF Planar Parallel Mechanisms via Screw Theory // Journal of Mechanical Design. 2003. Vol. 125. Iss. 3. P. 573–581.

57. Borchert G., Battistelli M., Runge G., Raatz A. Analysis of the Mass Distribution of a Functionally Extended Delta Robot // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2015. Vol. 31. P. 111–120.

58. Boudreau R., Gosselin C.M. The Synthesis of Planar Parallel Manipulators with a Genetic Algorithm // Journal of Mechanical Design. 1999. Vol. 121. Iss. 4. P. 533–537.

59. Bouri M., Clavel R. The Linear Delta: Developments and Applications // Proceedings of 41st International Symposium on Robotics and 6th German Conference on Robotics. Munich, 2010.

60. Brinker J., Corves B., Takeda Y. Kinematic Performance Evaluation of High-Speed Delta Parallel Robots Based on Motion/Force Transmission Indices // Mechanism and Machine Theory. 2018. Vol. 125. P. 111–125.

61. Brinker J., Ingenlath P., Corves B. A Study on Simplified Dynamic

Modeling Approaches of Delta Parallel Robots // Advances in Robot Kinematics 2016. Springer, Cham, 2018. P. 119–128.

62. Brinker J., Schmitz M., Takeda Y., Corves B. Dynamic Modeling of Functionally Extended Delta-Like Parallel Robots with Virtual Tree Structures // ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Cham, 2018. P. 171–179.

63. Briot S., Baradat C., Guégan S., Arakelian V. Contribution to the Mechanical Behavior Improvement of the Robotic Navigation Device Surgiscope // ASME Proceedings of 31st Mechanisms and Robotics Conference. Las Vegas, 2007. Vol. 8. P. 653–661.

64. Briot S., Glazunov V., Arakelian V. Investigation on the Effort Transmission in Planar Parallel Manipulators // Journal of Mechanisms and Robotics. 2013. Vol. 5.

65. Byun Y.K., Cho H.S. Analysis of a Novel 6-DOF, 3-PPSP Parallel Manipulator // The International Journal of Robotics Research. 1997. Vol. 16. Iss. 6. P. 859–872.

66. Carbonari L., Callegari M. The Kinematotropic 3-CPU Parallel Robot: Analysis of Mobility and Reconfigurability Aspects // Latest Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2012. P. 373–380.

67. Ceccarelli M. A New 3 D.O.F. Spatial Parallel Mechanism // Mechanism and Machine Theory. 1997. Vol. 32. Iss. 8. P. 895–902.

68. Chablat D., Baron L., Jha R., Rolland L. The 3-PPPS Parallel Robot with U-Shape Base, a 6-DOF Parallel Robot with Simple Kinematics // Advances in Robot Kinematics 2018. Springer, Cham, 2018. P. 195–202.

69. Chablat D., Jha R., Rouillier F., Moroz G. Non-singular Assembly Mode Changing Trajectories in the Workspace for the 3-RPS Parallel Robot // Advances in Robot Kinematics. Springer, Cham, 2014. P. 149–159.

70. Chablat D.C., Wenger P., Staicu S. Dynamics of the Orthoglide Parallel Robot // UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering. 2009. Vol. 71. Iss. 3.
P. 3–16.

71. Chakarov D., Parushev P. Synthesis of Parallel Manipulator with Linear

Drive Modules // Mechanism and Machine Theory. 1994. Vol. 29. Iss. 7. P. 917–932.

72. Chaker A., Mlika A., Laribi M.A., Romdhane L., Zeghloul S. Clearance, Manufacturing Errors Effects on the Accuracy of the 3-RCC Spherical Parallel Manipulators // Romansy 19 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Vienna, 2013. P. 27–34.

73. Clavel R. A New 5 DOF Parallel Kinematics for Production Applications // Proceedings of International Symposium on Robotics. Stockholm, 2002.

74. Clavel R. DELTA, a Fast Robot with Parallel Geometry // Proceedings of 18th International Symposium on Industrial Robot. Lausanne, 1988. P. 91–100.

75. Clavel R. Device for the Movement and Positioning of an Element in Space. US Patent No. 4,976,582, 11 December 1990.

76. Cleary K., Brooks T. Kinematic Analysis of a Novel 6-DOF Parallel Manipulator // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Atlanta, 1993. P. 708–713.

77. Collins C.L., Long G.L. The Singularity Analysis of an In-Parallel Hand Controller for Force-Reflected Teleoperation // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1995. Vol. 11. Iss. 5. P. 661–669.

78. Company O., Marquet F., Pierrot F. A New High Speed 4-DOF Parallel Robot. Synthesis and Modeling Issues // IEEE Transactions on Robotics and Automation.
2003. Vol. 19. Iss. 3. P. 411–420.

79. Corinaldi D., Carbonari L., Palpacelli M.-C., Callegari M. Rotational Mobility Analysis of the 3-RFR Class of Spherical Parallel Robots // Advances in Robot Kinematics 2018. Springer, Cham, 2018. P. 161–169.

80. Corves B., Mirz C., Brinker J., Matsuura D., Takeda Y. Stiffness Analysis of Delta Parallel Robots Combining the Virtual Joint Method with an FEA Stiffness Model // ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Cham, 2018. P. 347–354.

81. Coste M. Asymptotic Singularities of Planar Parallel 3-RPR Manipulators // Latest Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2012. P. 35–42.

82. Dasgupta B., Choudhury P. A General Strategy Based on the Newton-Euler

Approach for the Dynamic Formulation of Parallel Manipulators // Mechanism and Machine Theory. 1999. Vol. 34. Iss. 6. P. 801–824.

Bi Gregorio R. A New Parallel Wrist Using Only Revolute Pairs: the 3-RUU
 Wrist // Robotica. 2001. Vol. 19. Iss. 3. P. 305–309.

84. Di Gregorio R. Kinematics of the 3-RSR Wrist // IEEE Transactions on Robotics. 2004. Vol. 20. Iss. 4. P. 750–754.

85. Dietmaier P. The Stewart-Gough Platform of General Geometry Can Have
40 Real Postures // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control. Springer,
Dordrecht, 1998. P. 7–16.

86. Du Plessis L.J., Snyman J.A. A Numerical Method for the Determination of Dextrous Workspaces of Gough-Stewart Platforms // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2001. Vol. 52. Iss. 4. P. 345–369.

87. Dunlop G.R., Jones T.P. Position Analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator // Mechanism and Machine Theory. 1997. Vol. 32. Iss. 8. P. 903–920.

 Earl C.F., Rooney J. Some Kinematics Structures for Robot Manipulator Designs // Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design. 1983.
 Vol. 105. Iss. 1. P. 15–22.

89. Ebert-Uphoff I., Gosselin C.M. Kinematic Study of a New Type of Spatial Parallel Platform Mechanism // Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences. Atlanta, 1998.

90. Fang Y., Tsai L.-W. Structure Synthesis of a Class of 3-DOF Rotational Parallel Manipulators // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2004. Vol. 20. Iss. 1. P. 117–121.

91. Fang Y., Tsai L.-W. Structure Synthesis of a Class of 4-DoF and 5-DoF Parallel Manipulators with Identical Limb Structures // The International Journal of Robotics Research. 2002. Vol. 21. Iss. 9. P. 799–810.

92. Fichter E.F. A Stewart Platform Based Manipulator: General Theory and Practical Construction // The International Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5. Iss. 2. P. 157–182.

93. Frisoli A., Checcacci D., Salsedo F., Bergamasco M. Synthesis by Screw

Algebra of Translating In-Parallel Actuated Mechanisms // Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2000. P. 433–440.

94. Gao F., Li W., Zhao X., Jin Z., Zhao H. New Kinematic Structures for 2-, 3-,
4- and 5-DOF Parallel Manipulator Designs // Mechanism and Machine Theory. 2002.
Vol. 37. Iss. 11. P. 1395–1411.

95. Gao F., Liu X.-J., Chen X. The Relationships between the Shapes of the Workspaces and the Link Lengths of 3-DOF Symmetrical Planar Parallel Manipulators // Mechanism and Machine Theory. 2001. Vol. 36. Iss. 2. P. 205–220.

96. Geng Z., Haynes L.S. Six-Degree-of-Freedom Active Vibration Isolation Using a Stewart Platform Mechanism // Journal of Robotic Systems. 1993. Vol. 10. Iss. 5. P. 725–744.

97. Glazunov V. Design of Decoupled Parallel Manipulators by Means of the Theory of Screws // Mechanism and Machine Theory. 2010. Vol. 45. Iss. 2. P. 239–250.

98. Glazunov V.A. Use of Screw Theory in Manipulator-Mechanics Problems // Document Soviet Machine Science. 1989. № 4. P. 1–6.

99. Gosselin C.M. Determination of the Workspace of 6-DoF Parallel Manipulators // Journal of Mechanical Design. 1990. Vol. 112. Iss. 3. P. 331–336.

100. Gosselin C.M. Kinematic Analysis Optimization and Programming of Parallel Robotic Manipulators. PhD Thesis. McGill University, Montréal, 1985. 235 p.

101. Gosselin C.M. Parallel Computational Algorithms for the Kinematics and Dynamics of Planar and Spatial Parallel Manipulators // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1996. Vol. 118. Iss. 1. P. 22–28.

102. Gosselin C.M., Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Planar Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 1988. Vol. 110. Iss. 1. P. 35–41.

103. Gosselin C.M., Jean M. Determination of the Workspace of Planar Parallel Manipulators with Joint Limits // Robotics and Autonomous Systems. 1996. Vol. 17. Iss. 3. P. 129–138.

104. Gosselin C.M., Masouleh M.T., Duchaine V., Richard P.-L., Kong X. Parallel Mechanisms of the Multipteron Family: Kinematic Architectures and Benchmarking // Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Rome, 2007. P. 555–560.

105. Gosselin C.M., St-Pierre E. Development and Experimentation of a Fast 3-DOF Camera-Orienting Device // The International Journal of Robotics Research. 1997. Vol. 16. Iss. 5. P. 619–630.

106. Gosselin C.M., Wang J. Singularity Loci of Planar Parallel Manipulators with Revolute Actuators // Robotics and Autonomous Systems. 1997. Vol. 21. Iss. 4. P. 377–398.

107. Gough V.E. Contribution to Discussion of Papers on Research in Automobile Stability, Control and Tyre Performance // Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng. 1956-1957.

108. Gough V.E., Whitehall S.G. Universal Tire Test Machine // Proceedings of 9th International Technical Congress F.I.S.I.T.A. 1962. Vol. 117. P. 117–135.

109. Han C.-S., Hudgens J.C., Tesar D., Traver A.E. Modeling, Synthesis, Analysis, and Design of High Resolution Micromanipulator to Enhance Robot Accuracy // Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robot and Systems (IROS). Osaka, 1991. P. 1153–1162.

110. Hay A.M. Optimal Dimensional Synthesis of Planar Parallel Manipulators with Respect to Workspaces. PhD Thesis. University of Pretoria, Pretoria, 2006.

111. Hay A.M., Snyman J.A. The Chord Method for the Determination of Nonconvex Workspaces of Planar Parallel Manipulators // Computers and Mathematics with Applications. 2002. Vol. 43. Iss. 8–9. P. 1135–1151.

112. Hay A.M., Snyman J.A. The Determination of Nonconvex Workspaces of Generally Constrained Planar Stewart Platforms // Computers and Mathematics with Applications. 2000. Vol. 40. Iss. 8–9. P. 1043–1060.

113. Hayes M.J.D. Unified Kinematic Analysis of General Planar Parallel Manipulators // Journal of Mechanical Design. 2004. Vol. 126. Iss. 5. P. 866–874.

114. Heerah I., Benhalib B., Kang B., Mills J.K. Architecture Selection and Singularity Analysis of a Three-Degree-of-Freedom Planar Parallel Manipulator // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2003. Vol. 37. Iss. 4. P. 355–374.

115. Hervé J.M. Group Mathematics and Parallel Link Mechanisms // Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems. North Holland, 1993. P. 57–62.

116. Hervé J.M. Parallel Mechanisms with Pseudo-Planar Motion Generators // On Advances in Robot Kinematics. Kluwer, 2004. P. 431–440.

117. Honegger M., Codourey A., Burdet E. Adaptive Control of the Hexaglide, a 6 DoF Parallel Manipulator // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Albuquerque, 1997. P. 543–548.

118. Huang T., Wang J., Gosselin C.M., Whitehouse D. Determination of Closed Form Solution to the 2-D Orientation Workspace of Gough-Stewart Parallel Manipulators // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1999. Vol. 15. Iss. 6. P. 1121–1125.

119. Hunt K.H. Kinematic Geometry of Mechanisms. Oxford University Press, 1990. 488 p.

120. Hunt K.H. Structural Kinematics of In-Parallel-Actuated Robot Arms // Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design. 1983. Vol. 105. Iss. 4. P. 705–712.

121. Husty M.L. An Algorithm for Solving the Direct Kinematic of Stewart-Gough-Type Platforms // Mechanism and Machine Theory. 1996. Vol. 31. Iss. 4. P. 365–380.

122. Husty M.L., Karger A. Self-Motions of Griffis-Duffy Type Parallel Manipulators // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco, 2000. P. 7–12.

123. Ibarreche J.I., Altuzarra O., Petuya V., Hernández A., Pinto C. Structural Synthesis of the Families of Parallel Manipulators with 3 Degrees of Freedom // Romansy 19 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Vienna, 2013. P. 35–42.

124. Idle M.K., Cobb R.G., Sullivan J.M. Use of Zero-Gravity Suspension System for Testing a Vibration Isolation System // Proceedings of 17th Aerospace Testing Seminar. Manhattan Beach, 1997. P. 79–84.

125. Innocenti C., Parenti-Castelli V. Direct Kinematics of the 6-4 Fully Parallel Manipulator with Position and Orientation Uncoupled // Robotic Systems. Springer, Dordrecht, 1992. P. 3-10.

126. Kane T.R., Levinson D.A. Dynamics: Theory and Applications. McGraw-Hill College, 1985. 523 p.

 Kang B., Yeung B., Mills J.K. Two-Time Scale Controller Design for a High Speed Planar Parallel Manipulator with Structural Flexibility // Robotica. 2002. Vol. 20. Iss. 5. P. 519–528.

128. Karger A. Self-Motions of 6-3 Stewart-Gough Type Parallel Manipulators // Advances in Robot Kinematics: Motion in Man and Machine. Springer, Dordrecht, 2010.P. 359–366.

129. Karimi A., Masouleh M.T., Cardou P. The Dimensional Synthesis of 3-RPR Parallel Mechanisms for a Prescribed Singularity-Free Constant-Orientation Workspace // Advances in Robot Kinematics. Springer, Cham, 2014. P. 365–373.

130. Kassner D.J. Kinematic Analysis of a Planar Three-Degree-of-Freedom Platform-Type Robot Manipulator. Master's Thesis. Purdue University, Purdue, 1990.

131. Kelaiaia R., Company O., Zaatri A. Multiobjective Optimization of a Linear Delta Parallel Robot // Mechanism and Machine Theory. 2012. Vol. 50. P. 159–178.

132. Khan M.A., Zoppi M., Molfino R. 4-DOF Parallel Architecture for Laparoscopic Surgery // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design. Springer, Dordrecht, 2008. P. 119–126.

133. Kim J.W., Hwang J.C., Kim J.C., Park F.C. Eclipse-II: a New Parallel Mechanism Enabling Continuous 360-Degree Spinning Plus Three-Axis Translational Motions // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2002. Vol. 18. Iss. 3. P. 367–373.

134. Kim W.-K., Yi B.J., Cho W. RCC Characteristics of Planar/Spherical Three Degree-of-Freedom Parallel Mechanism with Joint Compliance // Journal of Mechanical Design. 2000. Vol. 122. Iss. 1. P. 10–16.

135. Koevermans W.P. Design and Performance of the Four DOF Motion System of the NLR Research Flight Simulator // Proceedings of AGARD Conference. La Haye, 1975. P. 17-1–17-11.

136. Kohli D., Lee S.-H., Tsai K.-Y., Sandor G.N. Manipulator Configurations

Based on Rotary-Linear (R-L) Actuators and Their Direct and Inverse Kinematics // Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 1988. Vol. 110. Iss. 4. P. 397–404.

137. Koliskor A.Sh. The l-coordinate Approach to the Industrial Robots Design // IFAC Proceedings Volumes. 1986. Vol. 19. Iss. 2. P. 225–232.

138. Kong X., Gosselin C.M. Kinematics and Singularity Analysis of a Novel Type of 3-CRR 3-DOF Translational Parallel Manipulator // The International Journal of Robotics Research. 2002. Vol. 21. Iss. 9. P. 791–798.

139. Kong X., Gosselin C.M. Type Synthesis of 3T1R 4-DOF Parallel Manipulators Based on Screw Theory // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2004. Vol. 20. Iss. 2. P. 181–190.

140. Kong X., Gosselin C.M. Type Synthesis of Parallel Mechanisms. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 276 p.

141. Kong X., Gosselin C.M. Type Synthesis of Three-Degree-of-Freedom Spherical Parallel Manipulators // The International Journal of Robotics Research. 2004. Vol. 23. Iss. 3. P. 237–245.

142. Lallemand J.-P., Goudali A., Zeghloul S. The 6-DoF 2-Delta Parallel Robot // Robotica. 1997. Vol. 15. Iss. 4. P. 407–416.

143. Landsberger S.E., Sheridan T.B. A Minimal, Minimal Linkage: The Tension-Compression Parallel Link Manipulator // Robotics, Mechatronics and Manufacturing Systems. North Holland, 1993. P. 81–88.

144. Laribi M.A., Romdhane L., Zeghloul S. Analysis and Dimensional Synthesis of the DELTA Robot for a Prescribed Workspace // Mechanism and Machine Theory. 2007. Vol. 42. Iss. 7. P. 859–870.

145. Laryushkin P., Glazunov V. A New 3-DOF Translational Parallel Manipulator: Kinematics, Dynamics, Workspace Analysis // Romansy 19 – Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Vienna, 2013. P. 11–18.

146. Lee K.M., Shah D.K. Kinematic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1988. Vol. 4. Iss. 3. P. 354–360. 147. Li Q.C., Huang Z. Mobility Analysis of a Novel 3-5R Parallel Mechanism Family // Journal of Mechanical Design. 2004. Vol. 126. Iss. 1. P. 79–82.

148. Lin W., Li B., Yang X., Zhang D. Modeling and Control of Inverse Dynamics for a 5-DOF Parallel Kinematic Polishing Machine // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2013. Vol. 10. Iss. 8.

149. Liu X.-J., Wang J. Some New Parallel Mechanisms Containing the Planar Four-Bar Parallelogram // The International Journal of Robotics Research. 2003. Vol. 22. Iss. 9. P. 717–732.

150. Liu X.-J., Wang J., Gao F. Performance Atlases of the Workspace for Planar3-DOF Parallel Manipulators // Robotica. 2000. Vol. 18. Iss. 5. P. 563–568.

151. Liu X.-J., Wang J., Oh K.-K., Kim J. A New Approach to the Design of a DELTA Robot with a Desired Workspace // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2004. Vol. 39. Iss. 2. P. 209–225.

152. Masory O., Wang J. Workspace Evaluation of Stewart Platforms // Advances Robotics. 1994. Vol. 9. Iss. 4. P. 443–461.

153. Masouleh M.T., Husty M., Gosselin C.M. Forward Kinematic Problem of 5-PRUR Parallel Mechanisms Using Study Parameters // Advances in Robot Kinematics: Motion in Man and Machine. Springer, Dordrecht, 2010. P. 211–221.

154. Merlet J.-P. Determination of the Orientation Workspace of Parallel Manipulators // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 1995. Vol. 13. Iss. 2. P. 143–160.

155. Merlet J.-P. Direct Kinematics and Assembly Modes of Parallel Manipulators // The International Journal of Robotics Research. 1992. Vol. 11. Iss. 2. P. 150–162.

156. Merlet J.-P. Optimal Design for the Micro Parallel Robot MIPS // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington, 2002. P. 1149–1154.

157. Merlet J.-P. Parallel Robots. Second Edition. Springer, Dordrecht, 2006. 402 p.

158. Merlet J.-P. Solving the Forward Kinematics of a Gough-Type Parallel

Manipulator with Interval Analysis // The International Journal of Robotics Research. 2004. Vol. 23. Iss. 3. P. 221–236.

159. Merlet J.-P., Gosselin C.M. Nouvelle Architecture Pour un ManipulateurParallèle à 6 Degrés de Liberté // Mechanism and Machine Theory. 1991. Vol. 26. Iss. 1.P. 77–90.

160. Merlet J.-P., Gosselin C.M., Mouly N. Workspaces of Planar Parallel Manipulators // Mechanism and Machine Theory. 1998. Vol. 33. Iss. 1–2. P. 7–20.

161. Merlet J.-P., Gosselin C.M., Mouly N. Workspaces of Planar Parallel Manipulators // Mechanism and Machine Theory. 1998. Vol. 33. Iss. 1. P. 7–20.

162. Miller K. Modeling of Dynamics and Model-Based Control of DELTA Direct-Drive Parallel Robot // Journal of Robotics and Mechatronics. 1995. Vol. 17. No. 4. P. 344–352.

163. Miller K. Optimal Design and Modelling of Spatial Parallel Manipulators // The International Journal of Robotics Research. 2004. Vol. 23. Iss. 2. P. 127–140.

164. Murray A.P., Pierrot F. N-Position Synthesis of Parallel Planar RPR Platforms // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control. Springer, Dordrecht, 1998. P. 69–78.

165. Nabat V., De la O Rodriquez M., Company O., Krut S., Pierrot F. Par4: Very High Speed Parallel Robot for Pick-and-Place // Proceedings of 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Edmonton, 2005. P. 553–558.

166. Neumaier A. Interval Methods for Systems of Equations. Cambridge University Press, 1991. 272 p.

167. Neumann K.E. Robot. US Patent No. 4,732,525, 22 March 1988.

168. Nguyen C.C., Antrazi S.S., Zhou Z.-L., Campbell C.E. Adaptive Control of a Stewart Platform-Based Manipulator // Journal of Robotic Systems. 1993. Vol. 10. Iss. 5. P. 657–687.

169. Patel Y., George P. Parallel Manipulators Applications – A Survey // Modern Mechanical Engineering. 2012. Vol. 2. Iss. 3. P. 57–64.

170. Pennock G.R., Kassner D.J. Kinematic Analysis of a Planar Eight-Bar

Linkage: Application to a Platform-Type Robot // Journal of Mechanical Design. 1992. Vol. 114. Iss. 1. P. 87–95.

171. Pickard J.K., Carretero J.A., Merlet J.-P. Analysis Methods for the 3-RRR with Uncertainties in the Design Parameters // Advances in Robot Kinematics 2016. Springer, Cham, 2018. P. 109–118.

172. Pierrot F. Robots Pleinement Parallèles Légers: Conception, Modélisation et Commande. PhD Thesis. Université Montpellier II, Montpellier. 1991.

173. Pisla D., Plitea N., Gherman B.G., Vaida C., Pisla A., Suciu M. Kinematics and Design of a 5-DOF Parallel Robot Used in Minimally Invasive Surgery // Advances in Robot Kinematics: Motion in Man and Machine. Springer, Dordrecht, 2010. P. 99–106.

174. Pisla D., Plitea N., Vaida C. Kinematic Modeling and Workspace Generation for a New Parallel Robot Used in Minimally Invasive Surgery // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design. Springer, Dordrecht, 2008. P. 459–468.

175. Pritschow G., Eppler C., Lehner W.-D. Highly Dynamic Drives for Parallel Kinematic Machines with Constant Arm Length // Proceedings of 1st International Colloquium of the Collaborative Research Centre 562. Braunschweig, 2002. P. 199–211.

176. Rashoyan G.V., Lastochkin A.B., Glazunov V.A. Kinematic Analysis of a Spatial Parallel Structure Mechanism with a Circular Guide // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015. Vol. 44. Iss. 7. P. 626–632.

177. Rico J.M., Ravani B. Group Theory Can Explain the Mobility of Paradoxical Linkages // Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2002. P. 245–254.

178. Rolland L., Chandra R. On Solving the Forward Kinematics of the 6-6 General Parallel Manipulator with an Efficient Evolutionary Algorithm // ROMANSY 18. Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Vienna, 2010. P. 117–124.

179. Ryu S.-J., Kim J.W., Hwang J.C., Park C., Cho H.S., Lee K., Lee Y., Cornel U., Park F.C., Kim J. Eclipse: an Overactuated Parallel Mechanism for Rapid Machining // Parallel Kinematic Machines. Springer, London, 1999. P. 441–455.

180. Schadlbauer J., Vaida C., Tucan P., Pisla D., Husty M., Plitea N. A Complete Analysis of Singularities of a Parallel Medical Robot // Advances in Robot Kinematics 2016. Springer, Cham, 2018. P. 81-89.

181. Schwaar C., Neugebauer R., Schwaar M. Device for the Displacement and/or Positioning of an Object in Five Axes. US Patent No. 7,104,746, 30 April 2004.

182. Siciliano B., Khatib O. Springer Handbook of Robotics. Springer International Publishing, 2016. 2227 p.

183. Simaan N., Glozman D., Shoham M. Design Considerations of New Six Degrees-of-Freedom Parallel Robots // Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Louvain, 1998. P. 1327–1333.

184. Snyman J.A., Du Plessis L.J., Duffy J. An Optimization Approach to the Determination of the Boundaries of Manipulator Workspaces // Journal of Mechanical Design. 2000. Vol. 122. Iss. 4. P. 447–456.

185. Soh G.S., McCarthy J.M. Synthesis and Analysis of a Constrained Spherical Parallel Manipulator // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Design. Springer, Dordrecht, 2008. P. 101–110.

186. Solazzi M., Gabardi M., Frisoli A., Bergamasco M. Kinematics Analysis and Singularity Loci of a 4-UPU Parallel Manipulator // Advances in Robot Kinematics. Springer, Cham, 2014. P. 467–474.

187. Sorli M., Ferraresi C., Kolarski M., Borovac B., Vukobratović M. Mechanics of Turin Parallel Robot // Mechanism and Machine Theory. 1997. Vol. 32. Iss. 1. P. 51–77.

188. Stigger T., Nayak A., Caro S., Wenger P., Pfurner M., Husty M.L. Algebraic Analysis of a 3-RUU Parallel Manipulator // Advances in Robot Kinematics 2018. Springer, Cham, 2018. P. 141–149.

189. Stoughton R., Arai T. A Modified Stewart Platform Manipulator with Improved Dexterity // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1993. Vol. 9. Iss. 2. P. 166–173.

190. Stoychitch M.Y. Generate Stepper Motor Linear Speed Profile in Real Time // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 294.

191. Su Y.X., Duan B.Y., Peng B., Nan R.D. Singularity Analysis of Fine-Tuning Stewart Platform for Large Radio Telescope Using Genetic Algorithm // Mechatronics.

2003. Vol. 13. Iss. 5. P. 413-425.

192. Szilaghyi A., Stoica A., Pisla D., Vaida C., Plitea N. Kinematics Analysis of a Parallel Surgical Robot // Latest Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2012. P. 333–340.

193. Tahmasebi F., Tsai L.-W. Closed-Form Direct Kinematics Solution of a New Parallel Minimanipulator // Journal of Mechanical Design. 1994. Vol. 116. Iss. 4. P. 1141–1147.

194. Tanev T.K. Forward Displacement Analysis of a Three-Legged Four-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control. Springer, Dordrecht, 1998. P. 147–154.

195. Tsai L.-W. Kinematics of a Three-DoF Platform with Three Extensible Limbs // Recent Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 1996. P. 401–410.

196. Tsai L.-W., Joshi S. Kinematics and Optimization of a Spatial 3-UPU Parallel Manipulator // Journal of Mechanical Design. 1999. Vol. 122. Iss. 4. P. 439–446.

197. Tyves L., Glazunov V., Danilin P., Thanh N.M. Decoupled Parallel Manipulator with Universal Joints and Additional Constraints // ROMANSY 18. Robot Design, Dynamics and Control. Springer, Vienna, 2010. P. 65–72.

198. Waldron K.J., Raghavan M., Roth B. Kinematics of a Hybrid Series-Parallel Manipulation System // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1989. Vol. 111. Iss. 2. P. 211–221.

199. Wang L.-C.T., Hsieh J.-H. Extreme Reaches and Reachable Workspaces Analysis of General Parallel Robotic Manipulators // Journal of Robotic Systems. 1998. Vol. 15. Iss. 3. P. 145–149.

200. Wang S., Hikita H., Hanajima N., Yamashita M., Zhao Y., Huang Z. Kinematics and Force Analysis of a 6 D.O.F. Parallel Mechanism with Elastic Joints // Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control. Springer, Dordrecht, 1998. P. 87–96.

201. Wang Z., Wang Z., Liu W., Lei Y. A Study on Workspace, Boundary Workspace Analysis and Workpiece Positioning for Parallel Machine Tools // Mechanism and Machine Theory. 2001. Vol. 36. Iss. 5. P. 605–622.

202. Wenger P., Chablat D.C. Kinematic Analysis of a New Parallel Machine-Tool: the Orthoglide // Advances in Robot Kinematics. Springer, Dordrecht, 2000. P. 305–314.

203. Wu H., Handroos H., Kovanen J., Rouvinen A., Hannukainen P., Saira T., Jones L. Design of Parallel Intersector Weld/Cut Robot for Machining Processes in ITER Vacuum Vessel // Fusion Engineering and Design. 2003. Vol. 69. Iss. 1–4. P. 327–331.

204. Zabalza I., Ros J., Gil J., Pintor J.M., Jimenez J.M. TRI-SCOTT. A New Kinematic Structure for a 6-DOF Decoupled Parallel Manipulator // Proceedings of Workshop on Fundamental Issues and Future Directions for Parallel Mechanics and Manipulators. Québec, 2002. P. 12–15.

205. Zoppi M., Bruzzone L.E., Molfino R.M. A Novel 5-DoF Interconnected-Chains PKM for Manufacturing of Revolute Surfaces // Proceedings of 4th Chemnitzer Parallel Kinematik Seminar. Chemnitz, 2004. P. 437–448.

206. Zsombor-Murray P. Direct Kinematics of an Orthogonal 6PRRS Parallel Manipulator // Advances in Robot Kinematics. Springer, Cham, 2014. P. 21–29.