

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ  
им. А.А. Благонравова



На правах рукописи

УДК 621.01

РАШОЯН ГАГИК ВОЛОДЯЕВИЧ

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НОВЫХ  
I – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ И ИНФОРМАЦИОННО-  
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Специальность: 05.02.18 – Теория механизмов и машин

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научный консультант:  
доктор технических наук,  
профессор Глазунов В.А.

Москва – 2021

## АННОТАЦИЯ

В работе представлены новые  $l$  – координатные пространственные механизмы параллельной структуры, существенно расширяющие класс этих устройств, рассмотрены свойства этих механизмов, присущие как традиционным устройствам данного класса, так и тем, которые получены вновь в результате данного исследования.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ .....	13
1.1 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ: $l$ – КООРДИНАТНЫЕ МЕХАНИЗМЫ И ИЗМЕРИТЕЛИ .....	13
1.2 ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ АНАЛИЗА ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ .....	21
1.3 МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В РАЗЛИЧНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ.....	24
ГЛАВА 2. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ $l$ - КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С УЧЕТОМ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИВОДОВ МЕЖДУ ОСНОВАНИЕМ И ВЫХОДНЫМ ЗВЕНОМ.....	37
2.1 КЛАССИФИКАЦИЯ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ БЕЗ УЧЕТА РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИВОДОВ И НАЛИЧИЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЗВЕНЬЕВ .....	37
2.2 РАСШИРЕННАЯ ТАБЛИЦА КЛАССИФИКАЦИИ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ МЕЖДУ ОСНОВАНИЕМ ИЛИ ВЫХОДНЫМ ЗВЕНОМ И ОДНИМ ИЗ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЗВЕНЬЕВ.....	44
2.3 СИНТЕЗ СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ.....	65
ГЛАВА 3. СИНТЕЗ СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ И С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕРЖНЯМИ-ВВОДАМИ .....	77
3.1 МЕХАНИЗМЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕРЖНЯМИ- ВВОДАМИ .....	77

3.2	ПРИМЕРЫ МЕХАНИЗМОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ.....	81
ГЛАВА 4. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ПОЛОЖЕНИЯХ И АНАЛИЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ .....		
4.1	НОВАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	88
4.2	РАЗРАБОТКА МЕХАНИЗМОВ, НЕ ИМЕЮЩИХ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ .....	108
4.3	СИНТЕЗ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВодОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ БЕЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ .....	117
4.4	РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ПОЛОЖЕНИЯХ МЕТОДОМ ВИНТОВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ РАЗЛИЧНОЙ СТРУКТУРЫ .....	132
4.5	ГРАДИЕНТ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ ПЛЮККЕРОВЫХ КООРДИНАТ КАК НАПРАВЛЕНИЕ НАИСКОРЕЙШЕГО ВЫВОДА $l$ – КООРДИНАТНОГО МЕХАНИЗМА ИЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ .....	141
4.6	АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВИНТОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ТОПОЛОГИЮ СИНГУЛЯРНЫХ ЗОН РОБОТОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ.....	154
ГЛАВА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ С УЧЕТОМ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ И БЛИЗОСТИ К ОСОБЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ .....		
5.1	МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ.....	168
5.2	КОРРЕКТИРОВКА ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ $l$ – КООРДИНАТНОГО МАНИПУЛЯТОРА ДЛЯ ОБХОДА ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ.....	173

5.3	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ $l$ – КООРДИНАТНОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ И ДОПУСТИМЫХ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ .....	179
5.4	ОПИСАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ $l$ – КООРДИНАТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СХВАТА РОБОТА .....	189
5.5	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ ТОЧЕК БАЗЫ ИНФОРМАЦИОННО – ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ $l$ – КООРДИНАТНОЙ СИСТЕМЫ .....	192
5.6	РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА РОБОТА .....	203
5.7	СВЯЗЬ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ И АНАЛОГОВ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ .....	205
5.8	$l$ – КООРДИНАТНЫЙ МЕХАНИЗМ ТРЕНАЖЕРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ВОДИТЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ .....	209
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	228
	ЛИТЕРАТУРА.....	231

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы работы.** Для решения задач, поставленных перед современным машиностроением Стратегией научно-технологического развития Российской Федерации<sup>1</sup>, необходимо синтезировать механизмы, наиболее полно соответствующие той или иной технической задаче. В этой связи следует отметить особую роль механизмов параллельной структуры, обладающих уникальными свойствами: точность, грузоподъемность, и т.д.

Среди этих механизмов особую роль играют  $l$  – координатные механизмы, в которых все приводы выполнены в виде линейных двигателей, размещенных между основанием и выходным звеном. Исторически первым механизмом параллельной структуры является платформа Гауфа [158], в которой основание и выходное звено соединены шестью кинематическими цепями, каждая из которых содержит линейный двигатель и две сферические кинематические пары.

Это  $l$  – координатный механизм, предназначенный для испытаний элементов автомобиля. В дальнейшем область применения подобного рода механизмов значительно расширилась – это и тренажеры, и металлообрабатывающие станки, и измерительные системы.

В Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (ИМАШ РАН) под руководством А.Ш. Колискова [74-77] был проведен цикл работ по исследованию и классификации подобного рода механизмов. Основой классификации являлось количество точек крепления приводов на основании и выходном звене. Был предложен широкий спектр применений данного вида устройств.

Однако, с течением времени выяснилось, что класс  $l$  – координатных механизмов может и должен быть существенно расширен. В частности, речь идет о тех устройствах, в которых точки крепления приводов могут

---

<sup>1</sup> Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 г. № 642

располагаться не на основании либо на выходном звене, а на каких-либо промежуточных звеньях. Следует отметить, что именно таким образом построена платформа Стюарта, содержащая три кинематические цепи и предназначенная для авиационных тренажеров.

Кроме того, можно принять во внимание такие  $l$  – координатные механизмы, в которых приводы расположены вне рабочей зоны. Именно по такому принципу построены механизмы, разработанные в ИМАШ РАН под руководством А.Ф. Крайнева [80, 81] и предназначенные для испытаний моделей аэрокосмических систем в аэродинамической трубе.

Однако указанные устройства, расширяющие класс  $l$  – координатных механизмов, не были систематизированы, хотя область их возможных применений весьма широка. Они могут быть применены не только в технологических, испытательных, обучающих системах, но и в медицине, в частности, в хирургии, или при реабилитации больных, перенесших операции на конечностях.

Исходя из изложенного, тема данной работы, связанная с расширением класса  $l$  – координатных механизмов, выявлением их общих свойств, определением их области технических приложений, представляется весьма актуальной.

**Целью** данной работы является существенное расширение класса  $l$  – координатных механизмов для эффективного решения технических задач, связанных с манипуляционными, измерительными, тестирующими операциями.

Для достижения поставленной цели следует:

- провести синтез и классификацию структурных и кинематических схем механизмов параллельной структуры, существенно расширяющих класс  $l$  – координатных механизмов. разработать метод структурного синтеза новых механизмов, основой которого будет являться перенесение точек крепления приводов на промежуточные звенья.

- получить теоретические закономерности проектирования структурных схем  $l$  – координатных механизмов, для которых имеет место аналитическое решение задач о положениях.

- разработать новый метод кинематического анализа и решения задач о положениях для расширенного класса  $l$  – координатных механизмов, основанный на винтовом исчислении.

- получить теоретические закономерности выбора параметров новых  $l$  – координатных механизмов, исключающие возможность наличия особых положений.

- разработать методы расчета точностных параметров для  $l$  – координатных измерительных систем вблизи особых положений с учетом конструктивных особенностей механизма вождения нити.

- разработать метод кинематического анализа для вывода  $l$  – координатных механизмов из особых положений и движения внутри зоны особых положений.

- получить базовые закономерности анализа особых положений с учетом углов давления для  $l$  – координатных механизмов, определить рабочие зоны экспериментальных образцов  $l$  – координатных механизмов и информационно-измерительных систем.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

- разработана научная концепция существенного расширения класса  $l$  – координатных механизмов, основанная на перенесении точек крепления приводов к основанию и выходному звену.

- предложен новый подход к параметрическому синтезу  $l$  – координатных механизмов, обеспечивающий отсутствие особых положений.

- доказана возможность повышения точности  $l$  – координатных измерительных систем при приближении к особым положениям с



использованием понятия взаимного кинематического винта.

- введены изменения трактовки известного понятия  $l$  – координатных механизмов, основанные на перенесении точек крепления приводов, а также на расположении приводов вне рабочей зоны.

**Методы исследования.** В работе применялись методы теории механизмов и машин, теоретической механики, методы оптимизации, аналитической геометрии, методы компьютерного моделирования, теории автоматического управления, а также элементы винтового исчисления.

**Достоверность результатов диссертации** подтверждается использованием общепринятых допущений, апробированных методик структурных кинематических и динамических исследований, а также частичной проверкой результатов на основе численных и натурных экспериментов.

**Научная новизна заключается в следующем:**

- доказана эффективность применения новой методики, позволяющей существенно расширить класс  $l$  – координатных механизмов, путем изменения положения точек приводов, а также расположения точек крепления приводов вне рабочей зоны.

- применительно к проблематике диссертации, связанной с синтезом и изучением  $l$  – координатных механизмов, эффективно использован метод винтового исчисления.

- изложены условия наличия аналитического решения задач о положениях применительно к традиционным  $l$  – координатным механизмам, а также к модифицированным механизмам, полученным перенесением точек крепления приводов.

- раскрыты новые проблемы, связанные с синтезом модифицированных  $l$  – координатных механизмов и обусловленные необходимостью пересечения в одной точке осей приводов.

- изучены взаимосвязи между свойствами обычных  $l$  – координатных

механизмов и модифицированных механизмов, полученных путем перенесения точек крепления приводов и расположения приводов вне рабочей зоны.

- проведена модернизация существующих математических моделей, алгоритмов и численных методов, применявшихся для синтеза и анализа  $l$  – координатных механизмов применительно к решению задач о положениях, и задач вывода из особых положений применительно к расширенному классу данных механизмов.

- решена научная проблема, имеющая важное хозяйственное значение – получен расширенный класс  $l$  – координатных механизмов, эффективно решающий новые технические задачи в технологических, измерительных, манипулирующих системах.

#### **Апробация работы**

Результаты данной работы были представлены на следующих конференциях:

XII Международный симпозиум «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем». Москва – Звенигород, 1998;

Десятый всемирный конгресс по ТММ, Оулу, Финляндия, 1999 (Tenth World Congress on TMM. Oulu, Finland, 1999);

XIII Международный симпозиум «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем». Москва – Звенигород, 2001;

Международная конференция по теории механизмов и механике машин. Краснодар, 2006;

Научная конференция «Инновации в условиях развития информационно-коммуникационных технологий». Сочи, 2008;

Всероссийский междисциплинарный семинар «Философско-методологические проблемы искусственного интеллекта». Пермь, 2008;

V Международная конференция «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ, 2012 г;

Международная конференция по методам аэрофизических исследований. Казань, 2012 (International Conference on the Methods of Aero-physical Research). Kazan, 2012;

XVIII Международный симпозиум «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем» - DYVIS-2015, посвященный 100-летию со дня рождения д.т.н., проф. А.Е. Кобринского. Москва, 2015;

Всероссийская конференция с приглашением международных участников «Менеджмент качества, транспортная и информационная безопасность, информационные технологии». Нальчик, 2016 (IEEE Conference on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&MQ&IS). Nalchik, 2016);

Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы информатики, механики и робототехники. Цифровые технологии в машиностроении». Алматы, 2018;

VI Международная научная конференция «Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении», Москва, 2019;

Международная конференция по искусственному интеллекту. Москва, 2019 (International Conference of Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education. Moscow, 2019);

XII Мультиконференция по проблемам управления. Геленджик, 2019;

Четырнадцатая международная конференция по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения». Курск, 2019 (14th International Conference on Electromechanics and Robotics «Zavalishin's Readings». Kursk, Russia, 2019);

Четвертая международная конференция «Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education». Москва, 2020 г.

### **Структура диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения,

списка литературы, приложений. Общий объем диссертации 255 страниц, в тексте имеется 11 таблиц и 102 рисунок. Список литературы представлен на 24 страницах из 201 наименования.

**ГЛАВА 1**  
**ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**  
**ИССЛЕДОВАНИЯ**  
**1.1 ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ**  
**СТРУКТУРЫ:**  
***l* – КООРДИНАТНЫЕ МЕХАНИЗМЫ И ИЗМЕРИТЕЛИ**

Пространственные механизмы параллельной структуры — это механизмы, в которых выходное звено соединено с неподвижным основанием при помощи двух или более (до шести) подцепей, каждая из которых налагает некоторое количество связей на выходное звено механизма.

Механизмы параллельной структуры лежат в основе многофункциональных механических и измерительных систем. В частности, «параллельность» соединения кинематической подцепи в манипуляторах дает преимущество по сравнению с манипуляторами с антропоморфной структурой благодаря образующейся (в статике) пространственной ферме, в результате чего, нагрузка распределяется наиболее равномерно по всем подцепям. Кроме того, узлы механизмов данного класса унифицированы. К недостаткам этих механизмов относится ограниченная рабочая зона, меньшая маневренность по сравнению с механизмами непараллельной компоновки и наличие особых («мертвых» положений) в рабочей зоне.

В зависимости от количества соединительных подцепей, числа степеней свободы и количества приводных пар в каждой кинематической подцепи механизмы параллельной структуры образуют обширный класс. Наиболее полная классификация пространственных механизмов проведена в работах [27, 51], в работе К.Х. Ханта [130] пространственные механизмы параллельной структуры классифицированы по числу степеней свободы и

числу соединительных подцепей. В этом многообразии пространственных механизмов особое место занимают  $l$  – координатные механизмы.

В данной диссертационной работе рассматриваются механизмы параллельной структуры на основе  $l$  – координат. Понятие  $l$  – координат было введено А.Ш. Колискором [80]. Отличительной чертой  $l$  – координатных механизмов является наличие шести подцепей SPS (S – сферическая пара, P – поступательная пара), которыми выходное звено механизма соединяется с основанием (рисунок 1.1), при этом поступательная пара является приводной. Расстояние между точками на основании  $B_i$  и точками на выходном звене  $P_i$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) в виде  $l$  – координат является обобщенной координатой. В качестве привода могут быть использованы гидроцилиндры, механизмы типа винт – гайка с электродвигателем и др.

$l$  – координатные механизмы обладают шестью степенями свободы и согласно формуле А.П. Малышева [24]

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 - \lambda \quad (1.1),$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $p_5, p_4, p_3, p_2, p_1$

- число соответственно одноподвижных, двухподвижных, ..., пятиподвижных кинематических пар,  $\lambda$  – число местных подвижностей, не влияющих на положение выходного звена. Тогда для  $l$  – координатного механизма получим:

$$\begin{aligned} p_5 = 6; \quad p_4 = p_2 = p_1 = 0; \quad p_3 = 12; \\ \lambda = 6; \quad W = 6. \end{aligned}$$

Полный структурный синтез  $l$  – координатных механизмов проведен в работе К.С. Арзуманяна [21]. В результате синтезированы 59  $l$  – координатных структур. Эти структуры приведены в таблице 1.1.

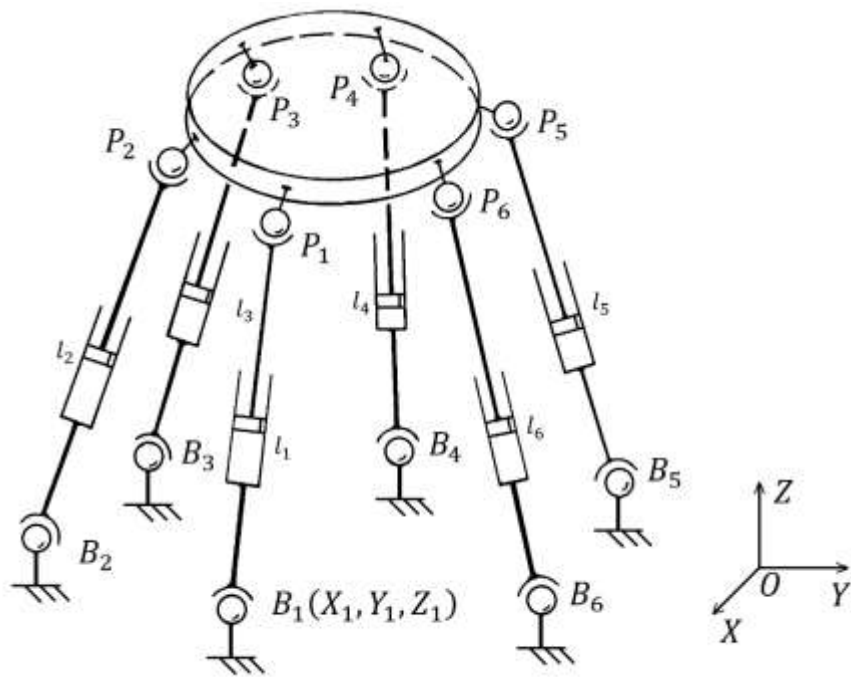


Рисунок 1.1

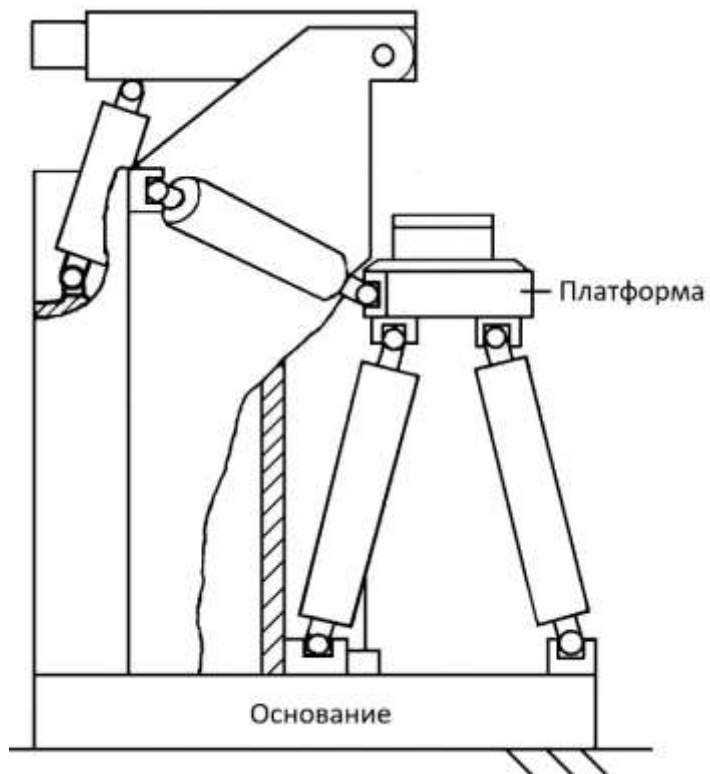


Рисунок 1.2

Таблица 1.1

класс		I $r=6$				II $r=5$				III $r=4$					IV $r=3$		
		а	а	б	в	а	б	в	г	д	а	б	в				
1	1	1 54611-60 	10 55621-61 			18 54621-22 							39 53621-01 				
	2					20 54630-31 							58 53631-11 				
2	2					21 54512-20 	22 54520-11 						55 53532-10 	56 53532-00 	57 53532-01 		
	1	2 56010-41 	16 55522-30 	17 55022-22 		23 54522-03 	24 54522-11 	25 54522-20 					54 53522-01 				
3	1	1 58413-22 	11 55422-03 	14 55422-11 	15 55422-20 	26 54622-20 	27 54622-10 	28 54622-01.0 	29 54422-00 	30 54422-01V 	52 53622-00 	53 53622-01 					
	2	4 58413-30 	11 55432-20 	12 55423-11 		31 54423-10 	32 54423-01 					51 53423-00 					
	3						34 54433-10 					50 53433-00 					
	4					33 54432-01 	35 54432-10 					47 53432-00 	48 53432-00V 	49 53432-00V 			
4	4					36 54332-00 						46 53332-00 					
	3					37 54333-01 						45 53333-00 					
	2	5 56313-11 	6 55323-20 	9 55324-00 	10 55323-01 	38 54320-00V 	39 54323-07V1 	40 54523-01 				44 53323-00 					
1	6 56312-03 	7 55325-10 			41 54322-01 	42 54322-00 					43 53522-00 						

Одним из первых таких механизмов являются «платформа Гауфа» [194], которую предложено использовать в качестве авиационного тренажера, манипулятор Данилевского [13] и другие. Отметим также



некоторые конструкции, например, технологический модуль механообработки для комплектации гибких производственных систем [7], разработанный в Новосибирском электромеханическом институте.

Наиболее полный обзор  $l$  – координатных механизмов в различных областях техники проведен в работах [19, 21, 134].

$l$  – координатный принцип построения механизмов лежит в основе металлообрабатывающего прецизионного станка «шестиноги» [122] приведенной на рисунке 1.2. Обрабатываемая деталь закрепляется на вращающемся столе, а инструмент – в шпиндельной головке. Управление механизмами станка осуществляется от компьютера.

В работе [25], предложена идея создания манипуляционных роботов на основе механизма «платформа Гауфа». В основе лежит сбалансированное применение традиционных – последовательных и параллельных структур.

Разнообразные применения в конструкциях манипуляторов и других машин рассмотрены в работах [2, 4, 6, 11, 14, 15, 22, 26, 96, 112, 118, 140, 149]. Параллельная конструкция входит в основу устройств копирования на металлорежущих станках [2]. В работе [194] предлагается использовать механизм на основе  $l$  – координат в качестве сборочного устройства. Разработаны также специальные датчики на основе  $l$  – координат, используемые для силомоментного очувствления промышленных роботов [12].

Особо важное значение имеет применение пространственных механизмов данного класса, предназначенных для механизмов перемещения моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах [51], методика синтеза которых приведена в работах [19, 82].

В работе [12] разработан пространственный механизм, с тремя кинематическими подцепями и шестью приводами, который может быть использован при автоматизации работ в вакууме с выведением из рабочей зоны приводов, при этом сферические шарнирные сочленения на выходном

звене механизма выполнены из упругих материалов. В результате этого достигается устранение возможных люфтов и адгезии в конструктивных элементах кинематических пар.

Из важных работ, опубликованных в этой области, следует отметить работы Мерле [177, 178]. В работе [177] этим автором рассмотрена так называемая «новая архитектура» организации  $l$  – координат (рисунок 1.3), хотя следует отметить, что такая компоновка  $l$  – координат была ранее рассмотрена [5]. Отличительной чертой для данного манипулятора является наличие шести линейных приводов, расположенных вертикально. Получены выражения для обратной матрицы Якоби и ее изменения во времени для решения задачи ускорения. Определена матрица жесткости манипулятора.

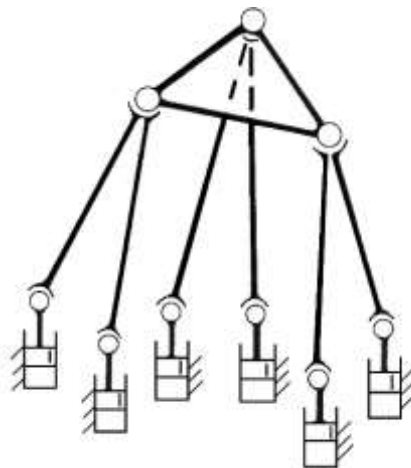


Рисунок 1.3

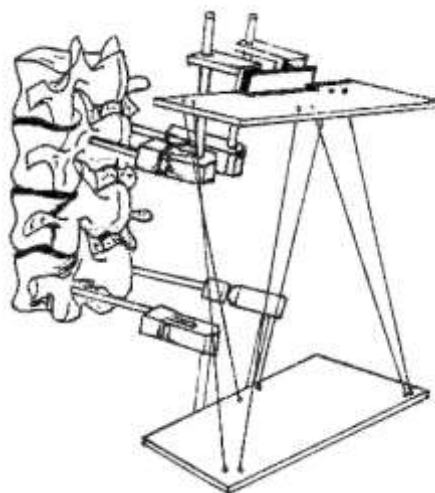


Рисунок 1.4

Это, в конечном итоге, дает возможность построить карты жесткости в рабочем пространстве.

В работе [191] представлен один из частных видов  $l$  – координатной структуры с треугольной платформой и шестигранным основанием. В этой статье дается анализ прямой задачи о положениях, основанный на простых геометрических преобразованиях, связанных с решением алгебраических выражений шестнадцатого порядка с представлением числовых примеров.

Решению прямой задачи о положениях посвящены также работы [163, 182], которые основаны на анализе приведенных вспомогательных схем.

В работе [121] Ю.Л. Саркисяном и Т.Ф. Парикьяном решена прямая задача о положениях для механизма 6(SPS) с вводом трех дополнительных угловых координат. Путем приведения механизма к пространственному семизвенному механизму 5(SS), авторами разработан также алгоритм получения всех кратных сборок (возможных положений выходного звена) для фиксированных значений обобщенных координат.

Аналогичные работы проведены позже Ши и Фентоном [193] с вводом трех дополнительных угловых координат для получения аналитических выражений. В работах К.С. Арзуманяна [21] и В.Ф. Чернова [134] в качестве дополнительных трех координат выступают три линейных величины, корректируя значение которых, определяется положение выходного звена  $l$  – координатного механизма общего вида.

Анализу мгновенной кинематики роботов с параллельным расположением приводов для частных симметричных систем посвящена работа Мохамеда и Даффи [93], где рассматривались механизмы с вращательными приводами.

Фихтером [146] рассмотрена динамика  $l$  – координатного механизма общего вида на основе уравнения Ньютона – Эйлера с использованием матрицы плюккеровых координат.

Вышеуказанное относится к  $l$  – координатным двигательным системам. Существуют измерительные системы на основе  $l$  – координат для регистрации законов движения и аттестации промышленных роботов.

Перспективным является применение  $l$  – координат в области метрологической навигации в измерительной системе, которая позволяет получить информацию о текущих положениях, скоростях и ускорениях пространственно движущихся объектов. Для этой цели были разработаны совместно Институтом машиноведения и немецкими коллегами информационно – измерительные системы для регистрации законов движения схвата (выходного звена) роботов [1, 8, 9, 65, 77], а также, для экспериментальных исследований и диагностирования роботов и других машин циклического действия [75, 76]. Погрешность при динамических испытаниях данной системы составляет до  $\pm 12$  мкм.

Интересное применение измерителя на основе  $l$  – координат найдено и внедрено компанией Parks Electronics Company из штата Орегон в США [168]. Две плиты жестко прикреплены к двум соседним поясничным позвонкам (рисунок 1.4) и соединены между собой шестью эластичными трубками переменной длины, наполненными ртутью. В результате движения поясничных позвонков относительно друг друга изменится сопротивление между соответствующими точками крепления шести эластичных трубок. Составлена математическая модель преобразования координат Декарта – Эйлера и  $l$  – координат на основе метода Ньютона – Рафсона. В работе также приведены калибровочные таблицы и некоторые результаты проведения исследований.

На рисунке 1.5 представлена схема  $l$  – координатного измерителя [29, 129], в которой положение тела в пространстве определяется зазорами шести расстояний между неподвижными точками базы и точками тела. Посредством регистрации фактических законов движения выходного звена промышленного робота анализируется его динамика и точность

функционирования. Такой подход приемлем для аттестации точности позиционирования промышленных роботов [78].

Таким образом, область применения механизмов параллельной структуры обширна и затрагивает робототехнику, различные технологические процессы, измерительную и испытательную технику.

## 1.2 ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ АНАЛИЗА ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

В особые положения могут попадать механизмы, как с незамкнутыми кинематическими цепями, так и с замкнутыми. Для механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями в особые положения вырождается матрица Якоби, и в результате затрудняется процесс управления механизмом (например, роботом).

В механизмах с замкнутыми кинематическими цепями особые положения соответствуют мгновенной подвижности в неприводных парах. Критерии таких положений разработаны Ф.М. Диментбергом [67].

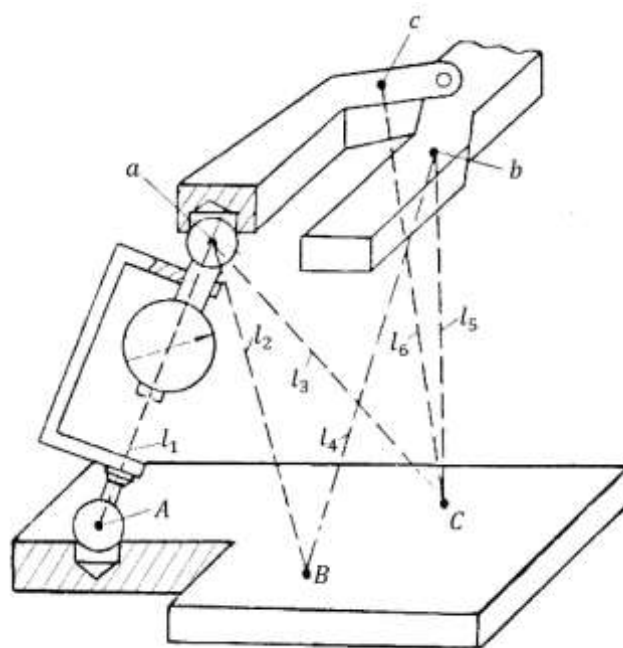


Рисунок 1.5

В работе [94] определены критерии особых положений для одноконтурных пространственных механизмов с несколькими степенями свободы. П.А. Лебедевым и Б.О. Мардер [87] была получена функция положения в векторном виде для пространственного двухподвижного механизма  $VBC_nC_nC_nCC$  с учетом особых положений.

Для пространственных механизмов параллельной структуры, в том числе  $l$  – координатных механизмов потеря управляемости приводит к появлению мгновенной подвижности выходного звена. В результате механизм не может выполнять предписанные ему функции, и при этом матрица плюккеровых координат единичных векторов  $E_i (i = 1, \dots, 6)$  (силовые винты нулевого параметра), направленных вдоль осей подцепей  $l$  – координатного механизма (рисунок 1.1), вырождается. Единичные винты становятся линейно зависимыми:

$$\Pi = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_6 & y_6 & z_6 & x_6^0 & y_6^0 & z_6^0 \end{bmatrix} \quad (1.2),$$

где  $x_i, y_i, z_i, x_i^0, y_i^0, z_i^0 (i = 1, \dots, 6)$  – плюккеровы координаты единичных векторов. Первые три компонента проекции единичных векторов  $E_i$ , а остальные три – проекции момента вектора относительно начала неподвижной системы координат, связанной с основанием. Число степеней свободы механизма равно шесть минус ранг матрицы (1.2). Если ранг матрицы  $\Pi$  для  $l$  – координатного механизма равен  $n$ , то  $(6-n)$  степеней свободы не управляемы, и выходное звено может перемещаться по кинематическим винтам, взаимным с  $n$ -независимыми силовыми винтами, при этом все линейные привода заторможены.

В работе [79] предлагается с помощью индикаторной матрицы, которая из себя представляет передаточную матрицу, определить особые положения для механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями.

Аналогичный подход сделан В.Ф. Черновым и для  $l$  – координатных механизмов [134]. В работе [95] приведена идентификация особых положений для механизмов параллельной структуры. В виде таблицы показана внутренняя структура линейной зависимости шести винтов. Выявлено 54 типа линейной зависимости шести ненулевых винтов.

В работе [86] предложен тополого-матричный метод определения подвижности кинематических цепей на основе обобщения метода, разработанного Р. Войня и М. Атанасиу. В частности, для многоконтурных пространственных механизмов число степеней свободы можно определить по следующей формуле:

$$W = N - \sum_{i=1}^n r_i,$$

где  $n$  – количество контуров,  $N$  – количество кинематических пар 5-ого класса,  $r_i$  – ранг матрицы  $\Pi$  (1.2) для каждого контура.

В работах Ф.М. Диментберга [28, 67] определены основные критерии особых положений. В.А. Глазуновым разработаны алгоритмы для вывода из особых положений механизмов, как с незамкнутыми кинематическими цепями [43], так и для пространственных платформенных механизмов (совместно с Г.В. Рашояном) [42], а также алгоритмы для обхода этих положений.

В работе [159] рассмотрены срезы рабочей зоны, ограниченной особыми положениями. При этом рассмотрены ситуации, когда положение центра выходного звена механизма постоянно, а изменяются лишь углы ориентации. К вопросам исследования вырожденных конфигураций относится работа К. Гослена и Дж. Анджелеса [157], в которой вырожденные конфигурации характеризуются мгновенным ростом скоростей и неуправляемостью механической системы. А также, идентифицированы особые положения.

Связь особых положений и конструктивной жесткости рассмотрена в работе [156], в результате получена методика анализа жесткости плоских и

пространственных параллельных манипуляторов. Получены карты жесткости и определены алгоритмы их анализа.

В работе [178] J.P. Merlet предлагает метод определения особых конфигураций, основанный на анализе линейной зависимости шести векторов, выражающих положение тяг. Анализу особых положений механизмов с применением теории винтов посвящена работа [195].

Несмотря на многочисленные исследования в области анализа особых положений, задача особых положений не решена полностью.

### **1.3 МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В РАЗЛИЧНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Механизмы параллельной структуры находят все большее применение в робототехнике, медицине (манипуляторы для проведения хирургических операций, а также технические средства для реабилитации), в технологическом и измерительном оборудовании [42, 44, 52, 74, 79, 89, 152, 160, 169, 178, 194]. Перспективным направлением является применение этих механизмов в тренажерах, для различных областей испытательной и обучающей техники.

В работах [79, 160] было установлено, что роботы параллельной структуры имеют два вида особых положений, а в работе [52] были разработаны критерии определения особых положений и найдены кинематические винты для наискорейшего вывода в не особые положения.

Другим подходом решения проблемы сингулярностей являются ограничения, налагаемые на геометрические параметры рабочей зоны [117]. Этот подход может привести к существенным ограничениям функциональных возможностей данных механизмов и уменьшению рабочей зоны. В этом недостаток предлагаемого метода.



В работе [43] рассматривались задачи анализа особых положений пространственного механизма параллельной структуры (платформа Гауфа) путем построения алгоритма распознавания и обхода зон сингулярностей. В развитии этой темы в работе [56] решена задача поиска близких соседних особых положений путем получения компонентов винта-градиента и «ортогонально» расположенных кинематических винтов, переводящих механизм в эти положения.

Методы, применяемые при анализе, синтезе и управлении механизмами параллельной структуры, весьма многочисленны. Отметим работы следующих авторов: В. Аракелян, С. Брио, А.Ф. Крайнев, С.В. Хейло, П.А. Ларюшкин, Г. Навратил, Y. Patel, P. Voglewede, M. Weck, Y. Fang, и др. [10, 20, 32-38, 41, 45, 50, 55, 57-64, 69-72, 81, 84, 85, 88, 105, 106, 115, 119, 123, 128, 131-133, 136, 139, 141, 148, 151, 153, 166, 172, 174, 181, 185, 186, 196, 198, 200, 201].

Более подробно остановимся на некоторых исследованиях данных механизмов.

Научный и практический интерес представляет разработанный в ИМАШ РАН под руководством А.С. Фомина механизм с одной степенью свободы и с круговым движением входных звеньев. [147] (рисунок 1.6). Данный механизм является развитием обычных  $l$  – координатных механизмов в том смысле, что значения  $l$  – координат остаются неизменными, но меняются координаты расположения точек крепления кинематических цепей на основании. Изменения длин кривошипов позволяют обеспечить любое движение выходного звена внутри рабочей зоны по одному кинематическому винту.

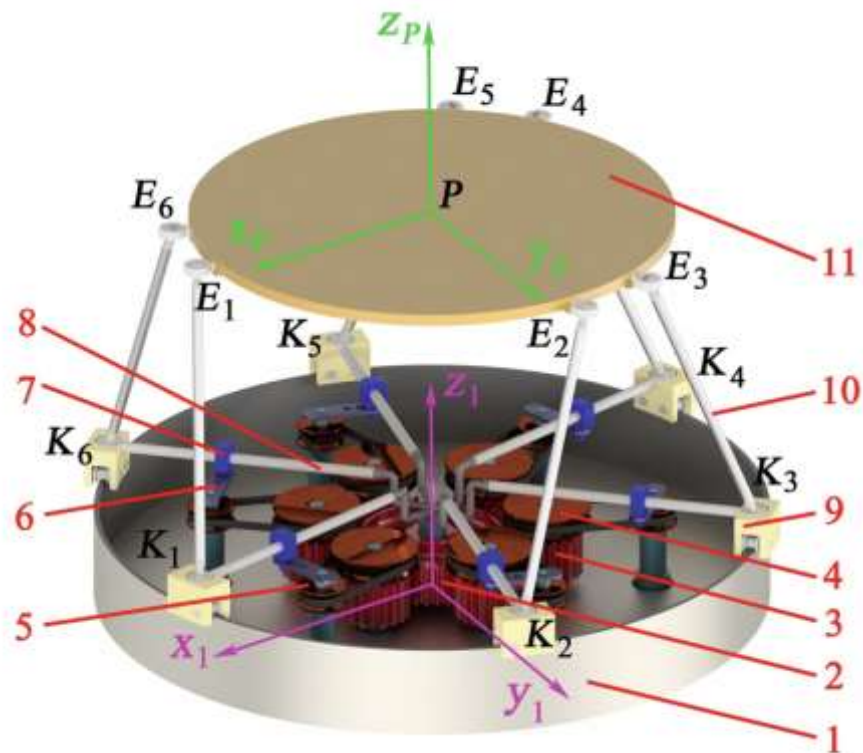


Рисунок 1.6

В статье Г. Навратил [180] рассмотрена проблема определения расстояния до сингулярности (особого положения) для механизмов параллельной структуры типа платформы Гауфа. Рассмотрены следующие три структуры (рисунок 1.7): подвижная платформа, соединенная шестью кинематическими цепями с основанием (гексапод), во втором случае подвижная платформа заменяется подвижным валом, соединенным пятью кинематическими цепями с основанием (линейный пентапод), и в третьем случае манипулятор 3-RPR, представляющий из себя подвижную платформу, соединенную тремя кинематическими цепями с основанием. В данной работе представлены меры для оценки расстояния до ближайшей зоны сингулярности для механизмов этого типа и продемонстрированы на примере механизма 3-RPR.

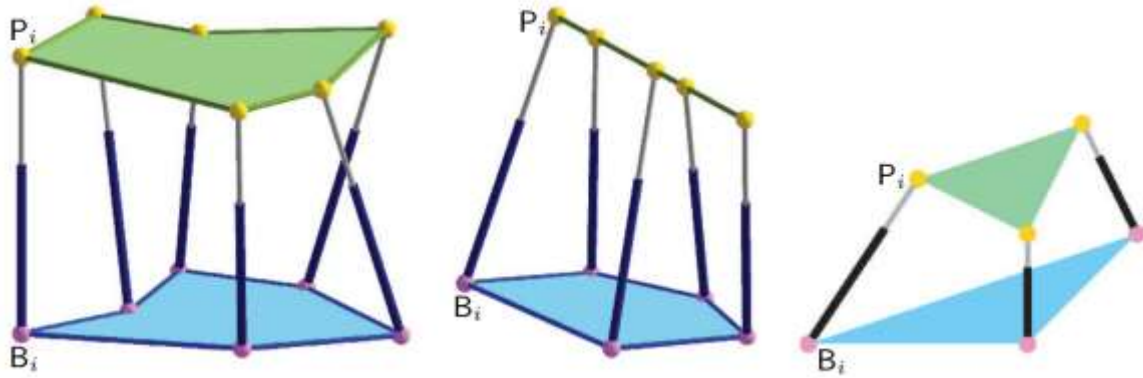


Рисунок 1.7

Тема динамического анализа платформы Гауфа-Стюарта для системы движения симулятора вождения (рисунок 1.8) раскрыта в работе [164]. В статье представлены основные физические параметры компонентов (синхронный двигатель, шарико-винтовой механизм) и мультифизический динамический анализ этого механизма для исследования движений, которые должны моделировать ситуации, возникающие при вождении. Моделирование подтверждает, что шесть синхронных двигателей с постоянными магнитами, которые приводят в действие шарико-винтовые механизмы, могут точно определять местоположение и ориентировать подвижную платформу. Точность модели сравнивалась с измерением положения движущейся платформы с помощью инфракрасной системы захвата движения. Динамическая модель демонстрирует, что источники питания обеспечивают необходимое ускорение, чтобы водители могли воспринимать симулятор как транспортное средство и управлять им с помощью органов управления.

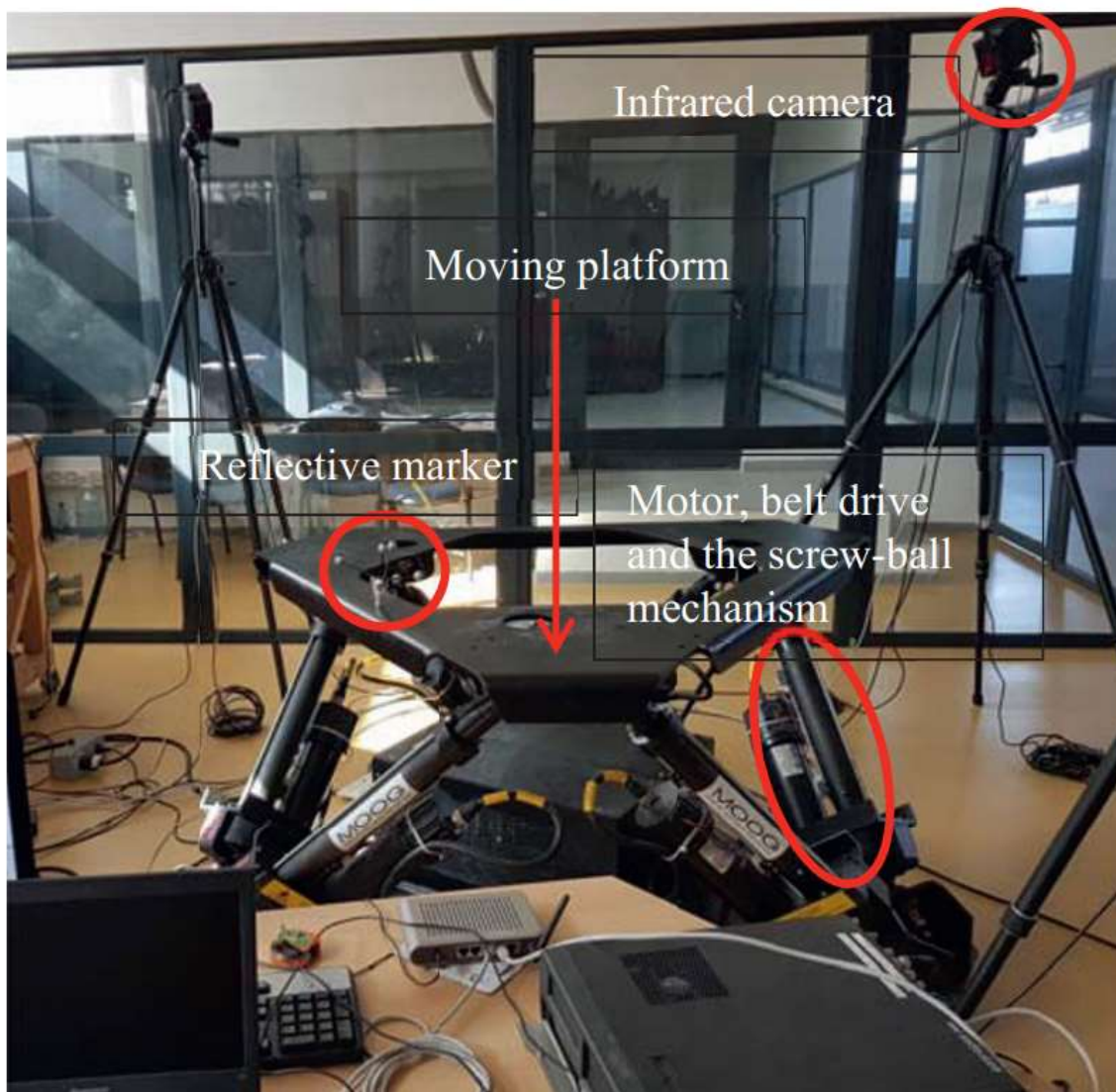


Рисунок 1.8

Остановимся на некоторых работах, посвященных управлению.

Ф.Л. Черноусько и Н.Н. Болотник внесли большой вклад в развитие манипуляционных роботов, а также в развитие теории искусственного интеллекта для реализации планирования действий и управления движением манипуляторов. В работе [135] рассмотрен ряд проблем динамики манипуляционных роботов. Основное внимание уделено вопросам, определяющим точность позиционирования и производительность роботов. Разработана теория и методы расчета динамики механических систем с упругими элементами применительно к манипуляционным роботам, конструкция которых обладает упругой податливостью. Развита методика

экспериментального исследования упругих свойств промышленных роботов. Построены оптимальные и близкие к ним законы управления движения манипуляторов с различными кинематическими схемами. Проанализированы особенности динамики измерительных роботов.

И.А. Каляев с соавторами и учениками занимался проблемами автоматизации и роботизации манипуляционных систем, а также управлением группой роботов. В работе [73] рассматривается задача управления распределенной системой с сетевой архитектурой (рисунок 1.9), состоящей из множества объектов, объединенных каналом связи и совместно участвующих в выполнении потока потребительских заданий.

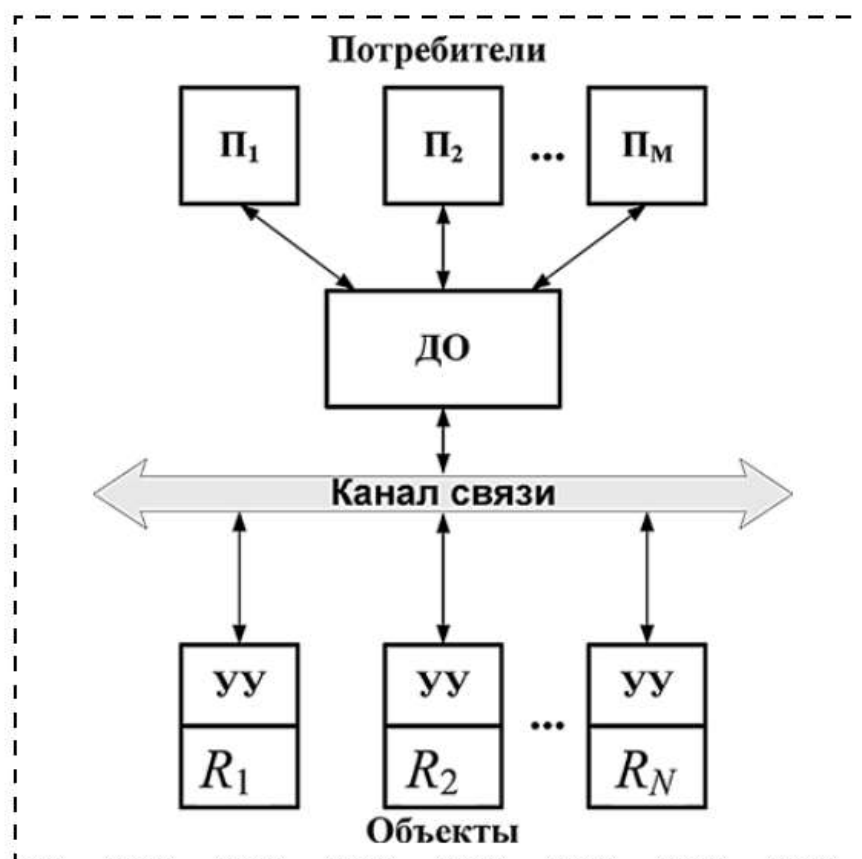


Рисунок 1.9

Предлагается метод децентрализованного управления распределенной системой с помощью множества устройств управления отдельных объектов, входящих в ее состав.

Работа С.Ф. Яцуна с соавторами [137], посвящена изучению закономерностей управляемого движения трехмерного манипулятора (рисунок 1.10) при взаимодействии с упруго-вязкой средой, имитирующей мышцы человека. Разработана математическая модель объекта с описанием кинематики и динамики, позволяющая определить закономерности движения манипулятора. Данные результаты могут быть применены при проектировании и разработке экзоскелетов.

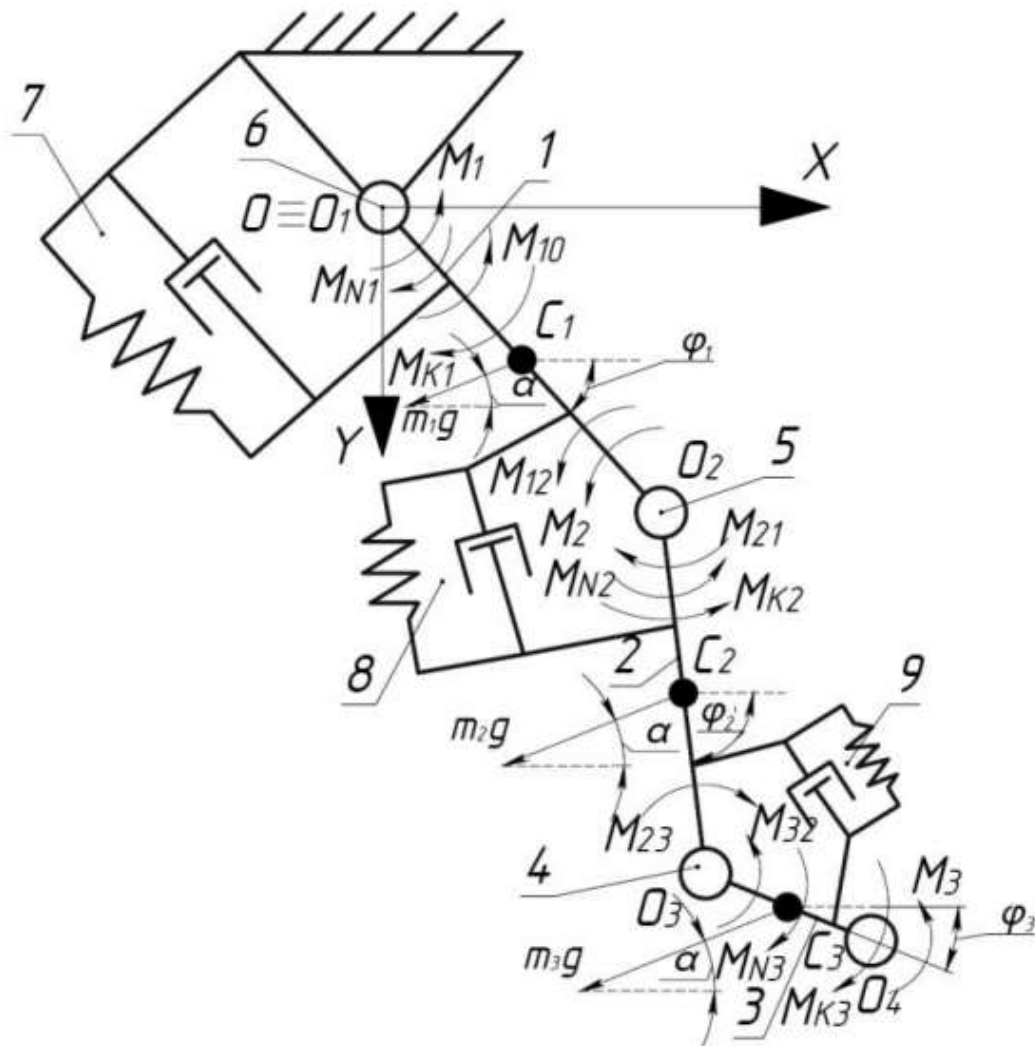


Рисунок 1.10

В работе П.А. Ларюшкина с соавторами [83] рассмотрены механизмы параллельной структуры с четырьмя степенями свободы и четырьмя линейными приводами (рисунок 1.11), а также приведены результаты исследования двух типов особых положений.

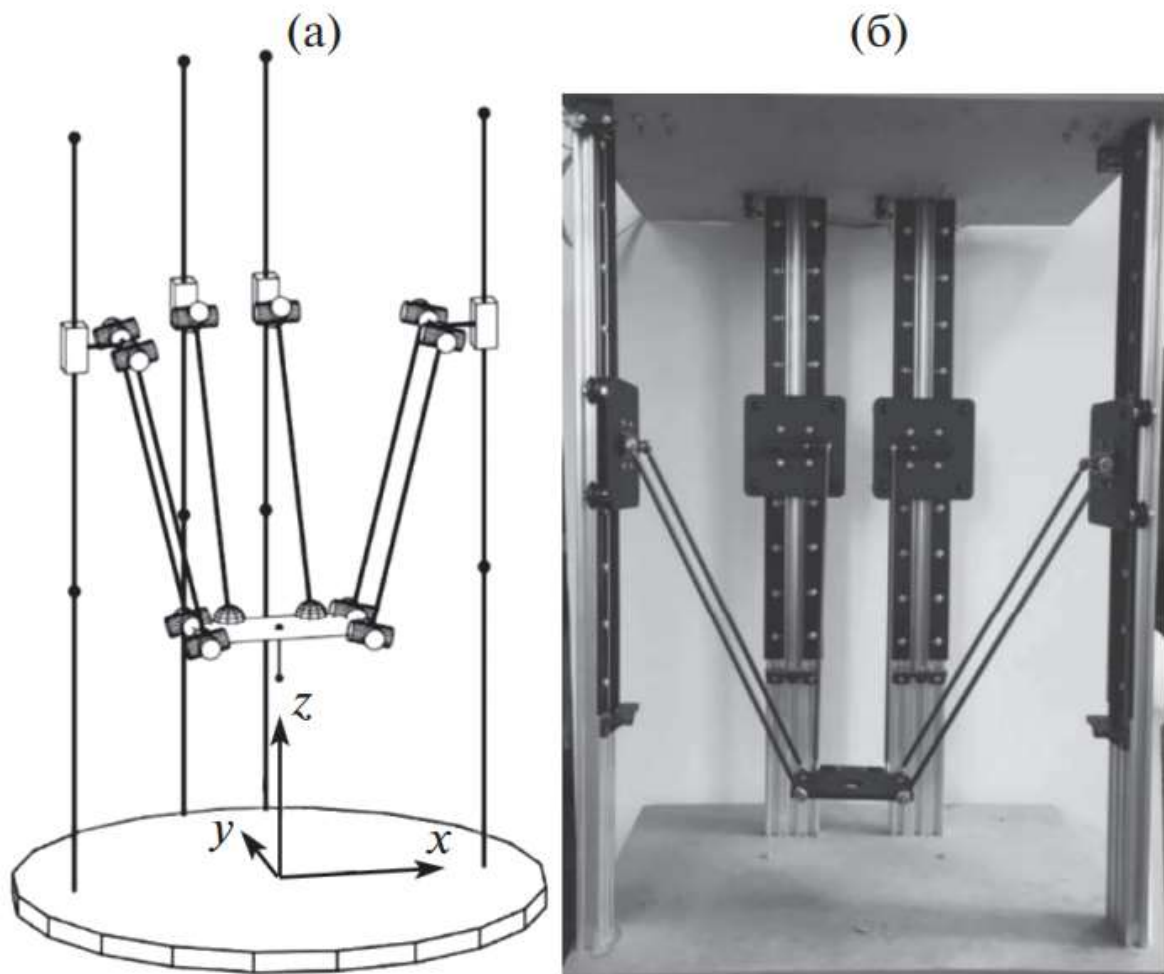


Рисунок 1.11

Для решения задачи был использован итерационный алгоритм, заключающийся в последовательном переборе точек рабочей зоны механизма и анализе поведения определителей матриц частных производных от входных и выходных координат при различных наклонах выходного звена. Зная расположение точек, соответствующих особым положениям различных типов, можно перейти к задаче рассмотрения критериев близости к ним. Решение данной задачи является необходимым для оценки размеров эффективной рабочей зоны механизма и является важным этапом его параметрического синтеза и проектирования.

В работе Е.С. Гебель и В.А. Глазунова [30] представлен механизм параллельной структуры типа платформы Гауфа (рисунок 1.12),



находящийся в особом положении (сингулярности) второго вида, когда силовые винты, передаваемые со стороны кинематических цепей на выходное звено, становятся линейно зависимыми и взаимны одному кинематическому винту.

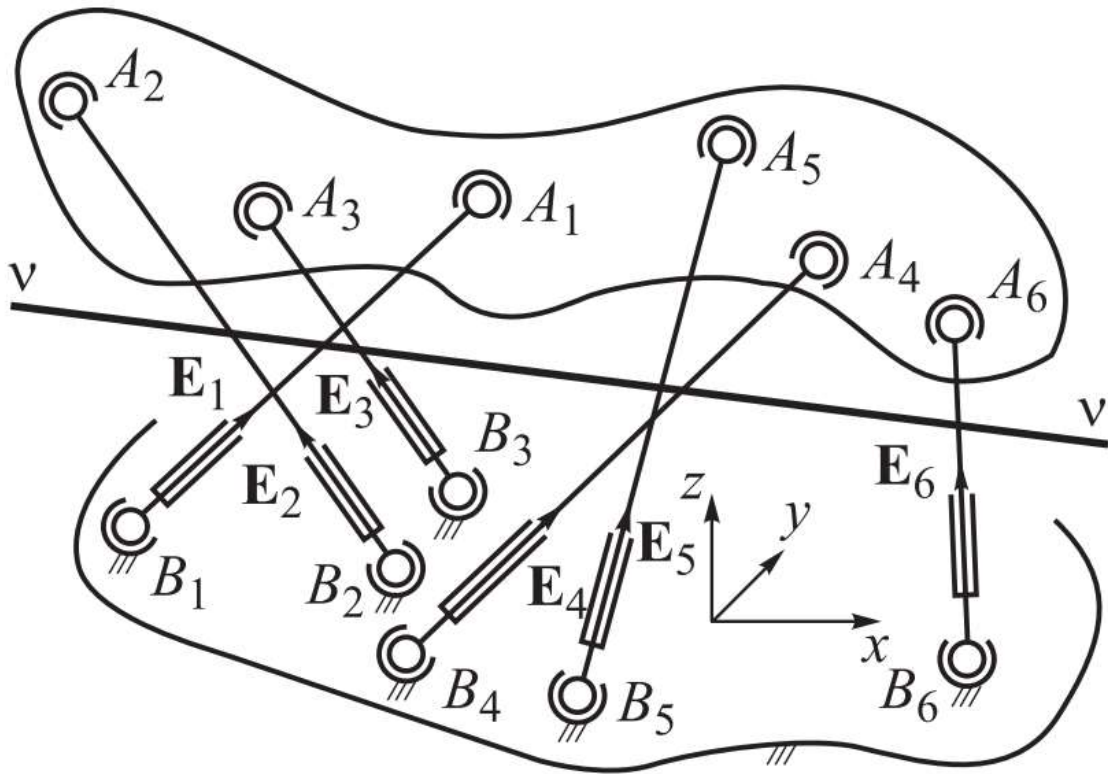


Рисунок 1.12

Исследованы два сингулярных положения механизма, при которых все точки пересечения силовых винтов лежат на одной прямой, совпадающей с осью  $Ox$  неподвижной декартовой системы координат  $XOY$ , или произвольным образом расположенной в плоскости  $z = -1$ . Рассмотрены кинематический винт и винт-градиент, наиболее быстро выводящий из особого положения.

В частности, следует отметить малое количество работ, в которых учитывается трение. Вместе с тем в области исследования трения есть серьезные успехи. И.Г. Горячевой в соавторстве с Ю.Ю. Маховской [92] была предложена модель для расчета количества смазочного материала, образующегося на поверхности многокомпонентного алюминиевого сплава



при трении (рисунок 1.13). С помощью полученной модели был проведен анализ влияния свойств матрицы и мягких структурных составляющих трехкомпонентного алюминиевого сплава на количество выделяемой в зону трения мягкой фазы, обеспечивающий эффект самосмазывания. Также даны рекомендации по набору и плотности фазовых включений, для увеличения толщины смазочной пленки при заданных режимах работы.

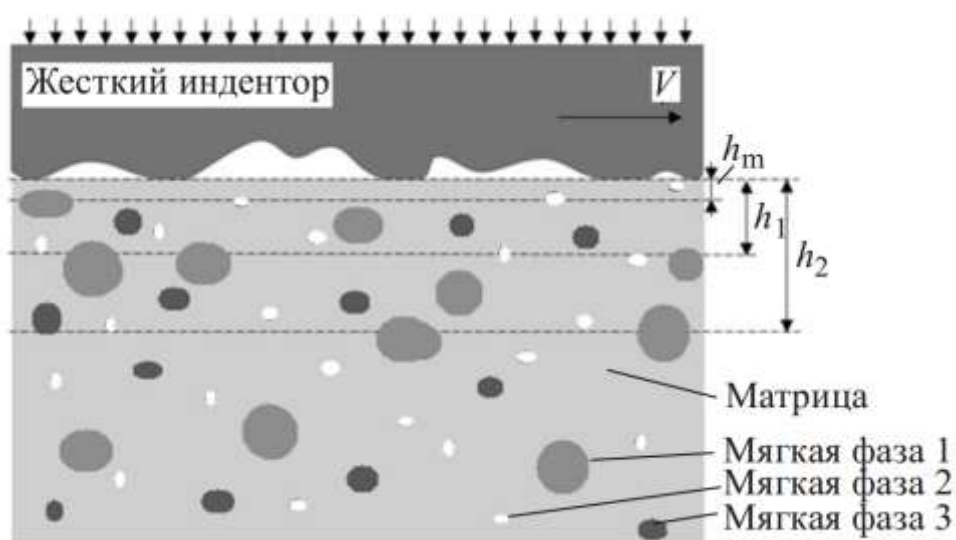


Рисунок 1.13

Указанные исследования особенно важны для металлообрабатывающего оборудования. В частности, в статье О.К. Акамаева, Б.У. Еникеева и А.Ф. Юсупова [17] изложены основные преимущества и недостатки металлорежущих станков параллельной структуры по сравнению со станками с традиционной компоновкой, также приведен сравнительный анализ станка с гибридной кинематикой на примере станка модели V 100 компании INDEX (рисунок 1.14) и станков с классической (последовательной) кинематикой.

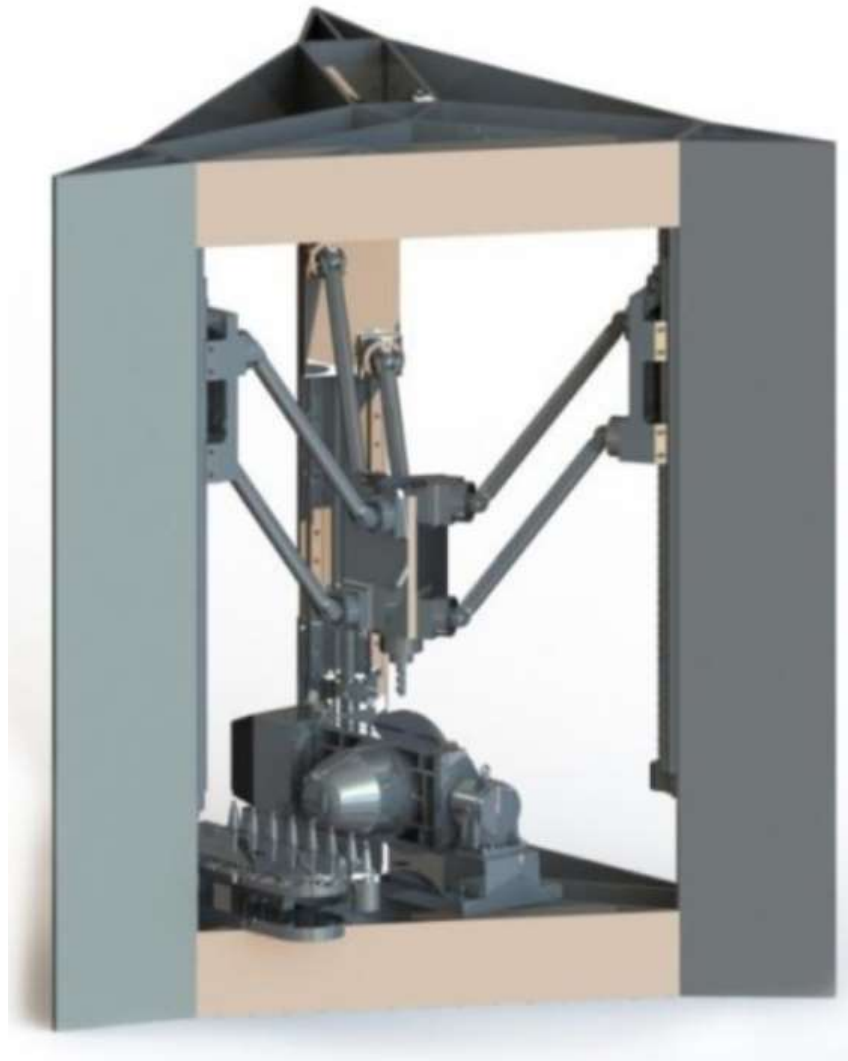


Рисунок 1.14

В ходе проведения сравнительного анализа было выявлено, что жесткость станка с гибридной структурой выше в 5-8 раз по сравнению с классической, и характеризуется меньшей степенью неоднородности в рабочей зоне, что приводит к повышению точности и производительности обработки сложнопрофильных деталей.

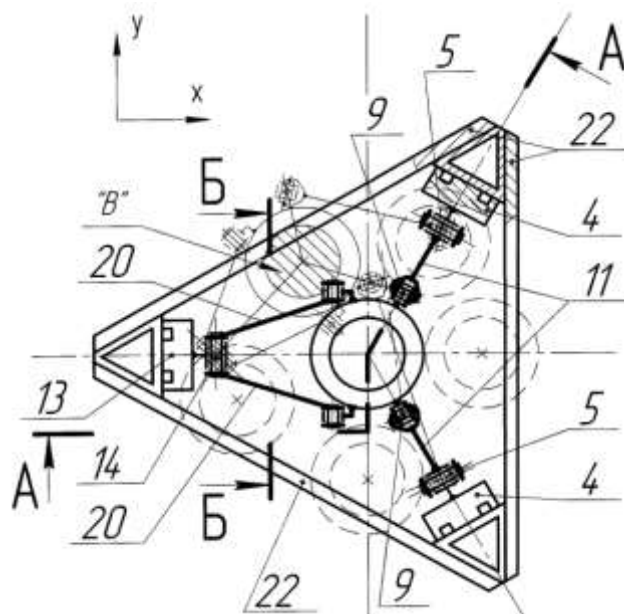


Рисунок 1.15

Также данные авторы запатентовали новое изобретение [98] (рисунок 1.15), прототипом которого стал многоцелевой станок модели V100 марки INDEX. Разработанное изобретение отличается повышенной точностью обработки, угловой жесткостью конструкции в целом. Конструктивно новое изобретение отличается наличием дополнительной пары штанг, расположенных симметрично относительно оси корпуса, образуя два параллелограмма, расположенных под острым углом друг к другу, кроме того, стойки, на уровне вертикальных направляющих, по периметру связаны между собой планками.

Следует отметить, что провести полный анализ всех публикаций не представляется возможным. Отметим еще работы по синтезу, кинематике, динамике, управлению этими объектами [2-4, 16, 18, 31, 39, 40, 46, 48, 66, 97, 99-104, 107-111, 125, 162, 175, 183, 184, 189, 197, 199].

Оценивая публикации по данному вопросу, можно отметить, что имеются весомые результаты. Однако класс  $l$  – координатных механизмов полностью не сформирован, он может быть существенно расширен. Кроме того, должны быть найдены общие свойства представителей этого класса. В связи с этим ставится цель диссертации.

**Целью** данной работы является существенное расширение класса  $l$  – координатных механизмов для эффективного решения технических задач, связанных с манипуляционными, измерительными, тестирующими системами.

Для достижения поставленной цели следует:

- Провести синтез и классификацию структурных и кинематических схем механизмов параллельной структуры, существенно расширяющих класс  $l$  – координатных механизмов. Разработать метод структурного синтеза новых механизмов, основой которого будет являться перенесение точек крепления приводов на промежуточные звенья.

- Получить теоретические закономерности проектирования структурных схем  $l$  – координатных механизмов, для которых имеет место аналитическое решение задач о положениях.

- Разработать новый метод кинематического анализа и решения задач о положениях для расширенного класса  $l$  – координатных механизмов, основанный на винтовом исчислении.

- Получить теоретические закономерности выбора параметров новых  $l$  – координатных механизмов, исключающие возможность наличия особых положений.

- Разработать методы расчета точностных параметров для  $l$  – координатных измерительных систем вблизи особых положений с учетом конструктивных особенностей механизма вождения нити.

- Разработать метод кинематического анализа для вывода  $l$  – координатных механизмов из особых положений и движения внутри зоны особых положений.

- Получить базовые закономерности анализа особых положений с учетом углов давления для  $l$  – координатных механизмов, определить рабочие зоны экспериментальных образцов  $l$  – координатных механизмов и информационно-измерительных систем.

## ГЛАВА 2

### СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С УЧЕТОМ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИВОДОВ МЕЖДУ ОСНОВАНИЕМ И ВЫХОДНЫМ ЗВЕНОМ

В данной главе рассматривается расширенная классификация  $l$  – координатных механизмов, которая по сравнению с известной классификацией А.Ш. Колискова и К.С. Арзуманяна [23] отличается тем, что приводы могут располагаться не только между основанием и выходным звеном, но и между одним из этих звеньев и каким-либо промежуточным звеном. Такое расширение структур позволяет в значительной степени изменить функциональные возможности данных механизмов, в частности, расположить приводы вне рабочей зоны и тем самым изменить и расширить область их применения. Это соответствует основным положениям теории синтеза и анализа механизмов параллельной структуры [47, 51, 52, 140, 158, 161, 176, 190, 194].

#### 2.1 КЛАССИФИКАЦИЯ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ БЕЗ УЧЕТА РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИВОДОВ И НАЛИЧИЯ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЗВЕНЬЕВ

В данном параграфе рассматривается классификация  $l$  – координатных механизмов, в которых приводы расположены между основанием и выходным звеном. Подобная классификация была приведена А.Ш. Колисковым и К.С. Арзуманяном. В данном случае представлена другая форма интерпретации этой классификации.

Рассмотрим таблицу 2.1, где признаком классификации является количество точек крепления шести  $l$  – координат на основании и выходном

звене, при этом будут рассмотрены различные варианты этих соотношений. Прежде всего, представим в наиболее общем виде  $L(n, m)$  возможные варианты структурных схем механизмов. Здесь обозначение  $L$  указывает, что имеют место  $l$  – координатные структурные схемы, при этом количество точек крепления  $n$  на выходном звене и на основании  $m$  удовлетворяет условиям:  $3 \leq n \leq 6$  и  $3 \leq m \leq 6$ , а количество приводных кинематических цепей равно шести.

Таблица 2.1

$B_i$ \ $P_i$		Количество точек крепления на основании			
		3	4	5	6
Количество точек крепления на выходном звене	3	L(3,3)	L(3,4)	L(3,5)	L(3,6)
	4		L(4,4)	L(4,5)	L(4,6)
	5			L(5,5)	L(5,6)
	6				L(6,6)

Детально рассмотрим все строки данной таблицы, в которых сгруппированы структурные группы механизмов. В первой строке приведена группа структурных схем механизмов  $L(3,3)$ ;  $L(3,4)$ ;  $L(3,5)$ ;  $L(3,6)$ . В структурных схемах данной группы на основании (либо на выходном звене, если поменять местами основание и выходное звено) имеются три точки, а на противоположном звене-выходном звене количество точек крепления кинематических цепей варьируется соответственно, как 3, 4, 5 и 6.

Рассмотрим структурные схемы, относящиеся к случаю  $L(3,3)$ . На основании и на выходном звене имеются по три точки крепления шести кинематических цепей. Нетрудно убедиться в том, что в трех точках крепления кинематических цепей на основании и на выходном звене можно получить два сочетания расположения приводов, а именно 321 и 222. В первом случае в первой точке сходятся 3 кинематические цепи, во второй точке две, а в третьей точке одна кинематическая цепь. При втором сочетании 222 имеются три точки, в каждой из которых сходятся по две

кинематические цепи. Эти структурные схемы приведены на рисунке 2.1 а).

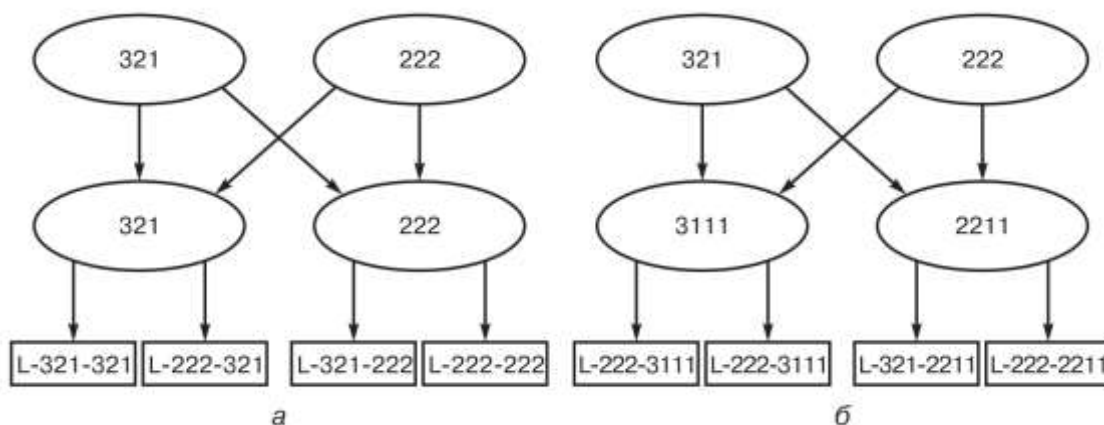


Рисунок 2.1

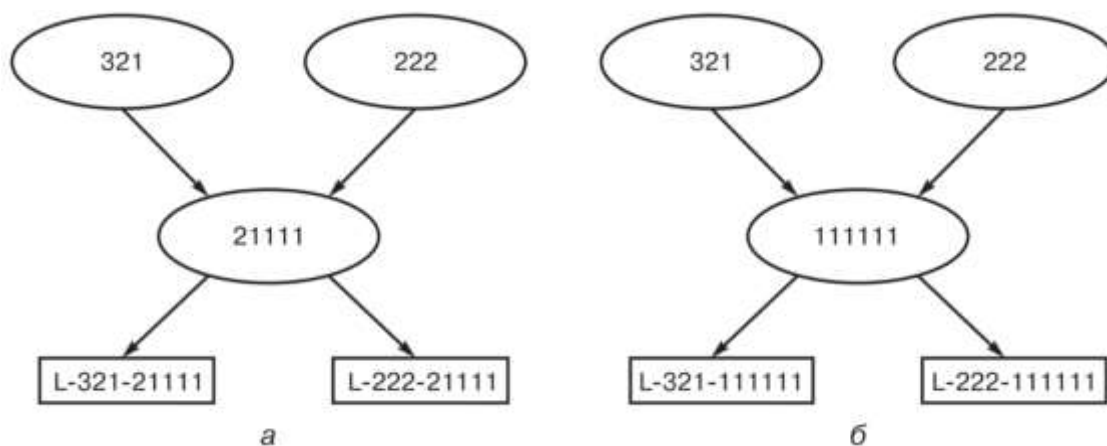


Рисунок 2.2

Далее на рисунке 2.1 а) в виде условных схем приведены возможные сочетания точек креплений на основании и выходном звене. Общее количество вариантов соотношений равно четырем: L-321-321; L-321-222; L-222-321 и L-222-222. Из них отбираем три, так как схемы L-321-222 и L-222-321 являются симметричными.

Для сочетаний L(3,4); L(3,5); L(3,6) выводятся следующие варианты:

L-321-3111, L-321-2211, L-222-3111, L-222-2211;

L-321-21111, L-222-21111;

L-321-111111, L-222-111111.

Синтез этих структур иллюстрируется рисунками 2.1 б), 2.2 а) и 2.2 б).

Случай, когда на основании либо на выходном звене имеются четыре

точки крепления кинематических цепей (соответственно, это варианты L (4,4); L (4,5); L (4,6)), относится ко второй строке таблицы 2.1. Для данных сочетаний получатся следующие варианты комбинаций:

L-2211-3111, L-3111-3111, L-2211-2211;

L-3111-21111, L-2211-21111;

L-3111-111111, L-2211-111111.

Данные схемы соответствуют рисункам 2.3 а), 2.3 б) и 2.4 а).

Следующим случаем является ситуация, когда на одном из звеньев (соответственно основании либо выходном звене) расположены пять точек. При этом имеем варианты L (5,5) и L (5,6). И, наконец, существует один случай L (6,6). Для последних трех сочетаний получатся следующие варианты:

L-21111-21111 (рисунок 2.4. б));

L-21111-111111;

L-111111-111111.

Таким образом, можно выделить основные варианты структур в зависимости от количества точек крепления приводов на основании и выходном звене.

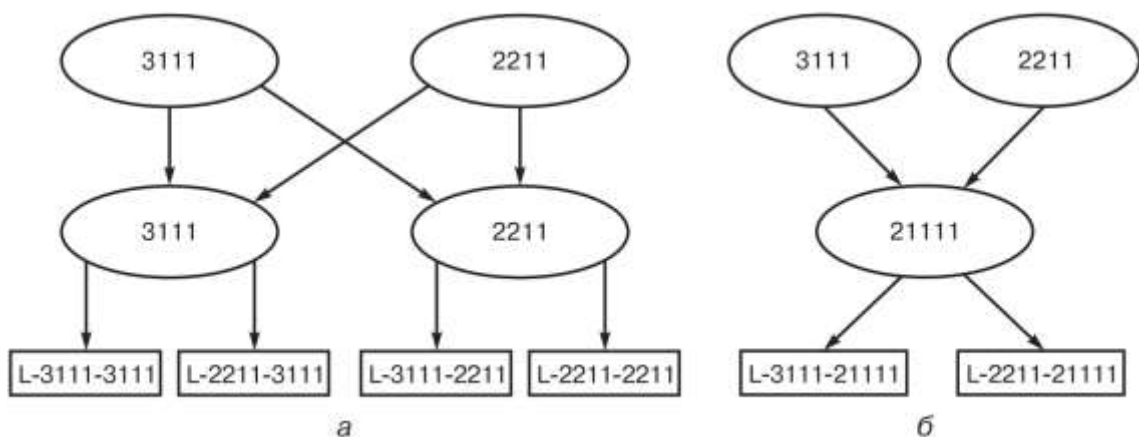


Рисунок 2.3



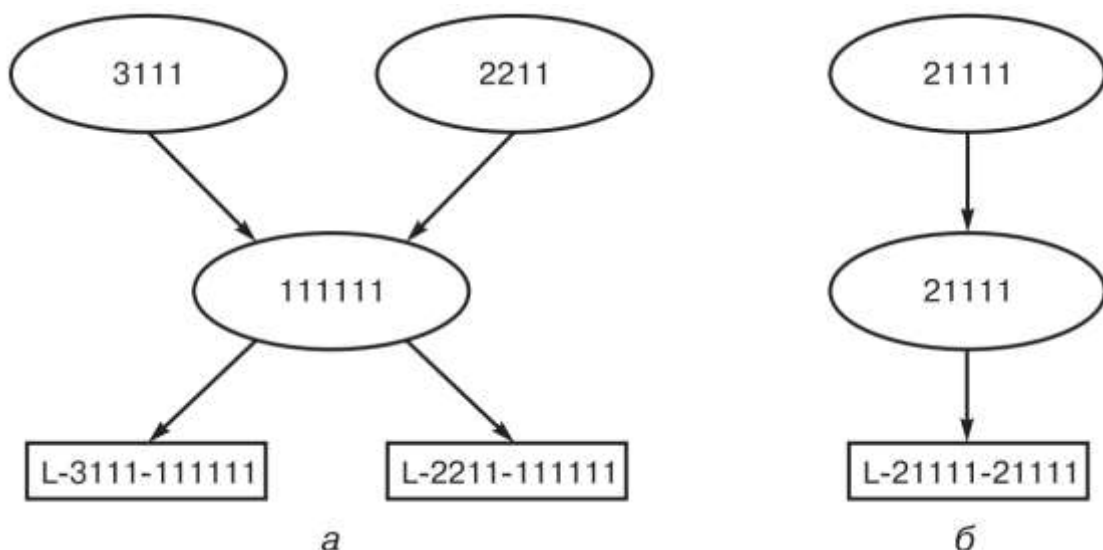


Рисунок 2.4

Далее в таблице 2.2 представлены все указанные варианты. Прежде всего, представлены варианты, когда на основании и выходном звене располагаются по три точки крепления. Соответственно, это варианты L-321-222, L-321-321, L-222-222. Существует, соответственно, три различных случая.

Другой вариант соотношения количества точек на основании и выходном звене – это четыре и три. В данном случае будут существовать четыре варианта, это L-321-3111, L-321-2211, L-222-3111, L-222-2211.

Рассуждая далее подобным образом, будем иметь различные ситуации с разным количеством точек на основании и выходном звене. В частности, при наличии пяти точек на одном из этих звеньев и трех точек на противоположном звене имеют место два варианта, что следует из таблицы 2.2.

При наличии на одном звене шести точек, а на противоположном звене трех точек, будем иметь, соответственно, два варианта, это L-321-111111 и L-222-111111.

Далее в таблице следуют варианты, когда на одном из звеньев (основании либо на выходном звене) имеют место пять точек и, соответственно, на противоположенном звене - четыре точки крепления.

Этой ситуации соответствуют два варианта, когда на одном из указанных звеньев есть шесть точек, а на другом четыре.

Затем, если на одном из указанных звеньев есть пять точек и на другом звене тоже пять, то существует один вариант, так же, как и в случае L (5,6). Наконец, один вариант существует и для наличия шести точек на основании и на выходном звене.

Таким образом, получены варианты расположения приводов и точек их крепления на основании и на выходном звене (таблица 2.2).

Отметим, что все механизмы имеют по шесть степеней свободы. Это следует из известной формулы Сомова-Малышева:

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot P_5 - 4 \cdot P_4 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_2 - P_1 ,$$

где  $n$  – количество подвижных звеньев механизма,

$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  – количество пяти, четырех, трех, двух, одно подвижных кинематических пар. Для любого механизма из таблицы 2.1 имеем:

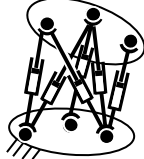
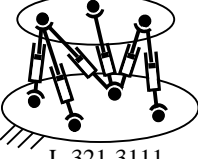
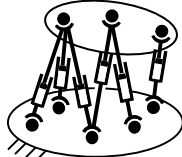
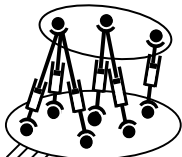

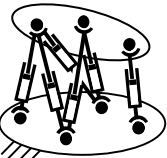
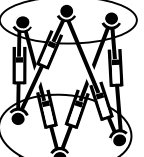
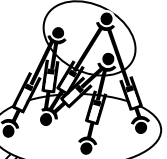

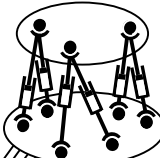
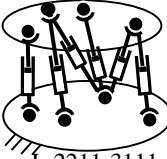
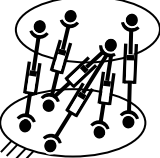
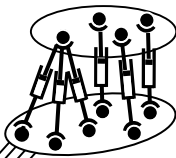
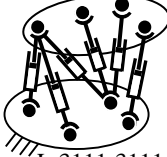
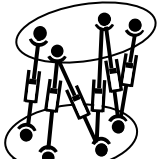
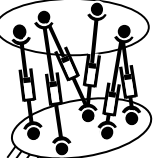
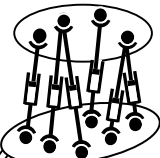
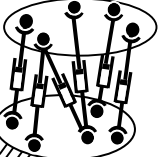
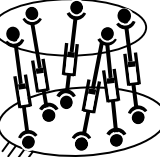
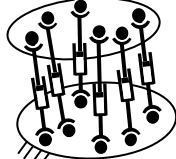
$$n = 13, \quad P_5 = 6, \quad P_4 = 6, \quad P_3 = 6.$$

При расчете  $W$ , для устранения местной подвижности, шесть сферических кинематических пар заменены на двухподвижные:

$$W = 6 \cdot 13 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 6.$$

Таким образом, число степеней свободы равно шести.

Таблица 2.2

P <sub>i</sub> \ B <sub>i</sub>		Количество точек на основании (базе)			
		3	4	5	6
Количество точек на выходном звене (платформе)	3	 L-321-321	 L-321-3111	 L-321-21111	 L-321-111111
		 L-222-321	 L-321-2211		
		 L-222-222	 L-222-3111	 L-222-21111	 L-222-111111
	4		 L-2211-3111	 L-3111-21111	 L-111111-3111
			 L-3111-3111		
			 L-2211-2211	 L-2211-21111	 L-2211-111111
	5			 L-21111-21111	 L-21111-111111
	6				 L-111111-111111

## **2.2 РАСШИРЕННАЯ ТАБЛИЦА КЛАССИФИКАЦИИ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ МЕЖДУ ОСНОВАНИЕМ ИЛИ ВЫХОДНЫМ ЗВЕНОМ И ОДНИМ ИЗ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЗВЕНЬЕВ**

Рассмотрим варианты  $l$  – координатных механизмов, в которых некоторые  $l$  – координаты крепятся не к основанию или выходному звену, а к одному из промежуточных звеньев, при этом каждой базовой схеме (в них все приводы расположены непосредственно между основанием и выходным звеном), введенной в таблице 2.2, может быть сопоставлено несколько вариантов расположения упомянутых  $l$  – координат или приводов, соответствующих этим  $l$  – координатам. Эти варианты представлены в таблице 2.3. Рассмотрим более подробно некоторые из них.

Варианты структурных схем, соответствующих структуре L-222-321, различаются следующим образом: три  $l$  – координаты могут быть расположены между основанием и штоком линейного двигателя, расположенного в соседней кинематической цепи. Другой случай может быть таким, что три  $l$  – координаты размещены между точками, расположенными на выходном звене, и цилиндрами линейных двигателей, расположенными в соседних кинематических цепях.

Следующая версия имеет место в том случае, когда три  $l$  – координаты расположены между точками, размещенными на основании, и цилиндрами линейных двигателей, размещенных в соседних кинематических цепях.

Еще один вариант связан с ситуацией, когда три  $l$  – координаты размещены между точками, расположенными на выходном звене, и штоками цилиндров линейных двигателей, размещенных в соседних кинематических цепях.

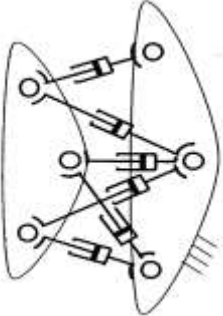
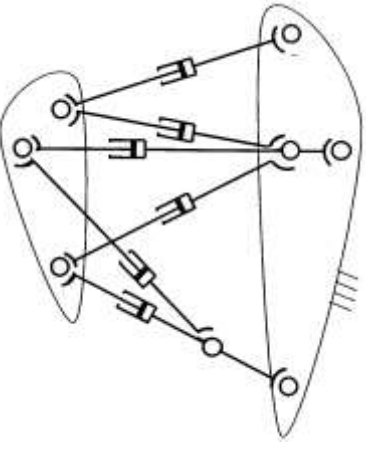
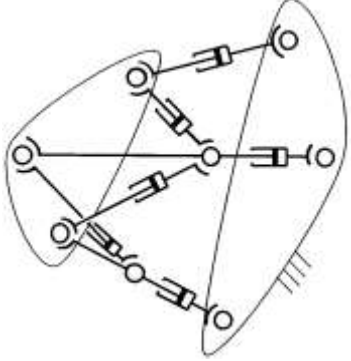

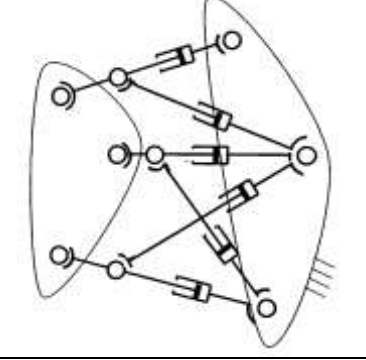
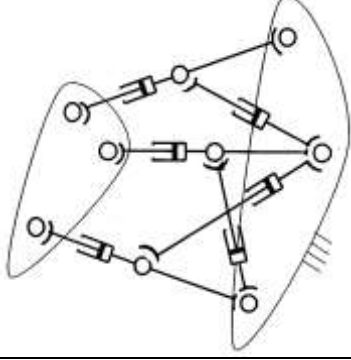
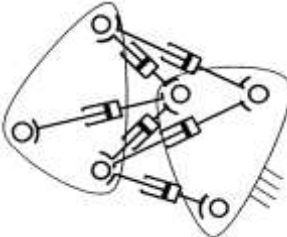
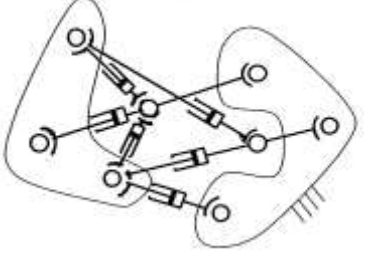
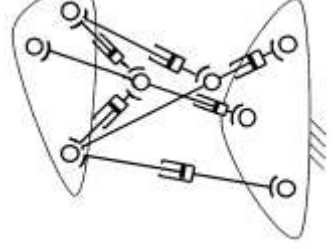
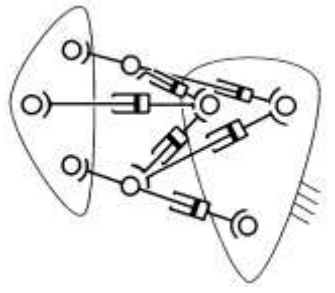
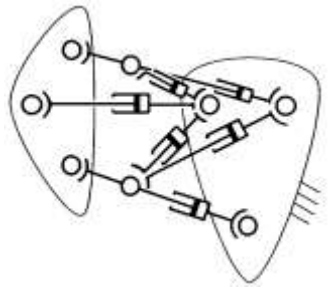
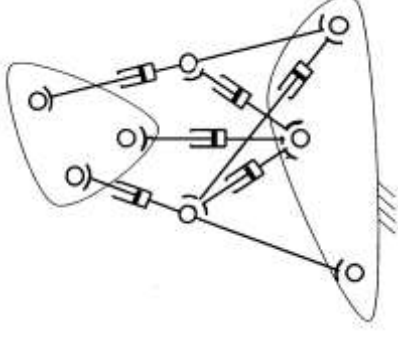
Понятно, что могут быть другие версии размещения  $l$  – координат. В таблице представлены только основные базовые версии. Можно показать, что указанное размещение некоторых  $l$  – координат между основанием или

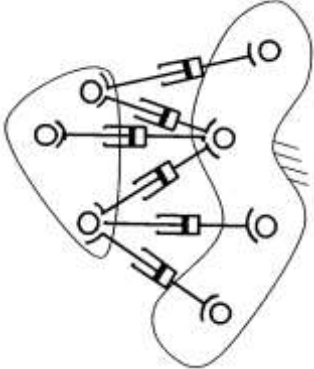
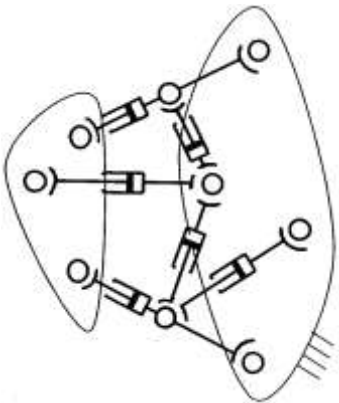
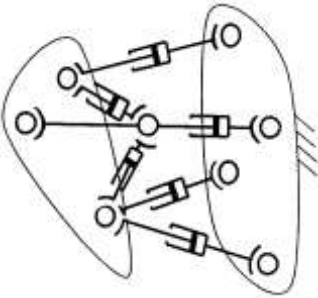
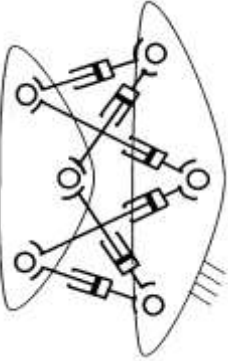
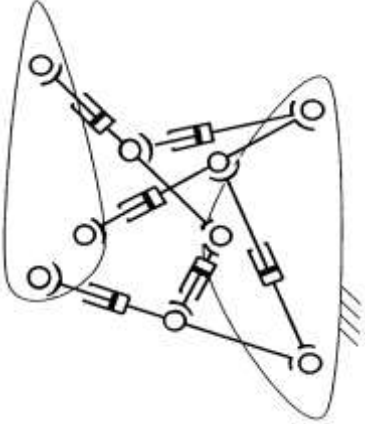
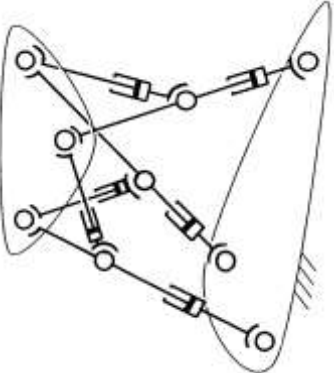
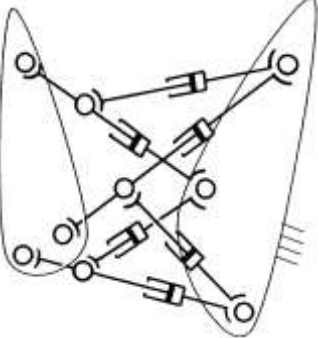
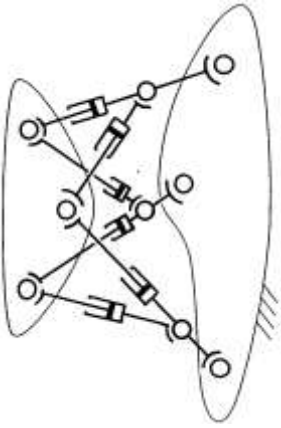
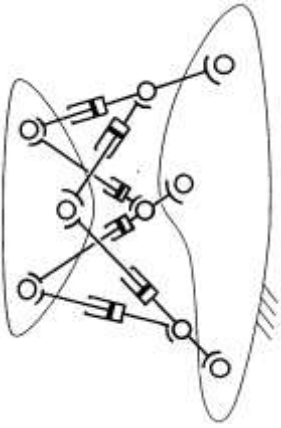
выходным звеном и каким-либо промежуточным звеном не меняет сущности задач о положениях, а кроме того, задач, связанных с сингулярностями, предельными положениями и др. Подобное расширение класса  $l$  – координатных механизмов, во-первых, достаточно существенно, во-вторых, в значительной степени расширяет функциональные возможности данных устройств.

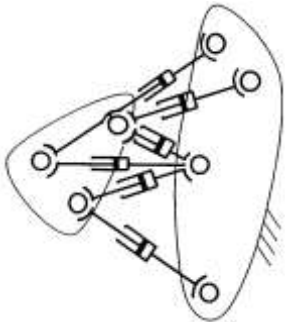
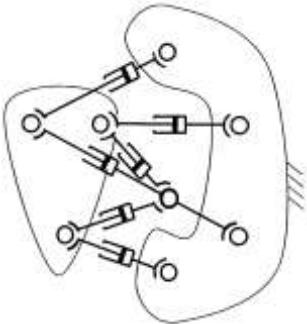
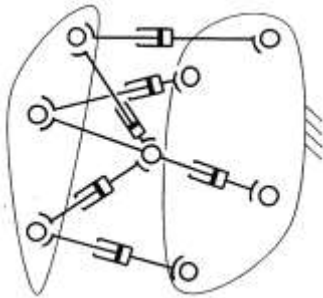
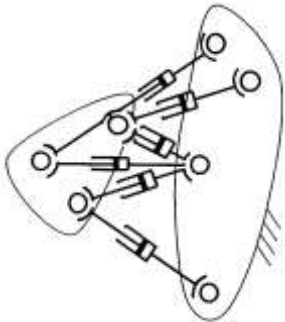
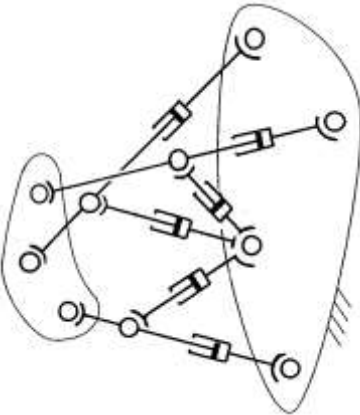
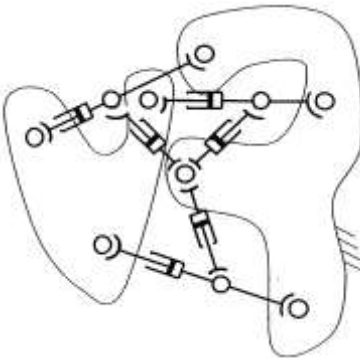
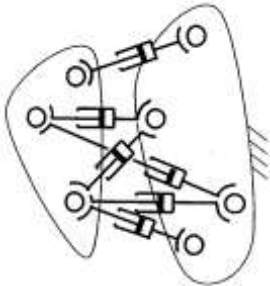
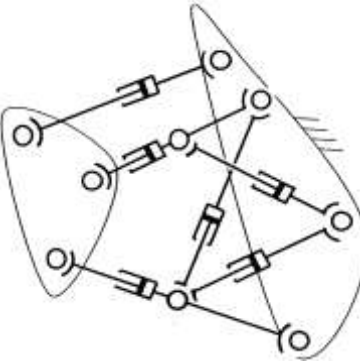
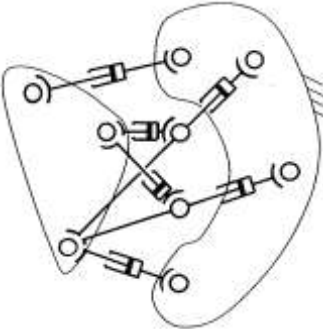
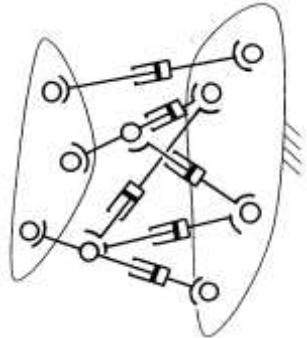
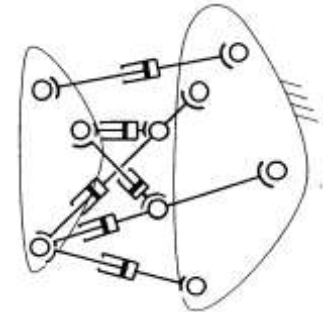
Схема L-222-3111 также может быть представлена совокупностью, как минимум четырех соответствующих ей схем, в которых три  $l$  – координаты расположены не между основанием и выходным звеном, а между одним из этих звеньев и одним из промежуточных звеньев, размещенных в соседних кинематических цепях. То же самое можно сказать о схемах L-222-2211, L-321-21111, L-222-21111.

Несколько более подробно остановимся на схеме L-321-111111. Этой схеме будут соответствовать лишь два варианта механизмов, в которых три  $l$  – координаты расположены между основанием или выходным звеном и одним из промежуточных звеньев. То, что имеют место только два варианта, объясняется тем, что на основании имеется шесть точек крепления, и поэтому невозможно представить механизмы, отличающиеся от исходного, где три  $l$  – координаты были бы размещены между основанием и одним из промежуточных звеньев соседних кинематических цепей. Сказанное относится также к схеме L-222-111111.

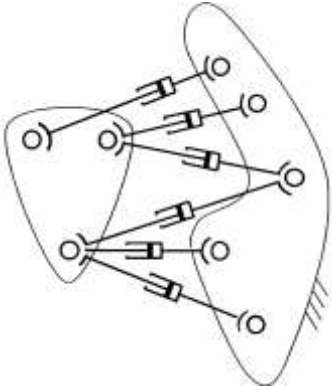
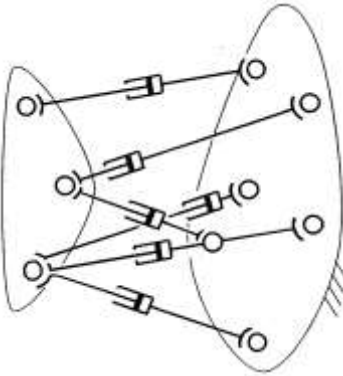
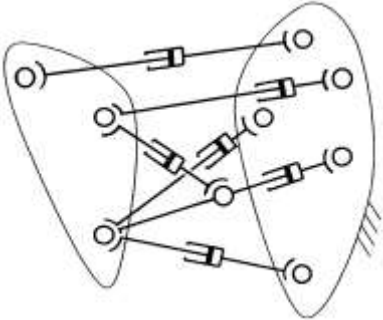
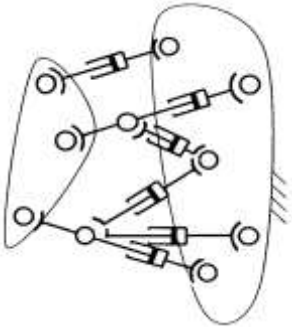
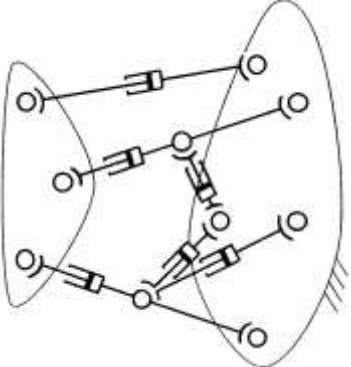
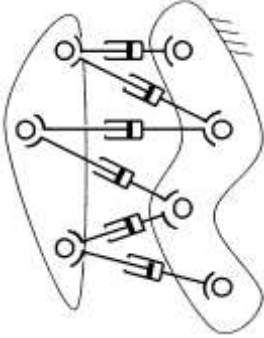
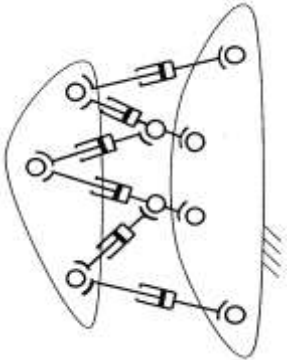
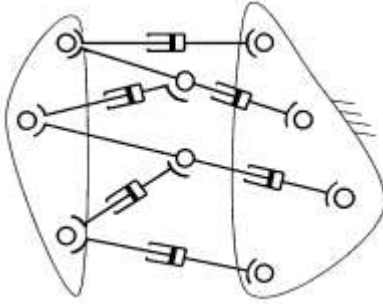
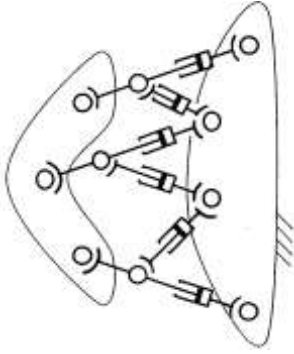
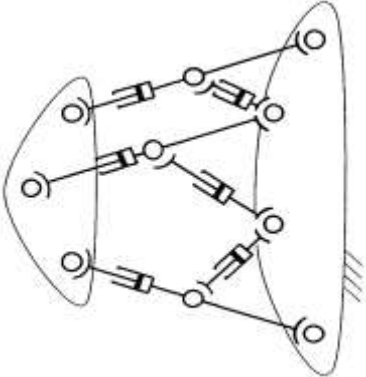
Схема L-2211-3111 также имеет четыре варианта, в которых две  $l$  – координаты расположены между основанием либо выходным звеном и одним из промежуточных звеньев соседних кинематических цепей. Сказанное справедливо также для схем L-3111-3111, L-2211-2211, L-3111-21111, L-2211-21111, L-21111-21111.

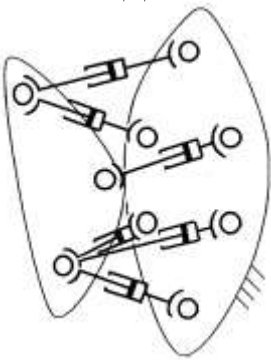
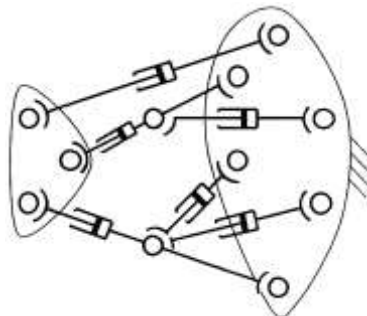
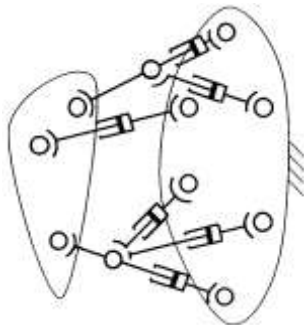
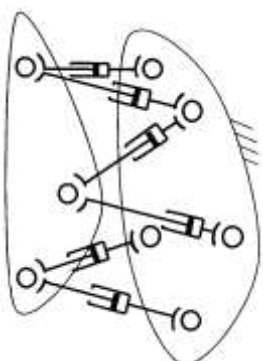
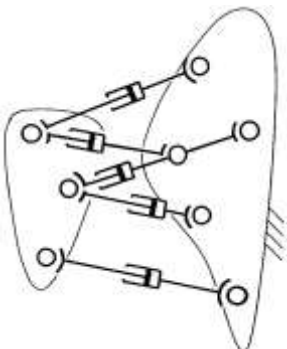
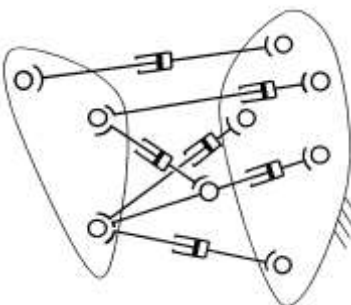
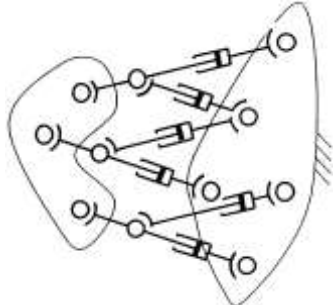
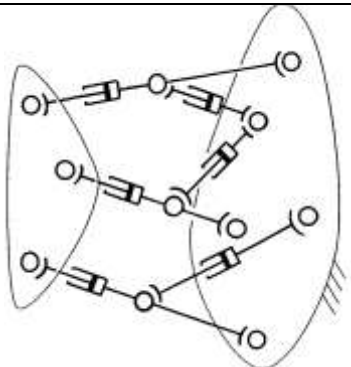
<p style="text-align: center;">L-222-321</p> 		
		
<p style="text-align: center;">L-321-321</p> 		
		

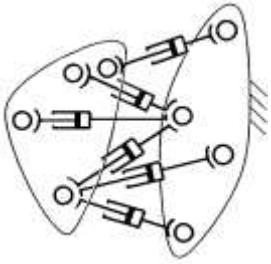
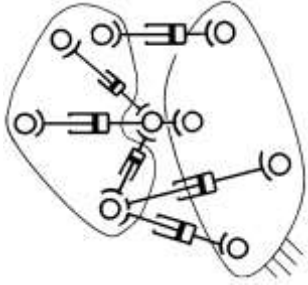
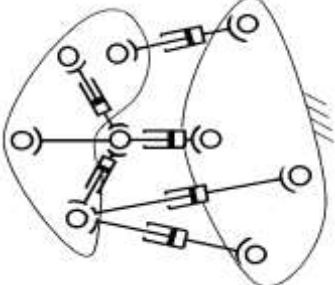
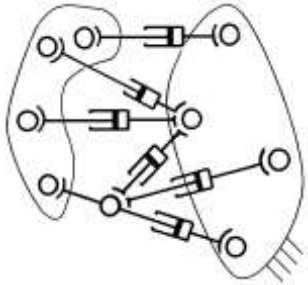
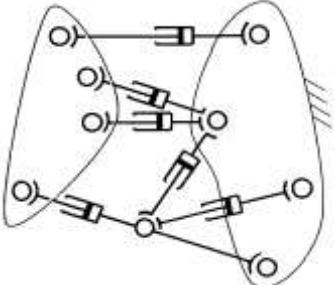
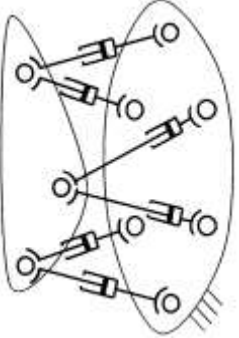
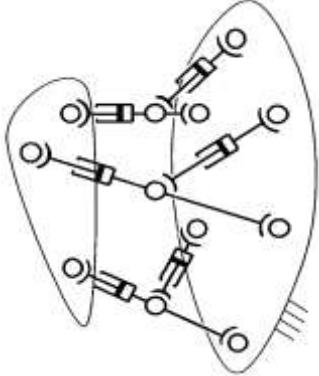
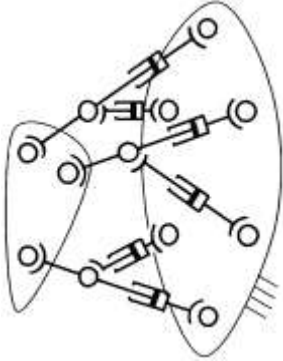
<p style="text-align: center;">L-321-3111</p> 		
<p style="text-align: center;">L-222-222</p> 		
		

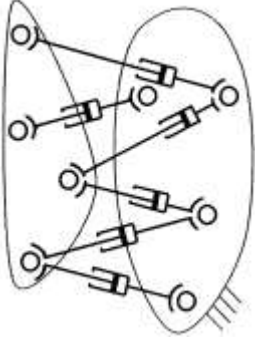
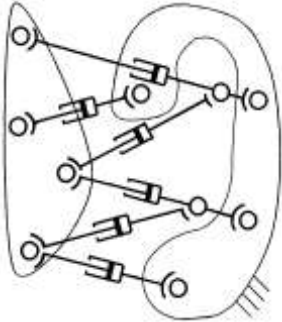
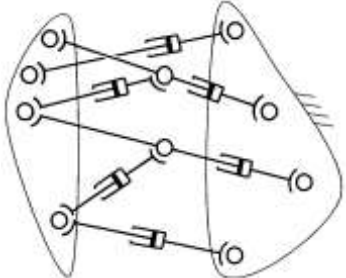
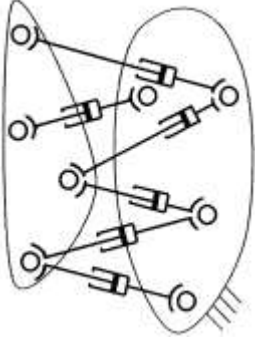
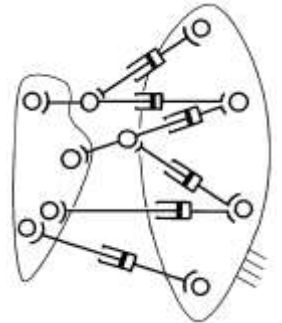
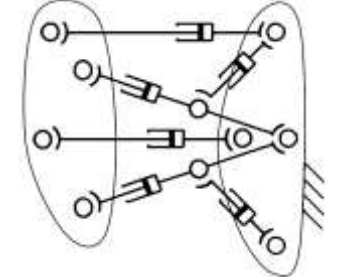
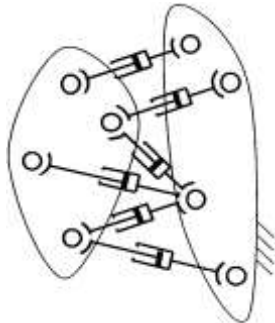
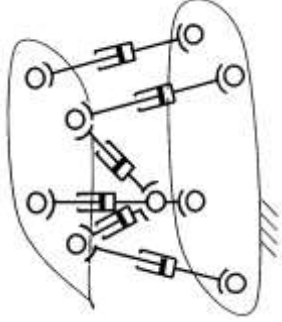
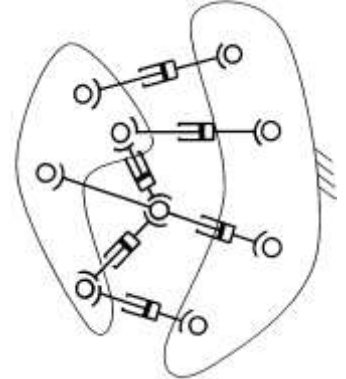
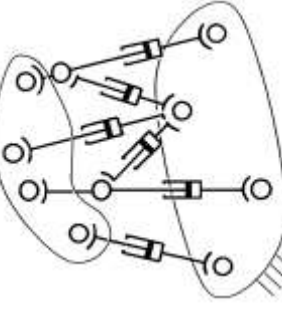
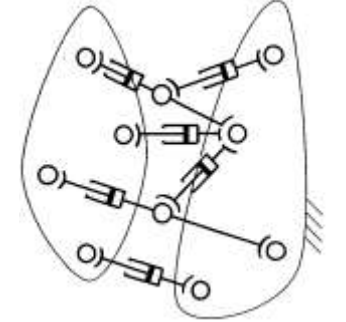
<p style="text-align: center;">L-222-3111</p> 		
		
		
<p style="text-align: center;">L-321-2211</p>		

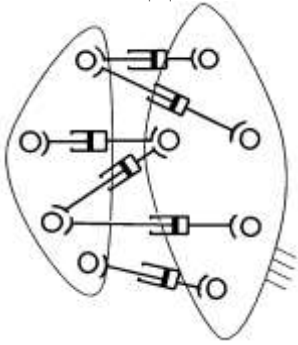
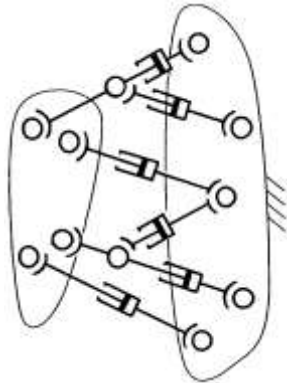
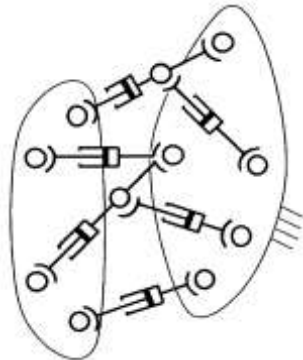
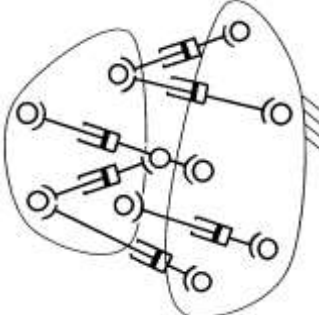
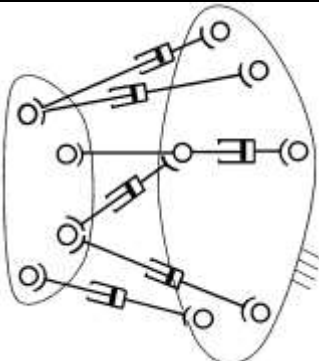
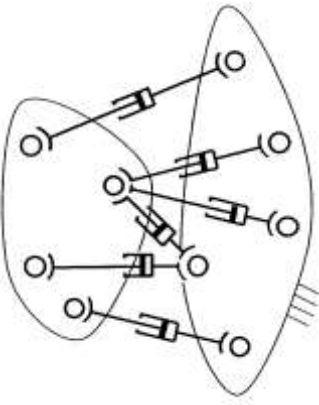
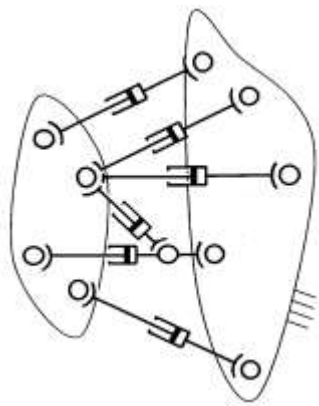
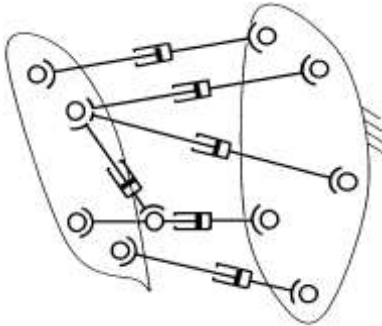
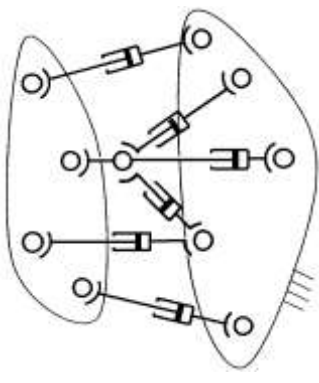
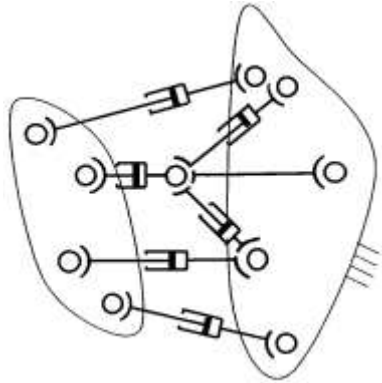


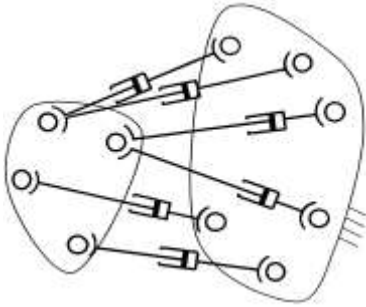
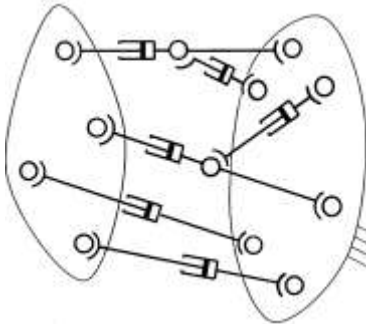
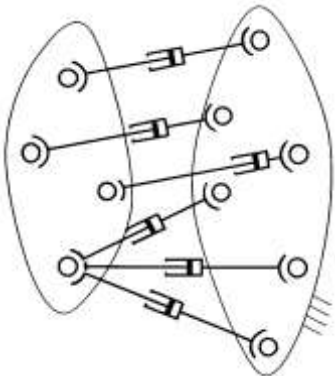
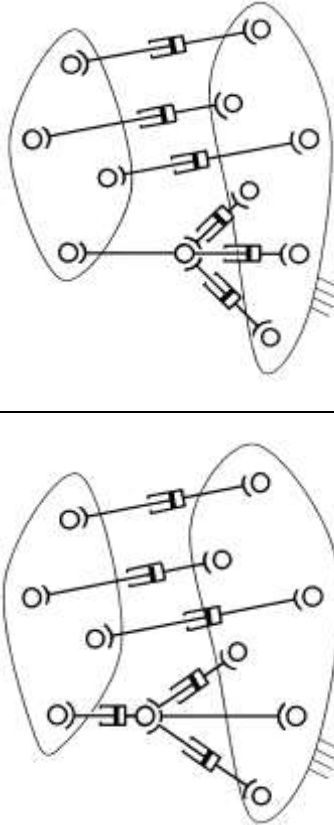
<p style="text-align: center;">L-321-21111</p> 		
		<p style="text-align: center;">L-222-2211</p> 
		
		

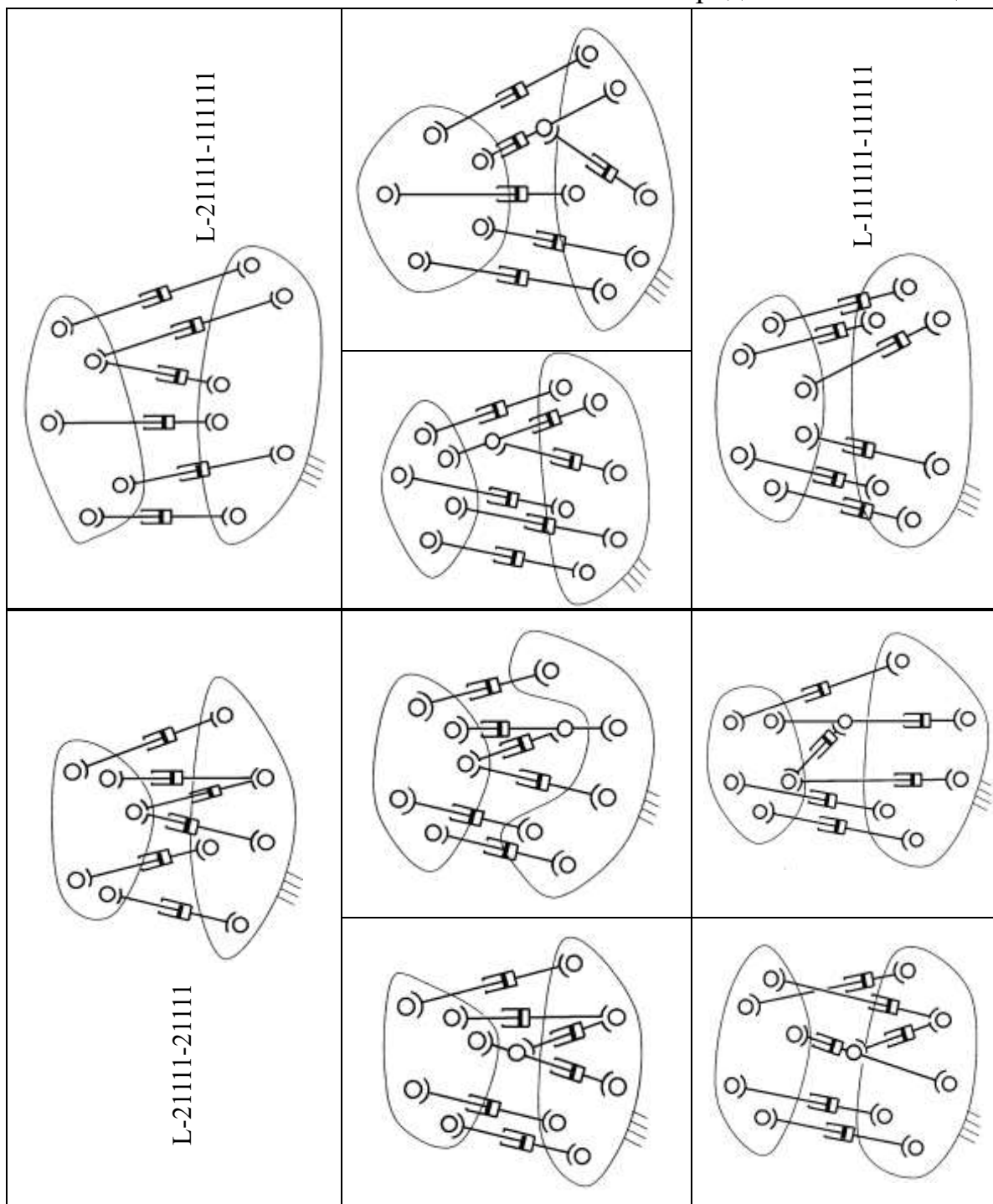
<p style="text-align: center;">L-321-111111</p> 		
		
		
<p style="text-align: center;">L-222-211111</p>		

<p style="text-align: center;">L-3111-3111</p> 		
		
<p style="text-align: center;">L-222-111111</p> 		
		

<p>L-2211-2211</p> 		
		
<p>L-2211-3111</p> 		
		

<p style="text-align: center;">L-2211-21111</p> 		
		
		
<p style="text-align: center;">L-3111-21111</p> 		

<p style="text-align: center;">L-2211-111111</p> 	
<p style="text-align: center;">L-3111-111111</p> 	



Что касается схемы L-3111-111111, то для нее имеют место лишь два варианта, получаемых переносом одной из точек крепления  $l$  – координат, потому что на выходном звене шесть точек и при этом (соблюдая это условие) невозможно так изменить структуры, чтобы это условие не нарушить.

Указанное свойство существует для схем L-2211-111111 и L-21111-111111. Наконец, для варианта L-111111-111111, когда на основании и на выходном звене имеют место по шесть точек крепления, невозможно найти дополнительные (модифицированные) варианты, при которых одна или несколько  $l$  – координат размещались бы между основанием либо выходным звеном и одним из промежуточных звеньев соседних кинематических цепей.

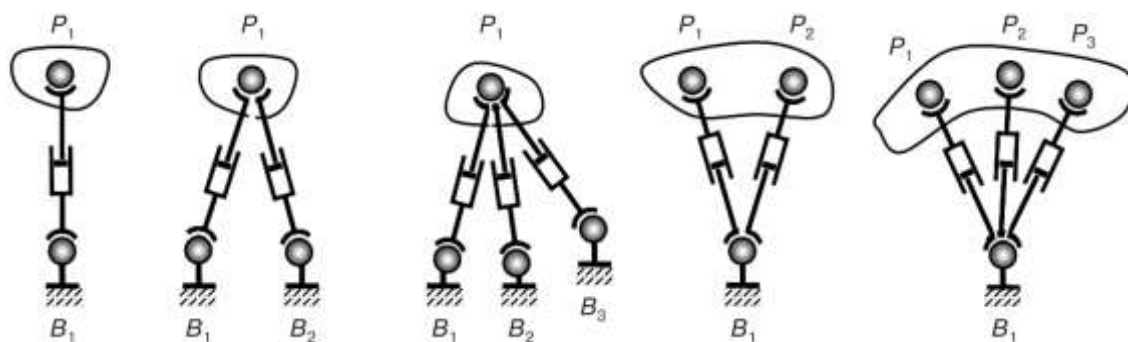


Рисунок 2.5

Обобщая вышеизложенное, можно представить случаи взаимного расположения  $l$  – координат и соответствующих положений точек  $B_1, B_2, B_3$  и  $P_1, P_2, P_3$  (рисунок 2.5). Могут существовать модификации этих положений, когда соответствующие точки на основании либо на выходном звене смещаются и после этого располагаются между основанием или выходным звеном и одним из промежуточных звеньев соседних кинематических цепей (рисунок 2.6).

Так, при схождении в одном центре  $P_1$  или  $B_1$  двух  $l$  – координат имеем четыре модифицированных варианта (точки  $P'_1, P''_1, B'_1, B''_1$ ). При схождении в одной точке  $B_1$  или  $P_1$  трех  $l$  – координат имеем два модифицированных варианта.

Продолжая анализ рисунка 2.6, можно указать, что смещение одной из точек приводит к тому, что мы имеем структуру и, соответственно, геометрическую фигуру, не изменяющую принципов решения задачи о положениях. Указанное смещение не нарушает расположение плоскости, в



которой размещены точки основания и выходного звена. Смещается лишь одна из точек, принадлежащих той самой плоскости. Зная  $l$  – координаты при смещенном положении точек, можно восстановить  $l$  – координаты при исходном расположении точек – при этом алгоритм решения задач о положениях не изменится.

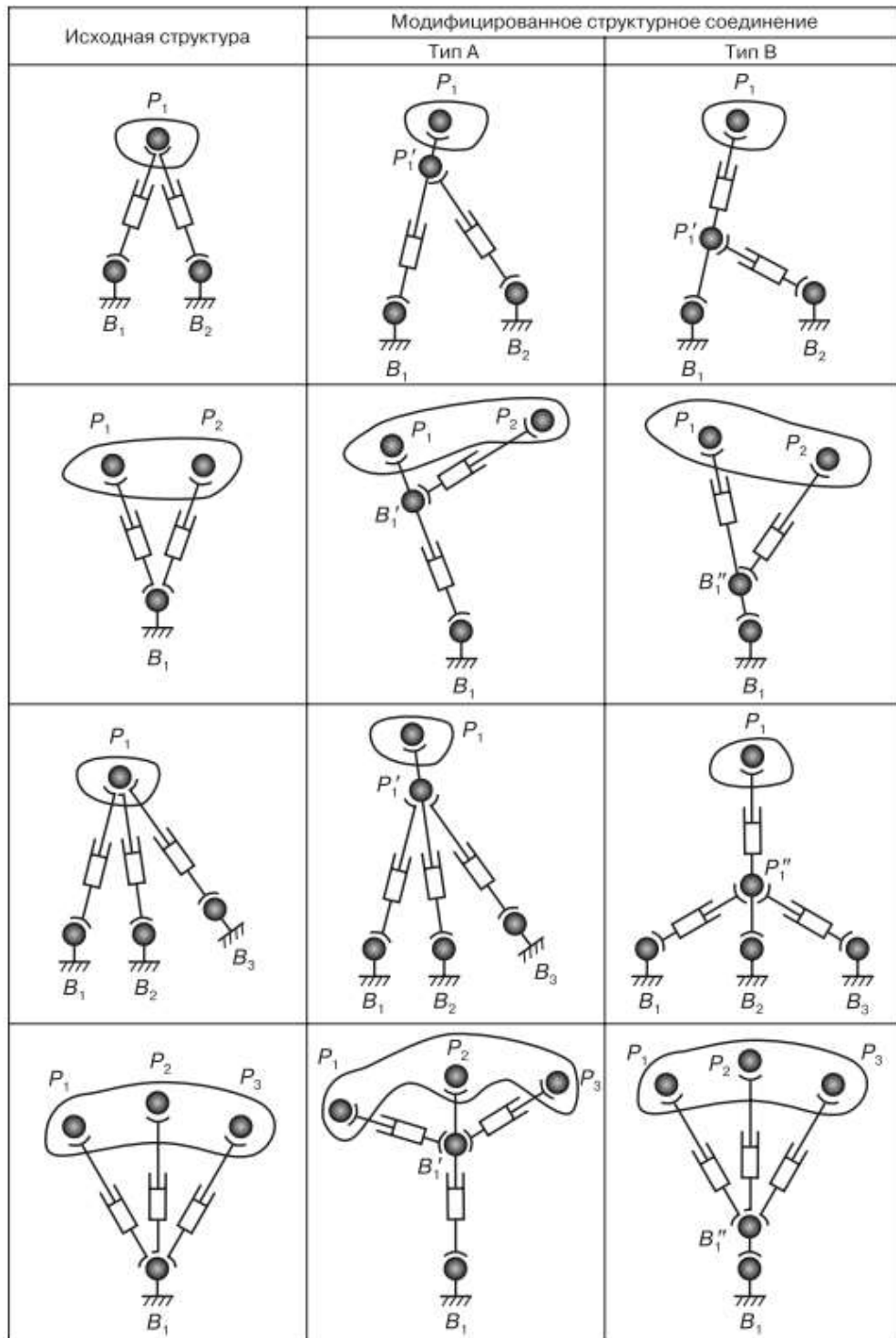


Рисунок 2.6

Рассмотренный класс  $l$  – координатных механизмов может быть расширен за счет того, что некоторые штоки приводов могут быть продолжены за пределы основания либо выходного звена. При этом точки, где сходятся оси  $l$  – координат, могут быть более не связаны с выходным звеном или основанием. Сказанное является принципом построения  $l$  – координатных механизмов с расположением приводов вне рабочей зоны. Это обстоятельство существенно расширяет класс  $l$  – координатных механизмов.

Остановимся на таблице 2.4 и схеме L-222-321. В таблице показан случай, когда стержни, передающие движение на выходное звено, расположены так, что один из них проходит через точку, где сосредоточены два привода, другой стержень проходит через точку, где сосредоточены три привода, и третий стержень проходит через точку, где сосредоточен один привод.

Укажем на необходимость такого расположения данных стержней, что каждый из них должен исходить из точки, расположенной на убираемом впоследствии звене, где сходятся, соответственно, по несколько приводов. Если из одной точки, где сходятся несколько приводов, будет проведено два или более стержней, то это будет нерабочий случай. Можно показать, что рассматриваемые преобразования приводят вновь к ситуации, когда механизм имеет шесть степеней свободы. Это следует из того, что каждый стержень не налагает никаких дополнительных связей на движение выходного звена, и соответствующие структурные группы, содержащие приводы, также не налагает дополнительных связей, то есть выходное звено имеет шесть степеней свободы.

Рассматривая случай L-321-321, можно видеть, что получаемая структура со стержнями, пересекающими плоскость одного из звеньев (выходного звена либо основания), имеет особенность, что оси вводных стержней должны пересекаться с осями приводов, при этом конструкция соответствующих узлов может быть выполнена с применением

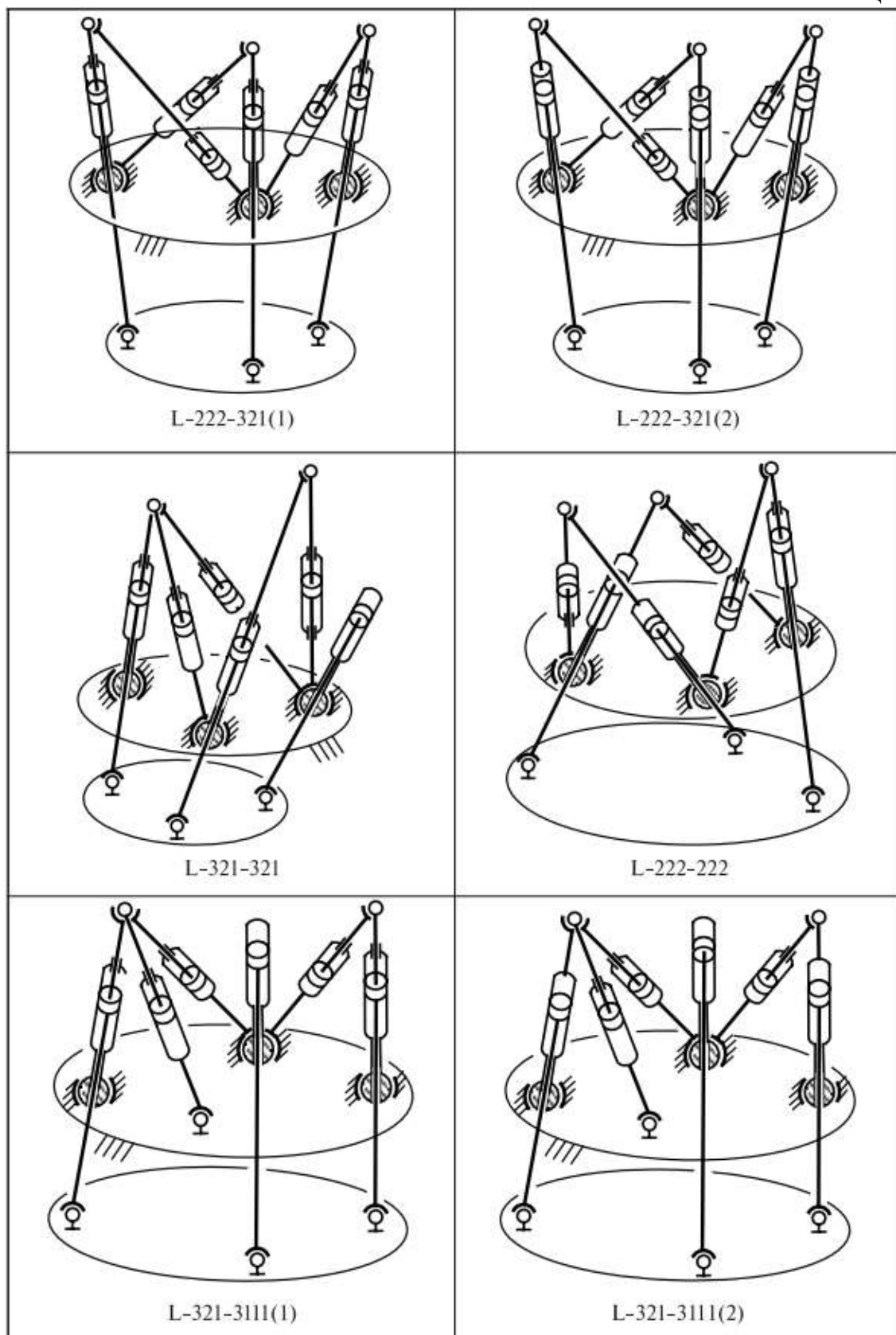
вращательных кинематических пар, пересекающих точку пересечения осей стержней и привода.

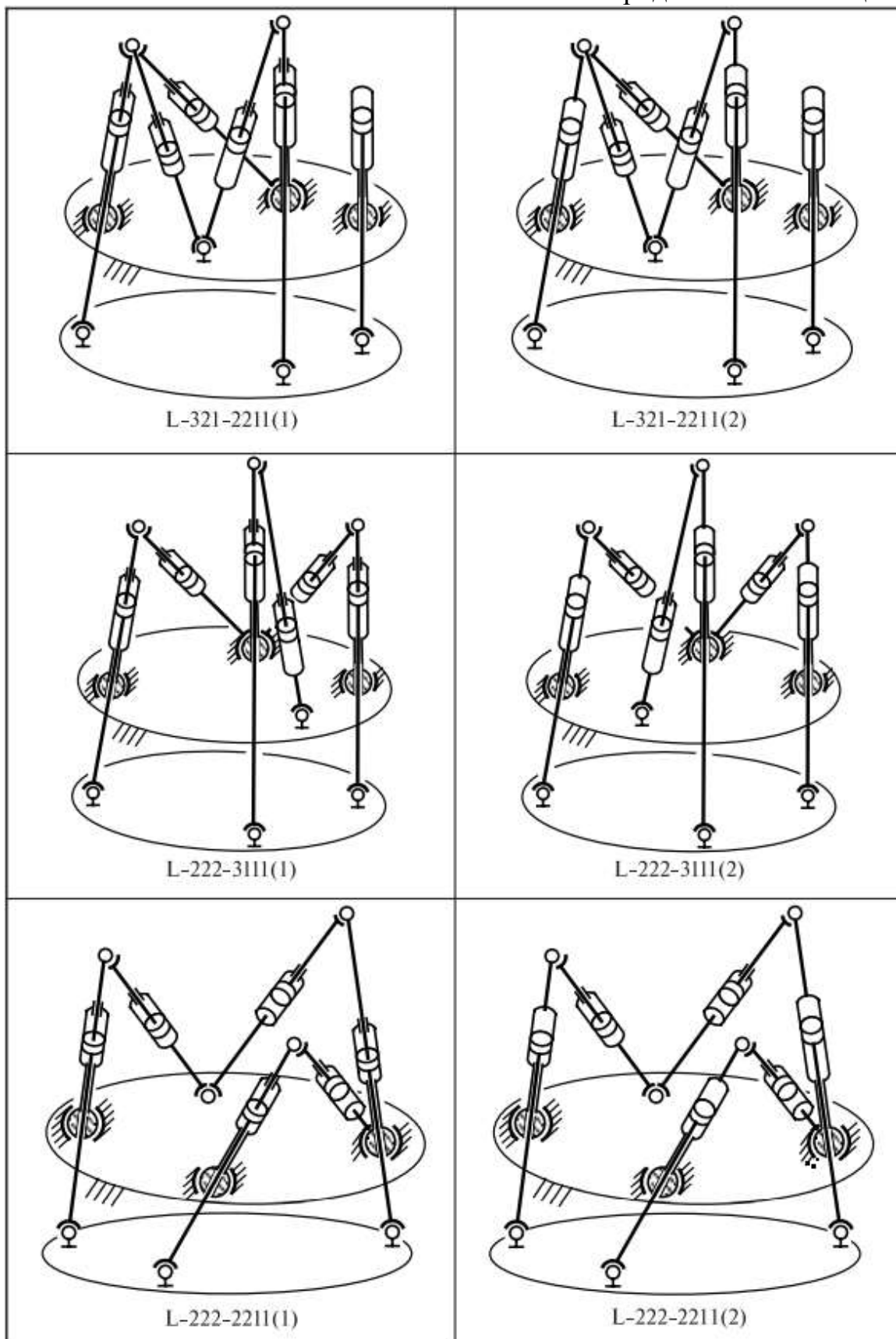
Далее, не останавливаясь подробно на структуре L-222-222, укажем, что ее особенность примерно такая же, что и для предыдущих случаев.

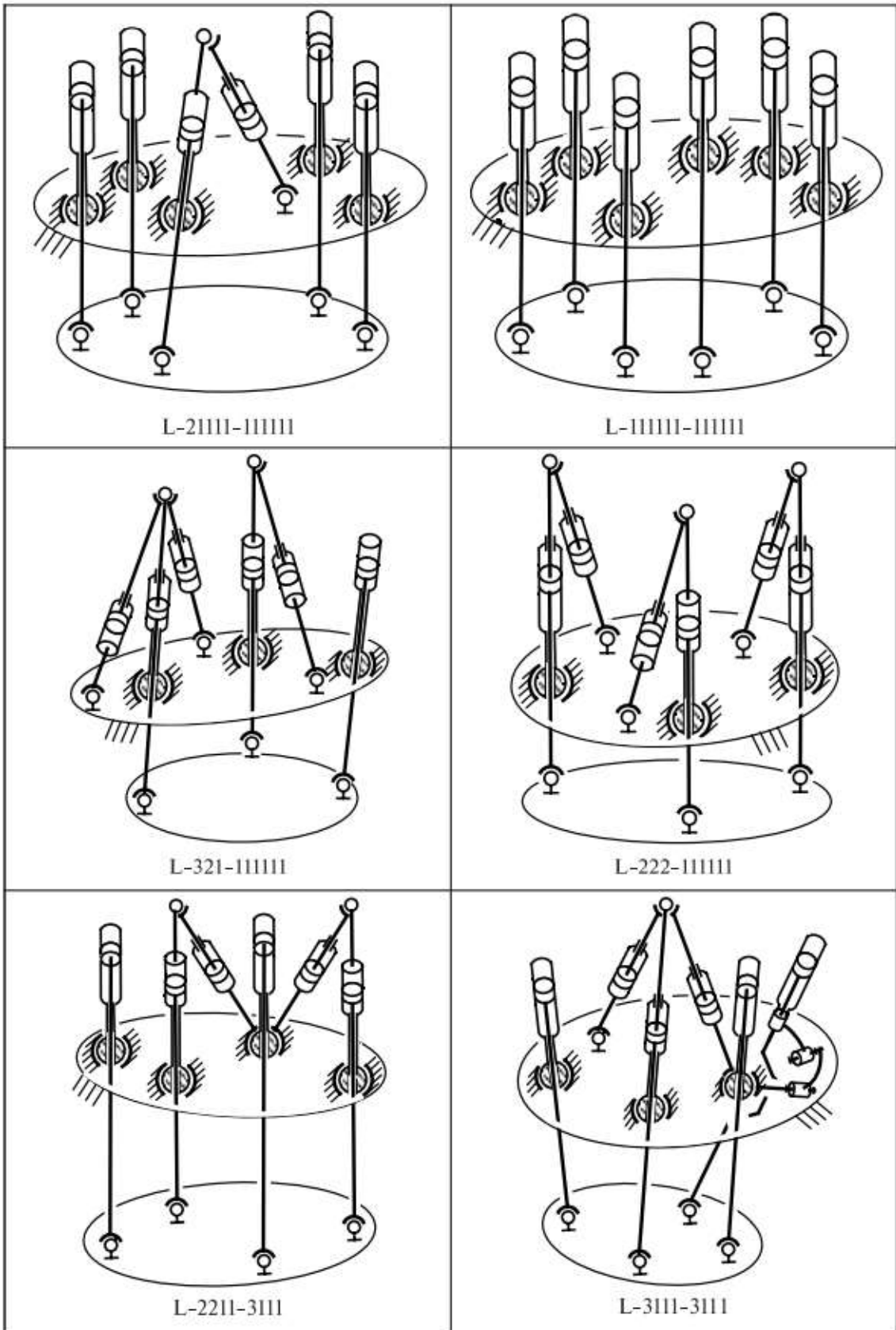
Затем в таблице показаны случаи, когда на одном из звеньев (основании либо на выходном звене) расположены четыре точки, а на противоположном звене три. Структура L-321-3111 соответствует ситуации, где в одной точке сходятся три оси, в другой - две оси, и один привод не сопрягается с другими приводами. Следует отметить сложность конструктивного исполнения этого варианта. Также при указанном соотношении количеств точек пересечения осей приводов и стержней в таблице представлены варианты L-321-2211, L-222-2211.

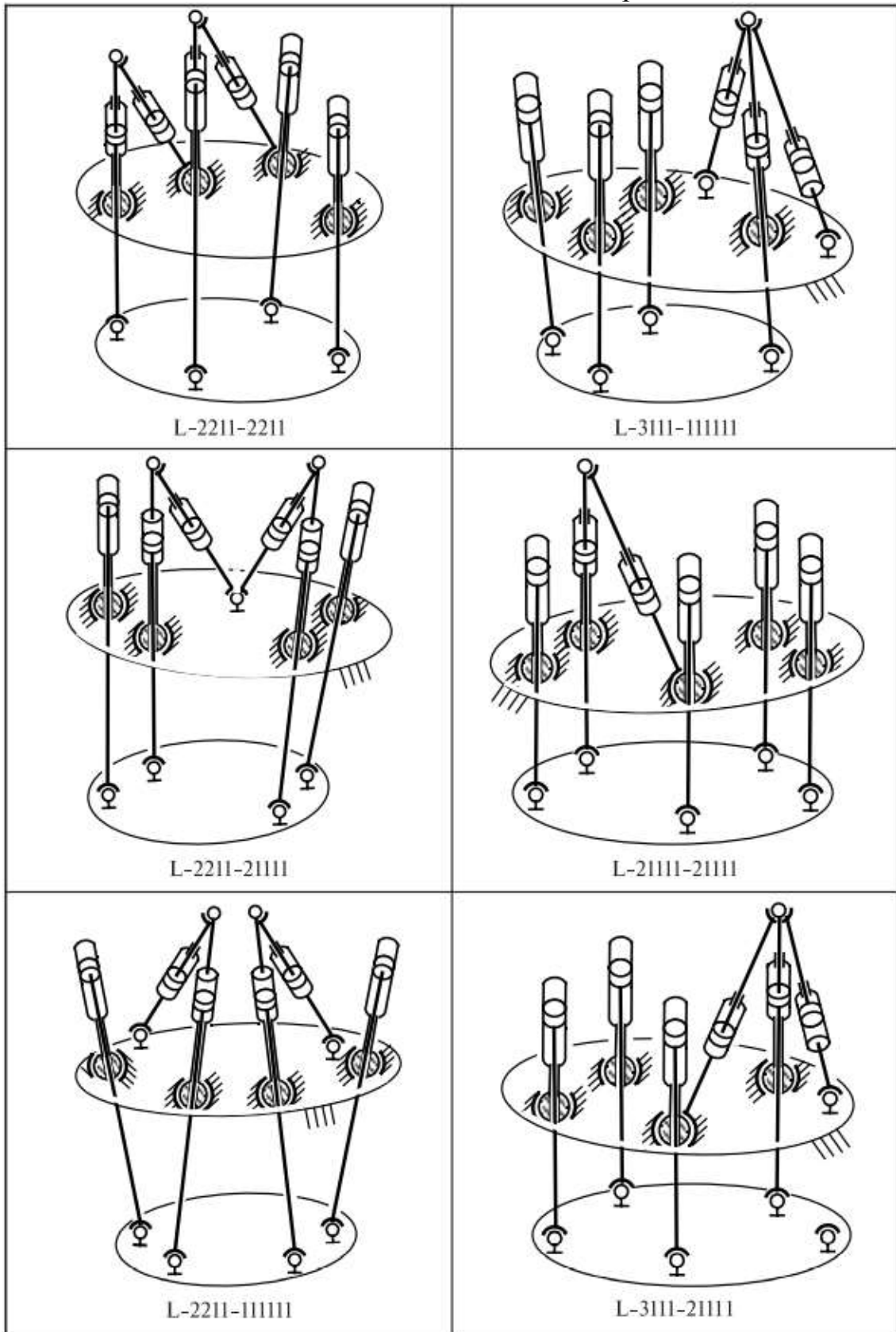
Далее в таблице следуют варианты с количеством точек на основании либо выходном звене равным трем, и с количеством точек на противоположенном звене равным пяти. Это варианты L-321-21111 и L-222-21111. Наконец следует отметить варианты, где трем точкам противостоят шесть точек на противоположном звене.

Таблица 2.4









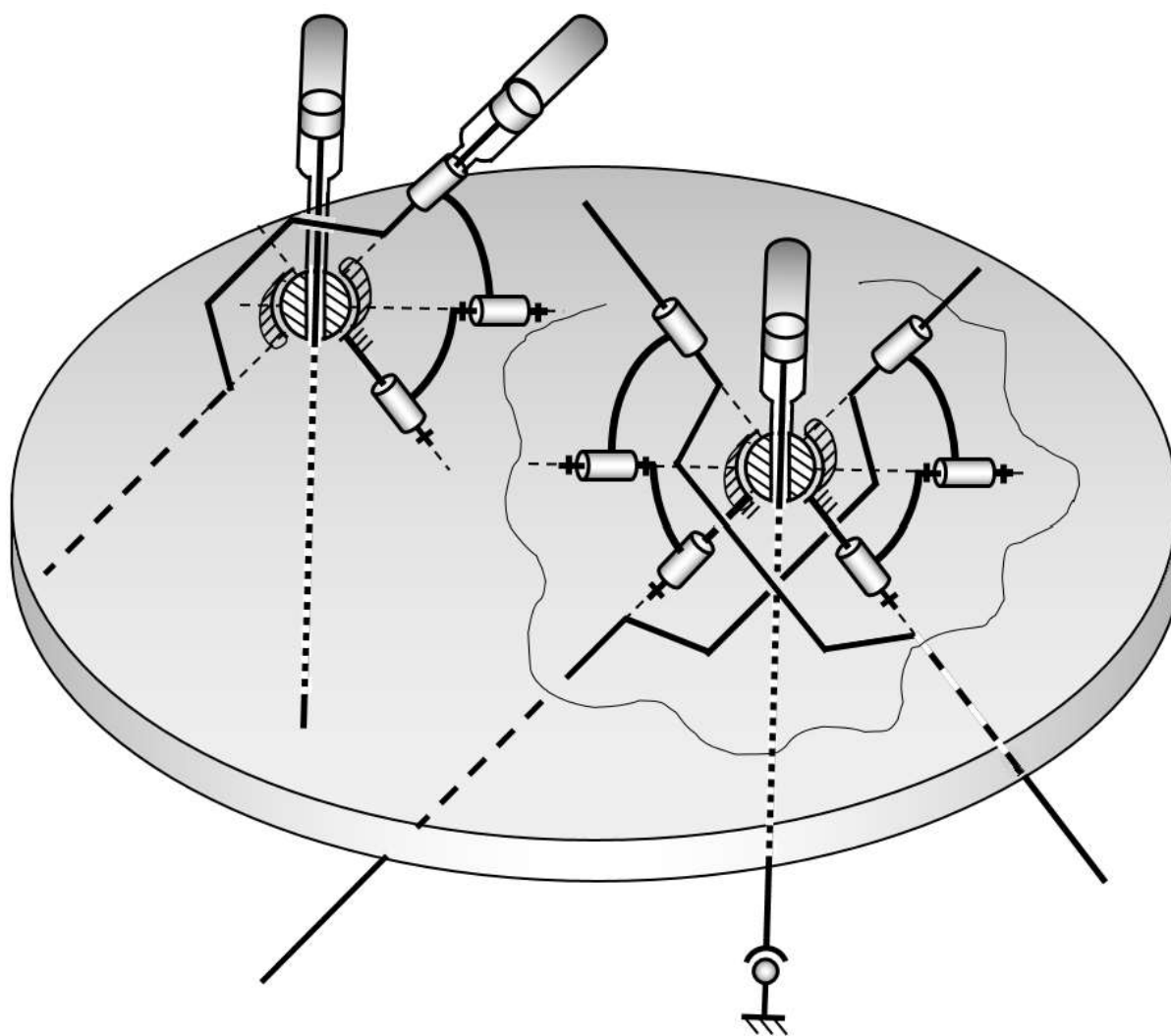
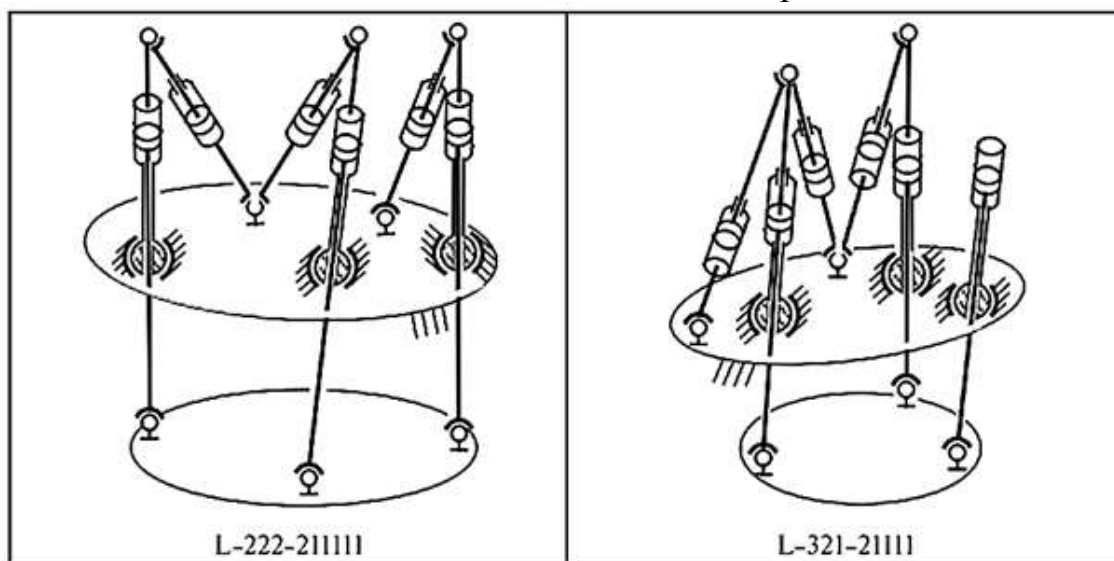


Рисунок 2.7



Затем рассматривается случай, когда на основании либо выходном звене имеются четыре точки крепления приводов и такое же количество точек крепления существует и на противоположном звене. Это структуры L-2211-3111, L-3111-3111 и L-2211-2211. Далее в таблице представлены варианты, когда четырьмя точкам на основании либо выходном звене противостоят пять точек на противоположном звене. Это варианты L-3111-21111 и L-2211-21111.

Два варианта существуют для соотношения количеств точек крепления приводов четыре и шесть. Это структуры L-3111-111111 и L-2211-111111. Укажем, что в первом из этих случаев также имеется одна точка, где должны сходиться по три стержня – такой узел выполнить конструктивно достаточно сложно.

Заканчивая рассмотрение данной таблицы, приведем варианты, когда соотношение количеств точек крепления приводов — это пять и пять, пять и шесть, и шесть и шесть. Эти соотношения приводят к одному варианту для каждого из соотношений, они представлены в таблице и обозначаются, соответственно, L-21111-21111, L-21111-111111 и L-111111-111111.

Представим возможные варианты взаимного расположения стержней-вводов, пересекающихся в одной точке (рисунок 2.7). Один из стержней может быть выполнен обычным образом (прямолинейной формы). Другие стержни (один или два) должны иметь изогнутую форму и сопрягаться посредством вращательных пар.

### **2.3 СИНТЕЗ СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ**

В предыдущем параграфе рассмотрены синтез и классификации  $l$  – координатных механизмов, в которых приводы могли крепиться к основанию и выходному звену, а также к основанию или к выходному звену

и одному из промежуточных, звеньев. Кроме того, были представлены случаи, когда несколько штоков линейных двигателей «протыкали» основание.

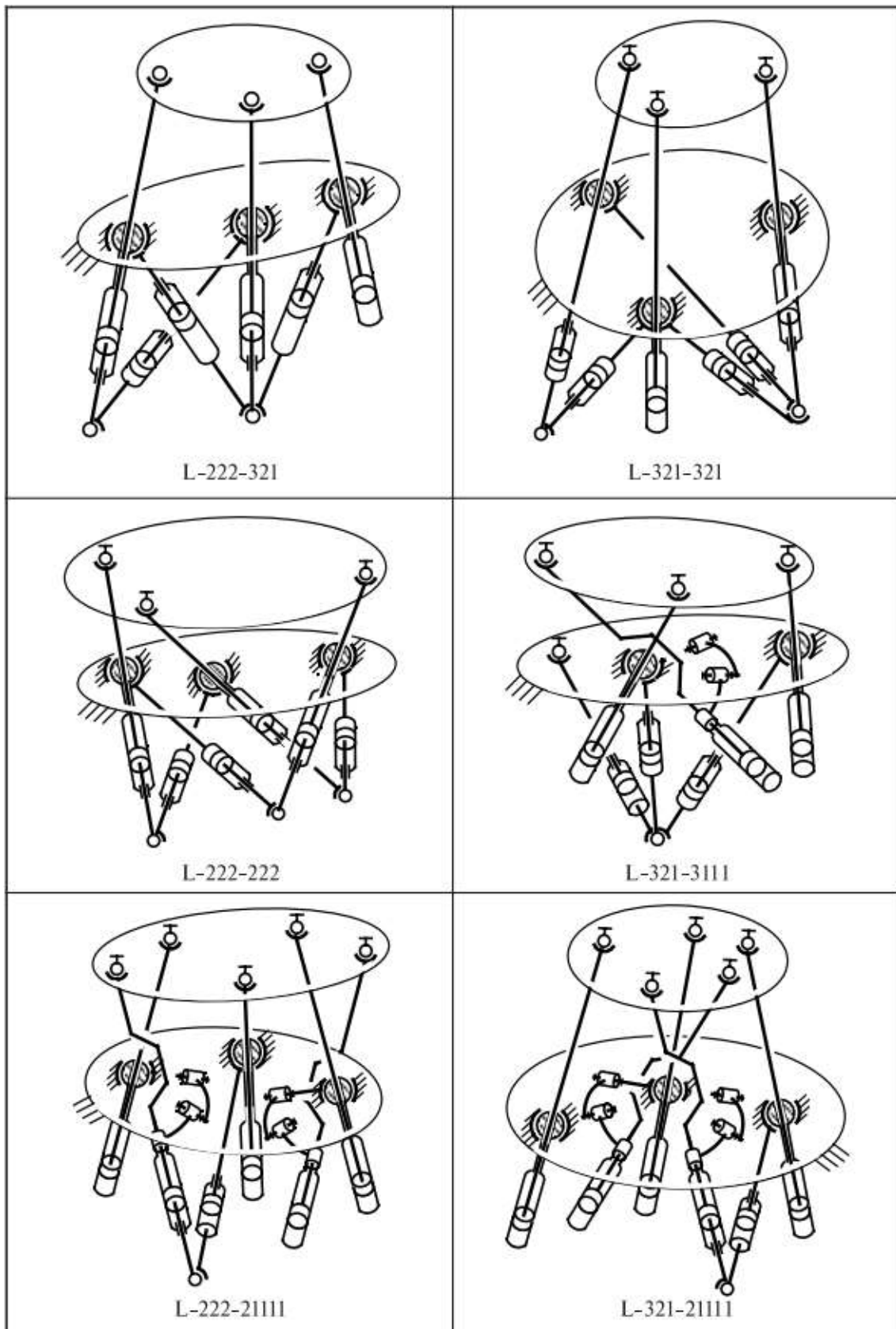
В данном параграфе будут продолжены исследования в этом направлении, т.е. будут представлены случаи, когда штоки линейных двигателей «протыкают» выходное звено. Рассмотрим таблицу 2.5, в которой представлены механизмы, где приводы, также, как и в таблице 2.4, расположены вне рабочей зоны, однако представляемые механизмы получаются из исходных механизмов (таблица 2.2) путем продолжения штоков вверх относительно выходного звена. Первый рассматриваемый вариант L-222-321. В данном случае три штока проходят вверх относительно основания, соответственно на выходном звене имеют место три точки. Одна из этих точек связана с центром, где сходятся три привода, вторая точка связана с центром, где сходятся два привода, и третья точка связана с одним приводом.

Затем следует случай L-321-321, здесь также имеются три стержня – штока, которые проходят через основание и сопрягаются с выходным звеном. Такая же ситуация имеет место для случая L-222-222.

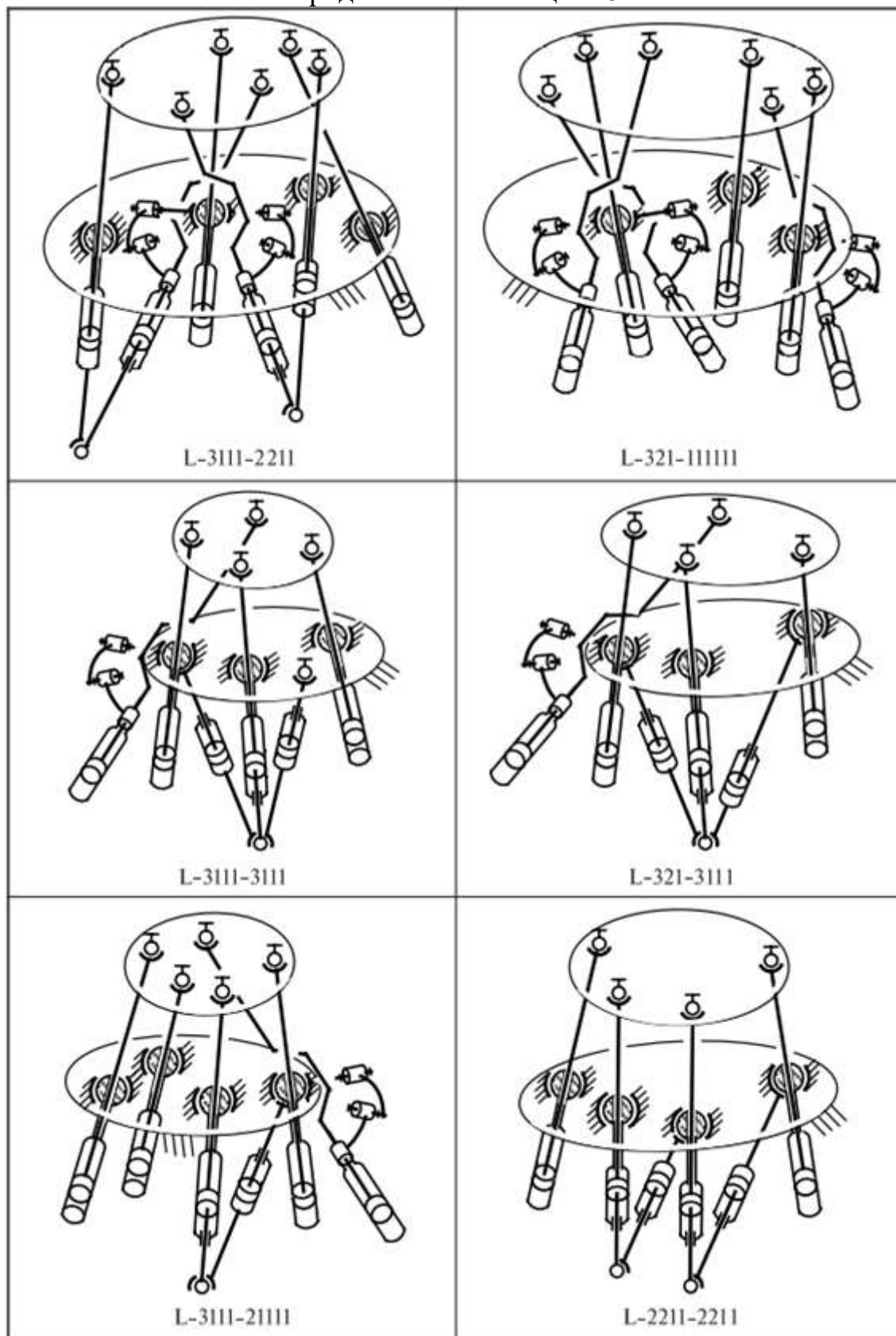
Более подробно остановимся на структуре L-321-3111. Здесь существует одна точка на основании, через которую проходят два приводных штока. Один из них должен иметь такую связь с основанием, которая состоит из трех вращательных кинематических пар, и, кроме того, стержень должен иметь непрямолинейную форму (подобные случаи были в таблице 2.4).

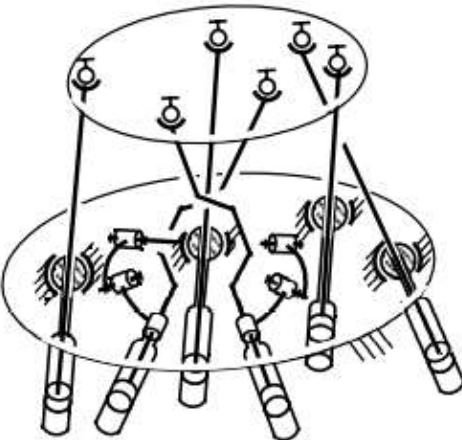
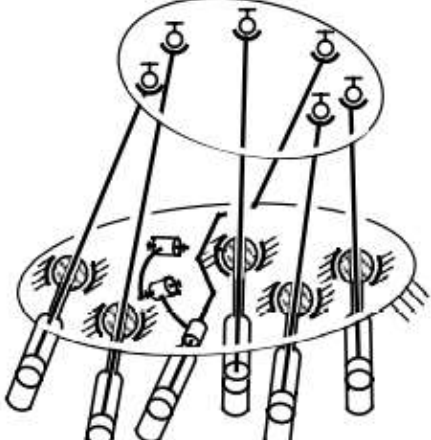
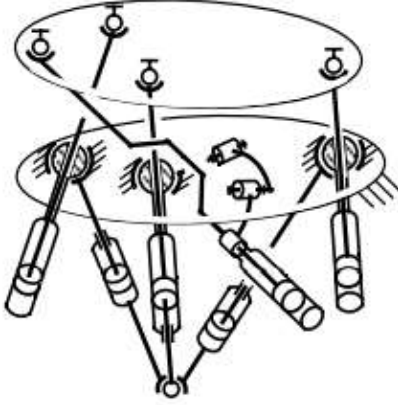
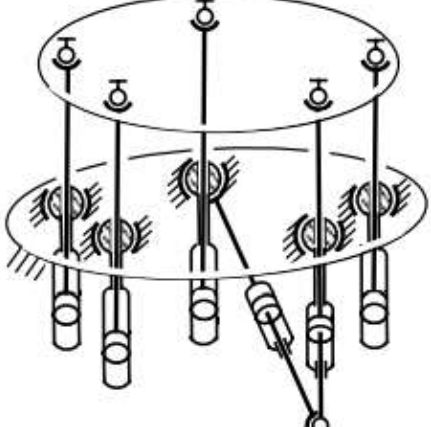
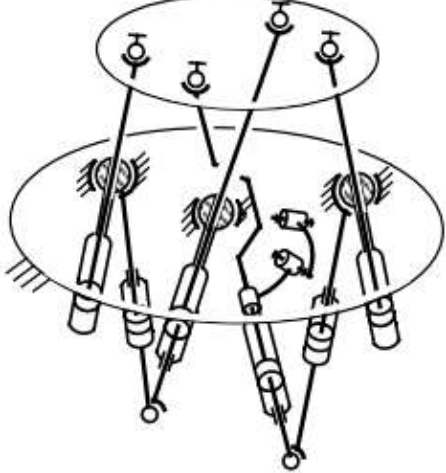
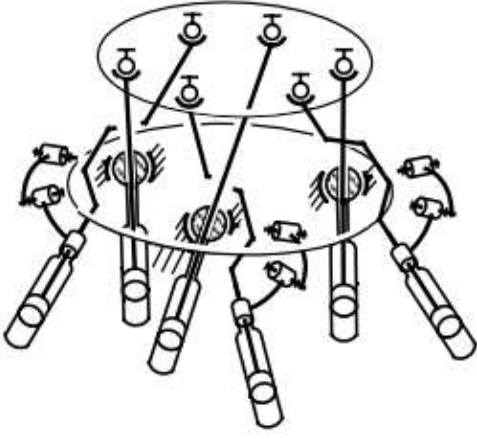
Рассматривая структуру L-3111-3111, можно констатировать, что у нее также присутствует подобный узел, где два стержня имеют непрямолинейную форму.

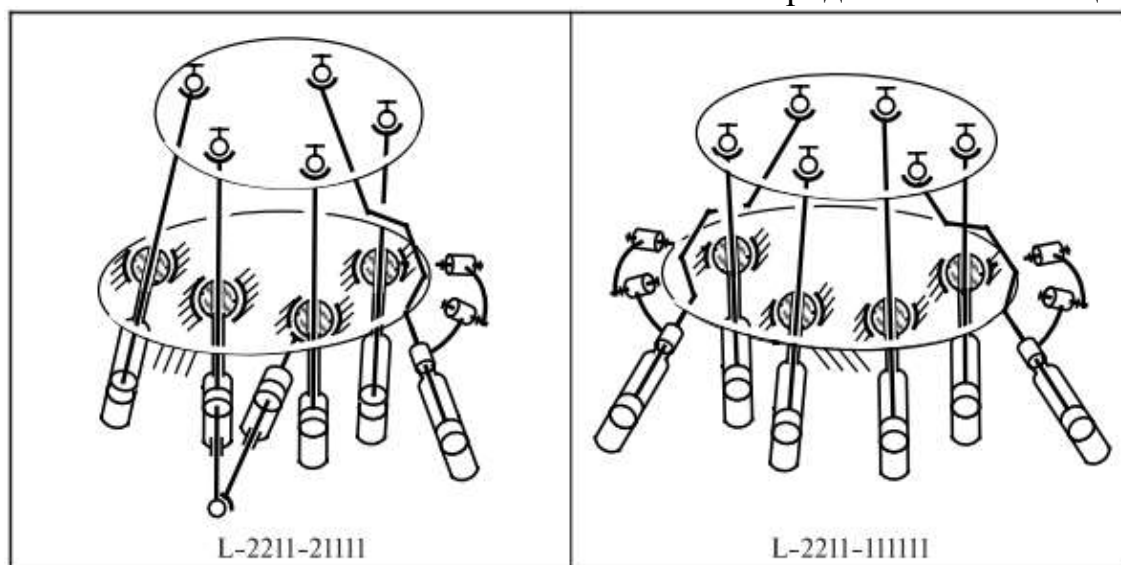
Таблица 2.5



Продолжение таблицы 2.5



 <p>L-3111-11111</p>	 <p>L-21111-11111</p>
 <p>L-222-3111</p>	 <p>L-21111-21111</p>
 <p>L-222-2211</p>	 <p>L-222-11111</p>



Для структуры L-321-21111 имеет место узел, в котором сходится три стержня.

Структура L-222-21111 содержит два узла, в которых сходятся по два стержня-ввода. В соответствующих узлах по одному стержню должны иметь непрямолинейную форму.

Схема L-321-111111 содержит два узла с пересечением в них соответственно двух и трех вводных стержней. Соответственно с этим три стержня должны иметь непрямолинейную форму.

Структура L-222-111111 содержит три узла, в которых пересекаются три узла стержня-ввода. В этих узлах по одному из стержней должны иметь непрямолинейную форму.

Что касается структур L-2211-3111 и L-2211-2211, то здесь не наблюдаются узлы, в которых сходятся по два или более вводных стержней, соответственно, все вводные стержни имеют прямолинейную форму. Однако структура L-3111-3111 имеет один узел, в котором сходятся сразу три вводных стержня, соответственно, два из них должны иметь непрямолинейную форму.

Последующие структуры: L-3111-21111, L-2211-21111, L-3111-111111, L-2211-111111, L-2111-21111 не имеют таких узлов, в которых

могли бы пересечься по два и более вводных стержней. Например, структура L-21111-111111 имеет один такой узел, где один из стержней должен иметь непрямолинейную форму.

Наконец, структура L-111111-111111, очевидно, не имеет узлов с пересекающимися стержнями- вводами, она отличается от классической  $l$  – координатной структуры тем, что приводы расположены вне рабочей зоны.

Далее рассмотрим случаи  $l$  – координатных механизмов, в которых имеются дополнительные связи-стержни, расположенные между точками соединения приводов и оснований (таблица 2.6).

Начнем со схемы L-222-321. В таблице представлен механизм, получаемый из исходного путем введения трех стержней-вводов, расположенных между точками соединения приводов (в каждой по два) и основания.

Схема L-321-321 преобразуется в схему с тремя стержнями- вводами, при этом один из них связан с точкой, где сходятся три привода, второй связан с точкой, где сходятся два привода, третий связан с точкой, на которой расположена ось одного привода.

Структура L-222-222, очевидно, характеризуется также тремя стержнями- вводами, причем каждый стержень связан с точкой, где сходятся по два привода.

Далее представим схемы L-321-3111, L-321-2211, L-222-3111 и L-222-2211, все они характеризуются тем, что на основании либо на выходном звене имеются три точки крепления приводов, и на противоположном звене – три точки. В таблице 2.6 представлены варианты, где имеются по три стержня-ввода.

Подобным образом можно развить схемы L-321-21111, L-222-21111, L-321-111111 и L-222-111111. Эти схемы также характеризуется тем, что на основании либо на выходном звене имеются три точки крепления приводов,

а на противоположном звене соответственно 5 и 6 точек. При этом получаемые схемы характеризуются тремя стержнями – вводами.

Остановимся на схемах L-2211-3111, L-3111-3111, L-2211-2211. Эти схемы соответствуют случаю, когда на основании и выходном звене имеются по четыре точки крепления приводов. Соответственно, в данных схемах есть по четыре стержня-ввода. Указанное свойство наблюдается для других схем, в которых на основании либо на выходном звене есть по 4 точки крепления приводов, а на противоположном звене 5 или 6 точек. Это схемы L-3111-21111, L-2211-21111, L-3111-111111, L-2211-111111. В каждой из этих схем имеем по четыре вводных стержня, сопрягающих точки соединения приводов и выходное звено.

Для схем, характеризуемых случаями, когда на основании либо на выходном звене имеется пять точек крепления приводов, а на противоположном звене шесть (это схемы L-21111-21111 и L-21111-111111), имеются по пять стержней вводов.

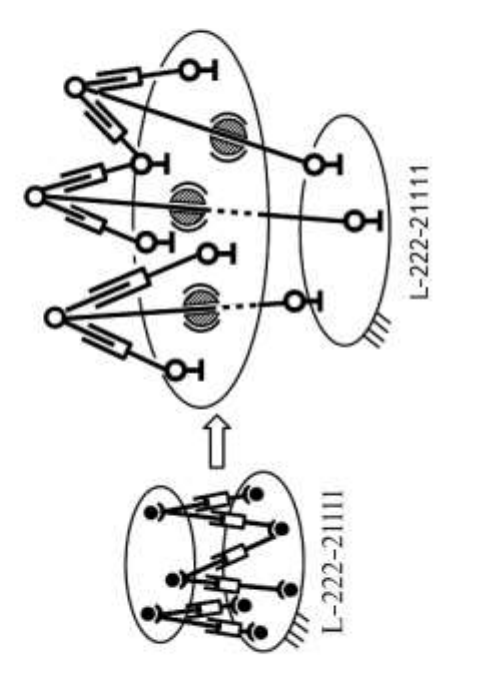
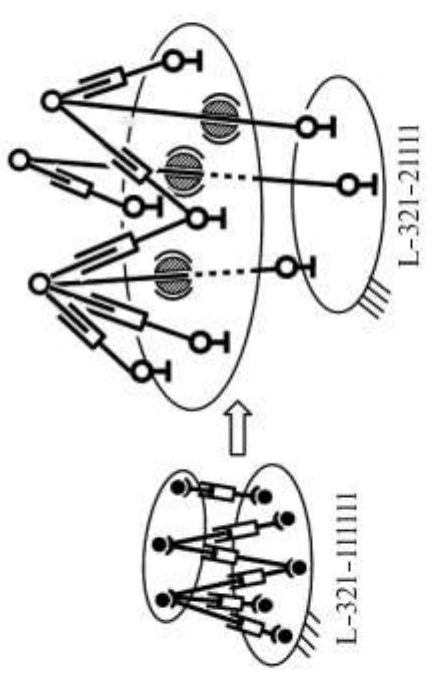
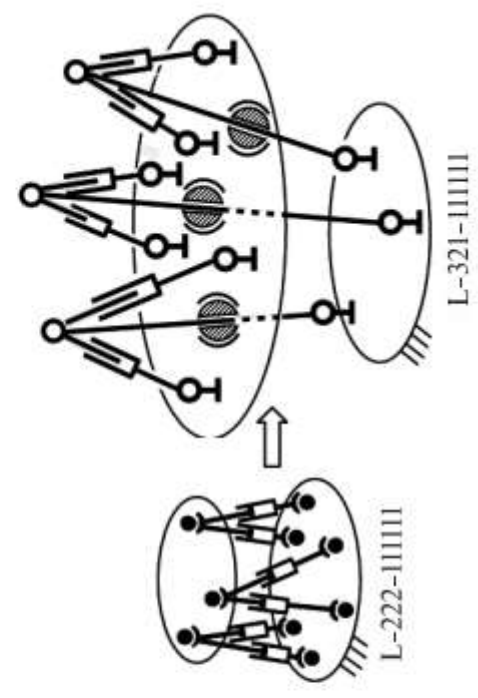
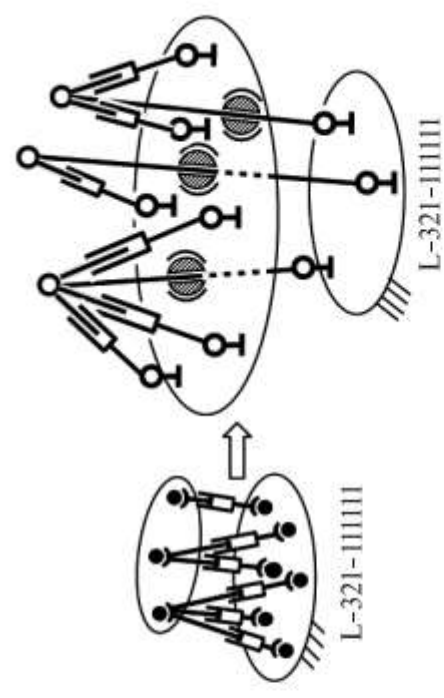
Далее рассмотрим различные варианты расположения стержней-вводов для некоторых схем.



Таблица 2.6

В <sub>1</sub> Р <sub>1</sub>	Количество точек на выходном звене (основании)	3	
	Количество точек на входном звене (платформе)	4	

<p>В i</p>	<p>Количество точек на входном звене (платформе)</p>	<p>6</p>
	<p>5</p>	<p>6</p>
	<p>3</p>	<p>6</p>
<p>Р i</p>	<p>Количество точек на выходном звене (основании)</p>	<p>6</p>
	<p>5</p>	<p>6</p>
	<p>3</p>	<p>6</p>



<p>В<sub>i</sub> Р<sub>i</sub></p>	<p>Количество точек на входном звене (основании)</p>	<p>4</p>		<p>5</p>		<p>6</p>	
--	--	----------	--	----------	--	----------	--

<p>В i</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>Р i</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>Количество точек на входном звене (платформе)</p>		
<p>6</p>		
<p>Количество точек на выходном звене (основании)</p>		
<p>5</p>		

### ГЛАВА 3

## СИНТЕЗ СТРУКТУР МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ И С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕРЖНЯМИ-ВВОДАМИ

В данной главе вводятся дополнительные условия наличия промежуточных звеньев – дополнительных стержней-вводов.

### 3.1 МЕХАНИЗМЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ СТЕРЖНЯМИ-ВВОДАМИ

Следующим условием расширения рассматриваемого класса  $l$  – координатных механизмов является введение дополнительных стержней, которые расположены между точками соединения  $l$  – координат с основанием и выходным звеном. При этом приводы вновь расположены вне рабочей зоны, а упомянутые дополнительные стержни должны проходить «сквозь» основания либо выходное звено (рисунок 3.1). Соединительный стержень связан с тем звеном, «сквозь» которое он проходит, сферическим шарниром с расположенной внутри него поступательной парой.

В соответствии с изложенным, точки  $B_1, B_2, B_3$  (рисунок 3.1) расположены на основании, с которым связана неподвижная система координат  $OXYZ$ . Три соединительных вводных стержня I, II, III связаны с выходным звеном посредством сферических шарниров  $C_1, C_2, C_3$ , имеющих отверстие – охватывающий элемент поступательной кинематической пары.

$l$  – координаты  $l_1, \dots, l_6$  выражают перемещения в приводах, которые расположены между точками соответственно  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  и  $D_1, D_2, D_3$ .

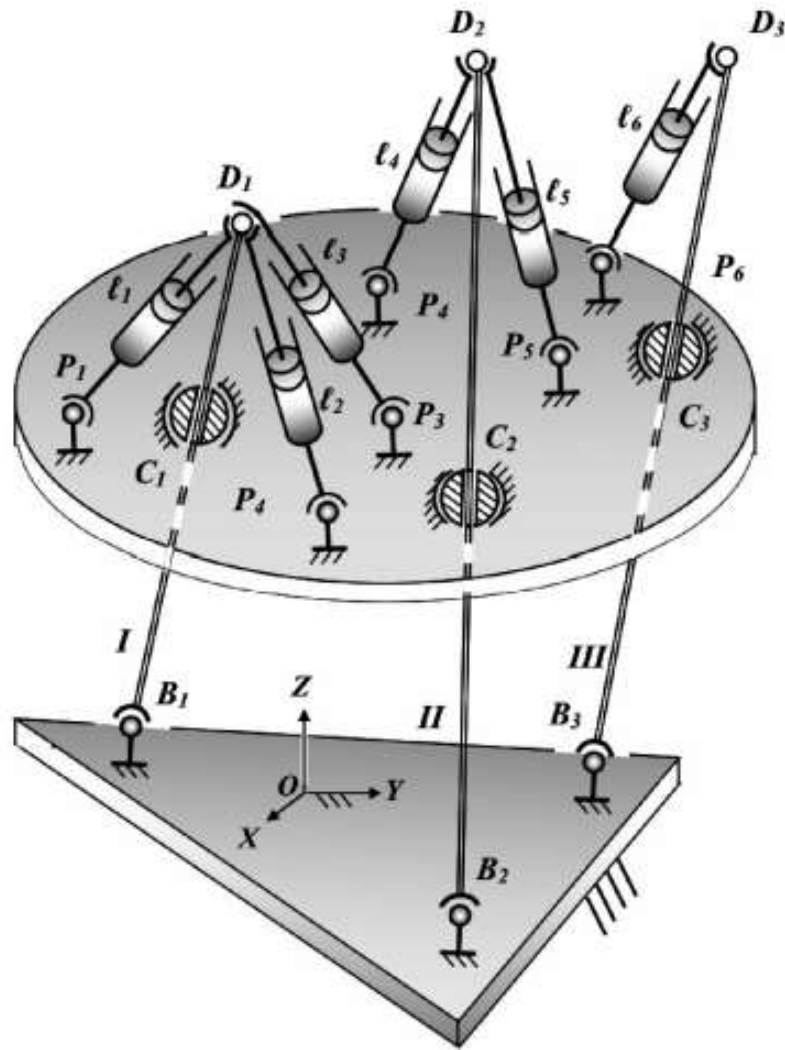


Рисунок 3.1

Такое расположение приводов показывает, что они связаны с выходным звеном и вводными стержнями, а основание связано лишь с указанными стержнями. Такая структура востребована для мобильных роботов, работающих в экстремальных условиях, к примеру, в космосе.

Можно убедиться, что движения выходного звена соответствуют шести степеням свободы, для этого воспользуемся формулой Сомова-Мальшева.

$$n = 16; P_5 = 6; P_3 = 15; P_2 = 3;$$

$$W = 6 \cdot 16 - 5 \cdot 6 - 3 \cdot 15 - 2 \cdot 3 = 96 - 81 = 15,$$

$$W = W_{\text{осн.}} + W_{\text{местн.}} = 6 + 9, \text{ где } W_{\text{осн.}} = 6, W_{\text{местн.}} = 9.$$

Местная подвижность связана с вращением кинематических цепей  $P_1D_1, P_2D_1, P_3D_1, P_4D_2, P_5D_2, P_6D_3$  и дополнительных звеньев I, II, III вокруг собственных осей. Эти подвижности не влияют на кинематику механизма. Их можно устранить, если заменить сферические шарниры в точках  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  выходного звена и в точках  $B_1, B_2, B_3$  основания на двухподвижные шарниры (например, сферический шарнир с пальцем). В таком случае здесь и далее получим следующий результат:

$$n = 16; P_5 = 6; P_4 = 9; P_3 = 6; P_2 = 3;$$

$$W = 6 \cdot 16 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 9 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 96 - 90 = 6.$$

Развивая предложенный подход к образованию новых  $l$  – координатных механизмов, укажем, что один из приводов, не сопряженный с другими приводами « $l$  – координатами», может быть своим штоком жестко сопряжен со стержнем-вводом, так что их оси совпадают (рисунок 3.2). Здесь все обозначения соответствуют приведенным выше. Можно убедиться, что число степеней свободы также равно шести.

$$n = 15; P_5 = 6; P_4 = 8; P_3 = 6; P_2 = 2;$$

$$W = 6 \cdot 15 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 8 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 90 - 84 = 6.$$

Так же, как и в предыдущем случае, со стержнем-вводом может-быть связан другой шток привода, сопряженного с одной  $l$  – координатой (рисунок 3.3). Здесь вновь все обозначения соответствуют предыдущим, а число степеней свободы вновь равно шести.

$$n = 15; P_5 = 6; P_4 = 8; P_3 = 6; P_2 = 2;$$

$$W = 6 \cdot 15 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 8 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 6.$$

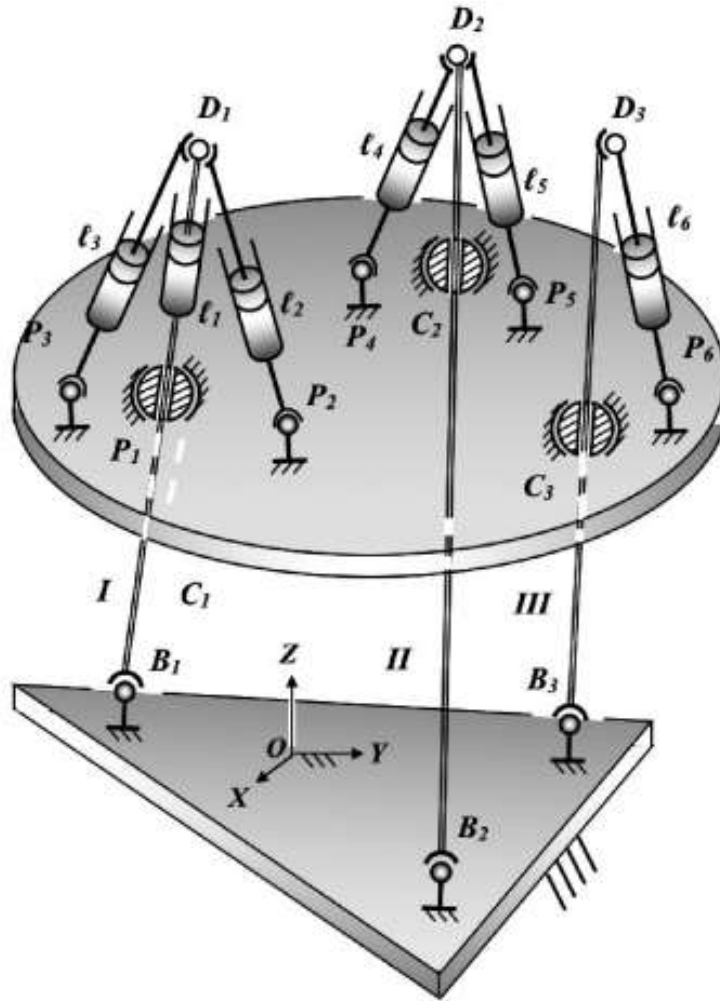


Рисунок 3.2

Рассуждая далее подобным образом, можно указать случай, когда стержень-ввод связан со штоком привода, сопряженного с еще двумя  $l$  – координатами (рисунок 3.4). Обозначения, как и в предыдущих случаях, аналогичны, число степеней свободы вновь равно шести.

$$n = 15; P_5 = 6; P_4 = 8; P_3 = 6; P_2 = 2;$$

$$W = 6 \cdot 15 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 8 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 90 - 84 = 6.$$

Таким образом, здесь представлен подход к синтезу механизмов с дополнительным звеном.



### 3.2 ПРИМЕРЫ МЕХАНИЗМОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ

Можно продолжить рассмотрение синтезируемых механизмов таким образом, что со стержнями-вводами будут совпадать по два привода (рисунки 3.5 и 3.6), а также три привода (рисунок 3.7). Число степеней свободы во всех подобных случаях равно шести.

$$n = 14; P_5 = 6; P_4 = 7; P_3 = 6; P_2 = 1;$$

$$W = 6 \cdot 14 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 7 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 1 = 84 - 78 = 6.$$

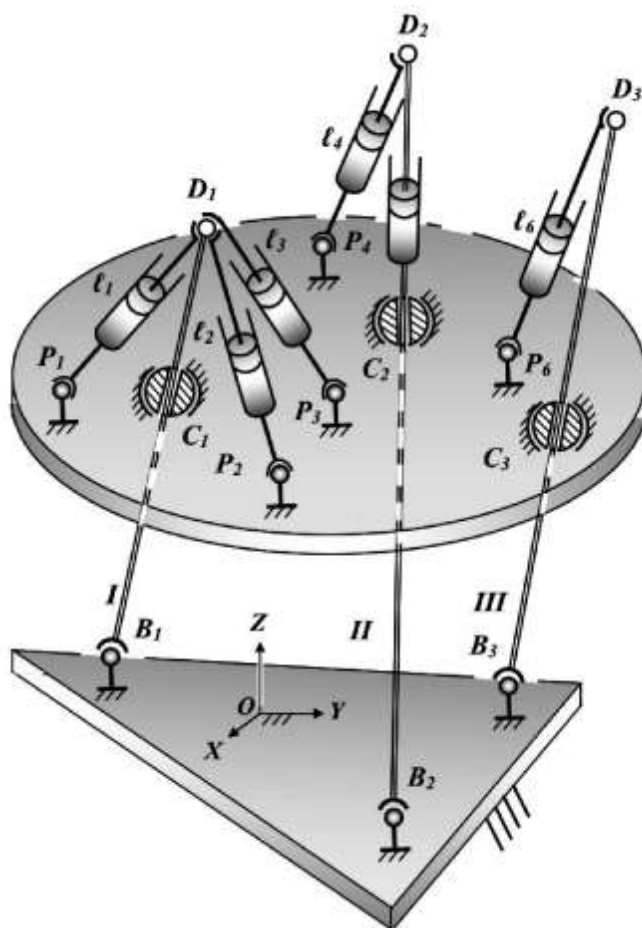


Рисунок 3.3

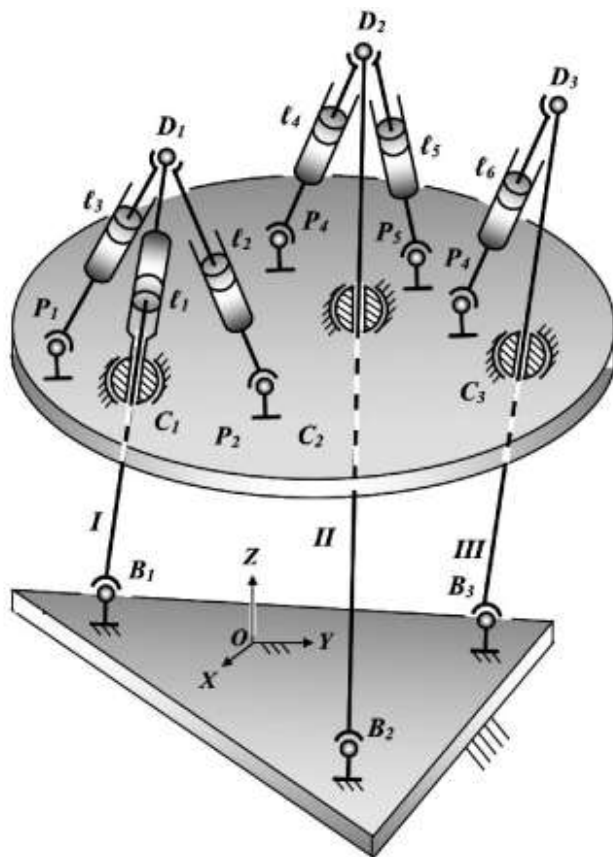


Рисунок 3.4

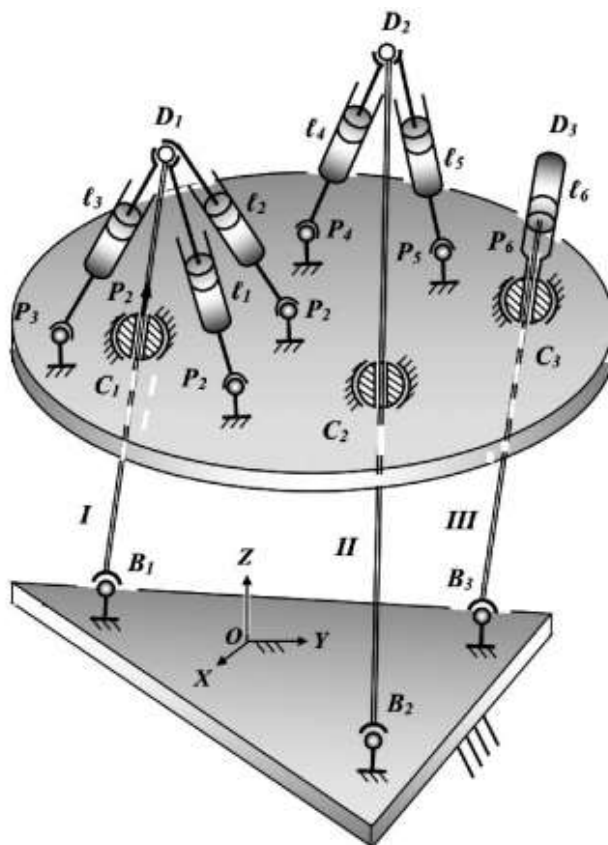


Рисунок 3.5

Перейдем к рассмотрению  $l$  – координатных механизмов, в которых имеют место четыре вводных стержня. Один из них (рисунок 3.8) соответствует случаю, когда через точки  $D_1$  и  $D_2$  проходят оси двух приводов, а через точки  $D_3$  и  $D_4$  проходят оси одного привода (все обозначения в данном случае соответствуют ранее рассмотренным механизмам).

Как и ранее, приводы и вводные стержни могут быть связаны как с основанием, так и с выходным звеном. В частности, в рассматриваемом механизме точки  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  расположены на основании, а точки  $B_1, B_2, B_3, B_4$  расположены на выходном звене. Можно вновь убедиться, что число степеней свободы равно шести.

$$n = 17; P_5 = 6; P_4 = 10; P_3 = 6; P_2 = 4;$$

$$W = 6 \cdot 17 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 10 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 4 = 102 - 96 = 6.$$

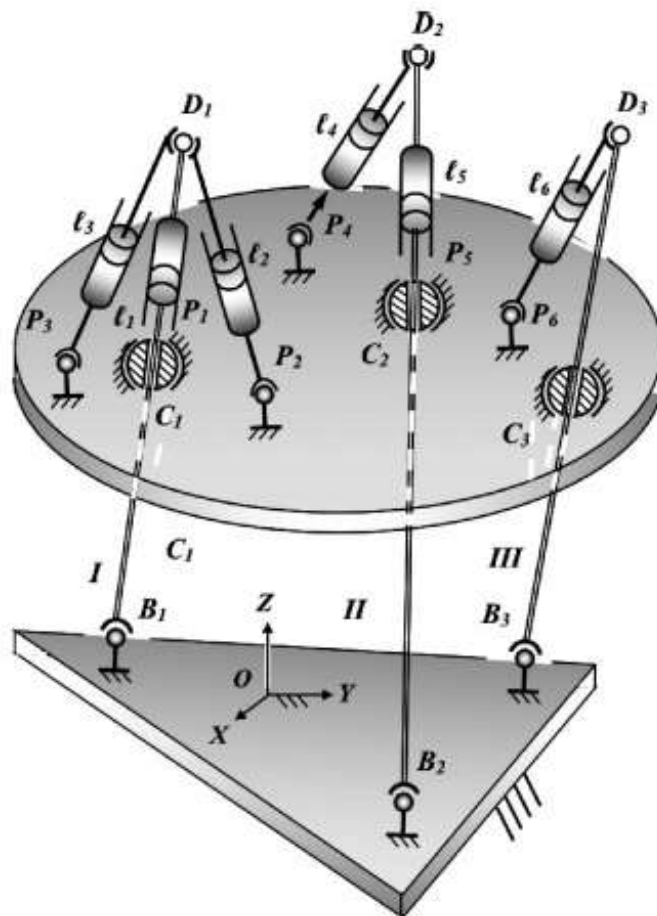


Рисунок 3.6

Так же как и в случае с тремя стержнями- вводами, некоторые штоки приводов могут совпадать с указанными стержнями. В частности, один из таких случаев соответствует ситуации, когда ось одного привода совпадает с осью одного стержня (рисунок 3.9). Число степеней свободы, как и прежде, равно шести.

$$n = 16; P_5 = 6; P_4 = 9; P_3 = 6; P_2 = 3;$$

$$W = 6 \cdot 16 - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 9 - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 96 - 90 = 6.$$

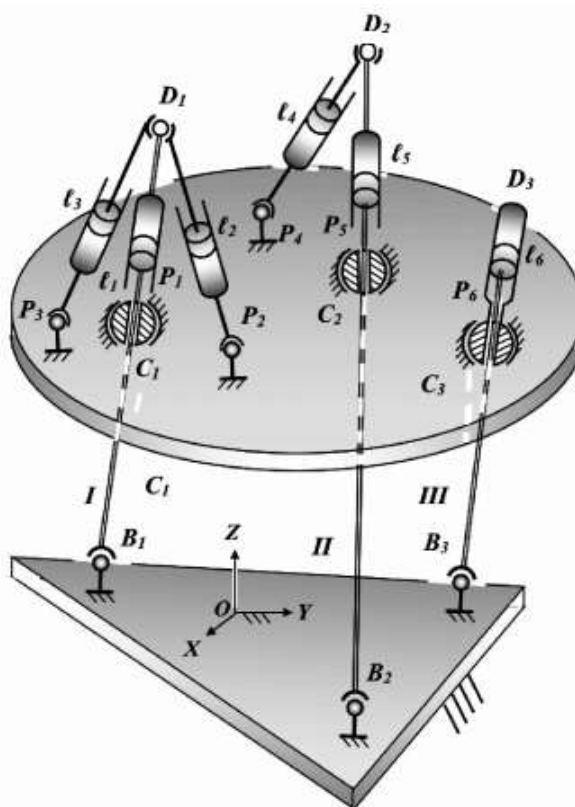


Рисунок 3.7

Аналогичным образом можно указать, что с вводными соединительными стержнями могут совпадать два штока приводов (рисунок 3.10), три штока приводов (рисунок 3.11) и все четыре штока приводов (рисунок 3.12).

Исходя из изложенного можно утверждать, что синтезируемый класс  $l$  – координатных механизмов достаточно расширен. Кроме прочего, можно указать на то, что линейные двигатели могут быть расположены по-разному: расстояние между точками  $B_1$  и  $D_1$  может быть постоянным либо

переменным, либо переменным, в последнем случае постоянным является расстояние между точками  $D_2$  и  $C_2$ .

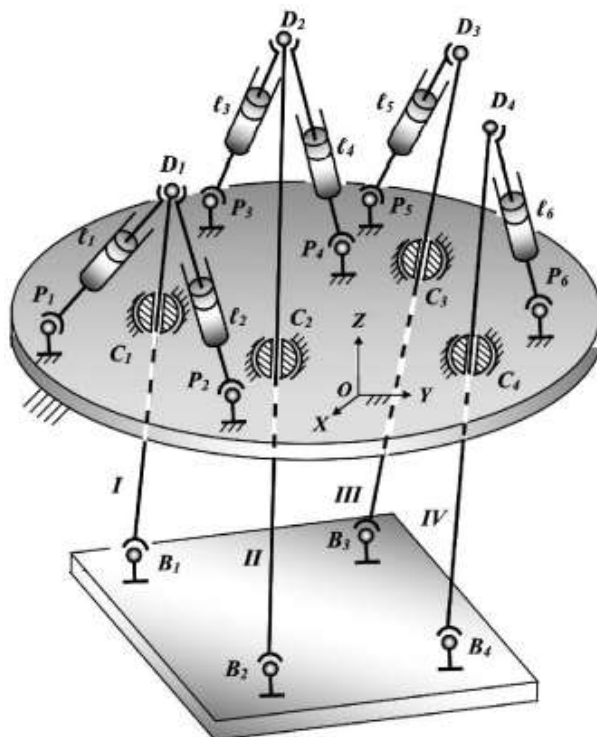


Рисунок 3.8

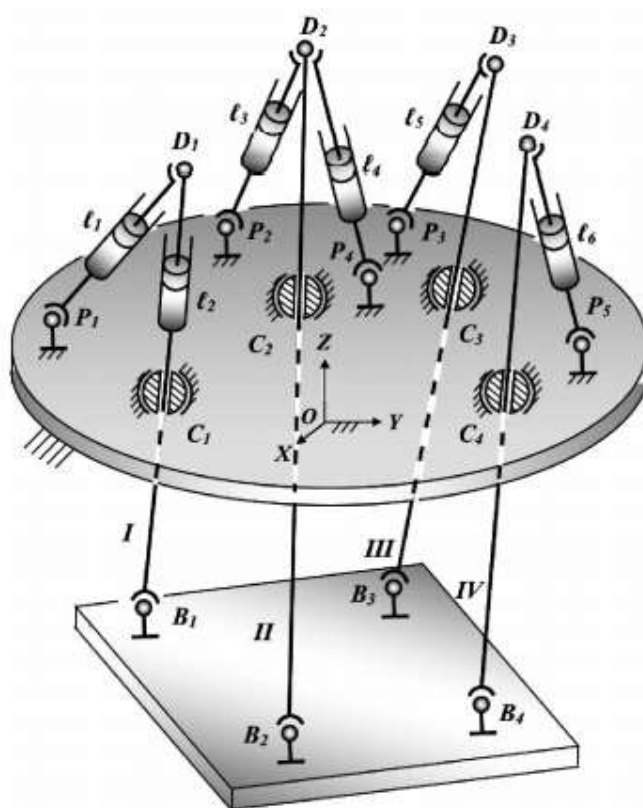


Рисунок 3.9

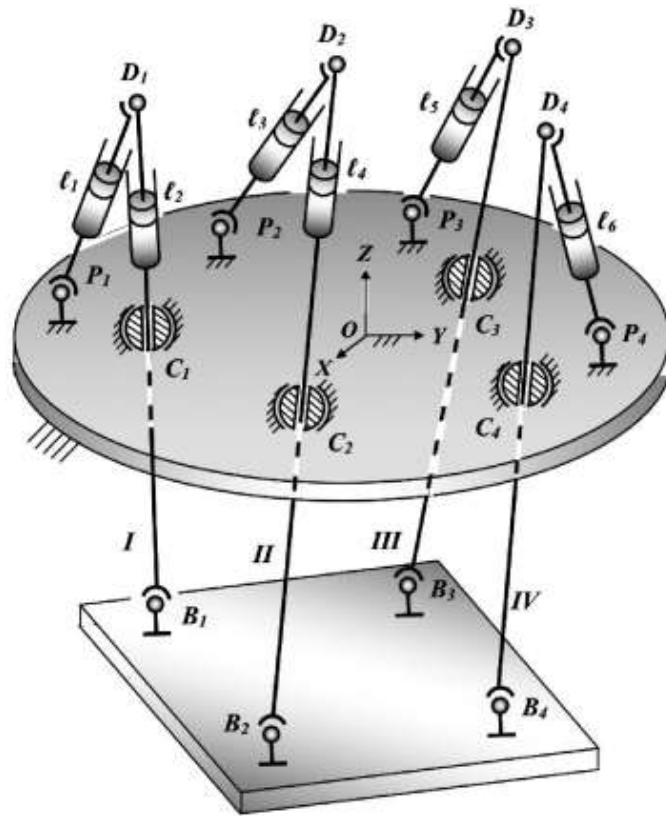


Рисунок 3.10

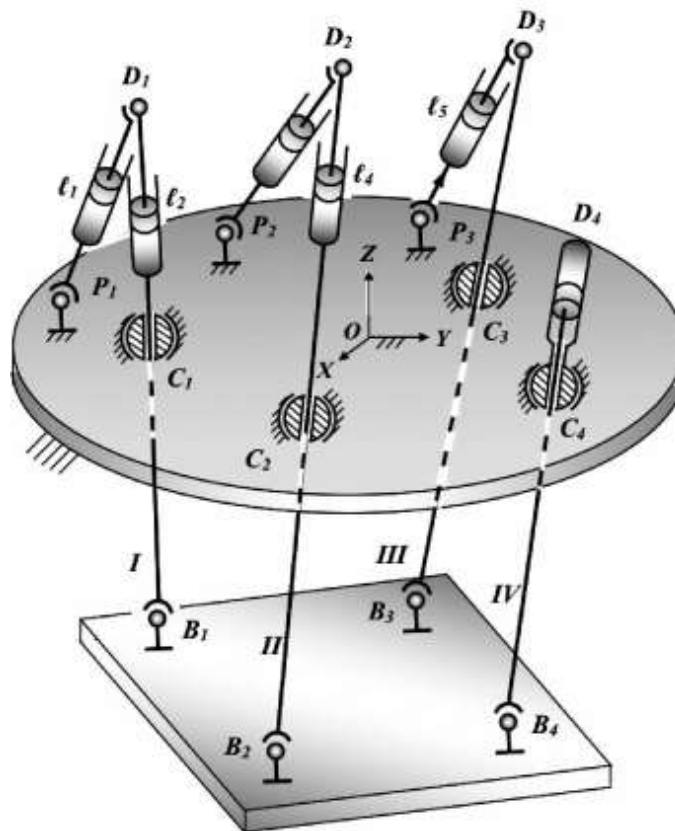


Рисунок 3.11

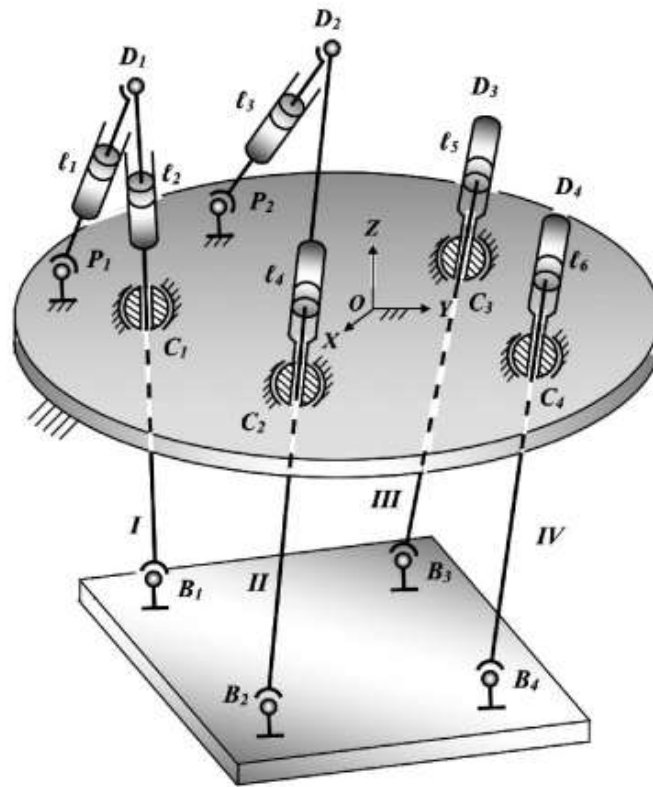


Рисунок 3.12

Таким образом, в данной главе представлены структурный синтез и классификация расширенного класса механизмов:  $l$  – координатные механизмы с приводами, расположенными между основанием и выходным звеном либо промежуточными звеньями соседних кинематических цепей.

## ГЛАВА 4

### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ПОЛОЖЕНИЯХ И АНАЛИЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ

В этой главе рассмотрена новая методика решения прямой задачи о положениях пространственных  $l$  – координатных механизмов с шестью степенями свободы. Представленный подход решения задачи позволяет получить аналитическое выражение для ряда  $l$  – координатных структур, ранее решаемых численно с использованием итерационных процедур. В результате количество  $l$  – координатных структур, для которых задача о положениях имеет аналитическое решение, можно увеличить. Эти структуры легко анализировать на предмет попадания в особые положения.

Рассматриваются геометрические и кинематические свойства особых положений  $l$  – координатных механизмов для структур, в которых задача о положениях имеет аналитическое решение. Приводятся алгоритмы определения особых положений и расчета областей  $l$  – координат, свободных от особых положений. Решен численный пример.

Определен основной признак аналитической решаемости  $l$  – координатных структур, подобно тому, как это сделано в [191] для манипуляторов, на основе незамкнутых кинематических цепей.

#### 4.1 НОВАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Решение прямой задачи о положениях для  $l$  – координатных механизмов заключается в переходе от обобщенных  $l$  – координат к координатам  $x, y, z, \varphi, \psi, \theta$  Декарта – Эйлера [68, 74].



Несмотря на широкое применение  $l$  – координатных устройств, важной является проблема решения прямой задачи о положениях в явном виде.

Известно, что  $l$  – координатные структуры по признаку решения прямой задачи о положениях подразделяются на две основные группы. Для структур первой группы эта задача разрешима аналитически, для второй группы – численно с применением итерационных процедур [53, 54], требующих большого количества машинного времени, особенно при повышенных требованиях к точности расчетов.

Здесь ставится задача существенно расширить группу  $l$  – координатных структур, для которых прямая задача о положениях решается аналитически с целью повышения быстродействия и точности функционирования приводных и измерительных систем, построенных по данному принципу.

Ниже предлагается методика, позволяющая для некоторых структур второй группы также решить аналитически в конечной форме прямую задачу о положениях, т.е. расширить первую группу структур.

Схема механизма на рисунке 4.1 а) соответствует симметрично-эквивалентной схеме L-21111-3111, а схемы на рисунках 4.1 б), в), г), д) входят в новую классификацию как L-2211-3111, L-3111-3111, L-3111-21111 и L-3111-2211. По классификации, проведенной А.Ш. Колискором, они соответствуют обозначениям S5423-11, S4423-01, S5433-10, S4532-11, S4432-01.

Рассмотрим решение прямой задачи на примере структуры, приведенной на рисунке 4.1 а). Пусть на основании заданы точки крепления  $B_i(x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi}), (i = 1, \dots, 4)$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$  и  $P_i(x'_{pi}, y'_{pi}, z'_{pi}), (i = 1, \dots, 5)$  на выходном звене в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ , связанной с выходным звеном, а также текущие значения  $l$  – координат  $l_i (i = 1, \dots, 6)$ . Требуется определить положение

выходного звена (координаты точек  $P_i(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi})$ ) в неподвижной системе координат.

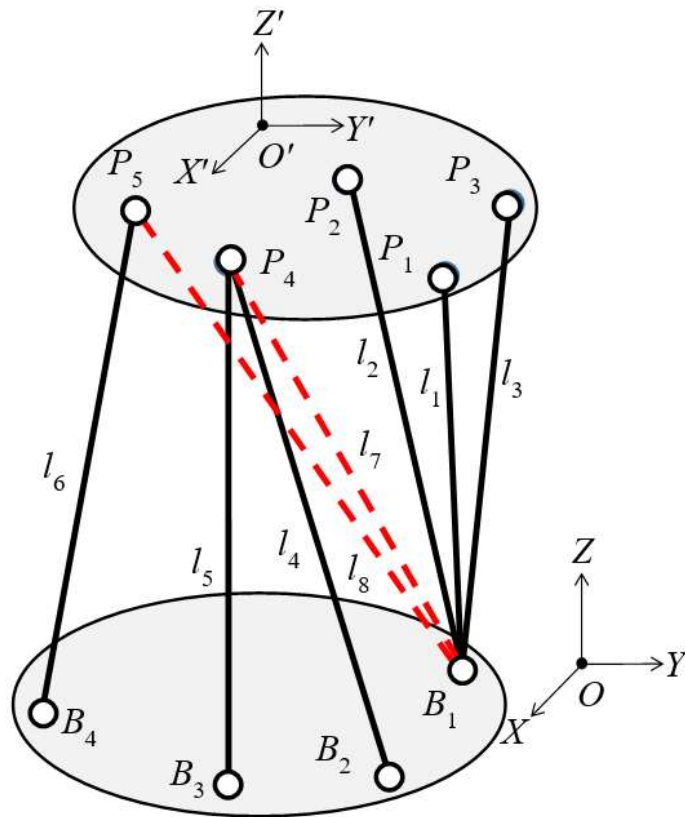


Рисунок 4.1 а)

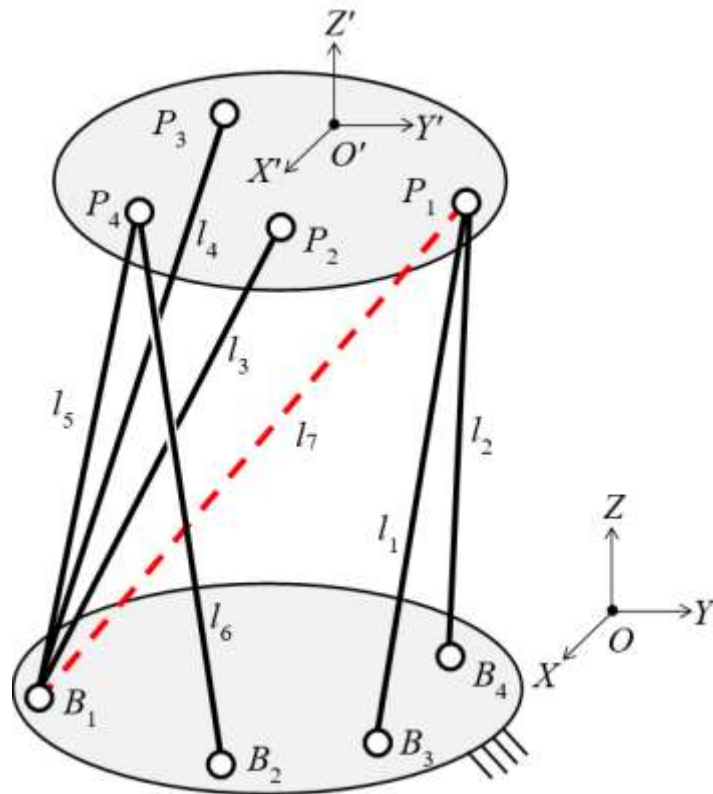


Рисунок 4.1 б)

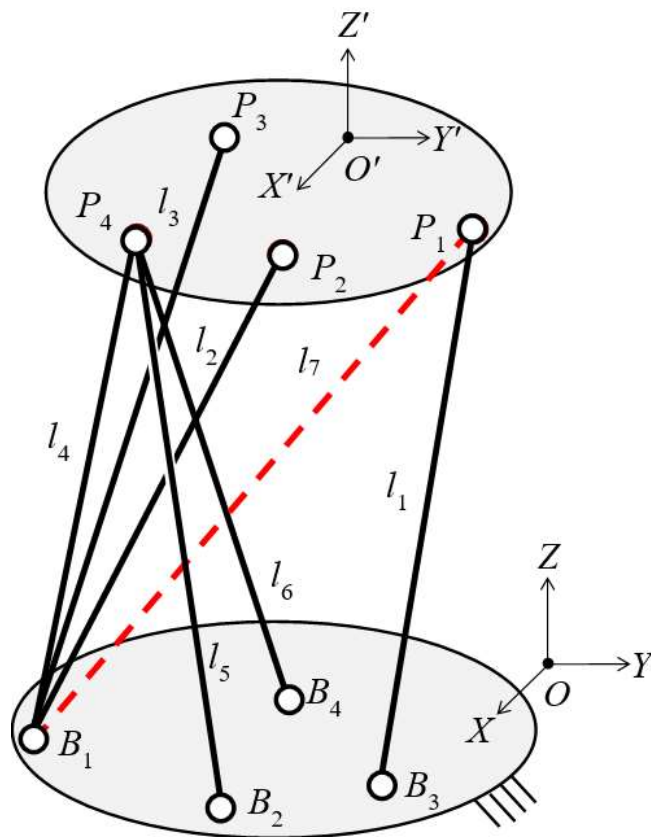


Рисунок 4.1 в)

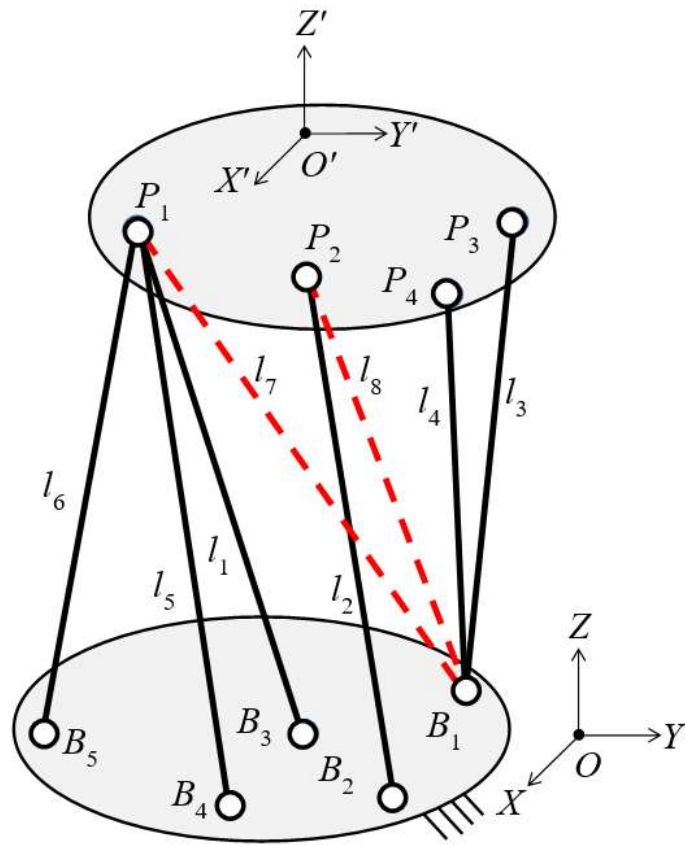


Рисунок 4.1 г)

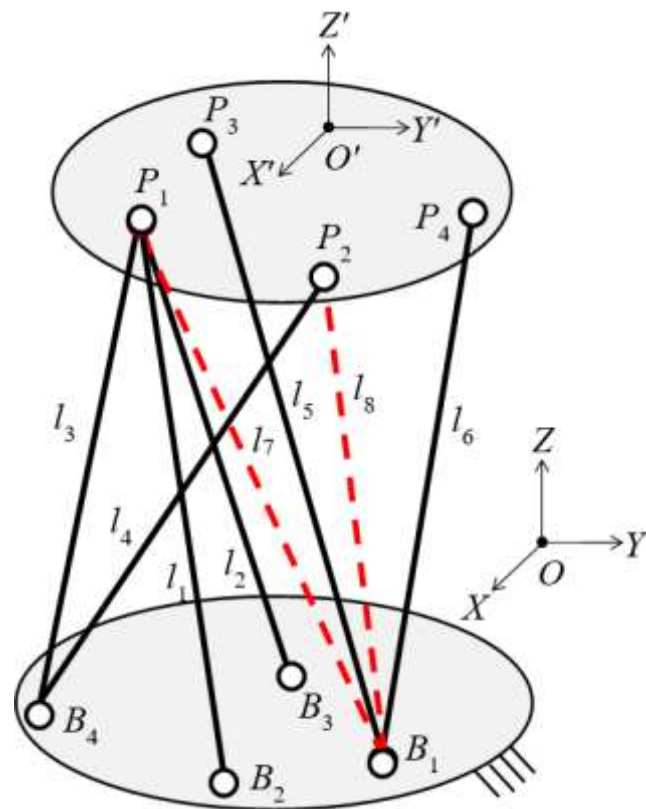


Рисунок 4.1 д)

Как известно [21], для того, чтобы задача решалась аналитически в конечной форме, необходимо, чтобы в одной точке выходного звена сходились три линии  $l$  – координат, а во второй две. Исходя из этого, введем дополнительные  $l$  – координаты  $l_7$  и  $l_8$ . При этом отрезок  $l_7$  соединяет точку  $B_1$ , в которой сходятся три  $l$  – координаты, с точкой  $P_4$ , в которой сходятся две  $l$  – координаты, а  $l_8$  – соединяет точку  $B_1$  на основании с точкой  $P_5$ , которая соединяется с основанием одной  $l$  – координатой.

Дополнительные  $l$  – координаты можно было бы вывести из любой точки основания, однако при целенаправленном выборе этой точки (в данном случае  $B_1$ ) можно точно вычислить их длины, минуя процесс итерации. Для этого, принимая выходное звено за неподвижное тело, определим положение точки  $B_1$  в подвижной системе координат из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} (X'_{P1} - X'_{B1})^2 + (Y'_{P1} - Y'_{B1})^2 + (Z'_{P1} - Z'_{B1})^2 = l_1^2 \\ (X'_{P2} - X'_{B2})^2 + (Y'_{P2} - Y'_{B2})^2 + (Z'_{P2} - Z'_{B2})^2 = l_2^2 \\ (X'_{P3} - X'_{B3})^2 + (Y'_{P3} - Y'_{B3})^2 + (Z'_{P3} - Z'_{B3})^2 = l_3^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

В результате найдем положение точки  $B_1(X'_{B1}, Y'_{B1}, Z'_{B1})$ . Затем в этой же системе координат определим длины отрезков  $l_7$  и  $l_8$  между точками  $P_4$  и  $B_1$ ,  $P_5$  и  $B_1$  из следующей системы уравнений:

$$l_7 = [(X'_{P4} - X'_{B1})^2 + (Y'_{P4} - Y'_{B1})^2 + (Z'_{P4} - Z'_{B1})^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$l_8 = [(X'_{P5} - X'_{B1})^2 + (Y'_{P5} - Y'_{B1})^2 + (Z'_{P5} - Z'_{B1})^2]^{\frac{1}{2}}$$

Получены точные значения дополнительных  $l$  – координат  $l_7$  и  $l_8$ . Таким образом, для рассматриваемой структуры прямая задача о положениях может быть решена аналитически. Заметим, что все последующие расчеты проводятся в неподвижной системе координат  $OXYZ$ . Последовательность решения будет следующей. Из системы, состоящей из уравнений длин отрезков  $l_4, l_5, l_7$ , определим положение точки  $P_4(x_{P4}, y_{P4}, z_{P4})$ .

Рассмотрим алгоритм решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} (X_{B1} - X_{P4})^2 + (Y_{B1} - Y_{P4})^2 + (Z_{B1} - Z_{P4})^2 = l_7^2, \\ (X_{B2} - X_{P4})^2 + (Y_{B2} - Y_{P4})^2 + (Z_{B2} - Z_{P4})^2 = l_4^2, \\ (X_{B3} - X_{P4})^2 + (Y_{B3} - Y_{P4})^2 + (Z_{B3} - Z_{P4})^2 = l_5^2. \end{cases} \quad (4.2)$$

На примере системы (4.2) покажем алгоритм решения системы квадратных уравнений. Для этого раскроем скобки во всех трех уравнениях системы и вычтем из первого второе и третье уравнения. Получим следующие соотношения:

$$X_{P4}(X_{B2} - X_{B1}) + Y_{P4}(Y_{B2} - Y_{B1}) + Z_{P4}(Z_{B2} - Z_{B1}) = t1, \quad (4.3)$$

$$X_{P4}(X_{B3} - X_{B1}) + Y_{P4}(Y_{B3} - Y_{B1}) + Z_{P4}(Z_{B3} - Z_{B1}) = t2, \quad (4.4)$$

где:

$$t1 = \frac{l_7^2 - l_4^2 - K_1 + K_2}{2},$$

$$t2 = \frac{l_7^2 - l_5^2 - K_1 + K_3}{2},$$

$$K_1 = X_{B1}^2 + Y_{B1}^2 + Z_{B1}^2,$$

$$K_2 = X_{B2}^2 + Y_{B2}^2 + Z_{B2}^2,$$

$$K_3 = X_{B3}^2 + Y_{B3}^2 + Z_{B3}^2.$$

Решим уравнения (4.3) и (4.4) относительно переменных  $Y_{P4}$  и  $X_{P4}$ , выражая их через координату  $Z_{P4}$ , при этом получим:

$$Y_{P2} = K_4 + K_5 Z_{P2}, \quad (4.5)$$

$$X_{P2} = K_6 + K_7 Z_{P2}, \quad (4.6)$$

где:

$$K_4 = \frac{t2 \cdot (X_{B2} - X_{B1}) - t1 \cdot (X_{B3} - X_{B1})}{(X_{B2} - X_{B1}) \cdot (Y_{B3} - Y_{B1}) - (Y_{B2} - Y_{B1}) \cdot (X_{B3} - X_{B1})},$$

$$K_5 = \frac{(Z_{B2} - Z_{B1}) \cdot (X_{B3} - X_{B1}) - (Z_{B3} - Z_{B1}) \cdot (X_{B2} - X_{B1})}{(X_{B2} - X_{B1}) \cdot (Y_{B3} - Y_{B1}) - (Y_{B2} - Y_{B1}) \cdot (X_{B3} - X_{B1})},$$

$$K_6 = \frac{t2 (Y_{B2} - Y_{B1}) - t1 (Y_{B3} - Y_{B1})}{(X_{B3} - X_{B1}) \cdot (Y_{B2} - Y_{B1}) - (X_{B2} - X_{B1}) \cdot (Y_{B3} - Y_{B1})},$$

$$K_7 = \frac{(Z_{B2} - Z_{B1}) \cdot (Y_{B3} - Y_{B1}) - (Z_{B3} - Z_{B1}) \cdot (Y_{B2} - Y_{B1})}{(X_{B3} - X_{B1}) \cdot (Y_{B2} - Y_{B1}) - (X_{B2} - X_{B1}) \cdot (Y_{B3} - Y_{B1})}.$$

Подставляя (4.5) и (4.6) в первое уравнение системы (4.2), получим квадратное уравнение относительно переменной  $Z_{P4}$ :

$$a_1 Z_{P4}^2 + a_2 Z_{P4} + a_3 = 0, \quad (4.7)$$

где:

$$a_1 = K_5^2 + K_7^2 + 1,$$

$$a_2 = 2(-X_{B1}K_7 + K_4K_5 - Y_{B1}K_5 + K_6K_7 - Z_{B1}),$$

$$a_3 = K_1 + K_4^2 + K_6^2 - 2X_{B1}K_6 - 2Y_{B1}K_4 - l_7^2.$$

Уравнение (4.7) имеет решение, корни которого принимают следующий вид:

$$Z_{P4} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2a_1} \quad (4.8)$$

Необходимо отметить, что выражение (4.8) имеет неоднозначное решение, связанное со знаком перед квадратным корнем. Для исключения неоднозначности предлагается рассматривать одну сборку механизма. Подставив в уравнения (4.5) и (4.6) полученный результат (4.8), получим остальные координаты точки  $P_4$ .

Затем из системы, состоящей из уравнений длин отрезков  $l_6, l_8, l_{P4P5}$ , определим положение точки  $P_5(x_{P5}, y_{P5}, z_{P5})$ . Координаты последующих точек  $P_1(x_{P1}, y_{P1}, z_{P1})$ ,  $P_2(x_{P2}, y_{P2}, z_{P2})$  и  $P_3(x_{P3}, y_{P3}, z_{P3})$  получаются, соответственно, из систем, состоящих из уравнений длин отрезков  $l_1, l_{P1P4}, l_{P1P5}; l_2, l_{P2P4}, l_{P2P5}; l_3, l_{P3P4}, l_{P3P5}$  – аналогично системе (4.1). После вычисления хотя бы трех точек выходного звена, его положение полностью определяется в неподвижной системе координат.

Важной задачей является определение абсолютных координат, а именно положения центра подвижной системы и углов ориентации координатных осей  $\alpha, \beta, \gamma$  между соответствующими координатными осями подвижной и неподвижной систем, когда известны декартовы координаты минимум трех точек выходного звена механизма.

В данном случае предлагается алгоритм для такого перехода. Предположим, что известны координаты точек  $P_1, P_2, P_3$  выходного звена.

Известно, что уравнение, связывающее координаты точек в двух системах координат, имеет следующий вид:

$$M \cdot \begin{pmatrix} X'_{Pi} \\ Y'_{Pi} \\ Z'_{Pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{Pi} \\ Y_{Pi} \\ Z_{Pi} \end{pmatrix} \text{ (далее } i = 1, 2, 3),$$

в котором

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cdot \cos(\beta) & \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) - \sin(\gamma) \cos(\alpha) \\ \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) & \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \\ \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \\ \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \\ \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

является переходной матрицей. В результате умножения получим три тригонометрических уравнения с тремя неизвестными углами, всего будет девять уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} X'_{Pi} \cos(\gamma) \cdot \cos(\beta) + Y'_{Pi} (\cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) - \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha)) \\ + Z'_{Pi} (\sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)) = X_{Pi}, \\ X'_{Pi} \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) + Y'_{Pi} (\cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha)) \\ + Z'_{Pi} (\sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)) = Y_{Pi}, \\ -X'_{Pi} \sin(\beta) + Y'_{Pi} \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) + Z'_{Pi} \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) = Z_{Pi}. \end{aligned}$$

Далее рассмотрим три уравнения, связывающих координаты  $Z_{Pi}$  и углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} -X'_{P1} \sin(\beta) + Y'_{P1} \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) + Z'_{P1} \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) = Z_{P1}, \\ -X'_{P2} \sin(\beta) + Y'_{P2} \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) + Z'_{P2} \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) = Z_{P2}, \\ -X'_{P3} \sin(\beta) + Y'_{P3} \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) + Z'_{P3} \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) = Z_{P3}. \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \sin(\beta) &= m1, \\ \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) &= m2, \\ \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) &= m3. \end{aligned}$$

Тогда получим:



$$\begin{pmatrix} -X'_{P1} & Y'_{P1} & Z'_{P1} \\ -X'_{P2} & Y'_{P2} & Z'_{P2} \\ -X'_{P3} & Y'_{P3} & Z'_{P3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m1 \\ m2 \\ m3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{P1} \\ Z_{P2} \\ Z_{P3} \end{pmatrix},$$

откуда находим:

$$\begin{pmatrix} m1 \\ m2 \\ m3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -X'_{P1} & Y'_{P1} & Z'_{P1} \\ -X'_{P2} & Y'_{P2} & Z'_{P2} \\ -X'_{P3} & Y'_{P3} & Z'_{P3} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} Z_{P1} \\ Z_{P2} \\ Z_{P3} \end{pmatrix}.$$

Используя перемножение матриц, можно определить искомые углы

$$\beta = \arcsin(m1),$$

$$\alpha = \arcsin(m2 / \cos(\beta)).$$

Для нахождения угла  $\gamma$  рассмотрим следующую систему из трех уравнений:

$$\begin{aligned} X'_{P1} \sin(\gamma) \cos(\beta) + Y'_{P1} (\cos(\gamma) \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \sin(\beta) \sin(\alpha)) + \\ + Z'_{P1} (\sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)) &= Y_{P1}, \\ X'_{P2} \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) + Y'_{P2} (\cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha)) + \\ + Z'_{P2} (\sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)) &= Y_{P2}, \\ X'_{P3} \sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) + Y'_{P3} (\cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha)) + \\ + Z'_{P3} (\sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)) &= Y_{P3}. \end{aligned}$$

Обозначим:

$$\sin(\gamma) \cdot \cos(\beta) = m4,$$

$$\cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) = m5,$$

$$(\sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)) = m6.$$

Тогда получим:

$$\begin{pmatrix} m4 \\ m5 \\ m6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'_{P1} & Y'_{P1} & Z'_{P1} \\ X'_{P2} & Y'_{P2} & Z'_{P2} \\ X'_{P3} & Y'_{P3} & Z'_{P3} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} Y_{P1} \\ Y_{P2} \\ Y_{P3} \end{pmatrix}.$$

Отсюда находим неизвестный угол  $\gamma$ :

$$\gamma = \arcsin(m4 / \cos(\beta)).$$

Следует учесть, что обратная функция  $\arcsin$  на интервале  $[-\pi/2; +\pi/2]$  определена однозначно.

Далее определим положение центра подвижной системы координат, что сопряжено с решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} (X_{P_1} - X_{O'})^2 + (Y_{P_1} - Y_{O'})^2 + (Z_{P_1} - Z_{O'})^2 = l_{P_1O'}^2, \\ (X_{P_2} - X_{O'})^2 + (Y_{P_2} - Y_{O'})^2 + (Z_{P_2} - Z_{O'})^2 = l_{P_2O'}^2, \\ (X_{P_3} - X_{O'})^2 + (Y_{P_3} - Y_{O'})^2 + (Z_{P_3} - Z_{O'})^2 = l_{P_3O'}^2, \end{cases}$$

где  $X_{O'}, Y_{O'}, Z_{O'}$  – искомые координаты начала  $O'$  подвижной системы координат в неподвижной системе, а  $l_{P_1O'}, l_{P_2O'}, l_{P_3O'}$  – известные радиус-векторы точек  $P_1, P_2, P_3$  в подвижной системе координат. Система уравнений решается аналогично системе (4.2).

Таким образом, прямая задача о положениях решена, а также определены абсолютные координаты выходного звена механизма.

Подобное решение содержится в работе [11], одним из авторов которой является диссертант. Однако в [11] используются измерители, а в предлагаемом алгоритме измерители не требуются.

Указанная методика может быть применена для получения аналитического решения прямой задачи о положениях для ряда структур, приведенных на рисунке 4.1. Для каждой структуры дополнительные координаты показаны штриховыми линиями.

При этом следует отметить, что по данной методике можно решить прямую задачу о положениях дополнительно еще для шести структур, которые ранее решались аналитически методом преобразования координат [53] с последующим обращением переходной матрицы: S4333-01, S6313-11, S5323-10, S5323-00, S5323-01, S4320-00, S4323-00, S4323-10, S3323-00, по новой классификации это будет соответствовать следующим механизмам: L-3111-321, L-111111-321, L-21111-222, L-21111-321, L-2211-321, L-222-321.

Для остальных структур, приведенных на рисунке 4.1, расчет значений дополнительных координат производится следующим образом:

– для структур, приведенных на рисунках 4.1 б) и 4.1 в), в неподвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$  определим положение точки  $B_1$  и найдем длину отрезка  $l_7$  между точками  $P_1$  и  $B_1$ ;

– для структур, приведенных на рисунках 4.1 г) и 4.1 д), в неподвижной системе координат  $OXYZ$  определяем положение точки  $P_1$  и находим длину отрезка  $l_7$  между точками  $P_1$  и  $B_1$ . Затем определяем положение точки  $B_1$  в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$  и длину отрезка  $l_8$  между точками  $P_2$  и  $B_1$ .

В качестве примера рассмотрим механизм структуры, приведенной на рисунке 4.1 а), со следующими исходными данными (в безразмерных величинах):

– координаты точек крепления подцепей SPS на основании в неподвижной системе координат:

$$\begin{aligned} B_1(1; 1; 0); & \quad B_2(3; 5; 0); \\ B_3(4; 3; 0); & \quad B_4(1; 2; 0); \end{aligned}$$

– координаты точек крепления подцепей SPS на выходном звене в подвижной системе координат:

$$\begin{aligned} P_1(0; 0; 0); & \quad P_2(1; 2; 0); \\ P_3(0; 4; 0); & \quad P_4(-2; 2; 0.); \end{aligned}$$

– текущие значения  $l$  – координат:

$$\begin{aligned} l_1 = |B_2P_1| = 10; & \quad l_3 = |B_4P_1| = 11; & \quad l_5 = |B_1P_3| = 7,98; \\ l_2 = |B_3P_1| = 10,5; & \quad l_4 = |B_1P_4| = 8,9; & \quad l_6 = |B_3P_2| = 9,9; \end{aligned}$$

Согласно вышеуказанной методике определим значения дополнительных координат:  $l_7 = |B_1P_1| = 9,5656$ ;  $l_8 = |B_1P_2| = 9,6536$ . В результате структура становится аналитически решаемой. Координаты точек выходного звена в неподвижной системе координат  $OXYZ$  будут равны:

$$\begin{aligned} P_1(2,5625; 6,6875; 9,2850); & \quad P_2(2,6605; 4,4634; 9,4946); \\ P_3(0,3469; 5,5632; 7,9333); & \quad P_4(1,2161; 2,9725; 8,6633). \end{aligned}$$

При использовании известного ранее подхода для данной структуры задача о положениях решалась бы следующим образом. Исходя из

конструктивных соображений задавалось бы начальное значение дополнительной координаты  $l_8 = l_8^*$ . Затем из систем уравнений вида (4.1), выражающих длины отрезков  $l_{B_2P_1}, l_{B_3P_1}, l_{B_4P_1}; l_{P_1P_2}, l_{B_4P_2}, l_8;$   
 $l_{P_1P_3}, l_{P_2P_3}, l_{B_1P_3}; l_{P_1P_4}, l_{P_2P_4}, l_{P_3P_4};$  определялись бы положения точек  $P_i^*(X_{P_i}^*, Y_{P_i}^*, Z_{P_i}^*)$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), а также величина:

$$l_4^* = |B_1P_4| = [(X_{P_4}^* - X_{B_1})^2 + (Y_{P_4}^* - Y_{B_1})^2 + (Z_{P_4}^* - Z_{B_1})^2]^{\frac{1}{2}}$$

и значение невязки

$$\Delta l_4 = l_4 - l_4^*. \quad (4.9)$$

Если  $\Delta l_4$  равно нулю или меньше, чем  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  – начально заданная малая величина), то положение выходного звена считается дополнительной координатой  $l_8$  до выполнения условия (4.9), т.е. требовалась бы итерационная процедура, существенно повышающая время счета и понижающая точность.

Обобщая различные методики и подходы решения прямой задачи о положениях, можно указать те отличительные признаки, по которым выделяются аналитически решаемые структуры.

В работе [134] отличительной чертой, аналитически решаемой  $l$  – координатной структуры считалось наличие на выходном звене или на основании не более трех точек крепления шести кинематических подцепей SPS, при этом в одной точке должны сходиться три подцепи (три  $l$  – координаты), во второй точке сходятся две и в третьей одна подцепь. Такие структуры по классификации А.Ш. Колискова: S3631-11, S3522-10, S3532-00, S3522-01, S3433-00, S3432-10, S3332-00, S3333-00, S3432-00, S6313-11, S5323-10, S5323-00, S5323-01, S4333-00, S4323-00, S4320-00, S4334-10, S3323-00 (таблица 1.1); по новой классификации получим: L-321-111111, L-321-21111, L-222-21111, L-321-3111, L-321-222, L-321-321, L-321-2211, L-111111-321, L-21111-321, L-21111-321, L-21111-321, L-3111-321, L-2211-321, L-2211-321, L-222-321.

Приведенная в данном параграфе методика позволила дополнить группу аналитически решаемых структур структурами, ранее решаемыми численно: S5423-11, S4423-01, S4433-10, S4532-11, S4432-01.

При этом следует отметить, что по данной методике можно решить прямую задачу о положениях дополнительно еще для структур, которые по классификации А.Ш. Колискора имеют следующие обозначения: S4333-01, S6313-11, S5323-10, S5323-00, S5323-01, S4323-10, S4323-00IV, S4323-00VI, S3323-00. Для них ранее задача о положениях решалась аналитическим методом, но с помощью преобразования координат с последующим обращением переходной матрицы, что может быть связано с трудностями.

Согласно нашей классификации, приведенным выше девяти схемам механизмов, соответствуют следующие обозначения: L-3111-321(S4333-01), L-111111-321(S6313-11), L-21111-321(S5323-10, S5323-00, S5323-01), L-2211-321(S4323-10, S4323-00IV, S4323-00VI), L-222-321(S3323-00).

Также следует отметить, что перечисленные структурные схемы являются симметрично-эквивалентными структурам из таблицы 2.2. Например, схема L-3111-321 симметрично-эквивалентна по отношению к схеме L-321-3111.

Сравнивая упомянутые структуры с вышеуказанными аналитически решаемыми структурами, можно сделать вывод, что признаком аналитической решаемости структур является наличие точек, в одной из которых сходятся три  $l$  – координаты, в другой две  $l$  – координаты, при этом если одна из точек находится на выходном звене (основании), а другая на основании (выходном звене), то между ними не должно быть связи в виде  $l$  – координаты.

Остальные структуры, приведенные в таблице 1.1, решаются итерационно, с применением различных численных процедур.

Далее рассмотрим алгоритм решения прямой задачи о положениях для  $l$  – координатного механизма, не имеющего дополнительные звенья и с расположением приводов вне рабочей зоны.

Пусть для исходного механизма (рисунок 4.2) заданы координаты точек  $B_j(X'_{Bj}, Y'_{Bj}, Z'_{Bj})$  ( $j = 1, \dots, 3$ ) в неподвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ , связанной с основанием 1, и координаты точек  $P_i(X_{Pi}, Y_{Pi}, Z_{Pi})$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) в подвижной системе координат  $OXYZ$ , связанной с выходным звеном 2 механизма. Известны значения  $l$  – координат  $l_1, \dots, l_6$ , длины отрезков на выходном звене:  $l_{P_1P_2}, l_{P_2P_3}, l_{P_1P_3}$ , длины отрезков на основании:  $l_{B_1B_2}, l_{B_2B_3}, l_{B_1B_3}$ . Необходимо определить положение выходного звена 2 в неподвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ .

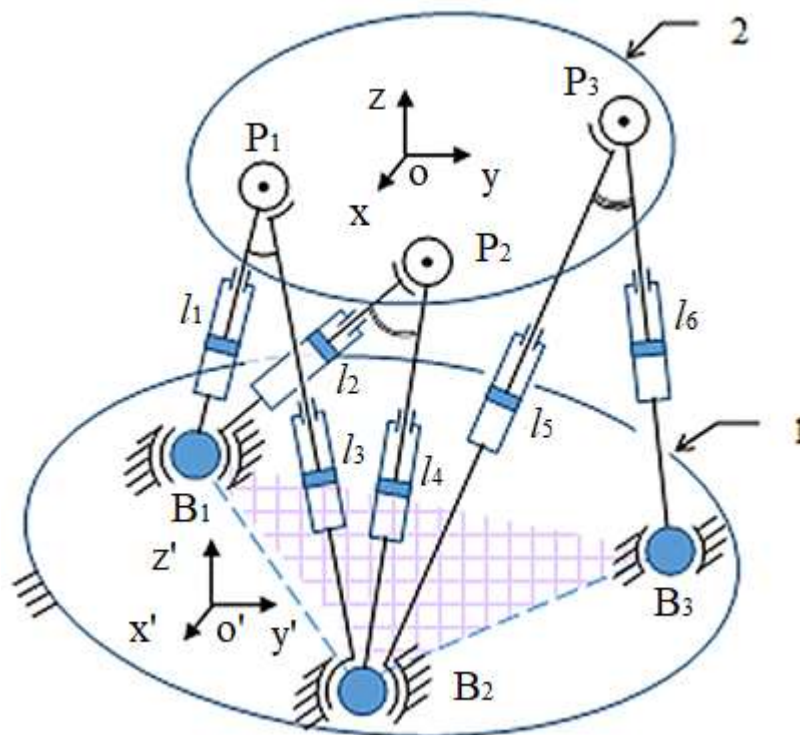


Рисунок 4.2

Аналогично рассмотренным случаям, определение положения выходного звена эквивалентно определению координат точек  $P_i$  в неподвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ , где  $i = 1, 2, 3$ . Сначала определим положение точки  $B_2$  в системе координат выходного звена механизма. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (X_{P1} - X_{B2})^2 + (Y_{P1} - Y_{B2})^2 + (Z_{P1} - Z_{B2})^2 = l_3^2, \\ (X_{P2} - X_{B2})^2 + (Y_{P2} - Y_{B2})^2 + (Z_{P2} - Z_{B2})^2 = l_4^2, \\ (X_{P3} - X_{B2})^2 + (Y_{P3} - Y_{B2})^2 + (Z_{P3} - Z_{B2})^2 = l_5^2. \end{cases} \quad (4.10)$$

Для определения координат точек  $B_1$  и  $B_3$  составим две системы уравнений, алгоритм решения которых аналогичен (4.10):

$$\begin{cases} (X_{P1} - X_{B1})^2 + (Y_{P1} - Y_{B1})^2 + (Z_{P1} - Z_{B1})^2 = l_1^2, \\ (X_{P2} - X_{B1})^2 + (Y_{P2} - Y_{B1})^2 + (Z_{P2} - Z_{B1})^2 = l_2^2, \\ (X_{B2} - X_{B1})^2 + (Y_{B2} - Y_{B1})^2 + (Z_{B2} - Z_{B1})^2 = l_{B2B1}^2, \\ (X_{P3} - X_{B3})^2 + (Y_{P3} - Y_{B3})^2 + (Z_{P3} - Z_{B3})^2 = l_6^2, \\ (X_{B1} - X_{B3})^2 + (Y_{B1} - Y_{B3})^2 + (Z_{B1} - Z_{B3})^2 = l_{B1B3}^2, \\ (X_{B2} - X_{B3})^2 + (Y_{B2} - Y_{B3})^2 + (Z_{B2} - Z_{B3})^2 = l_{B2B3}^2. \end{cases}$$

Затем, имея координаты точек  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) в подвижной системе координат, можно рассчитать длины дополнительных отрезков  $l_{P1B3}$ ,  $l_{P2B3}$ ,  $l_{P3B1}$ . Это позволит, подобно (4.10), определить координаты точек  $P_i$  в неподвижной системе координат. Таким образом, прямая задача о положениях решена.

Далее рассмотрим решение прямой задачи о положениях для  $l$  – координатного механизма, полученного из исходного путем переноса выходного звена в область вне расположения приводов (рисунок 4.3). Задача, как и ранее, сводится к определению положения выходного звена 2 механизма по заданным значениям  $l$  – координат.

Считаем заданными положения точек  $B_j(X_{Bj}, Y_{Bj}, Z_{Bj})$  ( $j = 1, \dots, 3$ ) в неподвижной системе координат  $OXYZ$ , связанной с основанием 1, а также координаты точек  $P_i(X'_{Pi}, Y'_{Pi}, Z'_{Pi})$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ , связанной с выходным звеном 2 механизма. Кроме того, известны значения  $l$  – координат  $l_1, \dots, l_6$ , длины отрезков на выходном звене  $l_{P1P2}$ ,  $l_{P2P3}$ ,  $l_{P1P3}$ , длины отрезков на основании  $l_{B1B2}$ ,  $l_{B2B3}$ ,  $l_{B1B3}$ , а также длины штанг  $l_{P1C2}$ ,  $l_{P2C3}$ ,  $l_{P1C3}$ . Необходимо определить положение выходного звена 2 в неподвижной системе координат  $OXYZ$ , что эквивалентно

определению координат точек  $P_i(X_{Pi}, Y_{Pi}, Z_{Pi})$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$ , связанной с основанием 1, где  $i = 1, 2, 3$ .

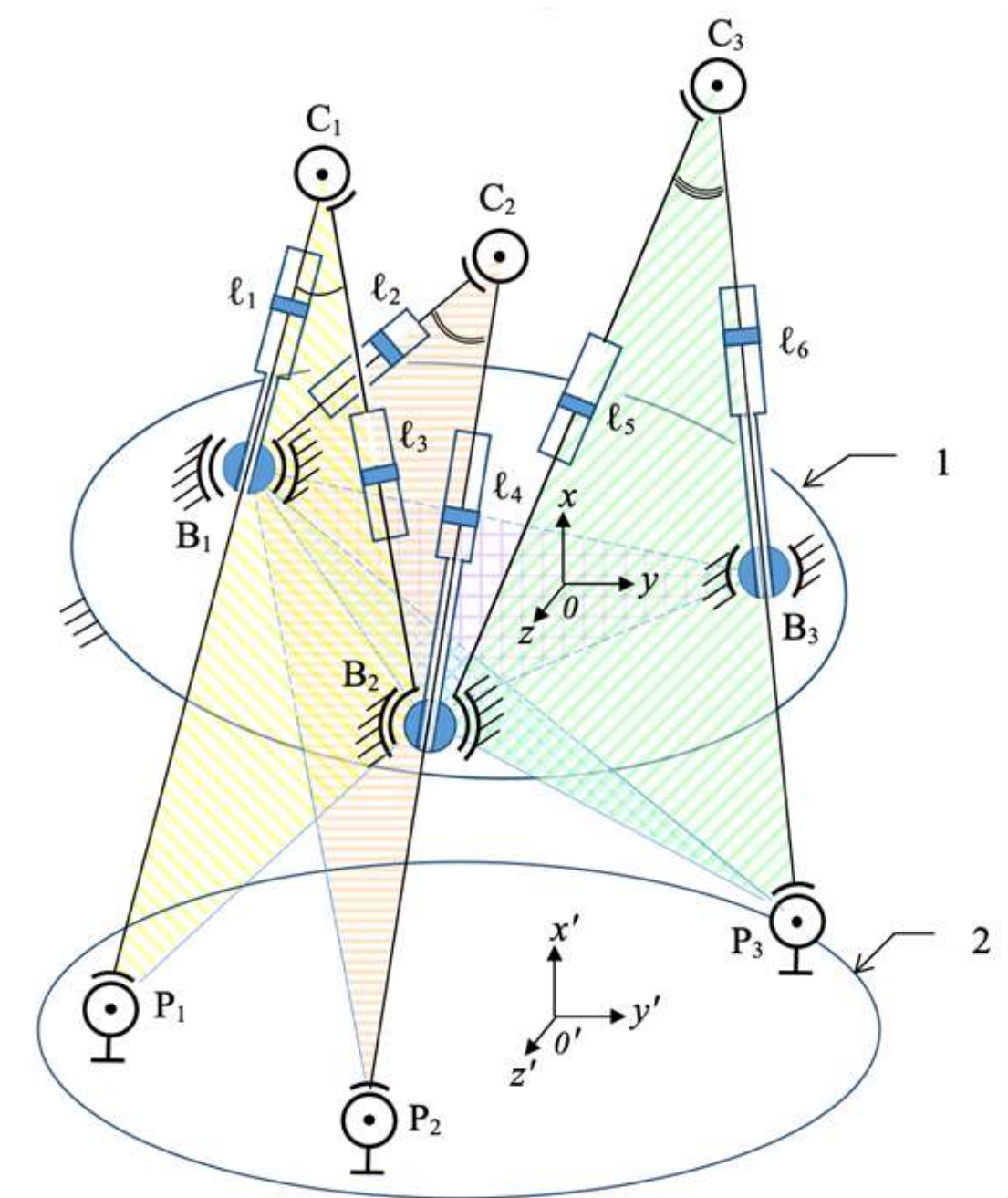


Рисунок 4.3

Для решения поставленной задачи рассмотрим треугольник  $\Delta B_2C_3B_3$ . Согласно теореме косинусов, длины отрезков  $l_5$ ,  $l_6$ ,  $l_{B_2B_3}$ , соответствующих сторонам данного треугольника, связаны следующим выражением:

$$l_5^2 + l_6^2 - 2l_5l_6 \cos \angle B_2C_3B_3 = l_{B_2B_3}^2,$$



откуда определим косинус угла:

$$\cos \angle B_2 C_3 B_3 = \frac{l_5^2 + l_6^2 - l_{B_2 B_3}^2}{2l_5 l_6}.$$

Далее из треугольника  $\Delta B_2 C_3 P_3$  находим длину отрезка  $l_{P_3 B_2}$ :

$$l_{P_3 B_2} = \sqrt{l_5^2 + l_6^2 - 2l_5 l_6 \cos \angle B_2 C_3 B_3}. \quad (4.11)$$

Аналогичным образом, рассматривая треугольники  $\Delta B_2 C_1 P_1$  и  $\Delta B_1 C_2 P_2$ , подобно уравнению (4.11), находим длины отрезков  $l_{P_1 B_2}$  и  $l_{P_2 B_1}$ :

$$\begin{aligned} l_{P_1 B_2} &= \sqrt{l_{P_1 C_1}^2 + l_3^2 - 2l_{P_1 C_1} l_3 \cos \angle P_1 C_1 B_2}, \\ l_{P_2 B_1} &= \sqrt{l_2^2 + l_{P_2 C_2}^2 - 2l_2 l_{P_2 C_2} \cos \angle B_1 C_2 B_2}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Далее в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$  определяем положение точки  $B_2(X'_{B_2}, Y'_{B_2}, Z'_{B_2})$ . Для этого составляем систему квадратных уравнений, связывающих координаты искомой точки  $B_2$  с координатами точек  $P_1, P_2, P_3$ :

$$\begin{cases} (X'_{P_1} - X'_{B_2})^2 + (Y'_{P_1} - Y'_{B_2})^2 + (Z'_{P_1} - Z'_{B_2})^2 = l_{P_1 B_2}^2, \\ (X'_{P_2} - X'_{B_2})^2 + (Y'_{P_2} - Y'_{B_2})^2 + (Z'_{P_2} - Z'_{B_2})^2 = l_{P_2 B_2}^2, \\ (X'_{P_3} - X'_{B_2})^2 + (Y'_{P_3} - Y'_{B_2})^2 + (Z'_{P_3} - Z'_{B_2})^2 = l_{P_3 B_2}^2, \end{cases}$$

в которой значения длин отрезков  $l_{P_1 B_2}$  и  $l_{P_3 B_2}$  соответствуют выражениям (4.11) и (4.12). Определим длину отрезка  $l_{P_2 B_2} = l_{P_2 C_2} - l_4$ , в котором длина  $l_{P_2 C_2}$  также является заданной.

Далее определяем координаты точки  $C_2(X'_{C_2}, Y'_{C_2}, Z'_{C_2})$  в подвижной системе координат. Для этого сначала составляем уравнение прямой, проходящей через две заданные точки  $P_2(X'_{P_2}, Y'_{P_2}, Z'_{P_2})$  и  $B_2(X'_{B_2}, Y'_{B_2}, Z'_{B_2})$ :

$$\frac{X - X'_{P_2}}{X'_{B_2} - X'_{P_2}} = \frac{Y - Y'_{P_2}}{Y'_{B_2} - Y'_{P_2}} = \frac{Z - Z'_{P_2}}{Z'_{B_2} - Z'_{P_2}}. \quad (4.13)$$

Затем по заданным длинам отрезков  $l_{P_2 C_2}$  и  $l_{P_2 B_2}$  определяем координаты точки  $C_2(X'_{C_2}, Y'_{C_2}, Z'_{C_2})$ , лежащей на прямой, заданной уравнением (4.13). Для этого составим уравнения:

$$\frac{X'_{C2}-X'_{P2}}{X'_{B2}-X'_{P2}} = \frac{l_{P2C2}}{l_{P2B2}}, \frac{Y'_{C2}-Y'_{P2}}{Y'_{B2}-Y'_{P2}} = \frac{l_{P2C2}}{l_{P2B2}}, \frac{Z'_{C2}-Z'_{P2}}{Z'_{B2}-Z'_{P2}} = \frac{l_{P2C2}}{l_{P2B2}},$$

из которых находим координаты  $X'_{C2}, Y'_{C2}, Z'_{C2}$ .

Определим положение точки  $B_1(X'_{B1}, Y'_{B1}, Z'_{B1})$  в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ . Для этого составим систему квадратных уравнений, связывающих координаты искомой точки  $B_1$  с координатами точек  $P_1, C_2, P_2$ :

$$\begin{cases} (X'_{B1} - X'_{P1})^2 + (Y'_{B1} - Y'_{P1})^2 + (Z'_{B1} - Z'_{P1})^2 = l_{P1B1}^2, \\ (X'_{B1} - X'_{C2})^2 + (Y'_{B1} - Y'_{C2})^2 + (Z'_{B1} - Z'_{C2})^2 = l_2^2, \\ (X'_{B1} - X'_{P2})^2 + (Y'_{B1} - Y'_{P2})^2 + (Z'_{B1} - Z'_{P2})^2 = l_{P2B1}^2, \end{cases}$$

где  $l_{P1B1} = l_{P1C1} - l_1$ .

Далее в подвижной системе координат рассмотрим тетраэдр  $B_1B_2P_3B_3$  с вершиной в точке  $B_3$  и составим систему квадратных уравнений, связывающих координаты точек основания тетраэдра  $B_1, B_2, P_3$  с координатами его вершины в точке  $B_3$ , при этом получим:

$$\begin{cases} (X'_{B3} - X'_{B1})^2 + (Y'_{B3} - Y'_{B1})^2 + (Z'_{B3} - Z'_{B1})^2 = l_{B1B3}^2, \\ (X'_{B3} - X'_{B2})^2 + (Y'_{B3} - Y'_{B2})^2 + (Z'_{B3} - Z'_{B2})^2 = l_{B2B3}^2, \\ (X'_{B3} - X'_{P3})^2 + (Y'_{B3} - Y'_{P3})^2 + (Z'_{B3} - Z'_{P3})^2 = l_{P3B3}^2. \end{cases}$$

Длину отрезка  $l_{P3B3}$  определим из соотношения:

$$l_{P3B3} = l_{P3C3} - l_6,$$

при этом длина  $l_{P3C3}$  также является заданной.

Имея координаты точек  $B_1, B_2, B_3$  в подвижной системе координат, можно определить расстояние между любыми точками  $B_1, B_2, B_3, P_1, P_2, P_3$  в подвижной системе координат. В частности, определим длины следующих отрезков:

$$l_{P1B3} = \sqrt{(X'_{P1} - X'_{B3})^2 + (Y'_{P1} - Y'_{B3})^2 + (Z'_{P1} - Z'_{B3})^2},$$

$$l_{P_2B_3} = \sqrt{(X'_{P_2} - X'_{B_3})^2 + (Y'_{P_2} - Y'_{B_3})^2 + (Z'_{P_2} - Z'_{B_3})^2},$$

$$l_{P_3B_1} = \sqrt{(X'_{P_3} - X'_{B_1})^2 + (Y'_{P_3} - Y'_{B_1})^2 + (Z'_{P_3} - Z'_{B_1})^2}.$$

Исходя из изложенного, для определения положений точек выходного звена  $P_i(X_{P_i}, Y_{P_i}, Z_{P_i})$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) в неподвижной системе координат  $OXYZ$  рассмотрим три тетраэдра, имеющих общую плоскость основания, проходящую через точки  $B_1, B_2, B_3$  и вершины в точках  $P_1, P_2, P_3$ . Аналитическое решение задачи определения координат точек вершин указанных тетраэдров сводится к решению системы трех квадратных уравнений:

$$\begin{cases} (X_{B_1} - X_{P_1})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_1})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_1})^2 = l_{P_1B_1}^2, \\ (X_{B_2} - X_{P_1})^2 + (Y_{B_2} - Y_{P_1})^2 + (Z_{B_2} - Z_{P_1})^2 = l_{P_1B_2}^2, \\ (X_{B_3} - X_{P_1})^2 + (Y_{B_3} - Y_{P_1})^2 + (Z_{B_3} - Z_{P_1})^2 = l_{P_1B_3}^2, \\ (X_{B_1} - X_{P_2})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_2})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_2})^2 = l_{P_2B_1}^2, \\ (X_{B_2} - X_{P_2})^2 + (Y_{B_2} - Y_{P_2})^2 + (Z_{B_2} - Z_{P_2})^2 = l_{P_2B_2}^2, \\ (X_{B_3} - X_{P_2})^2 + (Y_{B_3} - Y_{P_2})^2 + (Z_{B_3} - Z_{P_2})^2 = l_{P_2B_3}^2, \\ (X_{B_1} - X_{P_3})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_3})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_3})^2 = l_{P_3B_1}^2, \\ (X_{B_2} - X_{P_3})^2 + (Y_{B_2} - Y_{P_3})^2 + (Z_{B_2} - Z_{P_3})^2 = l_{P_3B_2}^2, \\ (X_{B_3} - X_{P_3})^2 + (Y_{B_3} - Y_{P_3})^2 + (Z_{B_3} - Z_{P_3})^2 = l_{P_3B_3}^2. \end{cases}$$

Алгоритм решения системы квадратных уравнений аналогичен решению системы (4.10). На основании изложенного можно считать, что положение выходного звена, заданное координатами точек  $P_1, P_2, P_3$ , известно.

Таким образом, здесь приведено аналитическое решение прямой задачи о положениях для  $l$  – координатного механизма обычного вида, а также для механизма, где выходное звено и приводы расположены по разные стороны от основания. Аналитическое решение прямой задачи о положениях упрощает методику составления уравнений движения механизма.

Можно утверждать, что при помощи ввода дополнительных связей, аналитически определяемых по указанной методике, группа структур, для

которых прямая задача о положениях имеет аналитическое решение, существенно расширена.

## 4.2 РАЗРАБОТКА МЕХАНИЗМОВ, НЕ ИМЕЮЩИХ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

В связи с возможным наличием особых положений является актуальной задача синтеза механизмов без особых положений. В особых положениях многоподвижных пространственных механизмов, как это проанализировано в работах [87, 91, 116, 126, 127], происходит, например, разветвление ожидаемого расчетного движения выходного звена или «мертвое» положение. Поэтому при проектировании  $l$  – координатного механизма необходимо установить его особые положения и исследовать движение вблизи этих положений для обеспечения надежной работы.

Рассмотрим схему механизма, приведенную на рисунке 4.4 и соответствующую структуре S3333-00 (таблица 1.1), по новой классификации L-321-321, в которой три точки  $P_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) выходного звена соединены с тремя точками  $B_j$  ( $j = 1, \dots, 3$ ) основания посредством шести тяг, длины которых регулируются приводами. В ней можно выделить три тетраэдра  $B_1B_2B_3P_1, P_1B_2B_3P_2, P_1P_2P_3B_3$ , в каждом из которых длинами ребер являются обобщенные  $l$  – координаты выходного звена.

Геометрический смысл особых положений для механизма данной структуры – вырождение в плоскость образующих его тетраэдров. Очевидность этого предположения вытекает из того, что в этих положениях можно записать аналитические выражения зависимости обобщенных координат (для образующих тетраэдров).

**Анализ особых положений.** Пусть заданы предельные значения обобщенных координат  $l_{i_{min}}$  и  $l_{i_{max}}$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) и конструктивные параметры – длины отрезков  $|P_1P_2|, |P_2P_3|, |P_3P_1|, |B_1B_2|, |B_2B_3|, |B_3B_2|$ .

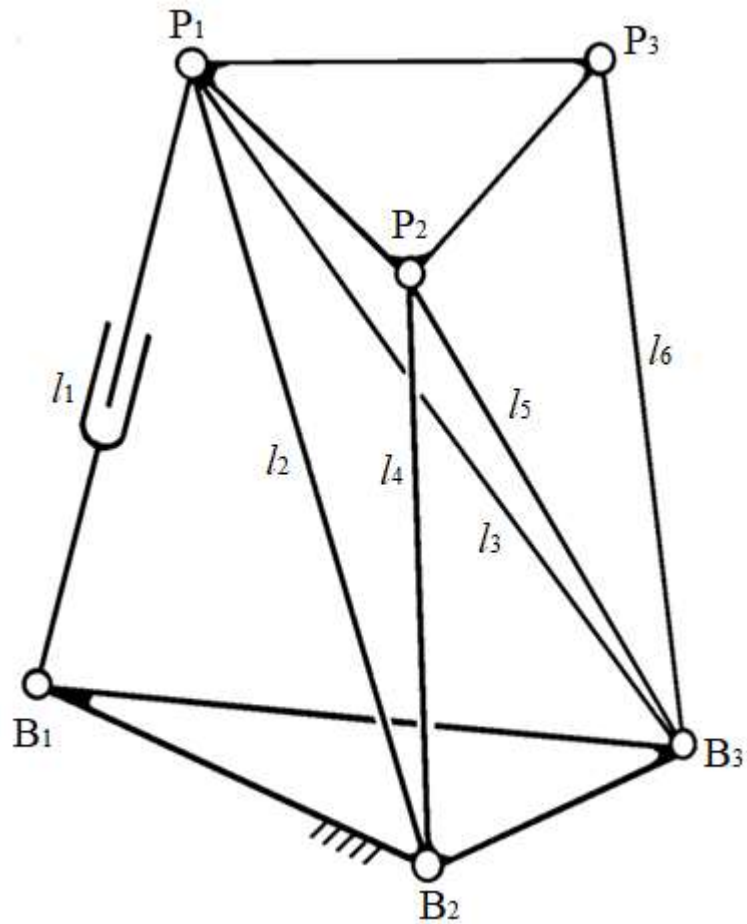


Рисунок 4.4

Рассмотрим указанные тетраэдры, имея в виду, что вырождение в плоскость тетраэдров  $B_1B_2B_3P_1$  и  $P_1P_2P_3B_3$  зависит от трех переменных  $l_1, l_2, l_3$  и  $l_3, l_5, l_6$  соответственно, а тетраэдра  $P_1B_2B_3P_2$  – от четырех переменных  $l_2, l_3, l_4, l_5$ . Анализ особых положений для первых двух тетраэдров выполняется одинаково, посредством графических построений.

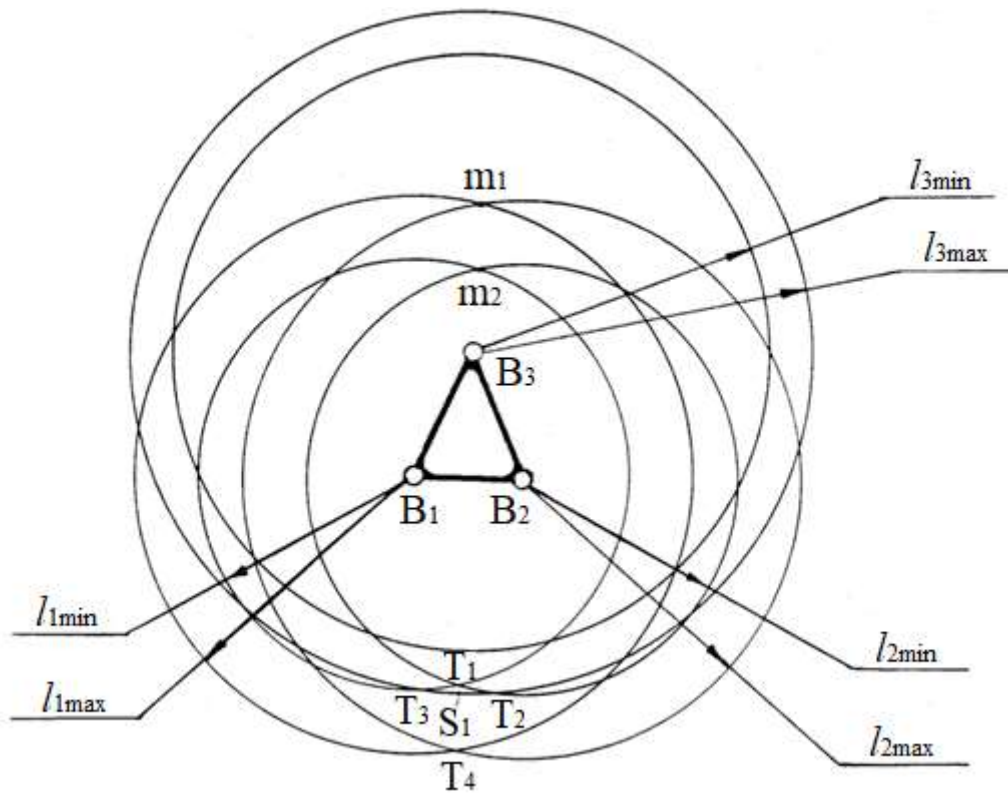


Рисунок 4.5

Рассмотрим основание  $B_1B_2B_3$  (рисунок 4.5) и из точек  $B_1, B_2, B_3$  проведем концентрические окружности  $l_{i_{min}}$  и  $l_{i_{max}}$   $i = (1, \dots, 3)$ . В результате пересечения окружностей могут образовываться области  $S_k$  (в данном примере  $S_1$ ). Область особых положений определяется системой неравенств, характеризующих ее:

$$|B_1T_1| \leq l_1 \leq |B_1T_2|; \quad |B_2T_1| \leq l_2 \leq |B_2T_2|; \quad |B_3T_1| \leq l_3 \leq |B_3T_3| \quad (4.14)$$

где точки  $T_1, T_2, T_3$  – точки пересечения концентрических окружностей. При этом надо иметь в виду, что, если точка  $P_1$  выбирается внутри области  $S_1$ , механизм попадает в особое положение. Координаты  $l_1, l_2, l_3$  в этом случае связаны между собой зависимостью:

$$l_3^2 = l_2^2 + |B_2B_3|^2 - 2l_2|B_2B_3| \cos(\angle P_1B_2B_3), \quad (4.15)$$

где  $\angle P_1B_2B_3 = \angle P_1B_2B_1 + \angle B_1B_2B_3$ ,

$$\angle P_1B_2B_1 = \arccos\left(\frac{l_2^2 + |B_1B_2|^2 - |B_1B_2|^2 - l_1^2}{2l_2|B_1B_2|}\right),$$

$$\angle B_1B_2B_3 = \arccos\left(\frac{|B_1B_2|^2 - |B_2B_3|^2 - |B_1B_3|^2}{2|B_1B_2||B_2B_3|}\right).$$

Если равенство (4.15) не выполняется, то механизм в особом положении не находится (даже если область  $S_1$  имеет место). Точка  $P_1$  выходного звена при особом положении механизма может перемещаться по плоскости основания  $B_1B_2B_3$ , что соответствует выполнению условий (4.14) и (4.15) для  $l_1, l_2, l_3$ .

В вырожденном положении тетраэдра  $P_1P_2P_3B_4$  (рисунок 4.6) выходное звено ( $P_1P_2P_3$ ) теоретически может совершать плоскопараллельное движение в соответствующей плоскости вырождения, а координаты  $l_3, l_5, l_6$  будут связаны между собой зависимостями, полученными из (4.14) заменой  $l_1 \sim l_6, l_2 \sim l_5, |B_1B_2| \sim |P_2P_3|, |B_2B_3| \sim |P_1P_2|, |B_1B_3| \sim |P_1P_3|$ .

В рассмотренном особом положении возможно «опрокидывание» выходного звена (вращение вокруг одного из ребер треугольника  $\Delta P_1P_2P_3$ ). Поэтому оно является неустойчивым положением для механизма. Выход из особого (или близкого к особому) положения во многом зависит от динамических параметров (внешняя нагрузка, силы инерции и т.д.). Они определяют, в какую сторону от плоскости вырождения тетраэдра перейдет механизм.

Дадим более подробную характеристику теоретически возможного управления механизмом в этом особом положении. Если зафиксированы две наружные тяги  $l_3$  и  $l_5$  (рисунок 4.6), то управление выходным звеном посредством уменьшения длины тяги  $l_6$  приводит к деформации структуры («мертвое» положение), а увеличение  $l_6$  приводит к опрокидыванию через ребро  $P_1P_2$ , т.е. к выходу из особого положения. Если зафиксирована тяга  $l_6$ , то возможно плоскопараллельное перемещение выходного звена в особом положении. При этом необходимо, чтобы точки  $P_1$  и  $P_2$  находились на окружности  $L$  (радиусом  $P_2P_3$ ). Любое другое плоскопараллельное

перемещение приводит к «мертвому» положению. Если зафиксированы тяги  $l_5$  и  $l_6$ , то уменьшение  $l_3$  также приводит к «мертвому» положению.

Наконец, рассмотрим вырождение в плоскость последнего тетраэдра  $P_1B_2B_3P_2$  (рисунок 4.7). При этом имеем:

$$\angle P_1B_2B_3 = \angle P_2B_2B_3 \pm \angle P_1B_2P_2 \quad (4.16)$$

или

$$\text{Arccos}(\alpha) = \text{Arccos}(\beta) \pm \text{Arccos}(\gamma),$$

где:

$$\begin{aligned} \alpha &= (l_4^2 + |B_2B_3|^2 - l_5^2)(2l_4|B_2B_3|)^{-1} \\ \beta &= (l_4^2 + l_2^2 - |P_1P_2|^2)(2l_2l_4)^{-1} \\ \gamma &= (l_4^2 + |B_2B_3|^2 - l_3^2)(2l_2|B_2B_3|)^{-1} \end{aligned} \quad (4.17)$$

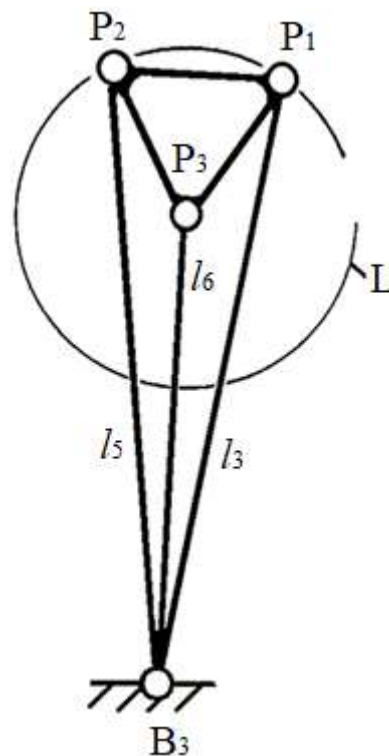


Рисунок 4.6



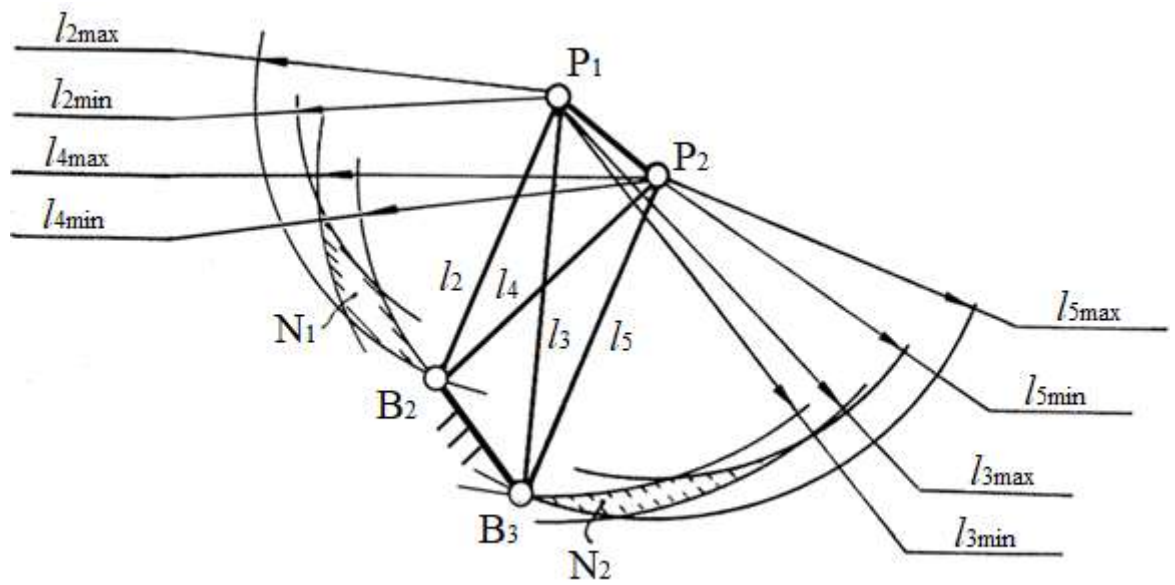


Рисунок 4.7

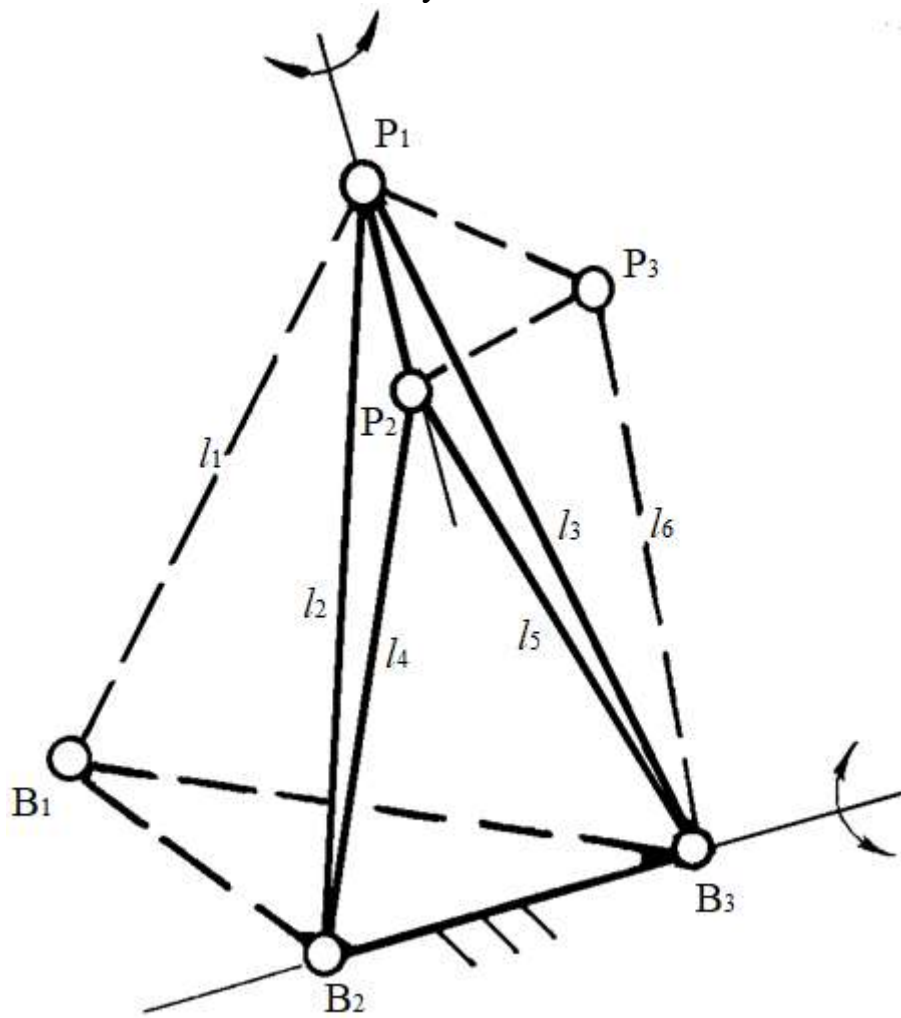


Рисунок 4.8

Равенство (4.16) дает возможность определить какую-либо из координат  $l_2, l_3, l_4, l_5$ , если три другие известны. Так, если известны  $l_2, l_3, l_5$ , найдем значение  $l_4$ , определяющее особое положение промежуточного тетраэдра. Из равенства (4.16) найдем  $\alpha = \beta\gamma \pm \sqrt{(1 - \beta^2)(1 - \gamma^2)}$  и, возведя в квадрат, получим:

$$(\beta^2 + \gamma^2) - 2\beta\gamma\alpha + \alpha^2 - 1 = 0.$$

Заменив значения  $\beta, \gamma$  их выражениями из уравнения (4.17) и обозначив  $t = l_4^2$ , после преобразований получим квадратное уравнение относительно  $t$

$$Mt^2 + Nt + R = 0, \quad (4.18)$$

где коэффициенты  $M, N, R$  легко считать, и они зависят от конструктивных параметров механизма и текущих значений обобщенных координат  $l_2, l_3, l_5$ .

Положительные корни  $t = l_4^2$  уравнения (4.18) определяют значение координаты  $l_4$ , соответствующей особому положению рассматриваемого тетраэдра. Аналогично из уравнений (4.16) можно определить и другую координату при прочих известных координатах, сканируя переменные  $l_2, l_3, l_4$  в заданных пределах.

Покажем специфику теоретически возможного управления тягами в особом положении.

Если зафиксированы тяги  $l_i$  ( $i = 2, \dots, 5$ ) (рисунок 4.8), то изменение длины тяги  $l_1$  приведет к вращению выходного звена вокруг оси  $B_2B_3$ , а изменение  $l_6$  при тех же условиях – к вращению вокруг ребра  $P_1P_2$ . Если зафиксировать в особом положении три тяги  $l_2, l_4, l_5$  ( $l_3, l_4, l_5$ ), то увеличение длины четвертой тяги  $l_3$  ( $l_2$ ) приводит к «мертвому» положению, а уменьшение – к выходу из особого положения. И наконец, если зафиксированы две наружные тяги и одна из тяг внутреннего треугольника, например  $l_2, l_3, l_5$  ( $l_2, l_3, l_4$ ), уменьшение длины тяги  $l_4$  ( $l_5$ ) приведет к «мертвому» положению.

Следовательно, выходное звено механизма теоретически может перемещаться в особом положении, если ребро  $P_1P_2$  совершает плоскопараллельное движение в общей плоскости с ребром  $B_2B_3$ .

Подытоживая характеристику особых положений, отметим, что управлять выходным звеном при помощи произвольного изменения длин тяг в особом положении нельзя, это может привести к заклиниванию («мертвому» положению).

**Выбор областей изменения обобщенных координат, гарантирующих отсутствие особых положений механизма.** В особом положении механизма определенные обобщенные  $l$  – координаты зависимы между собой, и управление выходным звеном должно учитывать их возможную взаимозависимость. В противном случае механизм может застопориться или перейти в другой вариант сборки. Определение областей изменения  $l$  – координат, гарантирующих отсутствие взаимозависимых обобщенных координат, даст возможность синтезировать механизм без особых положений, и управление выходным звеном механизма осуществлять без применения дополнительных предохранительных программ.

Особые положения исследуемого механизма заданной структуры (рисунок 4.4), вызываемые вырождением отдельных тетраэдров, возникают при взаимозависимостях (4.15), (4.16) координат  $l_1, l_2, l_3$  для тетраэдра  $B_1B_2B_3P_1$ , координат  $l_2, l_3, l_4, l_5$  для тетраэдра  $P_1B_2B_3P_2$  и  $l_3, l_5, l_6$  – для  $P_1P_2P_3B_3$ . Заметим, что координаты  $l_1, l_4, l_6$  присутствуют отдельно в трех тетраэдрах и являются ребрами только одного из трех тетраэдров,  $l_2$  и  $l_5$  – двух тетраэдров, и  $l_3$  присутствует во всех трех тетраэдрах. В связи с этим представляется возможным корректировкой предельных значений координаты  $l_3$  обеспечить отсутствие особых положений.

Исходя из границ рабочей зоны механизма (или по заданной траектории) определяем пределы изменения  $l_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), решая обратную

задачу о положениях [74]. Затем, используя уравнения (4.14), (4.15), определяем пределы значения  $l_3$ , в которых возможны особые положения для каждого из тетраэдров  $B_1B_2B_3P_1$  и  $P_1P_2P_3B_3$ . В частности, для первого тетраэдра (рисунок 4.5) эти пределы определяются как  $l_{3min} > |B_3m_1|$ ,  $l_{3max} < |B_3T_1|$ . Интервал  $|B_3m_1| < l_3 < |B_3T_1|$  гарантирует отсутствие области  $S_1$ . Если взять  $l_{3min} < |B_3m_2|, l_{3max} > |B_3T_4|$ , то нарушается геометрическая конструкция тетраэдра. Если же имеет:

$|B_3m_2| \leq l_{3min} \leq |B_3m_1|, \quad |B_3T_1| \leq l_{3max} \leq |B_3T_4|$ , то возможны особые положения (существует  $S_1$  рисунок 4.5).

Такой же графический подход позволяет определить область особых положений и по второму тетраэдру  $P_1B_2B_3P_2$ , однако здесь есть специфика, связанная с тем, что есть четыре ребра переменной длины -  $l_2, l_3, l_4, l_5$ . Представим в вырожденном положении последний тетраэдр, проведем из точек  $P_1$  и  $P_2$  концентрические окружности радиусами, соответственно,  $l_{2min}, l_{2max}, l_{3min}, l_{3max}, l_{4min}, l_{4max}, l_{5min}, l_{5max}$  (рисунок 4.7), в результате пересечений образовались две области  $N_1$  и  $N_2$ , каждая из которых является областью изменения точек, соответственно,  $B_1$  и  $B_2$  на плоскости вырождения. Для того чтобы тетраэдр выродился, необходимо, чтобы замыкающее ребро  $B_2B_2$ , находясь в плоскости вырождения, концевыми точками вписалось в области  $N_1$  и  $N_2$ . Исходя из этого, можно скорректировать предельные значения обобщенной координаты  $l_3$  до тех пор, чтобы исключить возможность вырождения. При этом в качестве параметра корректировки могут служить так-же конструктивные размеры платформы (расстояние между точками крепления на выходном звене или на основании).

Рассмотрим численный пример синтеза механизма без особых положений. Задан механизм (рисунок 4.4) со следующими конструктивными параметрами (в безразмерных величинах):

$$|B_1B_2| = 1,5; |B_2B_3| = |B_3B_1| = 2,4; |P_1P_2| = 1,5; |P_2P_3| = |P_3P_1| = 1,25;$$

$$l_{1min} = 3,0; l_{2min} = 3,0; l_{33min} = 4,5; l_{4min} = 3,5; l_{5min} = 3,5; l_{6min} = 3,5;$$

$$l_{1max} = 3,5; l_{2max} = 3,5; l_{3max} = 5,0; l_{4max} = 4,0; l_{5max} = 4,0; l_{6max} = 4,0;$$

В качестве корректируемого параметра принята координата  $l_3$ .

Расчеты по вышеуказанной методике дают следующие результаты:

1. Для тетраэдра  $B_1B_2B_3P_1$   $l_{3max} \leq 4,9$ , а значение  $l_{3min}$  оставляем прежним.
2. Тетраэдр  $P_1P_2P_3B_3$  при заданных пределах остается невырожденным.
3. Тетраэдр  $P_1B_2B_3P_2$  (рисунок 4.7) - при значениях  $l_{3min} \leq 4,54$  и  $l_{3max} < 4,923$  гарантируется отсутствие особого положения, а предельные значения других обобщенных координат нужно оставить неизменными.

### **4.3 СИНТЕЗ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ С РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПРИВОДОВ ВНЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ БЕЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ**

В качестве исходного варианта рассматривается классический пространственный  $l$  – координатный механизм параллельной структуры, состоящий из основания и выходного звена, соединенных шестью кинематическими цепями SPS, содержащими одну поступательную приводную кинематическую пару-Р и по две неприводные сферические пары-S, которыми кинематические цепи соединяются с основанием и с выходным звеном механизма (рисунок 4.9 а)).

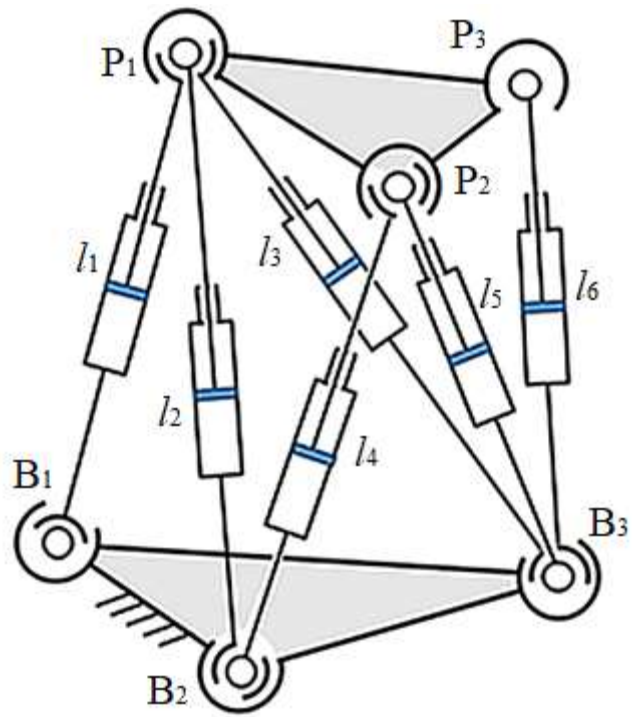


Рисунок 4.9 а)

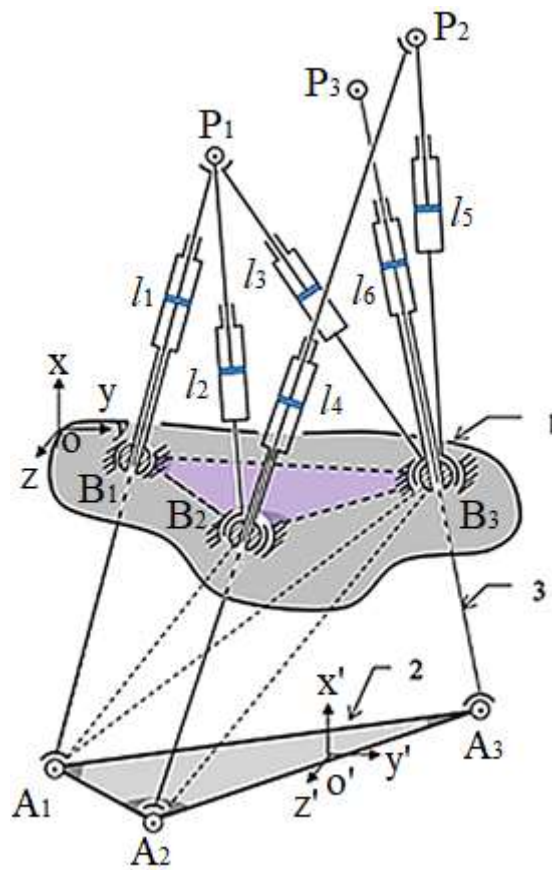


Рисунок 4.9 б)

На базе данного механизма синтезирован новый модифицированный механизм, приведенный на рисунке 4.9 б). Он получен путем переноса выходного звена на базовом механизме (рисунок 4.9 а)) под его основание. В этом случае выходное звено и основание связываются с помощью трех «протыкающих» штанг 3 (рисунок 4.9 б)). Заметим также, что при синтезе модифицированного механизма сохраняется базовая структурная организация механизма, например, в рассматриваемом механизме на «протыкающих» штангах в одной точке сходятся три кинематические цепи, во второй две и в третьей одна кинематическая цепь, как в базовом механизме.

Анализ особых положений связан с решением задач о положениях и скоростях. Для небольшого числа структурных схем механизмов прямая задача о положениях имеет аналитическое решение [188], а для большинства структур  $l$  – координатных механизмов она решается итерационно, с применением численных методов [171, 179]. Установлено, что для аналитически решаемых структур количество теоретически возможных сборок механизма определяется исходя из неоднозначности решения прямой задачи о положениях. При этом переход из одной сборки в другую происходит через особые положения.

Рассмотрим прямую задачу кинематики. Задан  $l$  – координатный механизм (рисунок 4.9 б)), в котором выходное звено 2 (представлено точками  $A_1, A_2, A_3$ ) соединено с основанием 1 (в точках  $B_1, B_2, B_3$ ) с помощью подвижных звеньев в виде «протыкающих» штанг, длины которых  $l_{P1A1}, l_{P2A2}, l_{P3A3}$  известны. Известны координаты точек  $B_1(x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}), B_2(x_{B2}, y_{B2}, z_{B2}), B_3(x_{B3}, y_{B3}, z_{B3})$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$ . Заданы координаты точек  $A_1, A_2, A_3$  в подвижной системе координат  $O'X'Y'Z'$ , связанной с выходным звеном механизма.

Обобщенными координатами являются шесть  $l$  – координат, представляющие расстояния между соответствующими точками  $B_1, B_2, B_3$

крепления кинематических цепей на основании и  $P_1, P_2, P_3$  – точками схождения кинематических цепей на «протыкающих» штангах (рисунок 4.9 б)). Пределы изменения обобщенных координат  $l_{imin}$  и  $l_{imax}, i = 1, \dots, 6$  заданы и в частном случае могут быть одинаковы для всех приводных пар.

Необходимо определить положение точек  $A_1(x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}), A_2(x_{A2}, y_{A2}, z_{A2}), A_3(x_{A3}, y_{A3}, z_{A3})$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$ . Эти координаты можно найти из следующих уравнений:

$$\begin{cases} (x_{B_1} - x_{A_1})^2 + (y_{B_1} - y_{A_1})^2 + (z_{B_1} - z_{A_1})^2 = l_{A_1B_1}^2, \\ (x_{B_2} - x_{A_1})^2 + (y_{B_2} - y_{A_1})^2 + (z_{B_2} - z_{A_1})^2 = l_{A_1B_2}^2, \\ (x_{B_3} - x_{A_1})^2 + (y_{B_3} - y_{A_1})^2 + (z_{B_3} - z_{A_1})^2 = l_{A_1B_3}^2, \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\begin{cases} (x_{A_1} - x_{A_2})^2 + (y_{A_1} - y_{A_2})^2 + (z_{A_1} - z_{A_2})^2 = l_{A_1A_2}^2, \\ (x_{B_2} - x_{A_2})^2 + (y_{B_2} - y_{A_2})^2 + (z_{B_2} - z_{A_2})^2 = l_{A_2B_2}^2, \\ (x_{B_3} - x_{A_2})^2 + (y_{B_3} - y_{A_2})^2 + (z_{B_3} - z_{A_2})^2 = l_{A_2B_3}^2, \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\begin{cases} (x_{A_1} - x_{A_3})^2 + (y_{A_1} - y_{A_3})^2 + (z_{A_1} - z_{A_3})^2 = l_{A_1A_3}^2, \\ (x_{A_2} - x_{A_3})^2 + (y_{A_2} - y_{A_3})^2 + (z_{A_2} - z_{A_3})^2 = l_{A_2A_3}^2, \\ (x_{B_3} - x_{A_3})^2 + (y_{B_3} - y_{A_3})^2 + (z_{B_3} - z_{A_3})^2 = l_{A_3B_3}^2. \end{cases} \quad (4.21)$$

Приведенные выше системы квадратных уравнений решаются аналитически. Алгоритм решения приведен в работе [187].

Для решения систем уравнений (4.19-4.21) определим неизвестные дополнительные координаты – длины отрезков в правых частях этих систем уравнений. В частности, для определения длины отрезков от точек крепления на выходном звене  $A_1, A_2, A_3$  до точек  $B_1, B_2$  и  $B_3$  на основании для трех «протыкающих» штанг (рисунок 4.9 б)) составим следующие уравнения:

$$l_{A_1B_1} = l_{P_1A_1} - l_1;$$

$$l_{A_2B_2} = l_{P_2A_2} - l_4;$$

$$l_{A_3B_3} = l_{P_3A_3} - l_6.$$

Рассмотрим алгоритмы определения дополнительных координат  $l_{A_1B_2}, l_{A_1B_3}$  и  $l_{A_2B_3}$ .



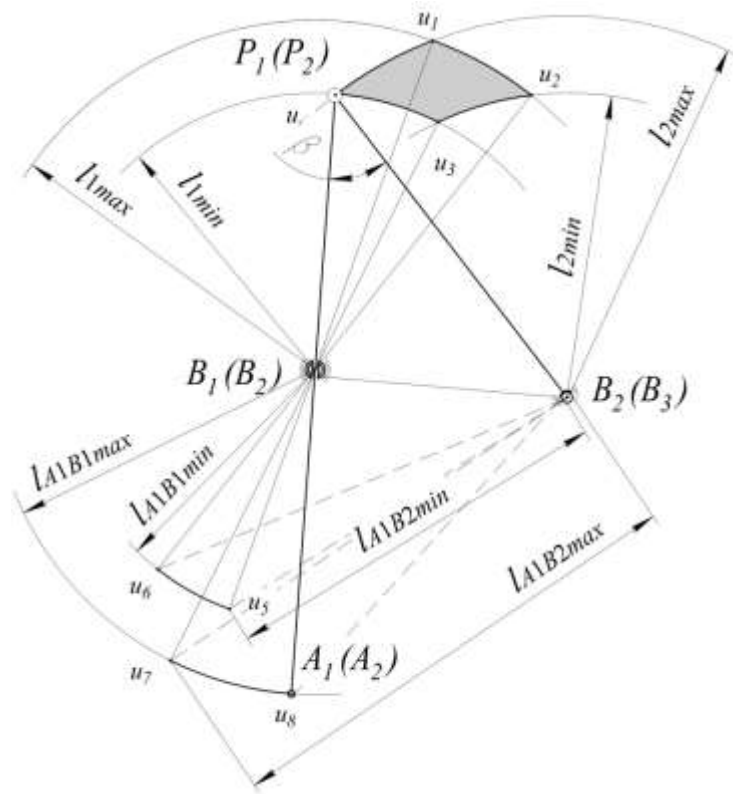


Рисунок 4.10

Для нахождения длины отрезка  $l_{A_1B_2}$  рассмотрим  $\Delta A_1B_2P_1$  и  $\Delta B_1B_2P_1$  (рисунок 4.10). Из  $\Delta B_1B_2P_1$  находим

$$\cos \beta = \frac{l_1^2 + l_2^2 - l_{B_1B_2}^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_2}.$$

а затем из  $\Delta A_1B_2P_1$  определим  $l_{A_1B_2}$ :

$$l_{A_1B_2} = \sqrt{l_{A_1P_1}^2 + l_2^2 - l_{A_1P_1} \cdot \frac{(l_1^2 + l_2^2 - l_{B_1B_2}^2)}{l_1}}. \quad (4.22)$$

Рассматривая треугольники  $\Delta A_1B_3P_1$  и  $\Delta B_1B_3P_1$ , находим длину дополнительной координаты  $l_{A_1B_3}$  (рисунок 4.10) аналогично (4.22):

$$l_{A_1B_3} = \sqrt{l_{A_1P_1}^2 + l_3^2 - l_{A_1P_1} \cdot \frac{(l_1^2 + l_3^2 - l_{B_1B_3}^2)}{l_1}}. \quad (4.23)$$

Далее для решения системы (4.20) из треугольников  $\Delta A_2B_3P_2$  и  $\Delta B_2B_3P_2$  (рисунок 4.10) определим значение дополнительной координаты  $l_{A_1B_3}$  подобно формуле (4.22):

$$l_{A_2B_3} = \sqrt{l_{A_2P_2}^2 + l_5^2 - l_{A_2P_2} \cdot \frac{(l_4^2 + l_5^2 - l_{B_2B_3}^2)}{l_4}}. \quad (4.24)$$

Имея значения обобщенных и дополнительных координат, можно определить положения выходного звена механизма. Таким образом, прямая задача о положениях решена.

Рассмотрим графоаналитический метод построения механизмов без особых положений. Решение систем уравнений (4.19-4.21) имеет геометрическую интерпретацию и означает определение координат вершин трех тетраэдров (рисунок 4.9 б)):

тетраэдр с основанием  $B_1B_2B_3$  и вершиной в точке  $A_1$ ;

тетраэдр с основанием  $A_1B_2B_3$  и вершиной в точке  $A_2$ ;

тетраэдр с основанием  $A_1A_2B_3$  и вершиной в точке  $A_3$ .

Анализ решения прямой задачи о положениях (4.19-4.21) показывает, что в особых положениях (конфигурациях) эти тетраэдры вырождаются в плоскость их основания – плоские фигуры. Это значит, что вместо пространственной геометрической фигуры в механизме имеется плоский, «сплюснутый» тетраэдр. В данном случае могут быть одновременно вырожденными от одного до трех тетраэдров.

В работах [155, 178, 188] разработаны графический и аналитический методы анализа особых положений и синтеза базового  $l$  – координатного механизма, без особых положений в рабочей зоне.

Для анализа особых положений нового пространственного механизма с помощью графических построений необходимо сначала определить предельные значения дополнительных координат – длин отрезков  $l_{A_1B_2min}$  и  $l_{A_1B_2max}$ ,  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$ ,  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$ .

Проведем отрезок  $|B_1B_2|$  и из точек  $B_1$  и  $B_2$  построим концентрические окружности  $l_{1min}$ ,  $l_{1max}$  и  $l_{2min}$ ,  $l_{2max}$  (рисунок 4.10). В результате пересечений этих окружностей получим область существования точки  $P_1$ ,

образованной дугами окружностей, которые пересекаются в точках  $u_1, u_2, u_3, u_4$ .

Далее рассмотрим задачу описания области существования точки  $A_1$ , находящейся на другом конце штанги заданной длины  $l_{P_1A_1}$ . Область существования точки  $A_1$  будет ограничена дугами окружностей радиусов  $l_{A_1B_1min}$  и  $l_{A_1B_1max}$  (с центром окружностей в точке  $B_1$ ), на которых расположены искомые точки  $u_5, u_6, u_7, u_8$ . Положение этих точек определится путем соединения точек  $u_1, u_2, u_3, u_4$  прямой линией через точку  $B_2$  до пересечения с окружностями радиусов:

$$l_{A_1B_1max} = l_{A_1P_1} - l_{1min};$$

$$l_{A_1B_1min} = l_{A_1P_1} - l_{1max}.$$

Предельные значения длин искомых отрезков (дополнительных координат)  $l_{A_1B_2min}$  и  $l_{A_1B_2max}$  будут соответствовать минимальному и максимальному расстоянию между точками  $u_5, u_6, u_7, u_8$  и точкой  $B_2$ .

Для нахождения длин дополнительных координат  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$  поступим аналогично. Определим область расположения точки  $P_1$  в зависимости от изменения длин  $l$  – координат  $l_{1min}, l_{1max}$  и  $l_{3min}, l_{3max}$ , а также заданных длин  $l_{B_1B_3}$  и  $l_{P_1A_1}$ . Чтобы найти длины  $l_{A_1B_2min}$  и  $l_{A_1B_2max}$ , следует соединить прямой линией точки области изменения точки  $P_1$  до пересечения с окружностями радиусов  $l_{A_1B_1min}$  и  $l_{A_1B_1max}$ , проходящих через точку  $B_1$ . Далее определим минимальное и максимальное расстояние от точки  $B_3$  до области существования точки  $A_1$  (область может быть представлена характерными точками  $u_5, u_6, u_7, u_8$ ).

Определение предельных значений длин отрезков  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$  проводится аналогично построениям, приведенным выше (рисунок 4.10). В этом случае область расположения точки  $P_2$  зависит от изменения длин  $l$  – координат  $l_{4min}, l_{4max}$  и  $l_{5min}, l_{5max}$  и заданных длин  $l_{B_2B_3}$  и  $l_{P_2A_2}$ . Чтобы

найти длины  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$ , необходимо определить область существования точки  $A_2$ , расположенной на окружностях радиусов:

$$l_{A_2B_2max} = l_{A_1P_2} - l_{4min};$$

$$l_{A_2B_2min} = l_{A_1P_2} - l_{4max}.$$

Далее определим длины  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$  измерением расстояния от точки  $B_3$  до точек, характеризующих область существования точки  $A_2$ .

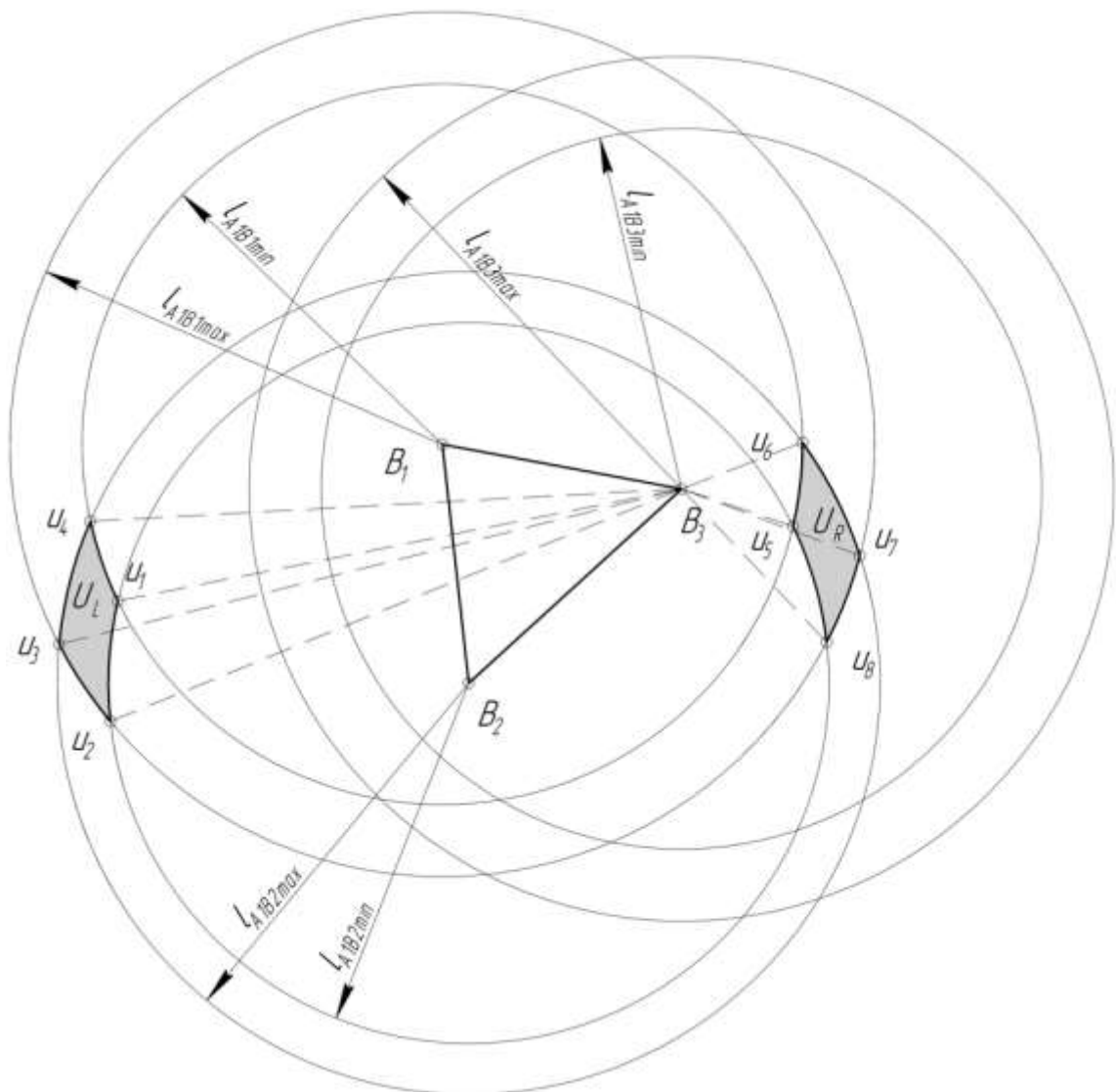


Рисунок 4.11

Для анализа особых положений представим графическую интерпретацию тетраэдра с основанием  $B_1B_2B_3$  и вершиной в точке  $A_1$  с образующими ребрами  $l_{A_1B_1}$ ,  $l_{A_1B_2}$  и  $l_{A_1B_3}$  в особой конфигурации (рисунок

4.11). Это равносильно со «сплющиванием» тетраэдра с основанием  $B_1B_2B_3$  и вершиной в точке  $P_1$  (на плоскости основания  $\Delta B_1B_2B_3$ ), так как точки  $P_1$  и  $A_1$  принадлежат одной прямой и тетраэдры имеют общее основание. В результате пересечения окружностей радиусов  $l_{2min}$  и  $l_{2max}$ ,  $l_{3min}$  и  $l_{3max}$  проведенных из точек  $B_2$  и  $B_3$ , образуются две области расположения точки  $P_1$  на плоскости основания тетраэдра (на рисунке 4.11 обозначенные, соответственно,  $U_L$  и  $U_R$ ).

Из точки  $B_1$  построим две окружности с радиусами  $l_{1min}$  и  $l_{1max}$ . Если они охватывают (пересекают) области  $U_L$  и  $U_R$ , то имеет место «сплющивание» рассматриваемого тетраэдра в плоскую фигуру. Это свидетельствует о наличии особого положения.

Измерением длин отрезков от точки  $B_1$  до точек  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$  определим предельные значения координаты  $l_{1min}$  и  $l_{1max}$  для каждой области. Если заданная область изменения координаты  $l_1$  не совпадает с полученными измеренными областями  $l_{B_3U_j}$  ( $u = 1, \dots, 8$ ) или не пересекается с этими областями, то особых положений нет. Если такое пересечение областей изменения координат имеется, то следует корректировать длину отрезка  $l_1$  таким образом, чтобы избежать особых конфигураций для первого тетраэдра.

В тетраэдре с основанием  $A_1A_2A_3$  и вершиной в точке  $B_3$ , в котором образующими ребрами являются  $l_{A_1A_3}$ ,  $l_{A_1A_2}$  и  $l_{A_3B_3}$ , графические построения аналогичны выше рассмотренному тетраэдру (рисунок 4.12). Для графического определения вырожденности данного тетраэдра в плоскую фигуру необходимо:

- из точек  $A_1$  и  $A_2$  соответственно провести концентрические окружности радиусов  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$ ,  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$ , которые определяются как

$$l_{A_3B_3max} = l_{A_3P_3} - l_{6min},$$

$$l_{A_3B_3min} = l_{A_3P_3} - l_{6max}.$$

Условием отсутствия особых положений является отсутствие пересечения окружности с радиусами  $l_{A_3B_3min}$  и  $l_{A_3B_3max}$  с областью изменения точки  $B_3$ , ограниченной окружностями радиусов  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$ ,  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$ .

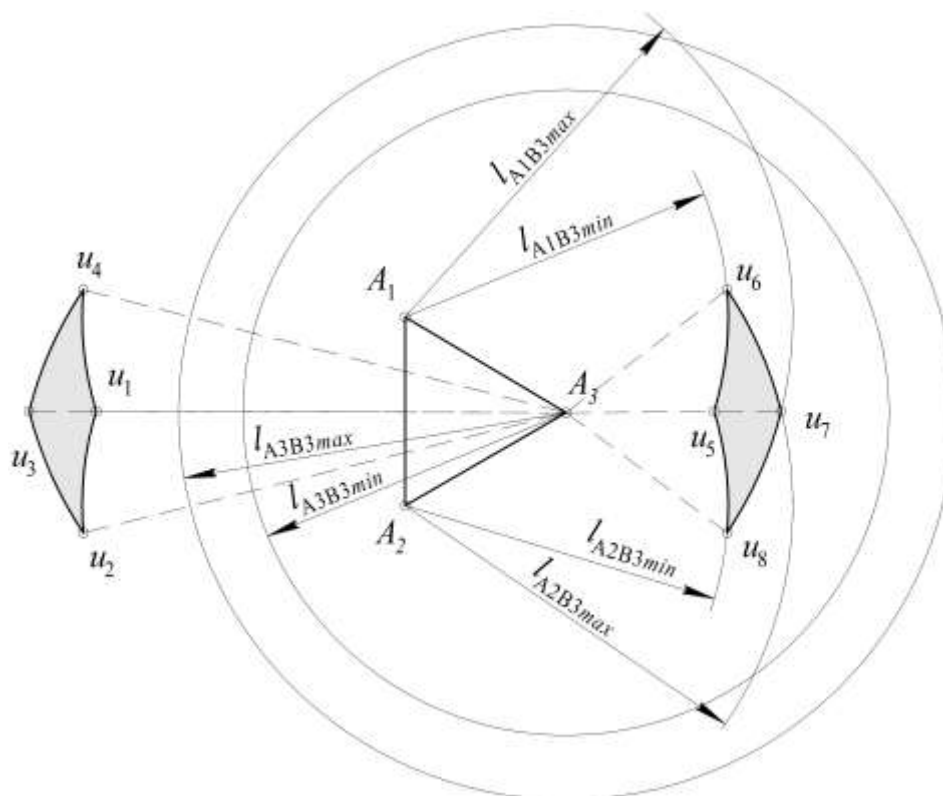


Рисунок 4.12

Рассмотрим графический анализ вырожденности тетраэдра с основанием  $A_1B_2B_3$  и вершиной в точке  $A_2$  с образующими ребрами  $l_{A_1A_2}$ ,  $l_{A_2B_2}$  и  $l_{A_2B_3}$  (рисунок 4.13) в плоскую фигуру. Для этого из точек  $B_2$  и  $B_3$  следует построить концентрические окружности:

- из точки  $B_2$  окружности  $l_{A_1B_2min}$  и  $l_{A_1B_2max}$ ,  $l_{A_2B_2min}$  и  $l_{A_2B_2max}$ ;
- из точки  $B_3$  окружности  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$ ,  $l_{A_2B_3min}$  и  $l_{A_2B_3max}$ .

В результате пересечений данных окружностей образуются две области расположения точек  $B_2$  и  $B_3$  (на рисунке 4.13 обозначены, соответственно,  $D_1$  и  $D_2$ ) на плоскости возможного «сплющивания» рассматриваемого тетраэдра.

Далее следует проверить возможность расположения отрезка  $|A_1A_2|$  на плоскости «сплющивания» таким образом, чтобы точка  $A_1$  располагалась в выделенной области  $D_1$ , а точка  $A_2$  в области  $D_2$ .

Если такое расположение не представляется возможным, то особого положения нет.

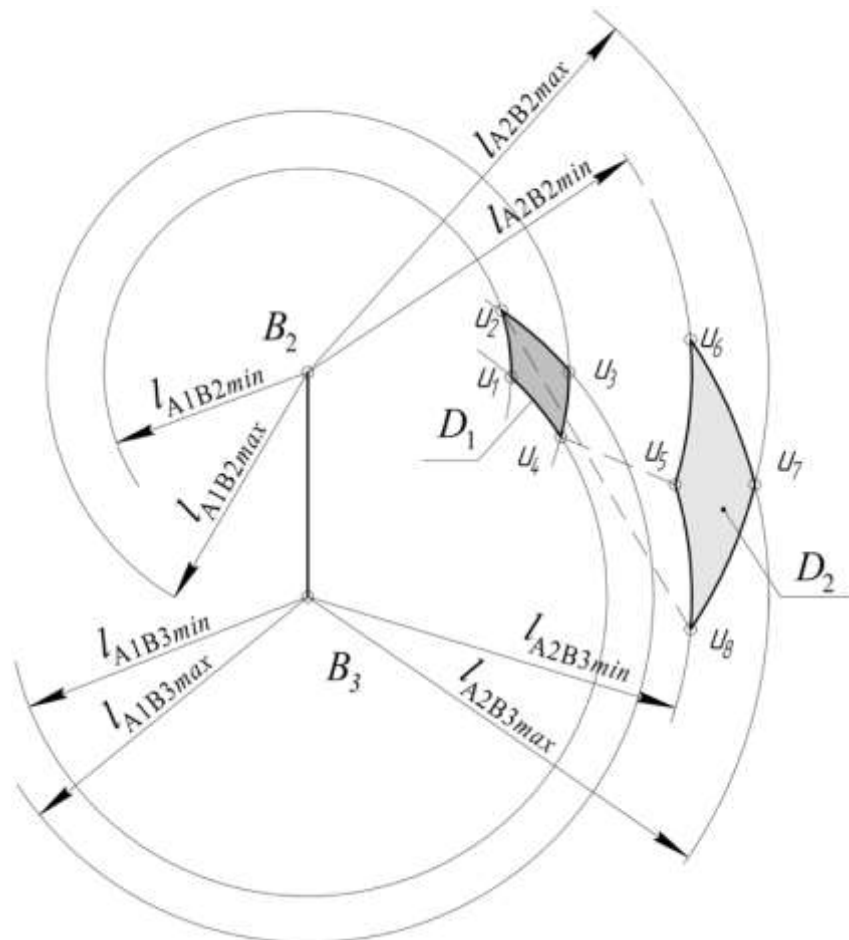


Рисунок 4.13

Если особое положение имеется, то его можно исключить, варьируя значение длины отрезка  $|A_1A_2|$  или образующих длин отрезков данного тетраэдра, выбор которого зависит от постановки задачи.

Для анализа особых положений можно применить численно-аналитический метод, который позволит определить возможные особые положения и использовать полученные результаты для синтеза механизма без особых положений в рабочей зоне.

Более подробно рассмотрим решение данной задачи. Для нахождения дополнительных координат определим минимальные и максимальные значения функций (4.22-4.24) методом сканирования переменных величин.

Проведем расчеты для тетраэдра  $\Delta B_1 B_2 B_3$  с вершиной в точке  $A_1$  (рисунок 4.11). Из точки  $B_2$  построим концентрические окружности с радиусами  $l_{A_1 B_2 min}$  и  $l_{A_1 B_2 max}$ , а из точки  $B_3$  также построим концентрические окружности с радиусами  $l_{A_1 B_3 min}$  и  $l_{A_1 B_3 max}$ .

В особом положении (на плоскости основания  $\Delta B_1 B_2 B_3$ ) определим координаты точек  $u_j$  ( $j = 1, \dots, 8$ ), полученные пересечением окружностей  $l_2$  и  $l_3$  в экстремальных значениях. Составим четыре системы уравнений:

$$\begin{cases} (x_{B_2} - x_{u_1})^2 + (y_{B_2} - y_{u_1})^2 = l_{2min}^2 \\ (x_{B_3} - x_{u_1})^2 + (y_{B_3} - y_{u_1})^2 = l_{3min}^2 \end{cases} \\ \begin{cases} (x_{B_2} - x_{u_2})^2 + (y_{B_2} - y_{u_2})^2 = l_{2min}^2 \\ (x_{B_3} - x_{u_2})^2 + (y_{B_3} - y_{u_2})^2 = l_{3max}^2 \end{cases} \quad (4.25) \\ \begin{cases} (x_{B_2} - x_{u_3})^2 + (y_{B_2} - y_{u_3})^2 = l_{2max}^2 \\ (x_{B_3} - x_{u_3})^2 + (y_{B_3} - y_{u_3})^2 = l_{3max}^2 \end{cases} \\ \begin{cases} (x_{B_2} - x_{u_4})^2 + (y_{B_2} - y_{u_4})^2 = l_{2max}^2 \\ (x_{B_3} - x_{u_4})^2 + (y_{B_3} - y_{u_4})^2 = l_{3min}^2 \end{cases}$$

Решением систем уравнений (4.25) получим координаты всех точек комбинаций, образованных в результате пересечения окружностей, имеющих радиусы  $l_2, l_3$ . Получаются две области существования, обозначенные, соответственно,  $U_L$  и  $U_R$ . Далее, определим длины восьми отрезков, представляющих расстояния от точки  $B_1$  до точек  $u_j$ , ( $j=1, \dots, 8$ ):

$$l_{u_j} = \sqrt{(x_{B_1} - x_{u_j})^2 + (y_{B_1} - y_{u_j})^2}.$$

Затем определим экстремумы полученных длин отрезков  $\min \{l_{u_j}\} j = 1, \dots, 4$  для области  $U_L$  и  $\min \{l_{u_j}\} j = 5, \dots, 8$  соответствующей области  $U_R$ . Для исключения особых положений полученные результаты не должны



совпадать (частично или полностью) с областью изменения координаты  $l_{1min}$  и  $l_{1max}$ .

Расчеты для тетраэдра с основанием  $A_1A_2A_3$  и вершиной в точке  $B_3$  аналогичны. При этом для проверки на особое положение выступают предельные значения координаты  $l_{6min}$  и  $l_{6max}$ .

Рассмотрим тетраэдр с основанием  $A_1A_2B_3$  и вершиной в точке  $A_3$ . Подобно системам уравнений (4.25), составим и решим системы уравнений пересечения окружностей:

- радиусов  $l_{A_1B_2min}$  и  $l_{A_1B_2max}$ ,  $l_{A_1B_3min}$  и  $l_{A_1B_3max}$  для определения координат точек  $u_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) области  $D_1$ ,

- радиусов  $l_{A_2B_2min}$  и  $l_{A_2B_2max}$ ,  $l_{A_3B_3min}$  и  $l_{A_3B_3max}$  для определения координат точек  $u_j$  ( $j = 5, \dots, 8$ ) области  $D_2$ .

Далее определим максимальные и минимальные расстояния между точками пересечения окружностей  $u_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) области  $D_1$  и точками  $u_j$  ( $j = 5, \dots, 8$ ) области  $D_2$ :

$$d = \sqrt{(x_{ui} - x_{uj})^2 + (y_{ui} - y_{uj})^2},$$

где  $i, j = 1, \dots, 8$  и  $i \neq j$ .

Сравним  $d_{(min,max)}$  с длиной  $l_{A_1A_2}$ . При этом если:

$l_{A_1A_2} > d_{max}$ , тогда тетраэдр не будет вырождаться в плоскость, следовательно, нет особого положения;

$d_{min} < l_{A_1A_2} < d_{max}$  – особое положение возможно, в противном случае, если  $l_{A_1A_2} < d_{min}$ , тогда будет нарушена геометрия тетраэдра.

Рассмотрим численный пример для  $l$  – координатного механизма, приведенного на рисунке 4.9 б), в котором заданы следующие параметры:

Выходное звено механизма имеет следующие длины (в безразмерных величинах):

$$l_{A_1A_2} = 20; l_{A_2A_3} = 25; l_{A_1A_3} = 35; l_{B_1B_2} = l_{B_2B_3} = l_{B_1B_3} = 20;$$

$$l_{A_1P_1} = l_{A_2P_2} = l_{A_3P_3} = 70;$$

$$l_{imin} = 38; l_{imax} = 45; i = 1, \dots, 6.$$

Задачу можно решить как графическими построениями, так и аналитически с последующей корректировкой геометрических параметров для исключения возможных особых положений в рабочем пространстве механизма.

Таблица 4.1

Точка	Анализ тетраэдра $B_1B_2B_3$ с вершиной $P_1$		Анализ тетраэдра $A_1A_2A_3$ с вершиной $B_3$	
	Расстояние от точек $u_i$ до $B_1$	Лежит ли в пределах $[l_{1min}, l_{2max}]$	Расстояние от точек $u_i$ до $A_3$	Лежит ли в пределах $[l_{A_3B_3min}, l_{A_3B_3max}]$
$u_1$	19,34008449	Нет	17,68914	Нет
$u_2$	25,05008965	Нет	10,92231295	Нет
$u_3$	26,5543264	Нет	22,12100599	Нет
$u_4$	25,05011817	Нет	29,8282906	Да
$u_5$	53,9811216	Нет	60,26228475	Нет
$u_6$	56,93410953	Нет	59,73554424	Нет
$u_7$	61,19533852	Нет	66,95028243	Нет
$u_8$	56,93408335	Нет	65,86930427	Нет

Таблица 4.2

	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$
$u_1$	18,2248432	33,065979	18,66348364	5,990256588
$u_2$	11,16190155	23,99724845	7,063104846	8,06315266
$u_3$	22,58832997	37,06679619	20,9040117	10,64088955
$u_4$	30,39007837	45,10374856	31,55996163	18,75218481

Результаты эксперимента, которые приведены в таблице 4.1, показали, что:

- тетраэдр  $B_1B_2B_3$  с вершиной  $P_1$  не имеет особых положений;

- тетраэдр с основанием  $A_1A_2A_3$  и вершиной в точке  $B_3$  имеет особое положение и вырождается при значении  $l_{A_1B_3} = 29,82$ , так как это значение находится в пределах  $25 < l_{A_3B_3} < 32$ , где предельные значения  $l_{A_3B_3}$  находятся так:

$$l_{A_3B_3max} = l_{A_3P_3} - l_{6min} = 70 - 38 = 32,$$

$$l_{A_3B_3min} = l_{A_3P_3} - l_{6max} = 70 - 45 = 25.$$

Для исключения особого положения ограничим минимальную длину звена  $l_{A_3B_3min} = l_{A_3P_3} - l_{6max} > 29,82$ , откуда определим длину звена  $l_{A_3P_3} > l_{A_3B_3min} + l_{6max} \geq 29,82 + 45 \geq 74,82$ , которую принимаем равной  $l_{A_3P_3} = 75$ . Тогда предельные длины звена  $l_{A_3B_3}$  будут равны:  $l_{A_3B_3max} = l_{A_3P_3} - l_{6min} = 75 - 38 = 37$  и  $l_{A_3B_3min} = l_{A_3P_3} - l_{6max} = 75 - 45 = 30$ . Анализ результатов эксперимента для тетраэдра  $A_1B_2B_3$  с вершиной в точке  $A_2$  (таблица 4.2) показал, что при  $5,99 < l_{A_1A_2} < 45,10$  тетраэдр может вырождаться. Для исключения вырожденности необходимо увеличить длину отрезка  $|A_1A_2| > 45,10374856$ . После этого изменится геометрия

треугольника  $A_1A_2A_3$ , поэтому необходимо еще раз проверить условие вырожденности тетраэдра  $A_1A_2A_3$  с вершиной в точке  $B_3$ . Анализ второй итерации показал отсутствие вырожденности для данного тетраэдра.

Таким образом, разработан алгоритм решения прямой задачи о положениях нового  $l$  – координатного механизма и выполнен графический и аналитический анализ особых положений механизма. Этот алгоритм позволяет решить задачу синтеза нового  $l$  – координатного механизма без особых положений в рабочем пространстве. Параметрами коррекции могут служить различные геометрические параметры механизма и предельные перемещения приводных кинематических пар в зависимости от назначения механизма и постановки задачи.

Следует отметить, что приведенная методика синтеза нового  $l$  – координатного механизма параллельной структуры, может быть применена для других базовых структурных схем  $l$  – координатных механизмов, в которых прямая задача о положениях имеет аналитическое решение.

#### **4.4 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ПОЛОЖЕНИЯХ МЕТОДОМ ВИНТОВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ $l$ – КООРДИНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ РАЗЛИЧНОЙ СТРУКТУРЫ**

В данном параграфе решена прямая задача о положениях для пространственного  $l$  – координатного механизма параллельной структуры с шестью поступательными двигательными кинематическими парами. Приведен алгоритм численного решения прямой задачи о положениях для пространственного  $l$  – координатного механизма параллельной структуры с обобщенными линейными координатами, основанный на применении теории винтов. Для преобразованных  $l$  – координатных структурных схем механизмов разработан алгоритм решения прямой задачи о положениях.

Приведен пример, показывающий, что для базового и преобразованного  $l$  – координатных механизмов решение задач о положениях аналогично.

Известно, что успешное решение прямой и обратной задач о положениях позволяет наиболее точно оценить функциональные возможности проектируемого механизма, а именно определить границы рабочей зоны, наличие в них особых положений и обход этих положений и т.д. Аналитическое решение обратной задачи о положениях необходимо для кинематического управления движением механизма. Полученные результаты особенно важны для пространственных механизмов параллельной структуры, так как в них, по сравнению с пространственными механизмами с открытой кинематической цепью, имеется множество кинематических пар и звеньев, количество которых превышает число степеней свободы. В работах [138, 142-145, 154, 155, 157, 158, 165, 167, 170, 171, 173] рассмотрено применение численных методов и теории винтов в кинематике пространственных механизмов. Этот подход можно распространить на преобразованные  $l$  – координатные механизмы, в которых приводы расположены вне рабочей зоны [170].

Рассмотрим итерационный алгоритм решения прямой задачи о положениях, который может быть применен для всех  $l$  – координатных структур. Как известно,  $l$  – координатный механизм состоит из шести соединительных цепей с одной поступательной приводной парой и с двумя сферическими, неприводными парами. Рассмотрим механизм со структурой L-321-312 (рисунок 4.14). Предположим, что известно начальное положение выходного звена в неподвижной системе координат при известных значениях обобщенных  $l$  – координат. Необходимо найти элементарное перемещение выходного звена по заданным элементарным приращениям обобщенных координат  $\Delta l_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) и определить кинематический винт  $W$  элементарного перемещения выходного звена.

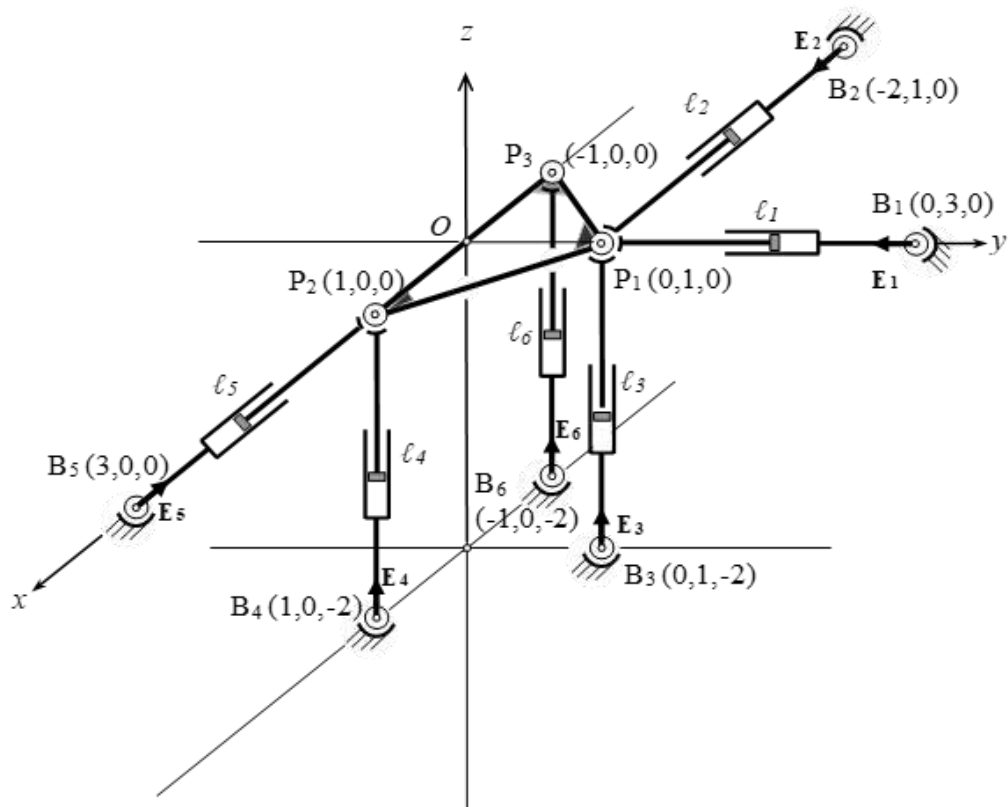


Рисунок 4.14

Единичные орты  $E_1, \dots, E_6$ , направим по  $l$  – координатам, соединяющим точки  $B_1, \dots, B_6$  основания (базы) с точками  $P_1, P_2, P_3$  выходного звена (платформы). Известно, что проекция момента искомого кинематического винта  $W$ , приведенного к точке  $P_i$  выходного звена, на орт  $E_i$  равна отношению момента  $W$  и  $E_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) [155]. Поэтому для определения изменения положения точки  $P_i$  по кинематическому винту  $W$  найдем его момент, приведенный к точке  $P_i$ . Таким образом, приращение обобщенной координаты  $\Delta l_i$  равно отношению момента  $E_i$  и  $W$ .

Обозначим плюккерovy координаты искомого кинематического винта  $W$  –  $x, y, z, x^0, y^0, z^0$ , а плюккерovy координаты ортов  $E_i$  через  $e_{xi}, e_{yi}, e_{zi}, e_{xi}^0, e_{yi}^0, e_{zi}^0$  ( $i=1, \dots, 6$ ). Получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} e_{x1}^0 x + e_{y1}^0 y + e_{z1}^0 z + e_{x1} x^0 + e_{y1} y^0 + e_{z1} z^0 = \Delta l_1 \\ \vdots \\ e_{x6}^0 x + e_{y6}^0 y + e_{z6}^0 z + e_{x6} x^0 + e_{y6} y^0 + e_{z6} z^0 = \Delta l_6 \end{cases} \quad (4.26)$$

Решением уравнений (4.26) при заданной правой части  $\Delta l_i$ , являются параметры искомого кинематического винта  $W$ . С другой стороны, можно получить решение правой части уравнения (4.26) при известном  $W$ . Итерационный метод решения прямой задачи о положениях требует на каждом шаге решения системы уравнений (4.26) и нахождения малого параметра конечного кинематического винта  $W^*$ .

Для нахождения приращений декартовых координат точек  $P_1, P_2, P_3$  составим момент винта  $W^*$  относительно этих точек и в конце каждого шага определим новое положение выходного звена. Применяв предложенный алгоритм многократно, можно решить поставленную задачу с некоторой ошибкой, уменьшение которой связано с увеличением количества итераций.

Рассмотрим пример – итерационное решение прямой задачи о положениях для механизма положение которого определяется шестью расстояниями между точками  $P_1, P_2, P_3$  и  $B_1, \dots, B_6$  (рисунок 4.14). Отметим, что для механизма с заданной структурной схемой прямая задача о положениях имеет аналитическое решение и связана с рассмотрением трех систем квадратных уравнений.

Предположим, что в начальном положении механизма обобщенные координаты равны  $l_i = 2$  м, тогда матрица плюккеровых координат единичных векторов  $E_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad (4.27)$$

Зададим приращение обобщенным координатам  $l_1, l_2, l_3$  и  $l_6$  на 0,1 м. Выполним одну итерацию, решая систему уравнений (4.26), в которой правая часть имеет следующий вид:  $(0,1; 0,1; 0,1; 0; 0; 0,1)^T$ , и находим плюккеровы координаты кинематического винта  $W$ :

$$x = 0,05 \text{ рад}; \quad y = 0,05 \text{ рад}; \quad z = -0,1 \text{ рад};$$

$$x^0 = 0; \quad y^0 = -0,1\text{м}; \quad z^0 = 0,05\text{м}.$$

В таком случае точка выходного звена  $O$  переместится на  $0$  и  $-0,1$  м по осям  $OX$  и  $OY$  соответственно и на  $0,05$  м по оси  $OZ$ , а выходное звено ( $\Delta P_1 P_2 P_3$ ) повернется вокруг оси с направляющим вектором  $(0,05; 0,05; -0,1)$  на угол  $0,122$  рад.

Перенесем винт  $W$  к точкам  $P_1, P_2, P_3$  и найдем перемещение этих точек по осям  $OX, OY$  и  $OZ$ . Изменение координат состоит из суммы перемещений от моментной части винта и момента от векторной части винта относительно точек  $P_1(0; 1; 0), P_2(1; 0; 0), P_3(-1; 0; 0)$ . В результате приращений обобщенных координат точка  $P_1$  будет иметь координаты  $(0,1; 0,9; -0,1)$ , а невязка для обобщенных координат  $l_1, l_2, l_3$  составит  $0,00475$  м, что составляет  $4,75\%$  от величины заданного шага. Точка  $P_2$  будет иметь координаты  $(1; -0,2; 0)$ , а невязка для обобщенных координат  $l_4$  и  $l_5$  составит  $0,01$  м. Точка  $P_3$  будет иметь координаты  $(-1; 0; 0,1)$  с нулевой невязкой для обобщенной координаты  $l_6$ .

Таким образом, получен алгоритм решения прямой задачи о положениях для базовой структурной схемы (рисунок 4.14). В работе [170] приведены преобразованные  $l$  – координатные механизмы с двигательными системами, выведенными за пределы рабочей зоны. На рисунке 4.15 приведена структура механизма, эквивалентная базовой (рисунок 4.14). Для решения прямой задачи о положениях в преобразованной структуре необходимо привести единичные векторы к точкам  $P_1, P_2, P_3$ . При этом векторы  $E_3, E_4$  и  $E_6$  по направлению совпадут с аналогичными векторами для базовой структуры (рисунок 4.14), а  $E_1', E_2'$ , приведенные к точке  $P_1$ , и  $E_5'$  - к точке  $P_2$ , изменят направление на противоположное.



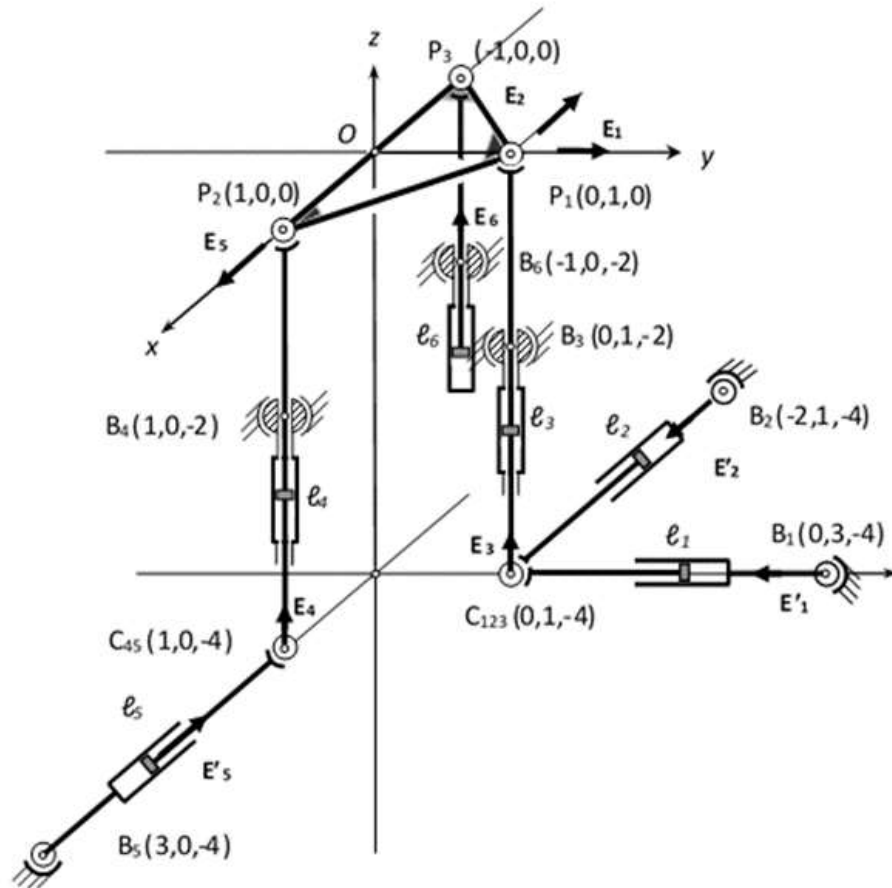


Рисунок 4.15

Для преобразованной структуры робота составим матрицу плюккеровых координат единичных ортов  $E_i$ , приведенных к точкам  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ :

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Анализ данной матрицы показывает, что ее элементы совпадают с элементами матрицы (4.27) с точностью до знака. Следует отметить, что механизм на рисунке 4.15 по алгоритму решения прямой задачи о положениях аналогичен базовому.

Вектор элементарных приращений обобщенных координат  $\Delta l_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) из правой части (4.26) примет следующий вид:

$$\left( \frac{B_3 P_1}{B_3 C_{123}} \cdot \Delta l_1; \frac{B_3 P_1}{B_3 C_{123}} \cdot \Delta l_2; \Delta l_3; \Delta l_4; \frac{B_4 P_2}{B_4 C_{45}} \cdot \Delta l_5; \Delta l_6 \right)^T .$$

Множители компонент вектора определяются соотношением плеч рычага, образованного «звеньями-вводами» в преобразованном механизме (рисунок 4.16). Решение задачи о положениях аналогично приведенному выше для механизма базовой структуры. Покажем это на примере механизма, приведенного на рисунке 4.15.

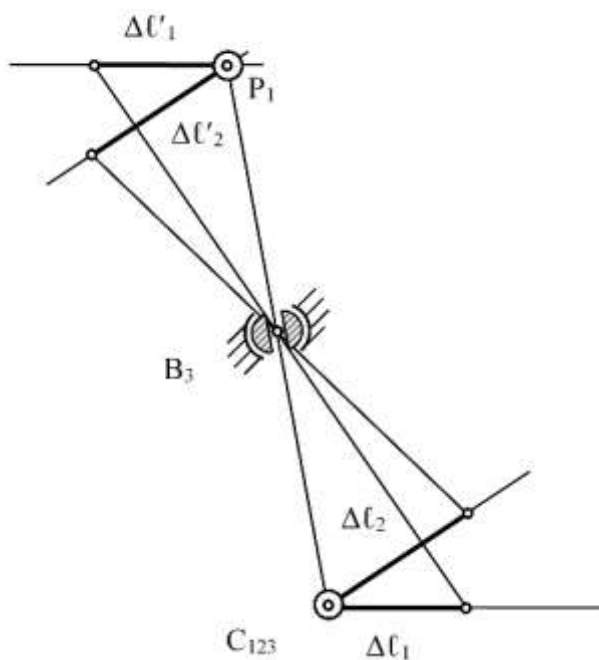


Рисунок 4.16

Для механизма с преобразованной структурой зададим приращение  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_6$  величиной 0,1 м. Решим систему (4.26), правая часть которой имеет вид, аналогичный показанному в предыдущем примере, так как соотношение плеч рычага  $\frac{B_3 P_1}{B_3 C_{123}} = 1$ . Определим плюккерovy координаты кинематического винта  $\mathbf{W}_k$ :

$$x = 0,05 \text{ рад}; y = 0,05 \text{ рад}; z = 0,1 \text{ рад};$$

$$x^0 = 0; y^0 = 0,1 \text{ м}; z^0 = 0,05 \text{ м}.$$

Точка  $O$  выходного звена переместится по осям:  $OX$  на 0 м,  $OY$  на 0,1 м,  $OZ$  на 0,05 м, а выходное звено повернется вокруг оси с направляющим

вектором  $(0,05; 0,05; 0,1)$  на угол  $0,122$  рад. Составим момент винта  $W_k$  относительно точек  $P_1, P_2, P_3$  и найдем их перемещение. Новые координаты точек выходного звена робота:  $P_1(-0,1; 1,1; 0,1), P_2(1; 0,2; 0), P_3(-1; 0; 0,1)$ .

Таким образом, представлен алгоритм решения прямой задачи о положениях для пространственных  $l$  – координатных механизмов как базовой, так и преобразованной структуры, а матрица плюккеровых координат преобразованной структуры робота повторяет матрицу (4.26) с точностью до знака множителя.

На рисунках 4.17 а), б), в) приведены различные компоновки исходной структурной схемы, для которых прямая задача о положении в численном виде имеет аналогичное решение.

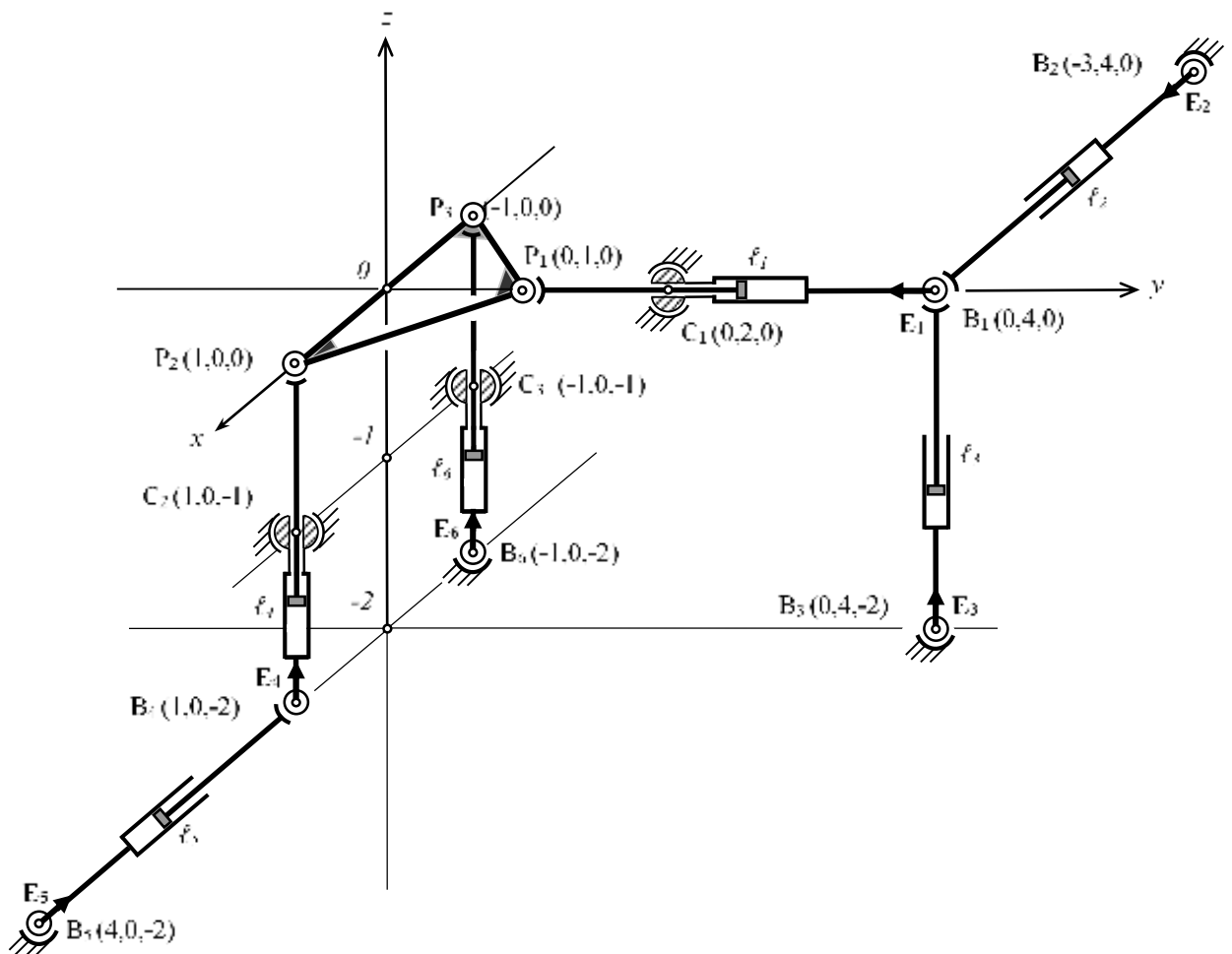


Рисунок 4.17 а)

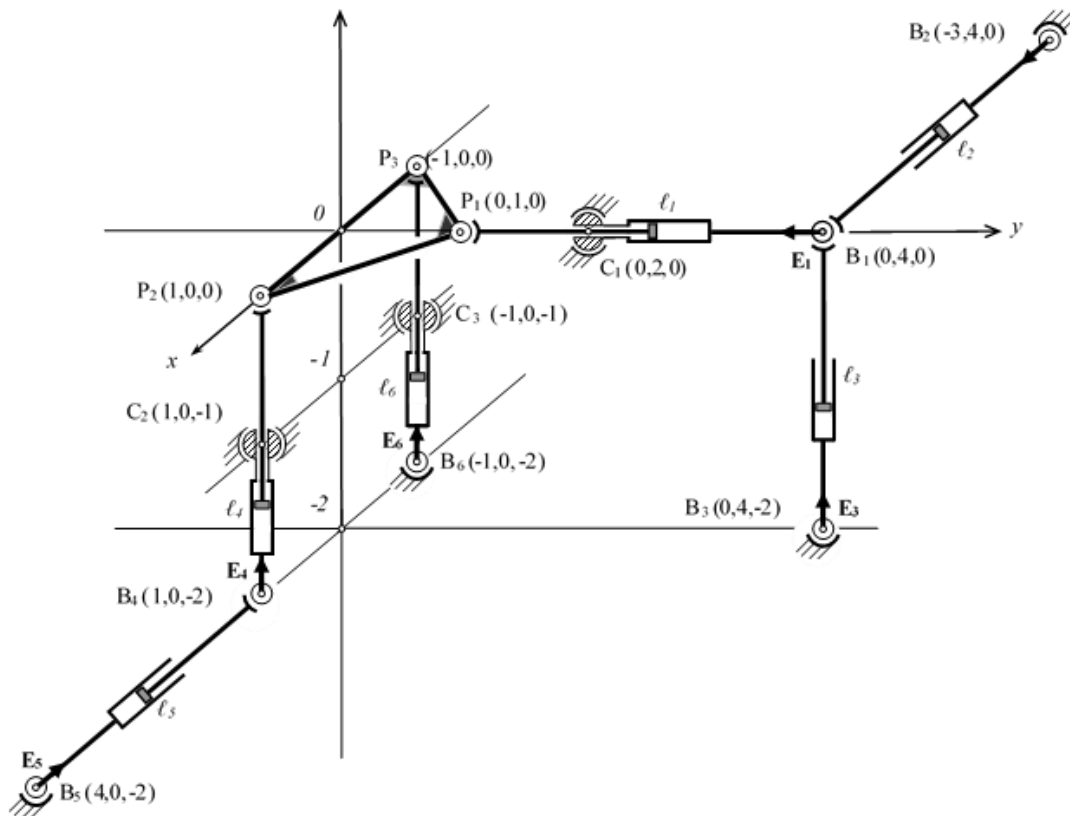


Рисунок 4.17 б)

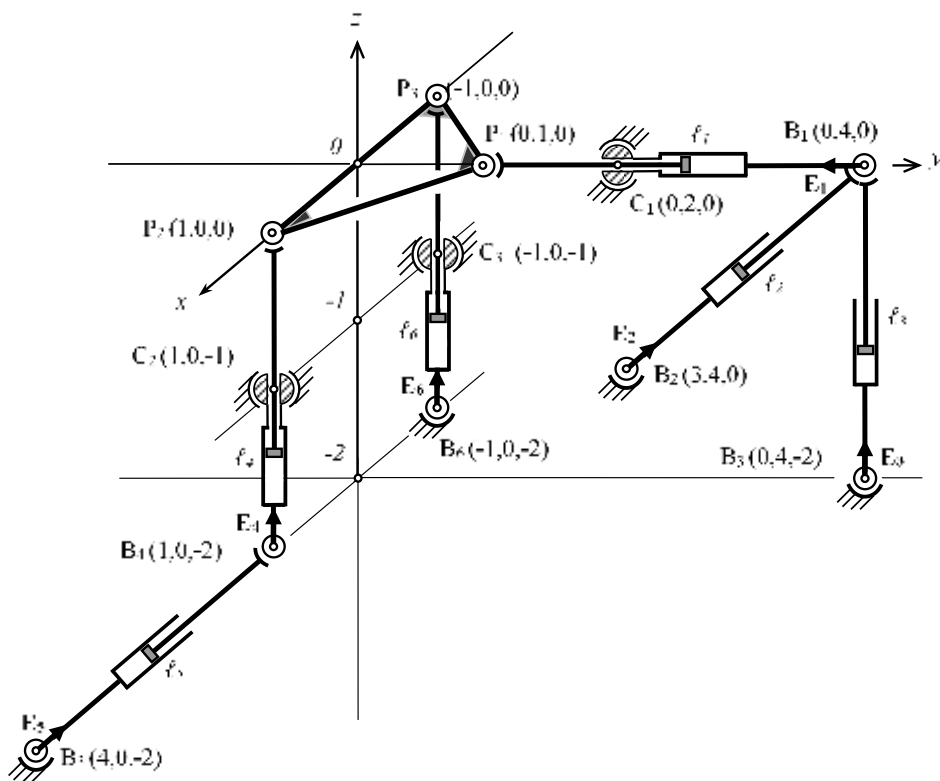


Рисунок 4.17 в)

#### **4.5 ГРАДИЕНТ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ ПЛЮККЕРОВЫХ КООРДИНАТ, КАК НАПРАВЛЕНИЕ НАИСКОРЕЙШЕГО ВЫВОДА $l$ – КООРДИНАТНОГО МЕХАНИЗМА ИЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ**

В данном параграфе рассмотрена задача наискорейшего вывода  $l$  – координатного механизма из особого положения, в котором он теряет управляемость.

Кроме того, ставится задача поиска кинематических пар, в которых следует установить дополнительные приводы, кратковременно включаемые при попадании исследуемых устройств в особые положения.

Целью этих исследований является расширение функциональных возможностей манипуляторов данного класса.

Управление пространственным механизмом в особых положениях сопровождается определенными трудностями, связанными с вырождением матрицы Якоби, и как следствие, с отказом алгоритмов управления по вектору скорости [124]. В частности, в особом положении выходное звено механизма не всегда может осуществлять предписанное мгновенное движение. Один из способов вывода механизма из особого положения, например, может быть связан с движением, сообщаемым выходному звену и ближайшим к предписанному [43, 114].

Решение задачи для пространственных механизмов с незамкнутыми кинематическими цепями заключается в нахождении направления движения, наиболее близкого к заданному [95].

Ниже рассматривается задача наискорейшего вывода пространственного многоконтурного механизма из особого положения на примере  $l$  – координатного механизма на основе теории винтов и понятия

градиента определителя матрицы плюккеровых координат, представляющего ее якобиан  $\Delta$ :

$$\Delta\Pi = \left| \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_6 & y_6 & z_6 & x_6^0 & y_6^0 & z_6^0 \end{pmatrix} \right|, \quad (4.28)$$

где  $x_i, y_i, z_i, x_i^0, y_i^0, z_i^0$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) – плюккеровы координаты единичных винтов  $\mathbf{E}_i$ , расположенных вдоль осей тяг (рисунок 4.18). Первые три координаты не имеют размерности, а вторые имеют размерность длин. Если  $\Delta\Pi = 0$  (что свидетельствует об особом положении), то единичные винты  $\mathbf{E}_i$  линейно зависимы, а приводы не могут уравновесить внешнюю нагрузку, действующую на выходное звено, и имеет место мгновенная подвижность по кинематическому винту, взаимному с силовыми винтами  $\mathbf{E}_i$ .

Для установления мгновенной подвижности достаточно один из основных приводов оставить в «плавающем» состоянии, а управление передать дополнительному кратковременно включаемому приводу (на рисунке 4.18 обозначен буквой  $M$ ). Возникает задача наискорейшего вывода механизма из особого положения, чтобы дополнительный привод  $M$  был по возможности меньшей мощности.

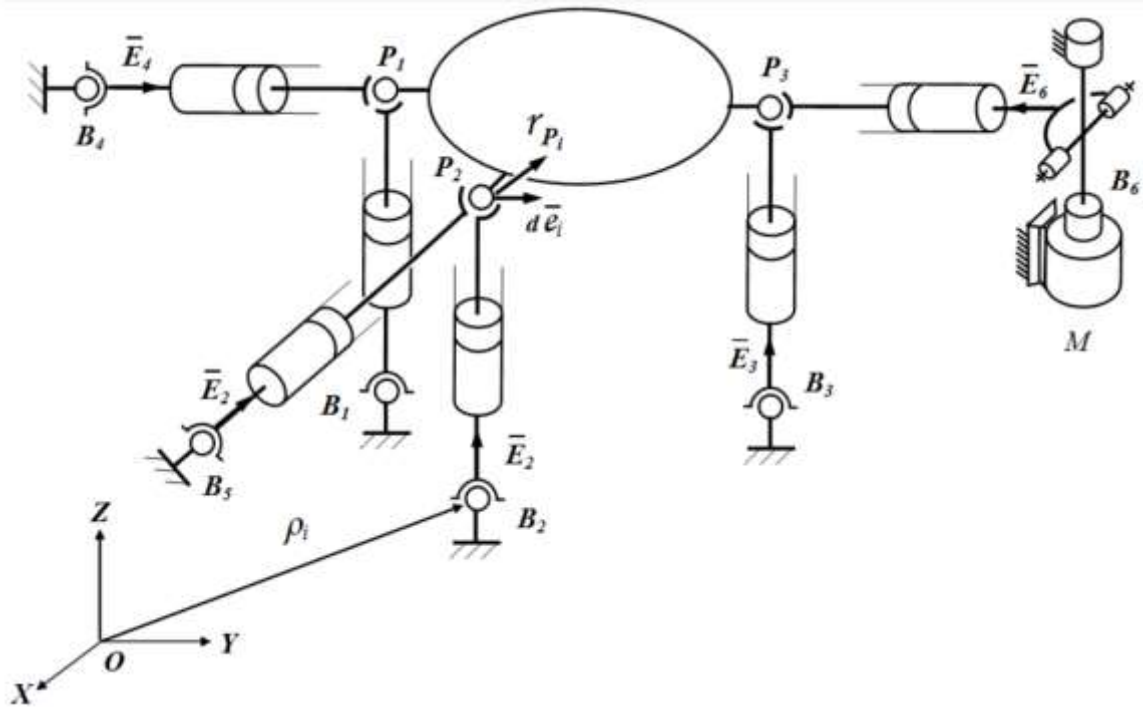


Рисунок 4.18

Для решения указанной задачи рассмотрим определитель:

$$\Delta\Pi_1 = \Delta\Pi + d\Delta\Pi,$$

полученный из выражения (4.28) после элементарного перемещения выходного звена по некоторому кинематическому винту  $d\Phi$ , при этом элементы нормализованной плюккеровой матрицы в новом не особом положении будут:

$$\Delta\Pi_1 = \begin{vmatrix} x_1 + dx_1 & y_1 + dy_1 & z_1 + dz_1 & x_1^0 + dx_1^0 & y_1^0 + dy_1^0 & z_1^0 + dz_1^0 \\ x_2 + dx_2 & y_2 + dy_2 & z_2 + dz_2 & x_2^0 + dx_2^0 & y_2^0 + dy_2^0 & z_2^0 + dz_2^0 \\ x_6 + dx_6 & y_6 + dy_6 & z_6 + dz_6 & x_6^0 + dx_6^0 & y_6^0 + dy_6^0 & z_6^0 + dz_6^0 \end{vmatrix},$$

где  $dx_i, dy_i, dz_i, dx_i^0, dy_i^0, dz_i^0$  – элементарные приращения плюккеровых координат единичных винтов  $E_i$ .

Винт  $d\Phi$  характеризуется плюккеровыми координатами:

$$d\Phi = d\Phi(d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0),$$

где  $d\xi, d\eta, d\zeta$  - соответствуют вращению относительно осей  $OX, OY, OZ$  абсолютной системы координат,  $d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0$  - соответствуют линейному перемещению по тем же осям.

Считая  $\Delta\Pi$  функцией от  $\xi, \eta, \zeta, \xi^0, \eta^0, \zeta^0$  определим градиент  $\Delta\Pi$ , обеспечивающий решение поставленной задачи. Если задан кинематический винт  $d\Phi$ , то можно определить элементарное перемещение любой точки  $P_i$  выходного звена, которое равно моменту элементарного винта  $d\Phi$  относительно рассматриваемой точки платформы [54, 67]:

$$\mathbf{r}_{P_i} = \mathbf{i}(d\xi^0 + d\eta\rho_{z_i} - d\zeta\rho_{y_i}) + \mathbf{j}(d\eta^0 + d\zeta\rho_{x_i} - d\xi\rho_{z_i}) + \mathbf{k}(d\zeta^0 + d\xi\rho_{y_i} - d\eta\rho_{x_i}).$$

где  $\rho_{x_i}, \rho_{y_i}, \rho_{z_i}$  - проекции радиусов-векторов точек  $B_i$  (рисунок 4.18).

Вектор  $\mathbf{r}_{P_i}$  можно представить как сумму двух векторов:

$$\mathbf{r}_{P_i} = \mathbf{r}'_{P_i} + \mathbf{r}''_{P_i},$$

где  $\mathbf{r}'_{P_i}$  расположен перпендикулярно  $\mathbf{E}_i$ , а  $\mathbf{r}''_{P_i}$  параллельно  $\mathbf{E}_i$ , при этом модуль вектора  $\mathbf{r}''_{P_i}$  определяется через скалярное произведение  $\mathbf{r}_{P_i}$  и  $\mathbf{E}_i$ .

Единичные винты  $\mathbf{E}_i$  можно представить как винты нулевого параметра [67], при этом  $\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_i + \mathfrak{a}\mathbf{e}_i^0$ , где  $\mathbf{e}_i$  и  $\mathbf{e}_i^0$  - соответственно, главная и моментная части,  $\mathfrak{a}$  - множитель Клиффорда ( $\mathfrak{a}^2 = 0$ ).

Элементарное приращение  $d\mathbf{e}_i$  векторной части  $\mathbf{e}_i$  выражается:

$$d\mathbf{e}_i = \frac{\mathbf{r}'_{P_i}}{l_i} = \frac{\mathbf{r}_{P_i}}{l_i} - (\mathbf{r}_{P_i}\mathbf{e}_i)\mathbf{e}_i/l_i,$$

где  $l_i$  - длина соответствующей тяги.

Допустим, что элементарный кинематический винт  $d\Phi$ , представляет линейное перемещение по оси  $OX$  на величину  $d\xi^0$ , остальные движения отсутствуют,  $d\xi = d\eta = d\zeta = d\eta^0 = d\zeta^0 = 0$ , при этом  $|\mathbf{r}_{P_i}| = d\xi^0$ . Тогда, согласно уравнению выше, имеем:

$$d\mathbf{e}_i = \frac{d\xi^0}{l_i} [\mathbf{i}(1 - x_i^2) + \mathbf{j}(-x_i y_i) + \mathbf{k}(-x_i z_i)].$$



Моментная часть  $\mathbf{e}_i^0$  получит приращение  $d\mathbf{e}_i^0$ , равное моменту  $d\mathbf{e}_i$  относительно начала системы координат,

$$d\mathbf{e}_i = \frac{d\xi^0}{l_i} \left\{ \mathbf{i}[x_i y_i (\rho_{y_i} \rho_{z_i})] + \mathbf{j}[\rho_{z_i} (1 - x_i^2) + x_i z_i \rho_{x_i}] + \mathbf{k}[\rho_{y_i} (x_i^2 - 1) - x_i y_i \rho_{x_i}] \right\}$$

Таким образом, элементарные приращения плюккеровых координат единичных винтов  $\mathbf{E}_i$  будут:

а) векторной части

$$\begin{aligned} dx_i &= \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) (1 - x_i^2) \\ dy_i &= \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) (-x_i y_i) \\ dz_i &= - \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) x_i z_i \end{aligned} \quad (4.29)$$

б) моментной части

$$\begin{aligned} dx_i^0 &= \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) [x_i \rho_{z_i} - z_i \rho_{y_i}] \\ dy_i^0 &= \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) [\rho_{z_i} (1 - y_i^2) + x_i y_i \rho_{x_i}] \\ dz_i^0 &= \left( \frac{d\xi^0}{l_i} \right) [\rho_{y_i} (x_i^2 - 1) - x_i y_i \rho_{x_i}] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Аналогичные соотношения можно получить для элементарных линейных перемещений по двум другим винтовым координатам. Запишем выражения приращений плюккеровых координат единичных винтов  $\mathbf{E}_i$ , соответствующие винтовым координатам  $d\eta^0, d\zeta^0$ :

1. Приращения плюккеровых координат единичных силовых винтов по винтовой координате  $d\eta^0$ :

$$dx_i = \left( \frac{d\eta^0}{l_i} \right) (-x_i y_i), \quad dx_i^0 = \rho_{y_i} dz_i - \rho_{z_i} dy_i,$$

$$\begin{aligned} dy_i &= \left(\frac{d\eta^0}{l_i}\right)(1 - y_i^2), & dy_i^0 &= \rho_{z_i} dx_i - \rho_{x_i} dz_i, \\ dz_i &= -\left(\frac{d\eta^0}{l_i}\right)y_i z_i, & dz_i^0 &= \rho_{x_i} dy_i - \rho_{y_i} dx_i; \end{aligned}$$

2. Приращения плюккеровых координат единичных силовых винтов по винтовой координате  $d\zeta^0$ :

$$\begin{aligned} dx_i &= \left(\frac{d\zeta^0}{l_i}\right)(-x_i z_i), & dx_i^0 &= \rho_{y_i} dz_i - \rho_{z_i} dy_i, \\ dy_i &= \left(\frac{d\zeta^0}{l_i}\right)(-y_i z_i), & dy_i^0 &= \rho_{z_i} dx_i - \rho_{x_i} dz_i, \\ dz_i &= -\left(\frac{d\zeta^0}{l_i}\right)(1 - z_i^2), & dz_i^0 &= \rho_{x_i} dy_i - \rho_{y_i} dx_i; \end{aligned}$$

Пусть теперь  $d\xi \neq 0$ ,  $d\eta = d\zeta = d\xi^0 = d\eta^0 = d\zeta^0 = 0$  (что соответствует вращению относительно оси X), тогда

$$\mathbf{r}_{B_i} = -j d\xi \rho_{z_i} + k d\xi \rho_{y_i},$$

при этом выражения приращений плюккеровых координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} dx_i &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(x_i y_i \rho_{z_i} - x_i z_i \rho_{y_i}), \\ dy_i &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(\rho_{z_i}(y_i^2 - 1) - y_i z_i \rho_{y_i}), \\ dz_i &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(\rho_{y_i}(1 - z_i) - y_i z_i \rho_{z_i}), \\ dx_i^0 &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(2y_i z_i \rho_{y_i} \rho_{z_i} - y_i^2 \rho_{z_i}^2 - z_i^2 \rho_{y_i}^2 + \rho_{z_i}^2), \\ dy_i^0 &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(x_i y_i \rho_{z_i}^2 - x_i z_i \rho_{z_i} - y_i z_i \rho_{x_i} + \rho_{x_i} \rho_{z_i}(z_i^2 - 1)), \\ dz_i^0 &= \left(\frac{d\xi}{l_i}\right)(x_i y_i \rho_{y_i} \rho_{z_i} + x_i z_i \rho_{y_i}^2 - y_i z_i \rho_{x_i} \rho_{y_i} + \rho_{x_i} \rho_{z_i}(y_i^2 - 1)); \end{aligned} \tag{4.31}$$

Приращения плюккеровых координат силовых винтов  $\mathbf{E}_i$ , соответствующие винтовым координатам  $d\eta, d\zeta$  элементарного винта  $d\Phi$ , будут:

1. По координате  $d\eta$

$$\begin{aligned} dx_i &= \left(\frac{d\eta}{l_i}\right) (\rho_{z_i}(1 - x_i^2) + \rho_{x_i}x_i z_i), & dx_i^0 &= \rho_{y_i} dz_i - \rho_{z_i} dy_i, \\ dy_i &= \left(\frac{d\eta}{l_i}\right) (\rho_{x_i}y_i z_i - \rho_{z_i}x_i y_i), & dy_i^0 &= \rho_{z_i} dx_i - \rho_{x_i} dz_i, \\ dz_i &= \left(\frac{d\eta}{l_i}\right) (\rho_{x_i}(z_i - 1) - \rho_{z_i}x_i z_i), & dz_i^0 &= \rho_{x_i} dy_i - \rho_{y_i} dx_i, \end{aligned}$$

2. По координате  $d\zeta$

$$\begin{aligned} dx_i &= \left(\frac{d\zeta}{l_i}\right) (\rho_{H_i}(x_i^2 - 1) - \rho_{x_i}x_i z_i), & dx_i^0 &= \rho_{y_i} dz_i - \rho_{z_i} dy_i, \\ dy_i &= \left(\frac{d\zeta}{l_i}\right) (\rho_{x_i}(1 - y_i^2) + \rho_{y_i}x_i y_i), & dy_i^0 &= \rho_{z_i} dx_i - \rho_{x_i} dz_i, \\ dz_i &= \left(\frac{d\zeta}{l_i}\right) (\rho_{y_i}x_i z_i - \rho_{x_i}y_i z_i), & dz_i^0 &= \rho_{x_i} dy_i - \rho_{y_i} dx_i. \end{aligned}$$

Пренебрегая бесконечно малыми второго порядка, запишем выражение для приращения определителя

$$\begin{aligned} d\Delta\Pi &= \left| \begin{pmatrix} dx_1 & dy_1 & dz_1 & dx_1^0 & dy_1^0 & dz_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_6 & y_6 & z_6 & x_6^0 & y_6^0 & z_6^0 \end{pmatrix} \right| \\ &+ \left| \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \\ dx_2 & dy_2 & dz_2 & dx_2^0 & dy_2^0 & dz_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_6 & y_6 & z_6 & x_6^0 & y_6^0 & z_6^0 \end{pmatrix} \right| + \dots \\ &+ \left| \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ dx_6 & dy_6 & dz_6 & dx_6^0 & dy_6^0 & dz_6^0 \end{pmatrix} \right| \end{aligned}$$

Принимая во внимание линейные соотношения вида (4.29), (4.30) и (4.31), связывающие приращения плюккеровых координат  $dx_i, dy_i, dz_i, dx_i^0, dy_i^0, dz_i^0$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) с плюккеровыми координатами кинематического винта  $d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0$ , для  $d\Delta\Pi$  получим:

$$d\Delta\Pi = K_\xi d\xi + K_\eta d\eta + K_\zeta d\zeta + K_{\xi^0} d\xi^0 + K_{\eta^0} d\eta^0 + K_{\zeta^0} d\zeta^0,$$

где  $K_\xi, K_\eta, K_\zeta, K_{\xi^0}, K_{\eta^0}, K_{\zeta^0}$  – коэффициенты, выражаемые соответствующими определителями и соотношениями вида (4.29), (4.30), (4.31). Известно, что

коэффициенты  $K_{\xi}, K_{\eta}, K_{\zeta}, K_{\xi^0}, K_{\eta^0}, K_{\zeta^0}$  равны частным производным  $\frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \xi}, \frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \eta}, \frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \zeta}, \frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \xi^0}, \frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \eta^0}, \frac{\partial \Delta\Pi}{\partial \zeta^0}$  и выражают градиент скалярной функции от переменных  $\xi, \eta, \zeta, \xi^0, \eta^0, \zeta^0$ .

Таким образом, поставленная задача решена. Для наискорейшего вывода  $l$  – координатного механизма из особого положения следует дать конечное малое перемещение выходному звену по винту  $\Delta\Phi$ , плюккеровы координаты которого соотносятся как  $K_{\xi}, K_{\eta}, K_{\zeta}, K_{\xi^0}, K_{\eta^0}, K_{\zeta^0}$ . Определение перемещений в приводных парах по винту  $\Delta\Phi$  не представляет затруднений.

Рассмотрим пример. Центры сферических шарниров механизма, приведенного на рисунке 4.18, имеют координаты (в безразмерных величинах, в неподвижной системе координат  $OXYZ$ ):

$$\begin{aligned} B_1(0; -1; -1,6); & B_4(0; -2,6; 0); & P_1(0; -1; 0); \\ B_2(1; 0; -1,6); & B_5(2,6; 0; 0); & P_2(1; 0; 0); \\ B_3(0; 1; -1,6); & B_6(0; 2,6; 0); & P_3(0; 1; 0). \end{aligned}$$

Указанное положение особое, что следует из вида матрицы плюккеровых координат

$$\Delta\Pi = \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right|. \quad (4.32)$$

При этом единичные винты  $E_4$  и  $E_6$  линейно зависимы (рисунок 4.18) и направлены по одной оси (в данном случае по координатной оси  $Y$  неподвижной системы координат), винт – градиент, определяемый по вышеуказанной методике, имеет следующие координаты:  $\xi = \eta = \xi^0 = \eta^0 = \zeta^0 = 0, \zeta = 0,016$  радиан, что соответствует вращению выходного звена относительно оси  $OZ$ .

Рассмотрим  $l$  – координатный механизм с дополнительными приводами для вывода из особых положений.

Как показано ранее, в особых положениях механическая система теряет управляемость, и при этом матрица плюккеровых координат вырождается, а ее определитель равняется нулю (4.28).

Выше был представлен алгоритм наискорейшего вывода  $l$  – координатного механизма из особого положения на основе определения градиента определителя матрицы плюккеровых координат и соответствующего кинематического винта.

Отмечалось, что в особом положении механизм становится неуправляемым и выйти из особого положения за счет основных приводов невозможно. Упоминалось о том, что нужно снабдить механизм дополнительными, кратковременно работающими приводами. Следует определить те неприводные кинематические пары, в которых надо установить указанные дополнительные приводы.

Данная задача сводится к определению подвижности в неприводных кинематических парах в особом положении. Именно в этих парах нужно установить дополнительные приводы (или привод), в противном случае дополнительные приводы сами будут в «мертвом» положении.

В особых положениях механизма ранг матрицы  $\Pi$  (1.2) равен шести,  $\text{rang}(\Pi) \leq 5$ , и всегда можно определить линейно зависимые подцепи с помощью вычеркивания соответствующего количества строк в матрице  $\Pi$ .

Рассмотрим случай, когда  $\text{rang}(\Pi) = 5$  и допустим, что единичный вектор  $\mathbf{E}_6$  входит в группу линейно зависимых векторов. В особом положении с точностью до скалярного множителя можно определить винт  $\Phi$ , который взаимен к пяти остальным единичным векторам, то есть взаимен пятичленной группе:

$$\text{mot}(\Phi, \mathbf{E}_i) = 0, \quad (i = 1, \dots, 5).$$

Раскрывая последнее соотношение, получим систему однородных линейных уравнений:

$$x_1x^0 + y_1y^0 + z_1z^0 + x_1x^0 + y_1y^0 + z_1z^0 = 0,$$

$$x_5 x^0 + y_5 y^0 + z_5 z^0 + x_5 x^0 + y_5 y^0 + z_5 z^0 = 0.$$

где  $x, y, z, x^0, y^0, z^0$  – неизвестные плюккерovy координаты взаимного винта  $\Phi$ . Поскольку этот винт определяется с точностью до скалярного множителя, то, принимая в качестве неизвестных отношения пяти величин  $x, y, x^0, y^0, z^0$  к  $z$ , сможем найти решение системы (4.33). При этом получим:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & \cdot & \cdot & y_5^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_5 & y_5 & \cdot & \cdot & z_5^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^0 \\ \cdot \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1^0 z \\ \cdot \\ -z_5^0 z \end{bmatrix}.$$

Каждую подцепь  $l$  – координатного механизма можно представить как двухзвенную подцепь 2ВПЗВ (рисунок 4.19), при этом в не особом положении поступательная пара является управляемой. В особом положении оставим в «плавающем» положении привод на шестой подцепи и определим, в какой из остальных неприводных кинематических пар можно установить дополнительный привод.

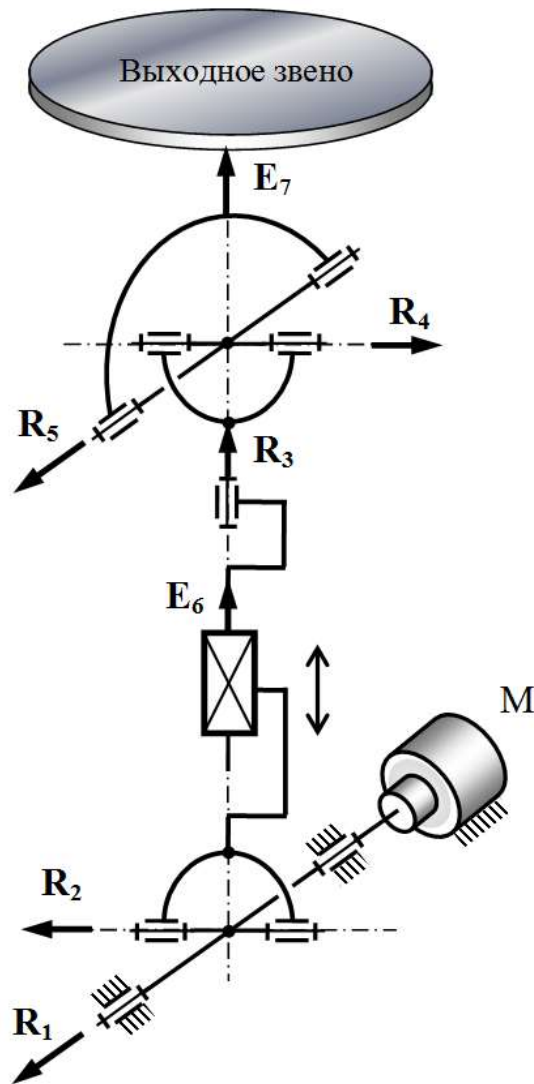


Рисунок 4.19

Разложим кинематический винт  $\Phi$  по базису единичных векторов  $\mathbf{R}_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ), направленных вдоль неприводных кинематических пар ( $\mathbf{R}_i$  являются кинематическими винтами нулевого параметра) соответствующей линейно зависимой подцепи (рисунок 4.19):

$$\Phi = a_1 \mathbf{R}_1 + a_2 \mathbf{R}_2 + \dots + a_5 \mathbf{R}_5, \quad (4.33)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_5$  – коэффициенты разложения по единичным векторам,  $\mathbf{R}_i$  –  $\mathbf{r}_i + \mathfrak{a}r_i^0; \mathbf{r}_i, r_i^0$  соответственно, вектор и момент единичных векторов  $\mathbf{R}_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ).

Раскрывая уравнение (4.33) по плюккеровым координатам векторов  $\mathbf{R}_i$  получим:

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} & r_{4x} & r_{5x} \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} & r_{4y} & r_{5y} \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} & r_{4z} & r_{5z} \\ r_{1x}^0 & r_{2x}^0 & r_{3x}^0 & r_{4x}^0 & r_{5x}^0 \\ r_{1y}^0 & r_{2y}^0 & r_{3y}^0 & r_{4y}^0 & r_{5y}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix},$$

или  $\mathbf{a} = \mathbf{R}\Phi'$ , где  $\mathbf{a}$  – вектор коэффициентов  $a_i$ ,  $\mathbf{R}$  – матрица плюккеровых координат единичных векторов  $\mathbf{E}_i$  (без строки с координатами  $r_{iz}^0$  так как неизвестных коэффициентов всего пять),  $\Phi'$  – пятимерный вектор, составленный из плюккеровых координат винта  $\Phi$ , но без координаты  $z$ .

Коэффициенты разложения  $a_i$  являются индикаторами наличия подвижности в неприводных кинематических парах. Если какой-то из них равен нулю, то подвижность отсутствует, а если ненулевых коэффициентов несколько, то предпочтительнее установить дополнительный привод ближе к основанию.

Таким образом, задача решена.

Определим необходимое элементарное перемещение (или скорость) в дополнительном приводе, соответствующее элементарному кинематическому винту  $d\Phi(d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0)$ . Разложим винт  $d\Phi$  по винтам  $\mathbf{R}_i$  подцепы ( $i = 1, \dots, 5$ ) 2ВПЗП (рисунок 4.19) и определим скорость в кинематических парах (приводных и неприводных):

$$\sum_{i=1}^5 b_i \mathbf{R}_i + b_6 \mathbf{E}_6 = d\Phi.$$

Коэффициенты  $b_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) характеризуют скорости в кинематических парах в рассматриваемой подцепе, в том числе скорость в дополнительно установленном приводе. Скорости в основных приводах (обратная задача кинематики) будут равны относительному моменту винта  $d\Phi$  и винтов  $\mathbf{E}_i$  [54, 67]:

$$dl_i = x_i d\xi^0 + y_i d\eta^0 + z_i d\zeta^0 + x_i^0 d\xi + y_i^0 d\eta + z_i^0 d\zeta, \quad (i = 1, \dots, 5).$$

Определитель матрицы плюккеровых координат силовых винтов, характеризующих воздействие кинематических цепей на выходное звено



после установки дополнительных приводов, будет отличаться от нуля, и при этом в качестве шестой строки будем иметь плюккеровы координаты винта, взаимного с винтами неприводных кинематических пар подцепи  $B_6P_6$  включая бывшую приводную пару.

Если дополнительный привод установлен по оси винта  $R_i$ , то взаимный силовой винт  $\Phi_B(x_B, y_B, z_B, x_B^0, y_B^0, z_B^0)$ , взаимный ортам осей пяти неприводных пар (с учетом того, что основной привод находится в «плавающем» состоянии), определяется из пяти уравнений с точностью до скалярного множителя:

$$r_{2x}^0 X_B + r_{2y}^0 Y_B + r_{2z}^0 Z_B + r_{2x} X_B^0 + r_{2y} Y_B^0 + r_{2z} Z_B^0 = 0,$$

$$r_{3x}^0 X_B + r_{3y}^0 Y_B + r_{3z}^0 Z_B + r_{3x} X_B^0 + r_{3y} Y_B^0 + r_{3z} Z_B^0 = 0,$$

$$r_{4x}^0 X_B + r_{4y}^0 Y_B + r_{4z}^0 Z_B + r_{4x} X_B^0 + r_{4y} Y_B^0 + r_{4z} Z_B^0 = 0,$$

$$r_{5x}^0 X_B + r_{5y}^0 Y_B + r_{5z}^0 Z_B + r_{5x} X_B^0 + r_{5y} Y_B^0 + r_{5z} Z_B^0 = 0,$$

$$x_6^0 X_B + y_6^0 Y_B + z_6^0 Z_B + x_6 X_B^0 + y_6 Y_B^0 + z_6 Z_B^0 = 0.$$

где  $r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}, r_{ix}^0, r_{iy}^0, r_{iz}^0$  – плюккеровы координаты ортов осей неприводных пар,  $x_6, y_6, z_6, x_6^0, y_6^0, z_6^0$  – плюккеровы координаты орта оси пары, сопряженной с основным приводом.

В особых положениях, когда ранг матрицы плюккеровых координат равен  $n$  ( $n = 3, \dots, 5$ ), то, соответственно, количество дополнительных приводов равно  $6 - n$ .

Рассмотрим пример. Для механизма, приведенного на рисунке 4.18, положение, соответствующее матрице плюккеровых координат (4.32), является особенным. Следуя разработанной методике, находим, что дополнительный привод целесообразно установить на шестой подцепи – на месте неприводной пары, как это показано на рисунке 4.18.

Таким образом, рассмотрена задача, связанная с использованием дополнительного привода.

## 4.6 АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВИНТОВ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ВНУТРИ СИНГУЛЯРНЫХ ЗОН РОБОТОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим кинематические винты движения механизма параллельной структуры внутри сингулярных зон. При этом постараемся выяснить, как винт-градиент зависит от координат точек крепления приводов.

Следует отметить, что важнейшей проблемой управления этими объектами является наличие сингулярных (особых) положений в рабочем пространстве, что, как отмечалось, может обусловить неуправляемую подвижность механизма.

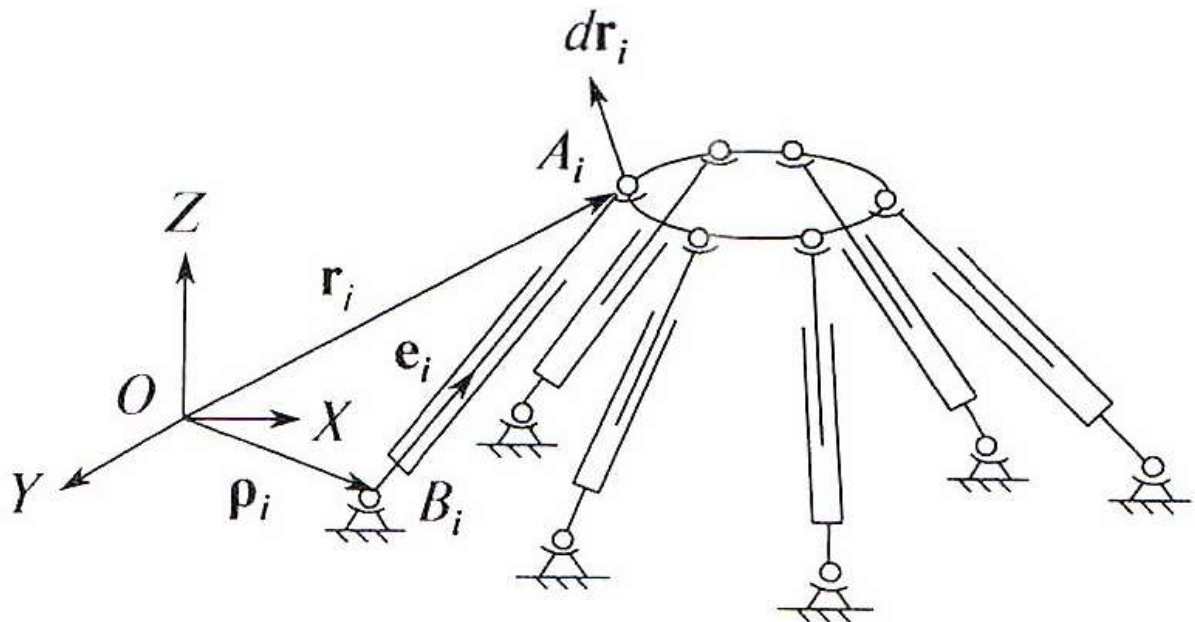


Рисунок 4.20

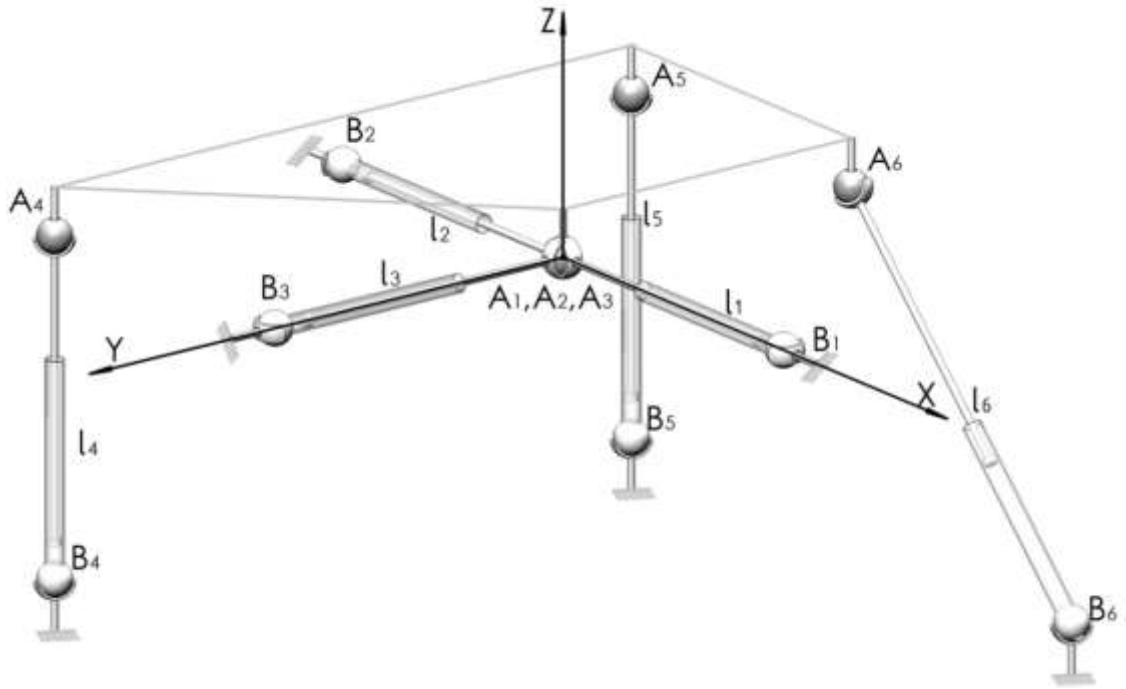


Рисунок 4.21

Здесь ставится задача выяснить, возможно ли сохранение винта-градиента при таком изменении структуры, когда приводы выносятся из рабочей зоны.

Рассмотрим пространственный механизм параллельной структуры (рисунок 4.20) с шестью степенями свободы, где  $A_i, B_i$  – точки выходного звена и базы;  $\mathbf{r}_i(r_{x_i}, r_{y_i}, r_{z_i})$  и  $\boldsymbol{\rho}_i(\rho_{x_i}, \rho_{y_i}, \rho_{z_i})$  – векторы, связывающие начало неподвижной системы координат с точками ( $i = 1, \dots, 6$ ).

На выходное звено действуют силовые винты  $\mathbf{E}_i$ , которые расположены по осям линейных приводов  $\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_i + k\mathbf{e}_i^0$ , ( $i = 1, \dots, 6$ ), где  $k^2 = 0$ ,  $\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_i^0 = 0$ . Координаты вектора  $\mathbf{e}_i$  выражаются через координаты соответствующих точек  $(x_{A_i} + x_{B_i})/l_i, (y_{A_i} + y_{B_i})/l_i, (z_{A_i} + z_{B_i})/l_i$ , где  $l_i =$

$$\sqrt{(x_{A_i} + x_{B_i})^2 + (y_{A_i} + y_{B_i})^2 + (z_{A_i} + z_{B_i})^2}.$$

Моментная часть единичного винта равна  $\mathbf{e}_i^0 = \boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{e}_i$ , а его координаты определяются следующим образом:

$$\mathbf{e}_{xi}^0 = \rho_{yi}\mathbf{e}_{zi} - \rho_{zi}\mathbf{e}_{yi}, \quad \mathbf{e}_{yi}^0 = \rho_{zi}\mathbf{e}_{xi} - \rho_{xi}\mathbf{e}_{zi}, \quad \mathbf{e}_{zi}^0 = \rho_{xi}\mathbf{e}_{zi} - \rho_{yi}\mathbf{e}_{xi}.$$

Рассмотрим координаты единичного силового винта  $de_i$  после бесконечно малого перемещения  $dr_i$  точки  $A_i$  (далее опустим индекс  $i$ ). Вектор  $dr$  определяется через кинематический винт выходного звена:  $\Omega = \omega + k\omega^0$  ( $k^2 = 0$ ), плюккеровы координаты которого  $\Omega(d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0)$  выражаются следующим образом:

$$dr_x = d\eta r_z - d\zeta r_y + d\xi^0, \quad dr_y = d\zeta r_x - d\xi r_z + d\eta^0, \quad dr_z = d\xi r_y - d\eta r_x + d\zeta^0.$$

Приращения координат  $de$  соответствующего единичного вектора можно записать как

$$de_x = 1/l\{(d\eta r_z - d\zeta r_y + d\xi^0) - [(d\eta r_z - d\zeta r_y + d\xi^0)e_x + (d\zeta r_x - d\xi r_z + d\eta^0)e_y + (d\xi r_y - d\eta r_x + d\zeta^0)e_z]e_x\} \dots$$

Аналогичные выражения существуют для  $de_y$  и  $de_z$ .

Используя полученные уравнения, выражаем  $de_x, de_y, de_z, de_x^0, de_y^0, de_z^0$  через  $d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0$  следующим образом:

$$de_x = \partial e_x / \partial \xi d\xi + \partial e_x / \partial \eta d\eta + \partial e_x / \partial \zeta d\zeta + \partial e_x / \partial \xi^0 d\xi^0 + \partial e_x / \partial \eta^0 d\eta^0 + \partial e_x / \partial \zeta^0 d\zeta^0,$$

$$\text{где } \partial e_x / \partial \xi = e_x(r_z e_y - r_y e_z)/l; \quad \partial e_x / \partial \eta = [r_z(1 - e_{2x}) + r_x e_x e_z]/l;$$

...

$$\partial e_x^0 / \partial \zeta = \{\rho_y(r_y e_x - r_x e_y)e_z - \rho_z[r_x - (r_x e_y - r_y e_x)e_y]\}/l;$$

$$\partial e_x^0 / \partial \xi^0 = e_x(\rho_z e_y - \rho_y e_z)/l; \quad \partial e_x^0 / \partial \eta^0 = [\rho_z(e_y^2 - 1) - \rho_y e_y e_z]/l;$$

$$\partial e_x^0 / \partial \zeta^0 = [\rho_y(1 - e_z^2) - \rho_z e_y e_z]/l.$$

Такие же соотношения имеют место для остальных компонентов  $de_x, de_y, de_z, de_x^0, de_y^0, de_z^0$ . Таким образом, все частные производные зависят только от положения механизма.

В сингулярном положении определитель матрицы плюккеровых координат равен нулю. Найдем приращение определителя матрицы плюккеровых координат.

Для этого рассмотрим определитель  $\Delta\Pi$  матрицы  $\Pi$ , составленный из плюккеровых координат единичных силовых винтов  $\mathbf{E}_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ )

$$\Delta\Pi = \begin{pmatrix} e_{x_1} & e_{y_1} & e_{z_1} & e_{x_1}^0 & e_{y_1}^0 & e_{z_1}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{x_6} & e_{y_6} & e_{z_6} & e_{x_6}^0 & e_{y_6}^0 & e_{z_6}^0 \end{pmatrix}.$$

Зададим бесконечно малое перемещение выходному звену механизма, при этом определитель матрицы  $\Pi$  также получит приращение и будет равен

$$\Pi + d\Delta\Pi = \Delta \begin{pmatrix} e_{x_1} + de_{x_1} & \dots & e_{z_1}^0 + de_{z_1}^0 \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{x_6} + de_{x_6} & \dots & e_{z_6}^0 + de_{z_6}^0 \end{pmatrix}.$$

Пренебрегая бесконечно малыми высших порядков, получаем дифференциал определителя

$$d\Delta\Pi = \left(\frac{\partial\Delta\Pi}{\partial\xi}\right) d\xi + \left(\frac{\partial\Delta\Pi}{\partial\eta}\right) d\eta + \dots + \left(\frac{\partial\Delta\Pi}{\partial\zeta^0}\right) d\zeta^0. \quad (4.34)$$

В особых положениях выполняется условие  $\Delta\Pi = 0$ . Используя (4.34), можно найти соседние особые положения. Условием для этого будет  $d\Delta\Pi = 0$  или

$$d\Delta\Pi \cdot \partial\Delta\Pi/\partial\xi d\xi + d\Delta\Pi \cdot \partial\Delta\Pi/\partial\eta d\eta + \dots + d\Delta\Pi \cdot \partial\Delta\Pi/\partial\zeta^0 d\zeta^0 = 0. \quad (4.35)$$

Кинематический винт  $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega} + k\boldsymbol{\omega}^0$  выходного звена имеет шесть координат  $(d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0)$  и только одно условие (4.35). Поэтому будет существовать пять независимых кинематических винтов, которые удовлетворяют условию (4.35) и переводят механизм в бесконечно близкие особые конфигурации. Среди этих винтов можно отыскать кинематический винт  $\boldsymbol{\Omega}^* = \boldsymbol{\omega}^* + k\boldsymbol{\omega}^{0*}$ , плюккеровы координаты которого  $(d\xi^*, d\eta^*, d\zeta^*, d\xi^{0*}, d\eta^{0*}, d\zeta^{0*})$  отвечают условию

$$\begin{aligned} d\eta^*/d\xi^* &= \{\partial\Delta\Pi/\partial\eta\}/\{\partial\Delta\Pi/\partial\xi\}, \dots, \partial\zeta^{0*}/d\xi^* \\ &= \{\partial\Delta\Pi/\partial\zeta^{0*}\}/\{\partial\Delta\Pi/\partial\xi\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

если  $\partial \Delta \Pi / \partial \xi \neq 0$ . Полученный винт-градиент  $\Omega^*$  выводит робота наиболее быстро из особого положения в обычную конфигурацию и позволяет решить задачу управления вблизи особого положения.

Рассматривая возможные движения, приводящие в соседние особые положения, видно, что, найдя лишь одну вырожденную конфигурацию, можно определить пять (для шестистепенного механизма) бесконечно близких подобных конфигураций. Поэтому особая зона (или поверхность) является пятимерной. Если механизм параллельной структуры имеет  $W$  степеней свободы, то его особая поверхность  $(W - 1)$  – мерная.

Рассмотрим численный пример. Задан механизм в сингулярном положении. Координаты точек крепления  $A_i, B_i$  в неподвижной системе координат (рисунок 4.21) представлены векторами  $r_i, \rho_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) и записываются следующим образом:  $r_1(0; 0; 0) = r_2 = r_3, r_4(-1; 1; 0), r_5(-1; -1; 0), r_6(0; -1; 0), \rho_1(1; 0; 0), \rho_2(-1; 0; 0), \rho_3(0; 1; 0), \rho_4(-1; 1; -1), \rho_5(-1; -1; -1), \rho_6(1; -1; -1)$ . Все расстояния между соответствующими точками основания и выходного звена равны  $l_i$ . Определитель  $\Delta \Pi$ , составленный из плюккеровых координат осей силовых винтов, имеет следующее значение:

$$\Delta \Pi = \left| \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| = 0.$$

Согласно уравнениям (4.36), получим винт-градиент:  $\Omega^*(0; 0; 0; 0; 0; 2,828)$ . Анализ компонентов винта-градиента показывает, что движение вдоль оси  $OZ$ , равное 2,828, приведет к наискорейшему выводу из положения сингулярности.

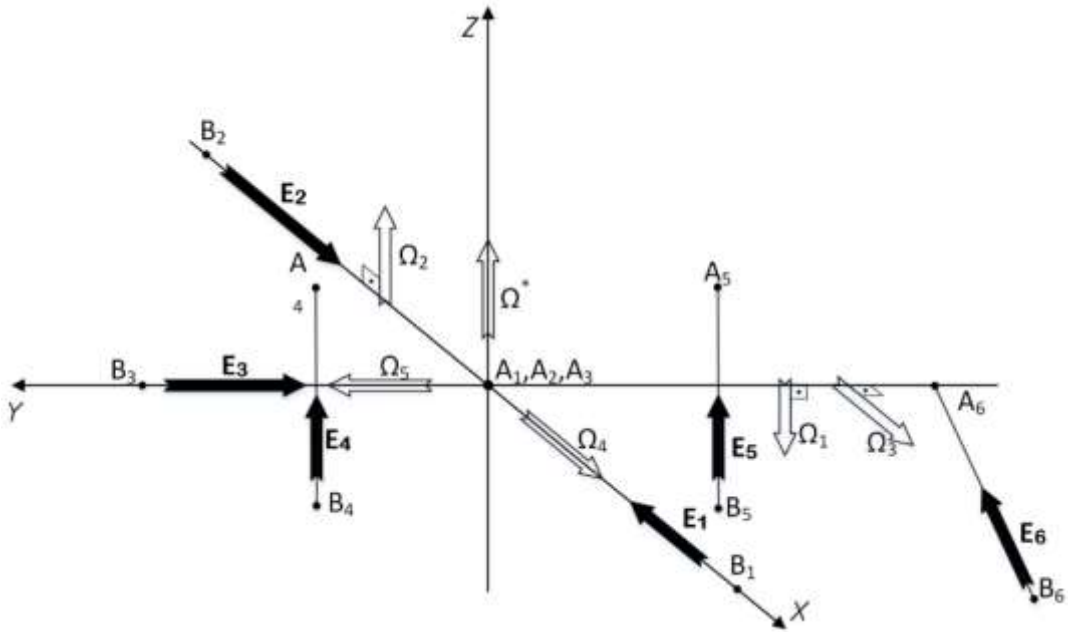


Рисунок 4.22

Винты же, «ортогональные» к полученному винту-градиенту, принадлежат к пятичленной группе винтов. Скалярное произведение каждого из пяти винтов с винтом-градиентом равно нулю. Из этого условия определяем пять кинематических винтов, приводящих к соседним особым положениям:  $\Omega_1(1; 0; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_2(0; 1; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_3(0; 0; 1; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_4(0; 0; 0; 1; 0; 0)$ ,  $\Omega_5(0; 0; 0; 0; 1; 0)$ . Взаимное расположение силовых винтов  $E_i$  полученных пяти кинематических винтов  $\Omega$ , а также винта-градиента  $\Omega^*$  показаны на рисунке 4.22.

Отметим, что для данного механизма вполне возможно представить вид особых зон. В этом случае зона особых положений находится в одной плоскости с винтами  $E_1, E_2, E_3$ , расположенными между точками  $B_1, B_2, B_3$  и точкой  $A_1$ . В этом случае пятью винтами, приводящими к соседним особым положениям, являются два поступательных перемещения в плоскости винтов  $E_1, E_2, E_3$  и три вращения вокруг точки  $A_1$ .

При этом очевидно, что кинематический винт  $\Omega(0; 0; 0; 0; 0; 1)$ , взаимный винту-градиенту, не совпадает ни с одним из «ортогональных» винтов (относительный момент этих винтов равен нулю).

Таким образом, группы винтов позволяют решить задачу определения кинематических винтов, переводящих механизм параллельной структуры в соседние особые положения, а также определить группу винтов, выводящих из особых положений.

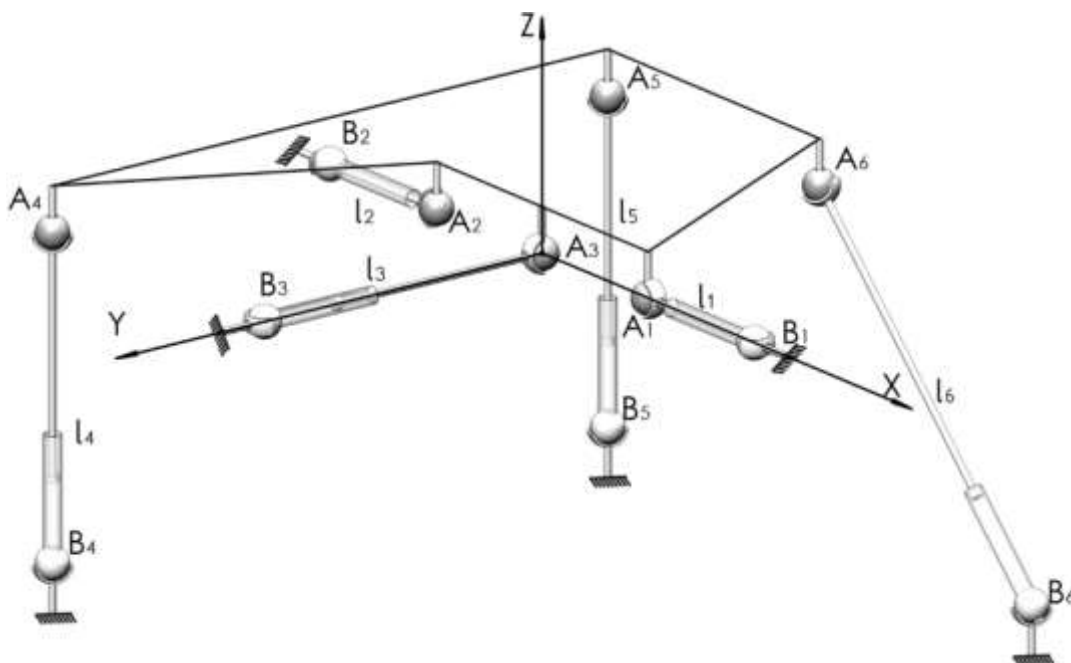


Рисунок 4.23

Покажем, что существует взаимосвязь между параметрами кинематического винта-градиента  $\Omega^*$  и координатами точек крепления  $A_i$  соединительных кинематических цепей для сингулярного положения робота.

Для рассмотренного сингулярного положения, когда три силовых винта  $E_1, E_2, E_3$  лежат в одной плоскости, изменим радиус-векторы  $r_1(0,5; 0; 0)$  и  $r_2(-0,5; 0; 0)$  точек крепления  $A_1$  и  $A_2$  (рисунок 4.23), остальные радиус-векторы неизменны. Оси силовых винтов  $E_1, E_2, E_3$ , как и в предыдущем случае пересекаются в точке, совпадающей с началом системы координат.

Определитель ДП, составленный из плюккеровых координат осей силовых винтов, также равен нулю. Следуя алгоритму, находим выводящий



винт-градиент, который имеет следующий вид:  
 $\Omega^*(0; -2,828; 2,828; 0; 0; 5,657)$ .

Анализ полученного винта-градиента показывает, что движение только вдоль оси  $OZ$  на величину 5,657 не приведет к наискорейшему выводу из положения сингулярности. Необходимо одновременно также вращение вокруг оси  $OY$  на величину -2,828 радиан и вращение вокруг оси  $OZ$  на величину 2,828 радиан.

Определим пять «ортогональных» кинематических винтов, приводящих робота к близким особым положениям. Эти винты имеют следующий вид:  $\Omega_1(1; 0; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_2(0; 1; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_3(0; 0; 1; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_4(0; 0; 0; 0; 1; 1)$ ,  $\Omega_5(0; 0; 1; 0; 1; -1)$ . Алгоритм определения этих винтов аналогичен предыдущему.

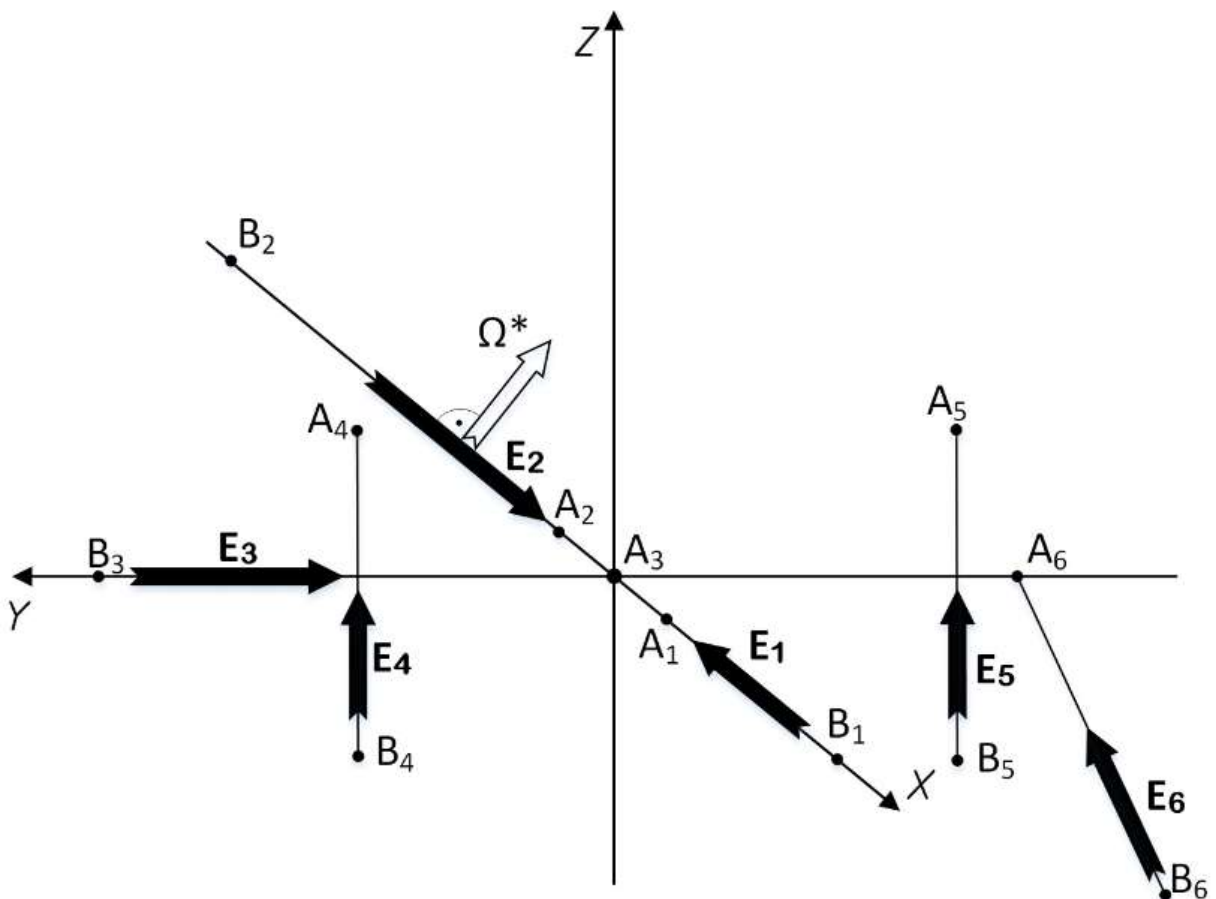


Рисунок 4.24

На рисунке 4.24 представлено взаимное расположение шести силовых винтов  $E_i$ , пяти кинематических винтов  $\Omega_1, \dots, \Omega_5$  и винта-градиента  $\Omega_1^*$ .

Очевидно, что рассмотренные пять винтов по отдельности переводят робота в близкое сингулярное положение, в котором матрица плюккеровых координат единичных силовых винтов, направленных вдоль оси шести кинематических соединительных цепей, будет вырожденной.

Таким образом, установлена зависимость компонентов кинематического винта-градиента от координат точек крепления кинематических цепей. В первом случае зона сингулярностей была получена в виде гиперповерхности, совпадающей с плоскостью в пятимерном пространстве. Во втором численном примере имеет место более сложная топология. Анализ такой зависимости показывает, что изменение точек крепления может привести к существенному трансформированию топологии многомерных поверхностей сингулярных зон.

Рассмотрим механизмы с различным расположением приводов, для которых имеет место одинаковое особое положение. Механизм (рисунок 4.25) имеет расположение отрезков  $A_2-B_2, A_3-B_3, A_5-B_5, A_6-B_6$  согласно следующим параметрам. Координаты точек  $A_i$  и  $B_i$  равны:  $A_{1,2} \equiv A_1 \equiv A_2 (1; 4,5; 0)$ ,  $A_{3,4} \equiv A_3 \equiv A_4 (-1; 3,5; 0)$ ,  $A_{5,6} \equiv A_5 \equiv A_6 (0; 3; 0)$ ;  $B_{1,4} \equiv B_1 \equiv B_4 (0; 1; -2)$ ,  $B_{2,5} \equiv B_2 \equiv B_5 (2; 0; 0)$ ,  $B_{3,6} \equiv B_3 \equiv B_6 (-2; 0; 0)$ . Определитель матрицы  $\Pi$  равен:

$$\Delta \Pi = \begin{vmatrix} 0,241 & 0,843 & 0,482 & 2,17 & -0,482 & -0,241 \\ -0,217 & 0,976 & 0 & 0 & 0 & 1,95 \\ 0,275 & 0,962 & 0 & 0 & 0 & -1,92 \\ -0,298 & 0,745 & 0,596 & 2,09 & 0,596 & 0,298 \\ -0,555 & 0,832 & 0 & 0 & 0 & 1,66 \\ 0,555 & 0,832 & 0 & 0 & 0 & -1,66 \end{vmatrix} = 0;$$

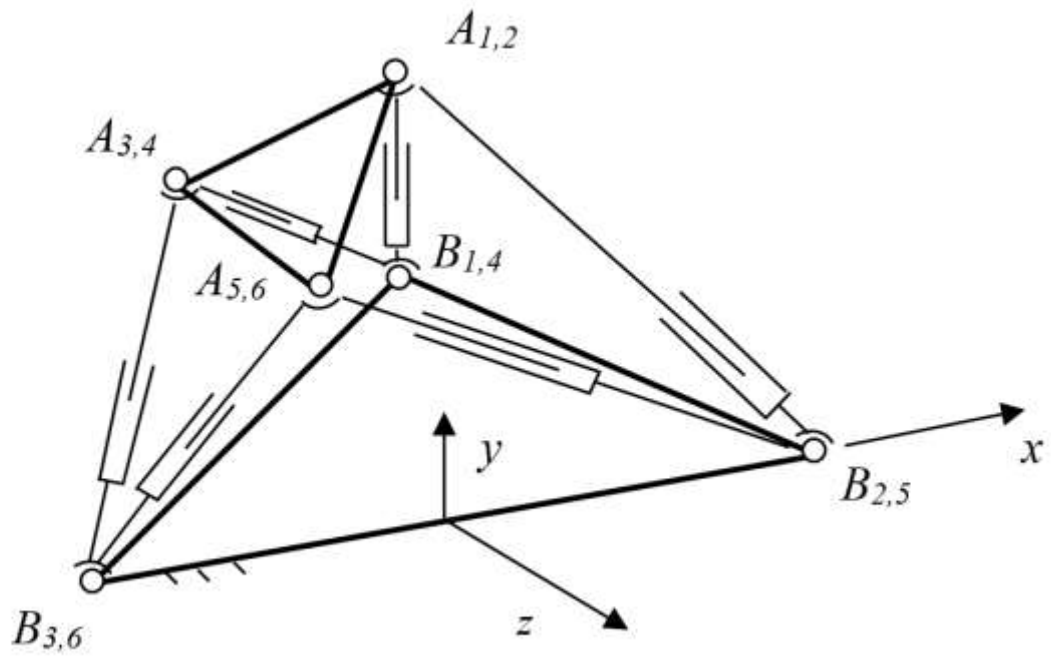


Рисунок 4.25

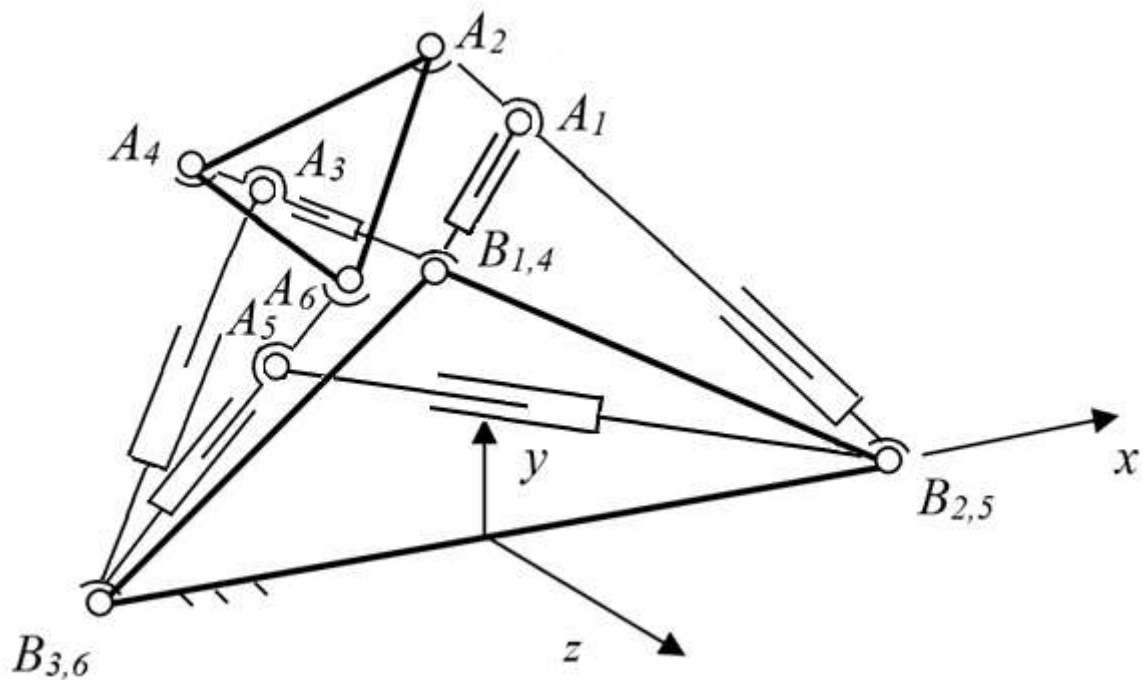


Рисунок 4.26

Винт-градиент имеет следующий вид  $\Omega^*(0; 1; 0; 0; 0; 6,5)$ . Кинематические винты в особом положении:  $\Omega_1(1; 0; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_2(0; 0; 1; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_3(0; 0; 0; 1; 0; 0)$ ,  $\Omega_4(0; 0; 0; 0; 1; 0)$ ,  $\Omega_5(0; 1; 0; 0; 0; -0,154)$ . Этот случай

интересен тем, что легко представить себе только четыре винта: два поворота вокруг осей  $OX$  и  $OZ$  и два перемещения в плоскости  $XOY$ . Эти винты сохраняют состояние четырех ветвей, находящихся в одной плоскости, но винт  $\Omega_5$  изменяет это условие.

Указанные механизмы могут быть преобразованы таким образом, что один привод будет крепиться к другому приводу, в частности, это касается рисунков 4.26 и 4.28. Нетрудно видеть, что рассмотренное особое положение будет идентично для механизмов на рисунках 4.25 и 4.26, а также для рисунков 4.27 и 4.28. Но кроме этого можно утверждать, что у этих механизмов будут идентичны и пятимерные зоны сингулярности, поскольку кинематические цепи, проходящие через одну точку, находятся в одной плоскости.

Еще один пример показан на рисунке 4.26. Координаты точек  $A_i$  и  $B_i$  равны:

$$A_{1,2} \equiv A_1 \equiv A_2 (1; 4,5; 0), A_{3,4} \equiv A_3 \equiv A_4 (-1; 3,5; 0), A_{5,6} \equiv A_5 \equiv A_6 (0; 3; 0); B_{1,4} \equiv B_1 \equiv B_4 (0; 1; -2), B_{2,5} \equiv B_2 \equiv B_5 (2; 0; 0), B_{3,6} \equiv B_3 \equiv B_6 (-2; 0; 0).$$

Определитель матрицы  $\Pi$  равен:

$$\Delta \Pi = \begin{vmatrix} 0,447 & 0 & 0,894 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0,229 & -0,688 & 0,688 & 2,06 & 0 & -0,688 \\ 0,267 & -0,535 & 0,802 & 1,6 & 0 & -0,535 \\ -0,447 & 0 & 0,894 & 0 & -2,68 & 0 \\ 0 & -0,447 & 0,894 & 0,894 & -1,79 & -0,894 \end{vmatrix} = 0;$$

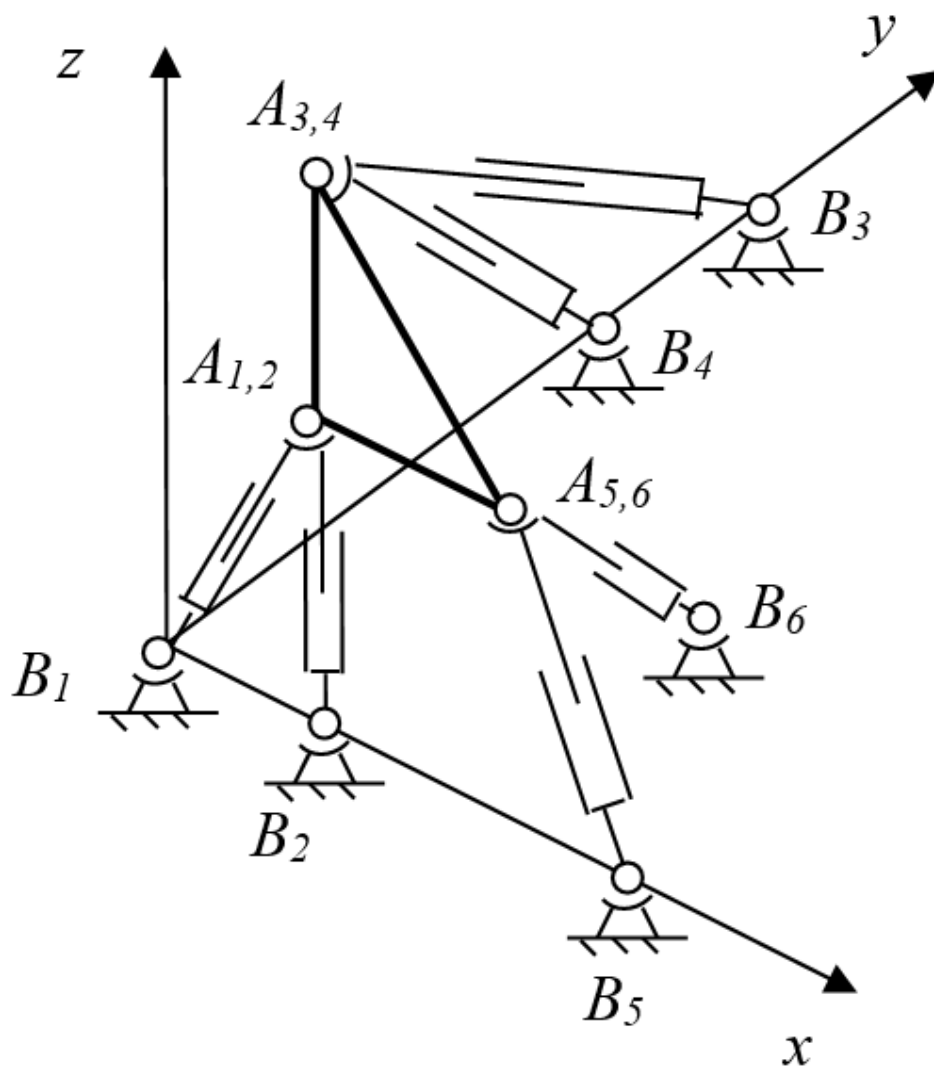


Рисунок 4.27

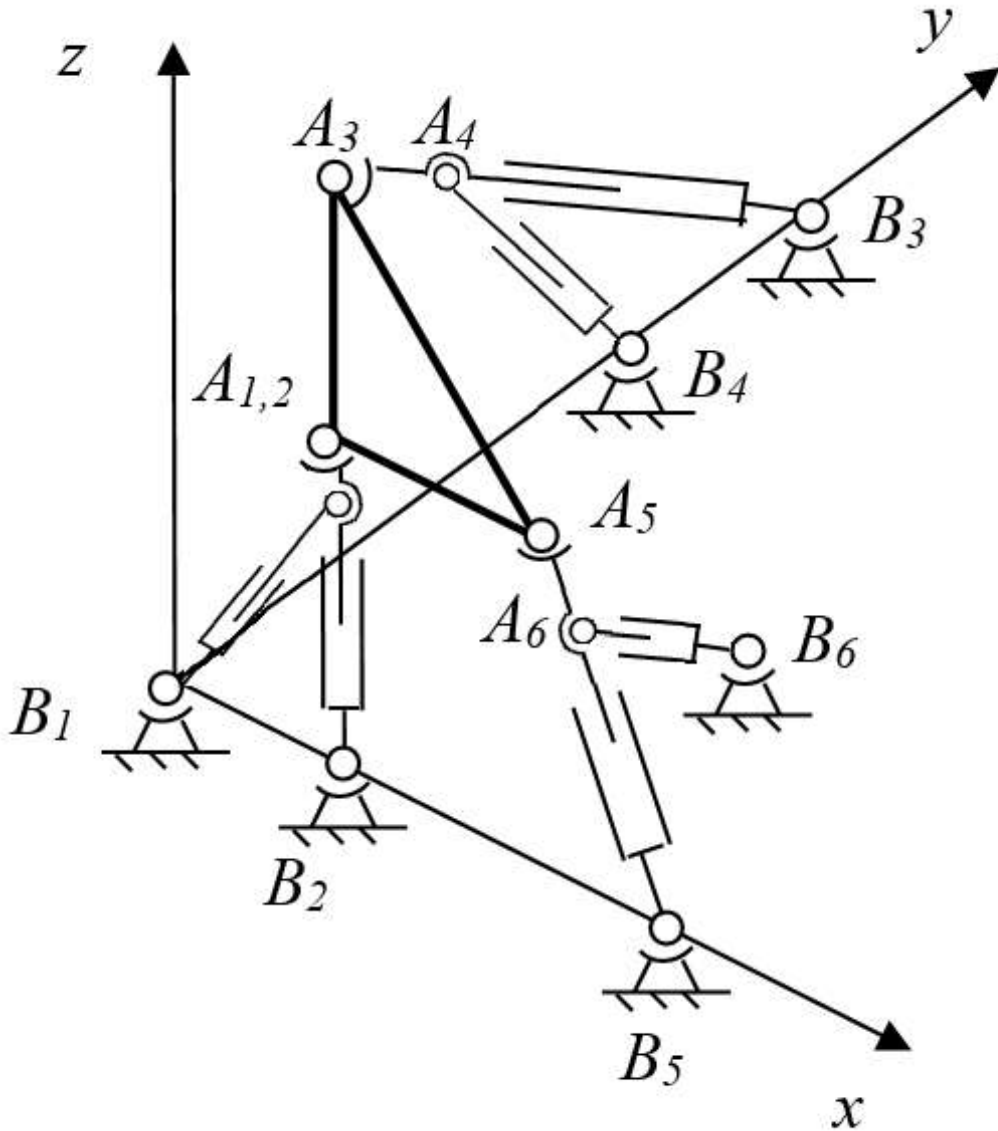


Рисунок 4.28

Винт-градиент имеет следующий вид  $\Omega^*(0; 0; 1; 0; 1,33; 0)$ . Кинематические винты в особом положении:  $\Omega_1(1; 0; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_2(0; 1; 0; 0; 0; 0)$ ,  $\Omega_3(0; 0; 0; 1; 0; 0)$ ,  $\Omega_4(0; 0; 0; 0; 0; 1)$ ,  $\Omega_5(0; 0; 1; 0; -0,752; 0)$ .

Указанные два механизма могут быть преобразованы таким образом, что приводы будут расположены вне рабочей зоны, в частности, это касается рисунка 4.29. Как и в предыдущем примере, не трудно видеть, что рассмотренное особое положение будет идентично для механизмов на рисунках 4.27 и 4.29. Вновь можно утверждать, что у этих механизмов будут идентичны и пятимерные зоны сингулярности, поскольку приращение

плюккеровых координат силовых винтов одинаковое. Таким образом, свойства  $l$  – координатных механизмов, соответствующие движениям внутри зон сингулярности, могут быть распространены на те случаи, когда приводы расположены вне рабочей зоны.

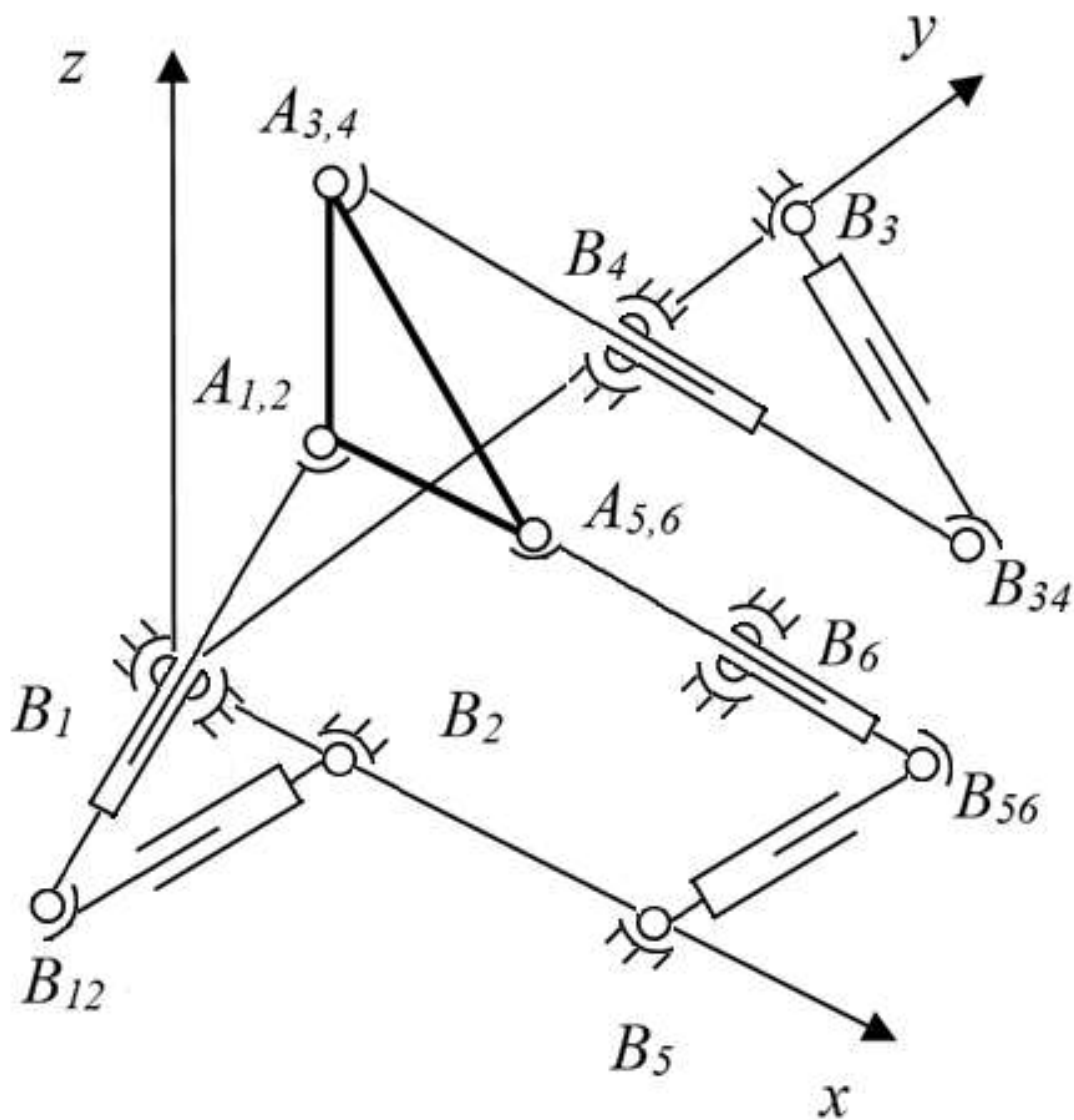


Рисунок 4.29

## ГЛАВА 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ С УЧЕТОМ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ И БЛИЗОСТИ К ОСОБЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ

Практика синтеза и эксплуатации  $l$  – координатных механизмов показывает, что помимо особых положений, при работе возникают и другие ограничения для нормального функционирования, в частности, уже при приближении к особому положению могут иметь место недопустимо большие углы давления. Эта важная характеристика механизмов данного класса ранее рассматривалась не в полной мере, хотя она решающим образом определяет способность механизма выполнить предписанную операцию.

Ставится задача разработки алгоритма определения углов давления в шарнирных сочленениях выходного звена  $l$  – координатного механизма, кроме того, здесь рассматриваются другие факторы, влияющие на функциональные возможности механизмов и измерительных систем.

#### 5.1 МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ

В общем случае угол давления (рисунок 5.1)  $\alpha_d$  – это угол между вектором силы  $F_i$ , действующей на выходное звено со стороны входного звена в данной кинематической паре, и вектором скорости  $V_{P_i}$  соответствующей точки (точки приложения силы) выходного звена [80]. При бесконечно малых изменениях обобщенных координат  $dl_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) (они определяют обобщенные скорости) можно определить кинематический винт  $\Phi = r + \varkappa r^0$  по формуле:

$$P\Phi = \Delta l, \quad (5.1)$$



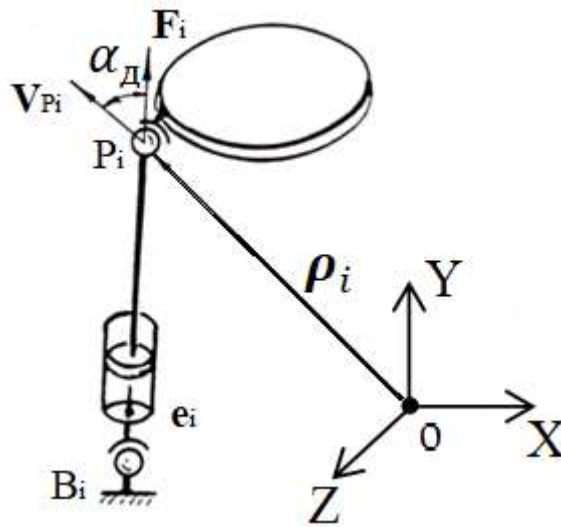


Рисунок 5.1

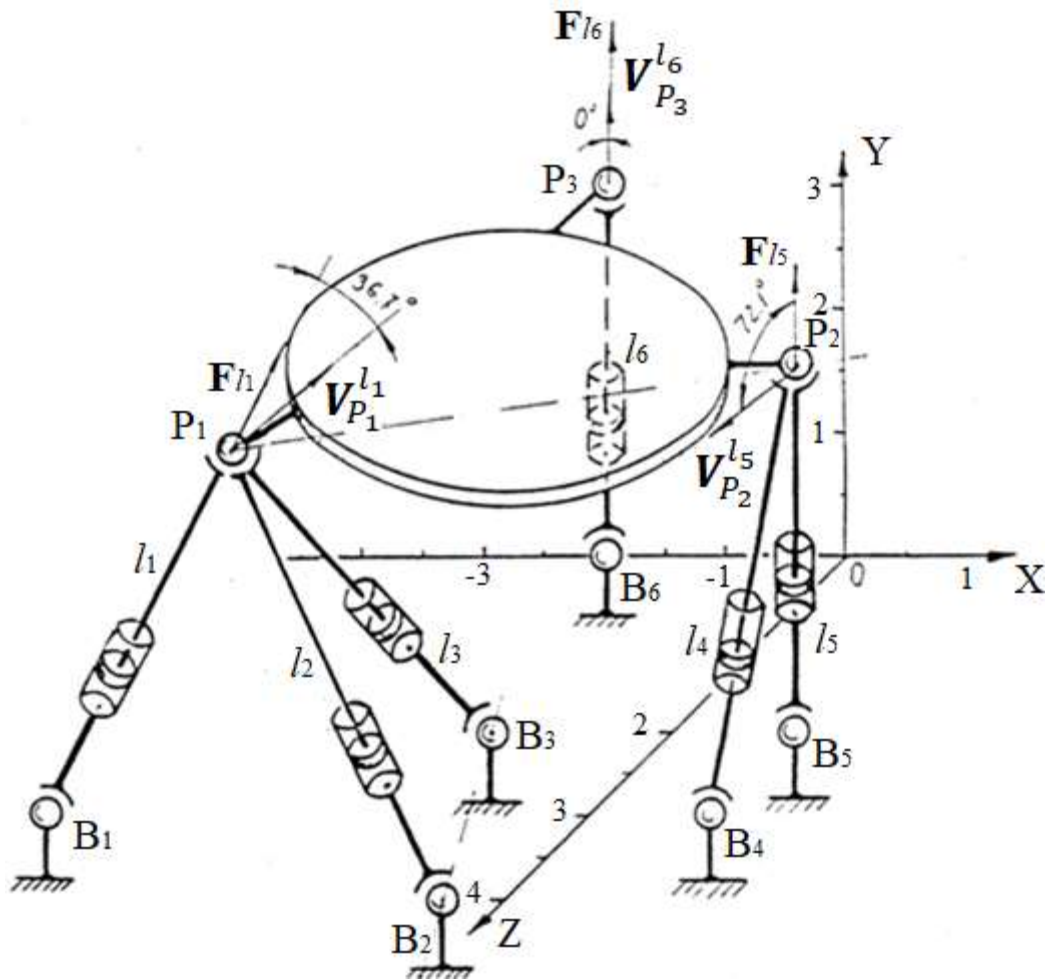


Рисунок 5.2

где  $\Pi$  – матрица плюккеровых координат, а  $\Delta l$  есть вектор-столбец приращений обобщенных координат, при этом  $\Delta l = [\Delta l_1, \dots, \Delta l_i]^T$ , ( $i =$

1, ..., 6). Имея координаты кинематического винта  $\Phi$ , определим скорости любой точки выходного звена как момент кинематического винта относительно соответствующей точки:

$$V_{P_i} = r^0 + r \times \rho_{P_i} \quad (5.2)$$

где  $\rho_{P_i}$  – радиус-векторы точек  $P_i$  в неподвижной системе координат. Мгновенный кинематический винт получается в результате сложения бесконечно малых перемещений, причем изображающие соответствующие кинематические винты можно складывать и вычитать.

Исходя из этого, можно определить с точностью до скалярного множителя шесть кинематических винтов  $\Phi_i$ , каждый из которых взаимен к пяти из шести единичных векторов  $E_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ). В данном случае будем определять вектор скорости той точки выходного звена, к которой присоединена соответствующая подцепь SPS. Допустим, что для какого-то положения имеем матрицу плюккерových координат  $\Pi$ . Определим с точностью до скалярного множителя  $w$  кинематический винт, обусловленный бесконечно малым движением в подцепи  $B_1P_1$  (рисунок 5.1). Согласно уравнению (5.1) найдем кинематический винт  $\Phi_1$ , подставляя в правую часть в качестве  $\Delta l = [w; 0; 0; 0; 0; 0]^T$ . Далее, подставляя значение  $\Phi_1$  в уравнение (5.2), определим скорость  $V_{P_1}$  точки  $P_1$ .

Очевидно, что вектор силы  $F_i$  всегда направлен по оси соответствующей подцепи SPS, и направляющие косинусы  $x_i, y_i, z_i$  единичных векторов  $E_i$  характеризуют ось этого вектора. Угол давления – это угол между векторами  $V_{P_1}$  и  $E_1$ :

$$\alpha_{д1} = \text{Arccos} \frac{V_{P_1} E_1}{|V_{P_1}| |E_1|}. \quad (5.3)$$

Для определения углов давления в остальных пяти точках выходного звена, подставим в правую часть уравнения (5.1) следующие векторы:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ w \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{bmatrix}.$$

Находим пять кинематических винтов и направлений скорости точек  $P_i$  ( $i = 2, \dots, 6$ ).

Процедура определения углов давления в особых положениях затрудняется тем обстоятельством, что матрица плюккеровых координат вырождается, и не представляется возможным ее обращать. Исходя из этого, предлагается следующая процедура.

Вычеркиванием одной из строк (если  $\text{rang}(\Pi) = 5$ ) в матрице  $\Pi$ , соответствующей единичному винту  $E_i$ , получим матрицу  $5 \times 6$ . Переводя в правую часть уравнения (5.1) значение одного из столбцов, определим кинематический винт  $\Phi'$ , взаимный к пяти остальным силовым винтам:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_1^0 & y_1^0 \\ x_2 & y_2 & z_2 & x_2^0 & y_2^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_5 & y_5 & z_5 & x_5^0 & y_5^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^0 \\ y_k^0 \\ \cdot \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1^0 z_k \\ -z_2^0 z_k \\ \cdot \\ -z_5^0 z_k \end{bmatrix},$$

где  $x_k^0, y_k^0, z_k^0, x_k, y_k, z_k$  – плюккеровы координаты кинематического винта  $\Phi'$ , при этом координата  $z_k$  является множителем и задается произвольно. Составляя момент винта  $\Phi'$  относительно рассматриваемой точки выходного звена, к которой присоединена подцепь SPS, по формуле (5.2) определим направление скорости, а затем и угол давления (5.3) в сочленении.

Для линейно зависимой подцепи угол давления получается  $\frac{\pi}{2}$ , потому что кинематический винт, взаимный пяти независимым силовым винтам подцепей, имеет момент, перпендикулярный рассматриваемой оси.

Рассмотрим пример. Задано положение выходного звена  $l$  – координатного механизма (рисунок 5.2) набором значений координат

центров сферических шарниров  $B_i$  и  $P_j$  ( $i = 1, \dots, 6, j = 1, \dots, 3$ ) в неподвижной системе координат  $OXYZ$  (таблица 5.1). Нужно определить углы давления в шарнирных сочленениях выходного звена механизма.

Очевидно, что направление скорости точки  $P_1 - V_{P_1}^{l_1}$  перпендикулярно плоскости, проходящей через точки  $B_2, B_3, P_1$  и ось винта проходит через точки  $B_2$  и  $B_3$ ;  $V_{P_2}^{l_5}$  – проходит через линию пересечения плоскостей, перпендикулярных, соответственно, подцепям  $P_1P_2$  и  $P_2B_5$  в точке  $P_2$ ;  $V_{P_3}^{l_6}$  – лежит в касательной плоскости точки  $P_3$ , ось вращения которой проходит через точки платформы  $P_1$  и  $P_2$ .

Результаты расчетов приведены в нижней строке той же таблицы. На рисунке 5.2 представлены графические изображения углов давления для подцепей  $B_1P_1, B_5P_2$  и  $B_6P_3$ .

Таблица 5.1

	Координаты точек $P_j$ в $OXYZ$					
$X_P$	3		2		0	
$Y_P$	-3		1		-2	
$Z_P$	3		3		3	
	Координаты точек $B_i$ в $OXYZ$					
$X_B$	3	4	2	3	2	0
$Y_B$	-4,5	-0,5	-1,5	1	1	-2
$Z_B$	0	0	0	0	0	0
Угол давления $\alpha$	36,7°	57,2°	61,2°	72,2°	72°	0°

## 5.2 КОРРЕКТИРОВКА ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ *l* – КООРДИНАТНОГО МАНИПУЛЯТОРА ДЛЯ ОБХОДА ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

Рассматриваемый класс пространственных механизмов параллельной структуры, подобно традиционным манипуляторам [79, 113], при учете особых положений требует планирования траектории движения выходного звена с обходом возможных особых положений.

Вопрос планирования траектории движения выходного звена *l* – координатного механизма рассмотрим для случая контурного управления, когда задан закон изменения координат Декарта – Эйлера в параметрической форме:

$$\begin{aligned}x &= f(t), & y &= f(t), & z &= f(t), \\ \varphi &= f(t), & \psi &= f(t), & \theta &= f(t).\end{aligned}\tag{5.4}$$

Следует планировать движение выходного звена с обходом возможных особых или близких к особым положениям с траекторией, наиболее близкой к заданной.

Рассмотрим задачу планирования траектории выходного звена *l* – координатного механизма (рисунок 5.3) с обходом особых положений, когда задан закон движения в виде (5.4), заданы также  $t_H$  – начальное и  $t_K$  – конечное значение времени. В зависимости от параметра *t* определим положение точек  $P_i$  выходного звена в неподвижной системе координат *OXYZ* согласно:

$$\rho_{P_i} = \mathbf{V}_i + \mathbf{I}_i, \text{ где } \mathbf{I}_i = R^T \mathbf{P}_i + \mathbf{T}, (i = 1, \dots, 6),$$

$\mathbf{V}_i$  и  $\mathbf{P}_i$  – векторы-столбцы точек основания и выходного звена соответственно в системе координат *OXYZ* и  $O'X'Y'Z'$ , *R* – транспонированная матрица вращения [90]:

$R$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & \sin \theta & -\cos \psi \cos \theta \\ \sin \varphi \sin \psi - \cos \varphi \cos \psi \sin \theta & \cos \varphi \cos \theta & \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \cos \psi \sin \theta \\ \sin \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \sin \theta & \cos \psi \sin \varphi & \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \sin \theta \end{bmatrix}$$

$\mathbf{T}$  – радиус-вектор начала подвижной системы координат  $O'X'Y'Z'$ , связанной с выходным звеном механизма.

Составляя матрицу плюккеровых координат  $\Pi$ , проследим значение  $\Delta \Pi$  на всей заданной траектории и потребуем, чтобы выполнялось условие.

$$\Delta \Pi \geq \varepsilon, \quad (5.5)$$

где  $\varepsilon$  – заданная малая величина.

Сама по себе  $\varepsilon$  не отражает физического состояния механической системы, кроме значения  $\varepsilon = 0$ , когда появляется неуправляемая подвижность. Для  $\varepsilon$  принимаем предельное значение  $\varepsilon = 0,01 \div 0,015$ , когда угол давления в шарнирных сочленениях выходного звена механизма удовлетворяет  $\alpha_D \leq 84^\circ$ .

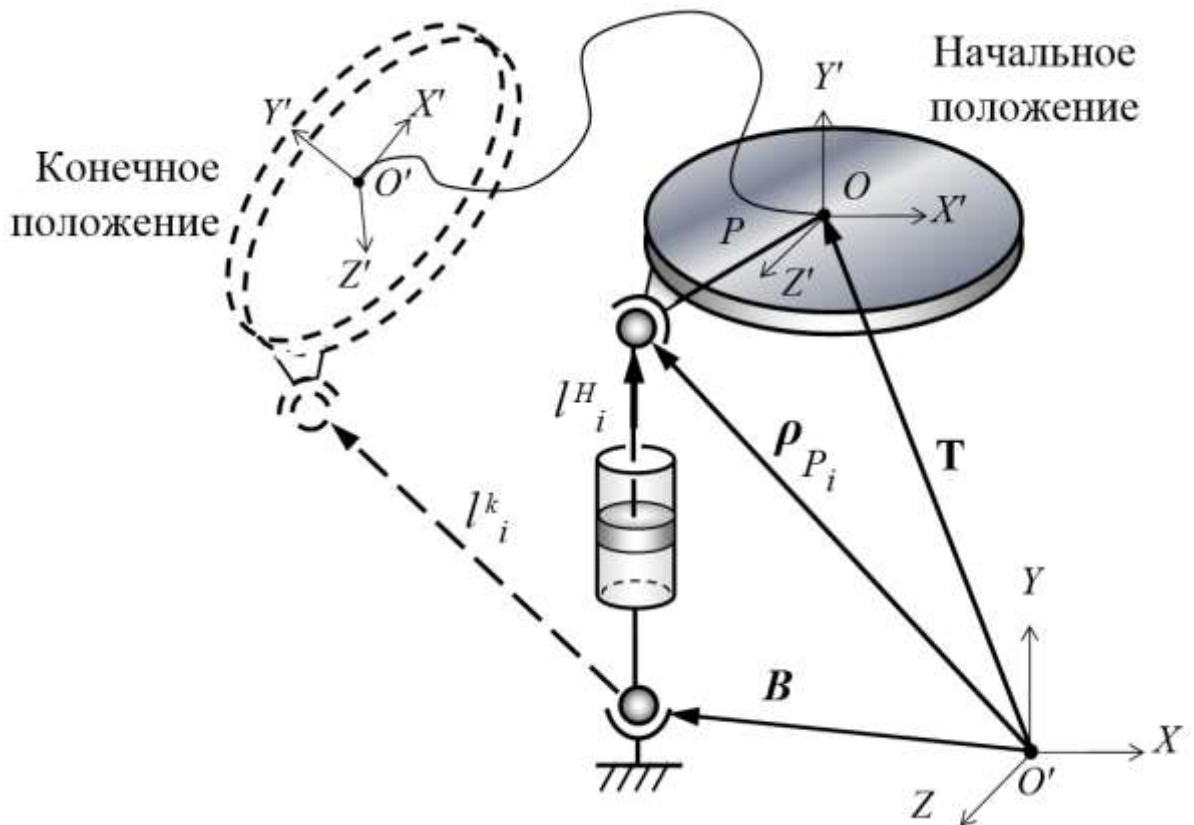


Рисунок 5.3

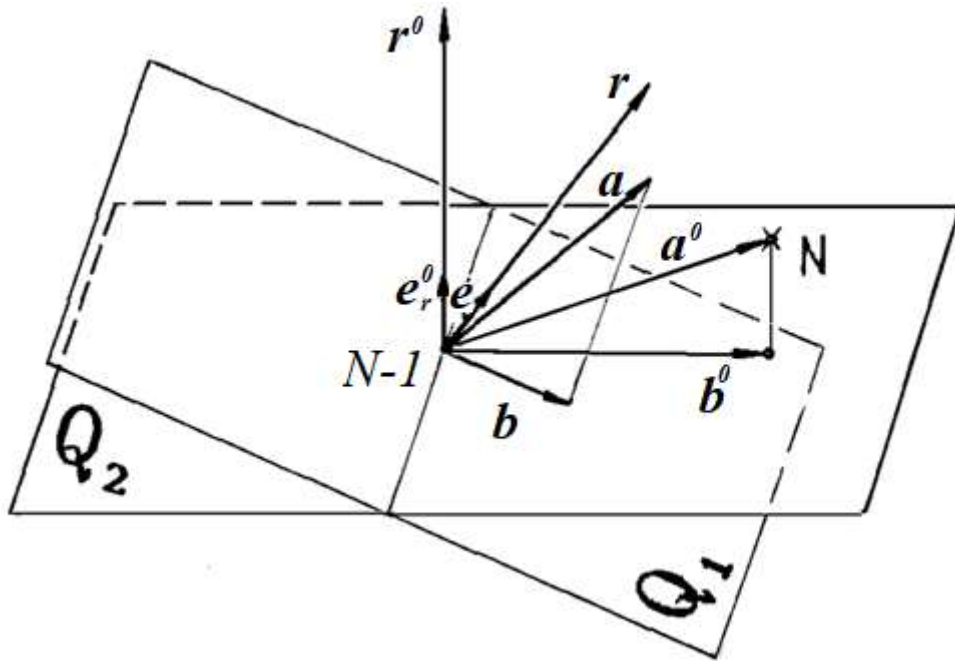


Рисунок 5.4

Предположим, что на каком-то шаге  $N$  условие (5.5) не выполняется, т.е. положение близко к особому или особое. Однако положение  $N - 1$  (рисунок 5.4) не особое, и в этом положении определим градиентный винт  $d\Phi = r + \varepsilon r^0$  как направление наискорейшего изменения  $d\Phi = d\Phi(d\xi, d\eta, d\zeta, d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0)$ , кинематический винт из себя представляет бивектор, состоящий из главной  $r = r(d\xi, d\eta, d\zeta)$  и моментной  $r^0 = r^0(d\xi^0, d\eta^0, d\zeta^0)$  частей ( $\varepsilon^2 = 0$ , множитель Клиффорда), при этом  $r^0$  – вектор перемещения,  $r$  – вектор вращения. Определим также кинематический винт  $\Phi_n = a + \varepsilon a^0$ , соответствующий кинематическому винту перемещения из положения  $N - 1$  в положение  $N$ , по формуле:

$$\Phi_n = \Pi^{-1}\Delta l,$$

где  $\Pi^{-1}$  – обращенная матрица плюккеровых координат в положении  $N - 1$ , а  $\Delta l$  – матрица-столбец приращений  $l$  – координат, при этом  $\Delta l_i = \Delta l_i^H - \Delta l_i^K, (i = 1, \dots, 6)$

Задача заключается в определении некоторого кинематического винта  $\Phi' = b + \varepsilon b^0$ , двигаясь по которому, механизм окажется в положении, где

выполняется условие (5.5), и одновременно найденное положение будет максимально близким к заданному.

Так как винт  $d\Phi$  характеризует направление наискорейшего изменения  $\Delta\Pi$ , то винт, «ортогональный» к  $d\Phi$  (в бесконечно малых величинах), должен привести механическую систему в положение, где  $\Delta\Pi = const$ . В нашем случае (рисунок 5.4) винт представлен в виде совокупности вектора и момента, им перпендикулярны плоскости  $Q_1$  и  $Q_2$  перпендикулярные соответственно вектору и моменту кинематического винта  $d\Phi$ .

Проектируя вектор и момент винта  $\Phi_n$  соответственно, на плоскости  $Q_1$  и  $Q_2$ , получим составляющие винта  $\Phi'$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \mathbf{a} - (\mathbf{e}_r \mathbf{a}) \mathbf{e}_r, \\ \mathbf{b}^0 &= \mathbf{a}^0 - (\mathbf{e}_r^0 \mathbf{a}^0) \mathbf{e}_r^0, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{e}_r$  и  $\mathbf{e}_r^0$  – единичные векторы, соответственно, векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}^0$ . Таким же образом будут проверяться остальные заданные программные положения траектории, пока не будет выполняться условие (5.5).

Рассмотрим численный пример. Для механизма, приведенного на рисунке 5.5 с геометрическими параметрами, данными в таблице 5.2 (в безразмерных величинах), задан закон изменения выходного звена в координатах Декарта – Эйлера – параболическое движение в плоскости  $XOY$  (в базовой системе координат  $OXYZ$ ):

$$\begin{aligned} x &= t; & z &= 0; & \psi &= 0; & t_0 &= 2; \\ y &= t^2 + 1; & \varphi &= 0; & \theta &= 0; & t_K &= -2; \end{aligned}$$

$\Delta t = 0,01$  – шаг итерации.



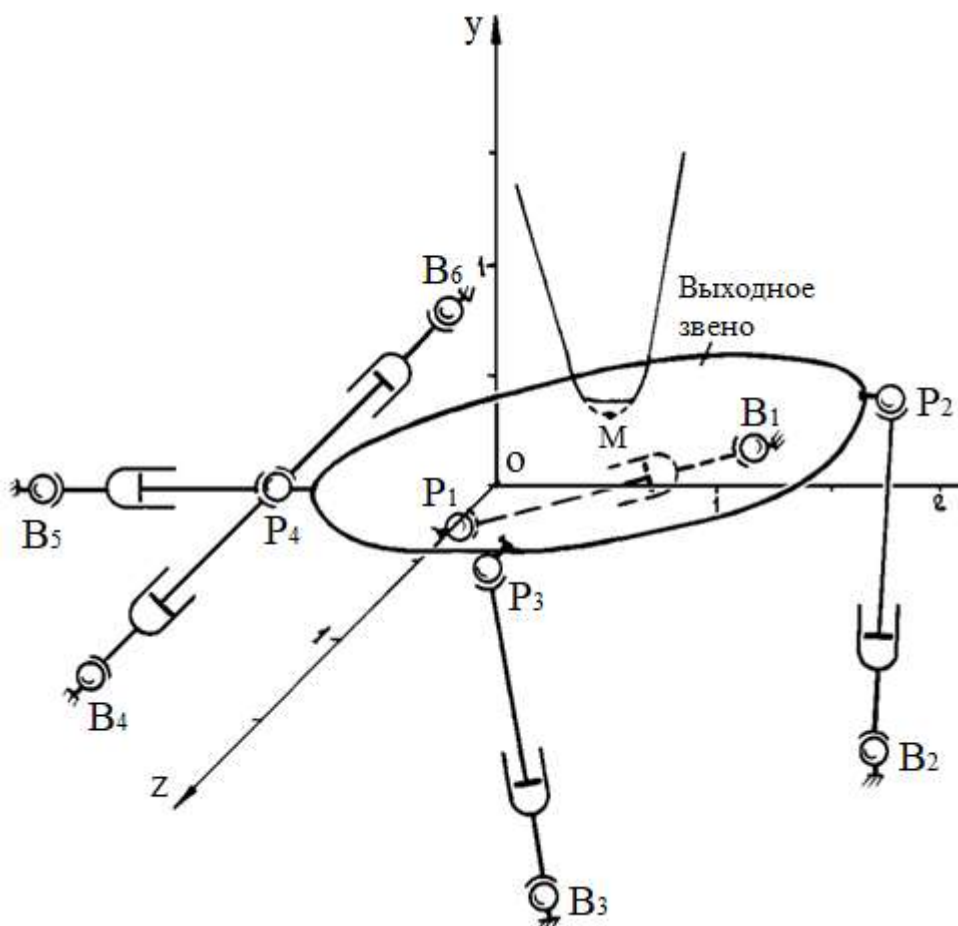


Рисунок 5.5

В результате перемещения по кинематическому винту  $\Phi'$  в промежутке параметра  $-0,06 \leq t \leq 0,06$  получили новую траекторию, близкую к заданной, с определителем, удовлетворяющим условию (5.5), при заданной  $\varepsilon = 0,015$ .

На рисунке 5.6 приведены заданная и спланированная траектории движения механизма. На рисунке 5.7 представлена блок-схема алгоритма планирования траектории.

Данный подход можно применить в процессе управления, когда заранее не проанализирована возможность близости к особым положениям. При этом в системе управления должно быть предусмотрено отслеживание определителя ДП. Обход особых положений будет осуществлен на основе коррекции согласно приведенному алгоритму.

Таблица 5.2

Координаты точек $B_i$ $OXYZ$			Координаты точек $P_i$ $O'X'Y'Z'$		
$x_i$	$y_i$	$z_i$	$x_i$	$y_i$	$z_i$
0,25	-0,75	-1,3	0,6	-0,4	1,1
2,3	-0,85	0,5	2	-0,4	0,3
1,25	-0,8	1,5	0,9	-0,4	1,35
-1	0	1,2	-1	-1	0
-2,5	0	0	-1	-1	0
-1	0	-1,1	-1	-1	0

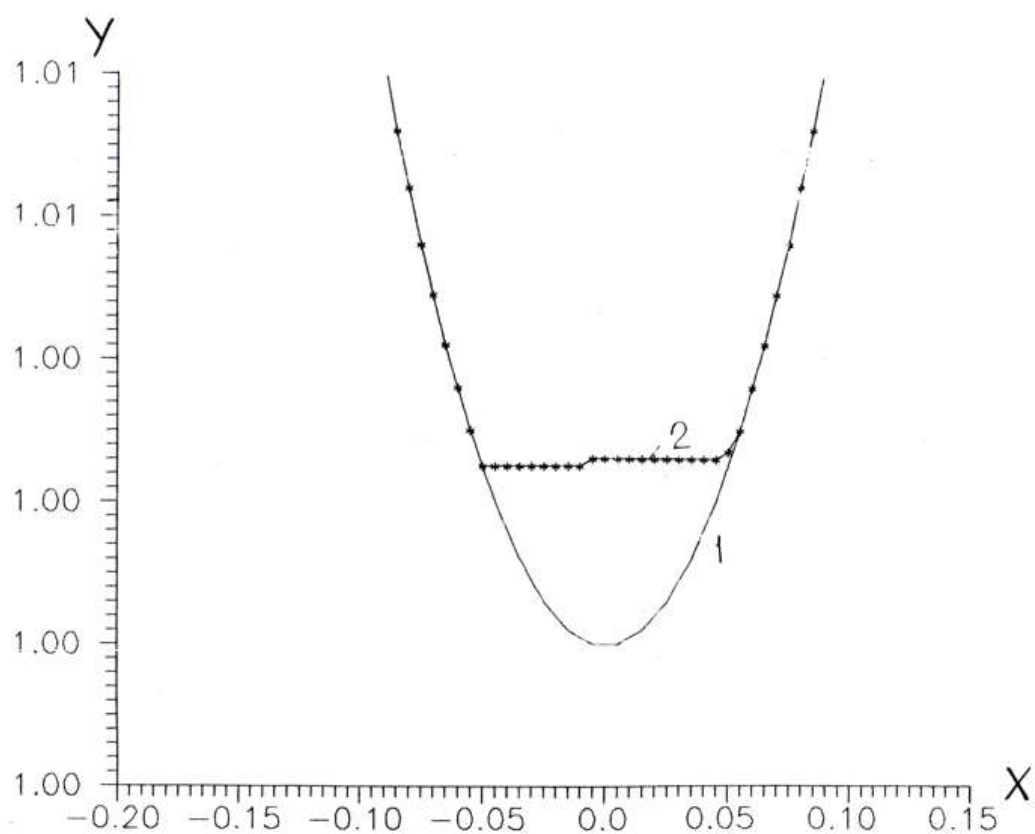


Рисунок 5.6

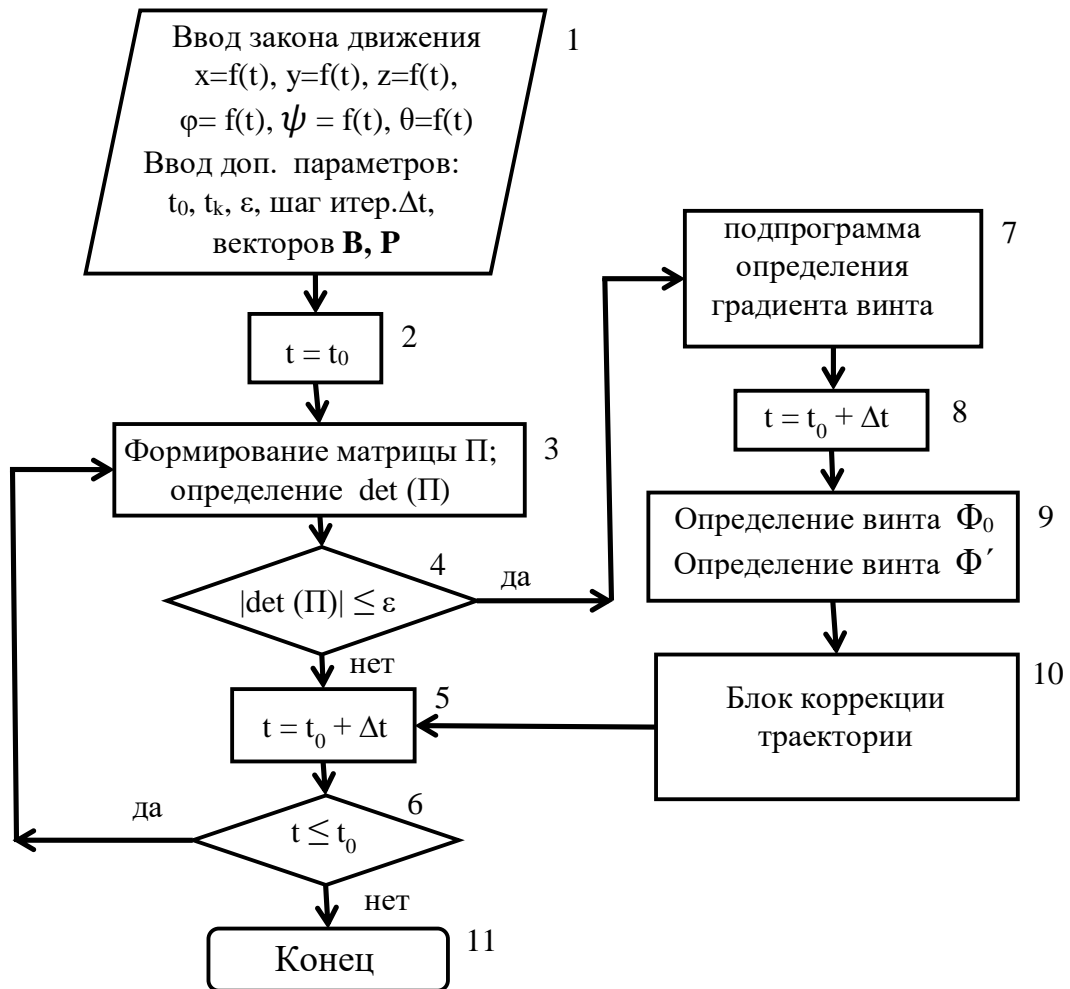


Рисунок 5.7

### 5.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ 1 – КООРДИНАТНОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТОМ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ И ДОПУСТИМЫХ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ

При решении данной задачи априори задаются три угловые координаты (углы Эйлера  $\varphi, \psi, \theta$ ) и одна из линейных (в нашем случае –  $Y$ ), называемая «уровнем». Затем на данном уровне в плоскости двух других линейных координат реализуется алгоритм нахождения границ рабочей зоны. Данная граница представляет собой некую замкнутую кривую, ограниченную особыми положениями центра подвижной системы координат выходного звена механизма. Прделав данную операцию на

нескольких уровнях (целесообразно задать шаг квантования уровней), получим топографическую карту рабочей зоны механизма. Техническое удобство алгоритмизации такого подхода состоит в возможности создания вложенных циклов.

Для достижения этой цели был разработан алгоритм нахождения границ рабочей зоны. Под границей рабочей зоны понимается геометрическое место точек, экстремально достижимых данным механизмом в составе данной сборки.

Алгоритм реализуется посредством проверки выхода механизма на ограничение: равенство нулю определителя матрицы плюккеровых координат  $\Pi$  (1.2) при помощи определения градиента определителя этой матрицы как направления наискорейшего его изменения. Точностью построения границы определителя, величиной шагов задаваемых сканируемых параметров для нахождения этой границы.

Алгоритм построен таким образом, что вид задаваемой структуры  $l$  – координатного механизма не имеет значения. Блок-схема алгоритма программы приведена на рисунке 5.8.

В процессе решения данной задачи неоднократно используется алгоритм вычисления градиента определителя матрицы плюккеровых координат (3.1). Рассмотрим более детально этот алгоритм.

Из начального положения задается движение по координате  $X$  до «попадания» в особое положение или положение, близкое к особому, с точностью  $\varepsilon$  ( $|\Delta\Pi| < \varepsilon$ ). В основном положении  $N1$  определяем выводящий (градиентный) винт  $d\Phi(K_\xi, K_\eta, K_\zeta, K_{\xi^0}, K_{\eta^0}, K_{\zeta^0})$  (рисунок 5.8) и, формально принимая его за шестимерный вектор, определим скалярное произведение векторов  $d\Phi$  и  $d\Phi'(0, 0, 0, d\xi^0, d\eta^0, 0)$ . Составляя скалярное произведение, где  $d\xi^0, d\eta^0$  соответственно. координаты моментной части винта, получим:

$$K_{\xi^0}d\xi^0 + K_{\zeta^0}d\eta^0 = 0,$$

задавая в данном уравнении значение одной из координат, в частности, принимая  $d\eta^0 = w$  ( $w$  – шаг сканирования по координате  $Z$ ), двигаемся по этому винту в положение N2 и там определяем выводящий винт  $d\Phi''$ . Для него модуль винта равен шагу сканирования, а координаты этого винта соотносятся как координаты винта градиента:

$$\frac{K_{\xi^0}}{K_{\eta^0}} = \frac{d\xi^0}{d\eta^0}; \quad (d\xi^0)^2 + (d\eta^0)^2 = w^2.$$

Из последних двух соотношений по заданному шагу сканирования  $w$  находим координаты винта  $d\Phi'' = d\Phi''(0, 0, 0, d\xi^0, d\eta^0, 0)$ :

$$d\eta^0 = w / [(K_{\xi^0}/K_{\eta^0})^2 + 1]^{\frac{1}{2}}; \quad d\xi^0 = d\eta^0 (K_{\xi^0}/K_{\eta^0}).$$

Следует отметить, что положение N2 отличается от особого в силу того, что перемещения малые, но не бесконечно малые. Варьируя направление винта  $d\Phi''$ , сначала находим направление, ведущее в особое положение (блоки 12-14), а затем методом последовательного деления шага сканирования постепенно приближаемся к особому положению, пока не выполнится условие блока 15.

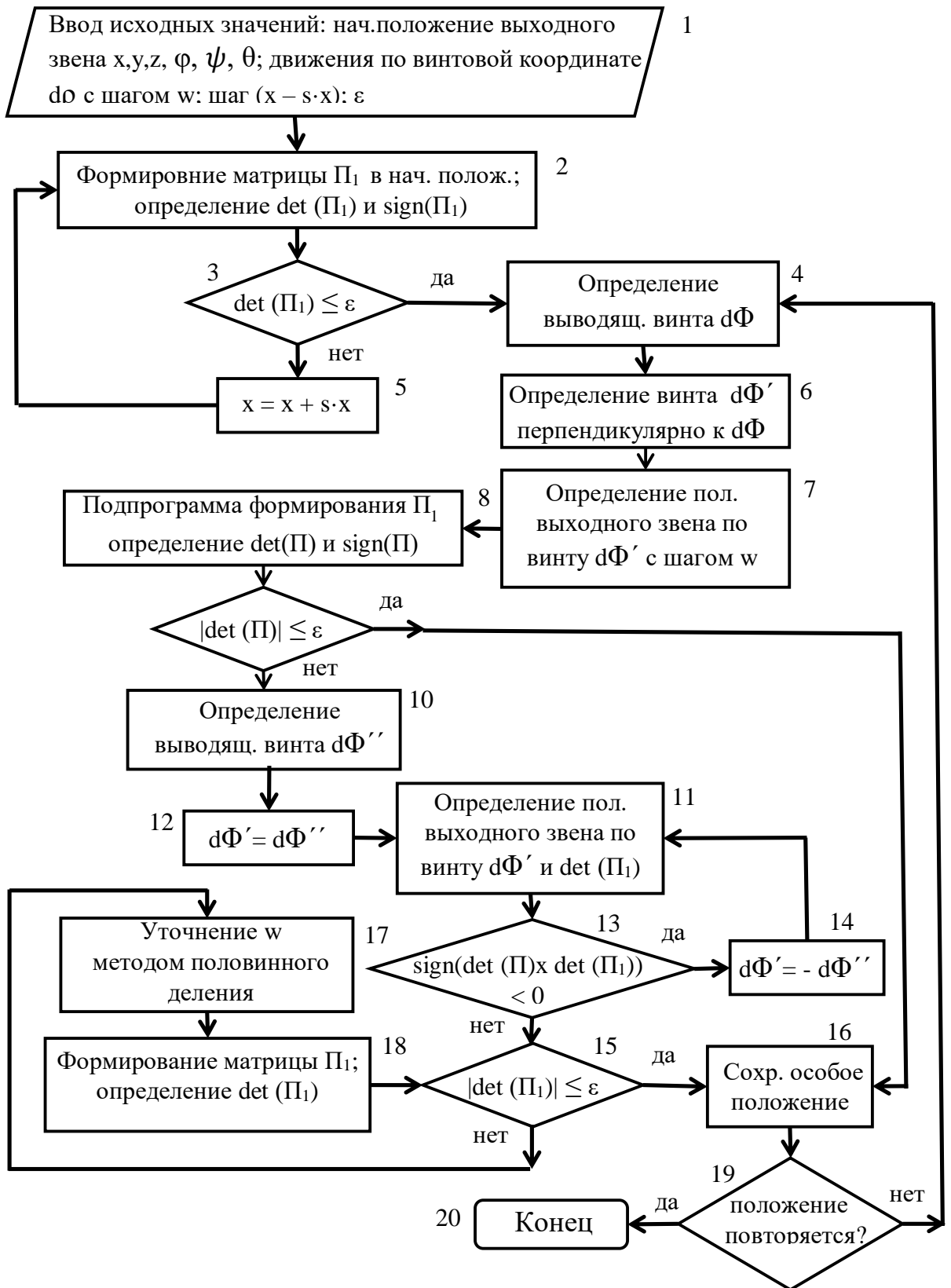


Рисунок 5.8

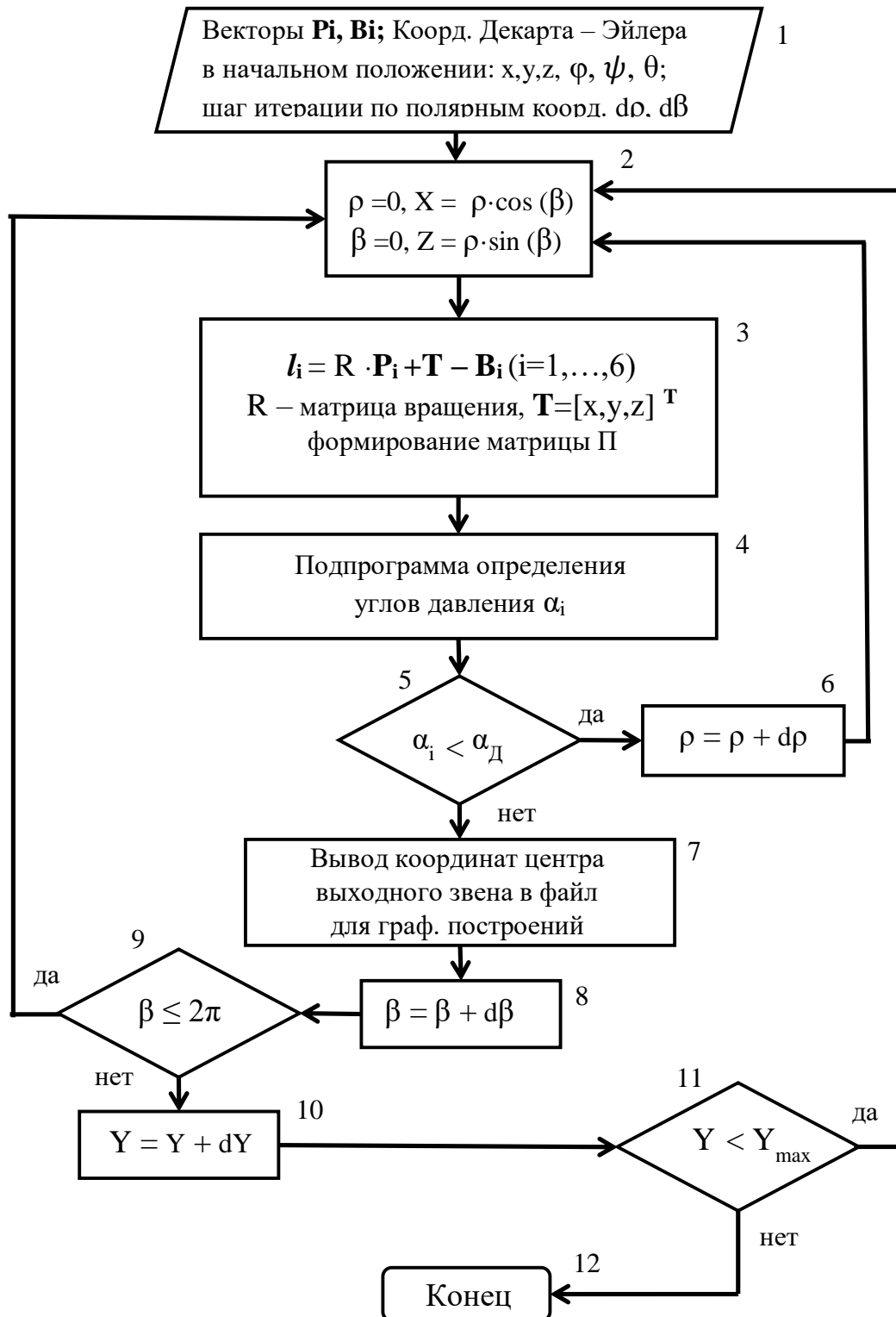


Рисунок 5.9

Для более точного учета близости к особым положениям следует ограничить рабочую зону положениями, где приобретут номинально допустимую величину углы давления. Здесь используется приведенная

выше методика определения углов давления, и в качестве ограничения выступает его допустимое значение.

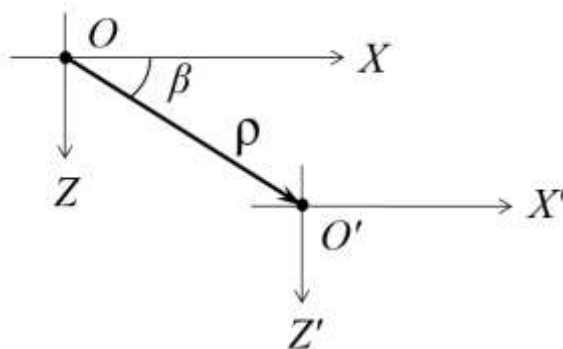


Рисунок 5.10

Выше приведена (рисунок 5.9) блок-схема алгоритма моделирования рабочей зоны  $l$  – координатных механизмов. В данном случае моделирование сопровождается решением обратной задачи о положениях со сканированием начала подвижной системы координат, связанной с выходным звеном механизма в плоскости  $XOZ$  (рисунок 5.10).

Блок 1. Ввод исходных данных (координат точек крепления тяг на основании – векторы  $B_i$ , на выходном звене – векторы  $P_i$ , начальное положение выходного звена в виде координат Декарта – Эйлера, шаг сканирования координат  $d\rho$  и  $d\beta$  центра выходного звена в неподвижной системе координат  $OXYZ$  и предельное значение угла давления  $\alpha_D$ ).

Блок 2. В начальном положении принимается, что координаты  $\rho = 0, \beta = 0$ .

Блок 3. Решая обратную задачу о положениях, определяем обобщенные  $l$  – координаты с последующим формированием матрицы плюккеровых координат для данного положения.

Блок 4. Вызывается подпрограмма определения углов давления в шарнирных сочленениях выходного звена, алгоритм которой описан в параграфе 5.1.

Блок 5. Проверка углов давления во всех шарнирных сочленениях. Если угол давления не превышает допустимое значение  $\alpha_D$ , переход к блоку 6.



Блок 6. Выходное звено перемещается по радиусу-вектору на шаг  $d\rho$  с последующим повторением описанной процедуры.

Блок 7. Запоминается положение выходного звена в выходном файле с целью использования в дальнейшем для построения границ рабочей зоны механизма с выводом на печать.

Блок 8. Углу  $\beta$  дается приращение на заданный шаг  $\Delta\beta$ .

Блок 9. Проверка угла  $\beta$ , если превышает, то переход к блоку 10.

Блок 10. Декартовой координате  $Y$  дается приращение на величину  $\Delta Y$  заданного шага с последующим повторением процедуры.

В результате получим срезы рабочей зоны механизма по координате  $Y$  при фиксированных значениях углов Эйлера. В данном случае ограничение на предельные значения обобщенных  $l$  – координат не вводилось, что при необходимости легко сделать в алгоритме. Следует отметить, что точность расчетов во многом зависит от величины шага сканируемых параметров.

В качестве примера рассмотрим механизм, структурная схема которого приведена на рисунке 5.11 а), в), со следующими параметрами:

$$\begin{aligned} P_1(0; -1; 0); & \quad B_1(0; -5; 0); & \quad B_4(0; -1; -4); \\ P_2(1; 0; 0); & \quad B_2(5; 0; 0); & \quad B_5(1; 0; -4); \\ P_3(0; 1; 0); & \quad B_3(-4; 1; 0); & \quad B_6(0; 1; -4); \\ d\rho = 0,01; & \quad d\beta = 1^\circ; & \quad \alpha = 84^\circ. \end{aligned}$$

В начальном положении  $X = Y = Z = 0, \psi = \varphi = \theta = 0^\circ$ .

В данном случае допустимое значение угла давления принято  $\alpha_D = 84^\circ$ , что соответствует сухому трению «сталь по стали» при коэффициенте трения  $f = 0,1$ .

На тех же рисунках приведены пространственные, графические изображения срезов границ рабочей зоны с учетом ограничений на угол давления (рисунок 5.11 а)) и определителю, равному нулю (рисунок 5.11 б)).

На рисунках 5.12 а), б), в), г) приведены те же графики границ рабочей зоны по уровням среза (по координате  $Y$ ) для сравнительного анализа.

Данные алгоритмы использовались, в частности, при анализе рабочей зоны механизма перемещения для испытания летательных аппаратов в аэродинамической трубе в ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского.

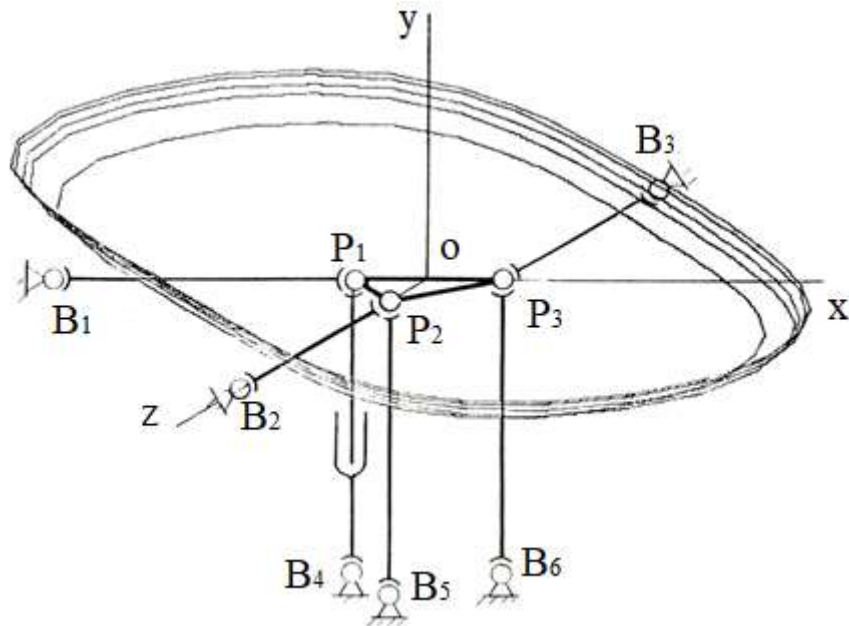


Рисунок 5.11 а)

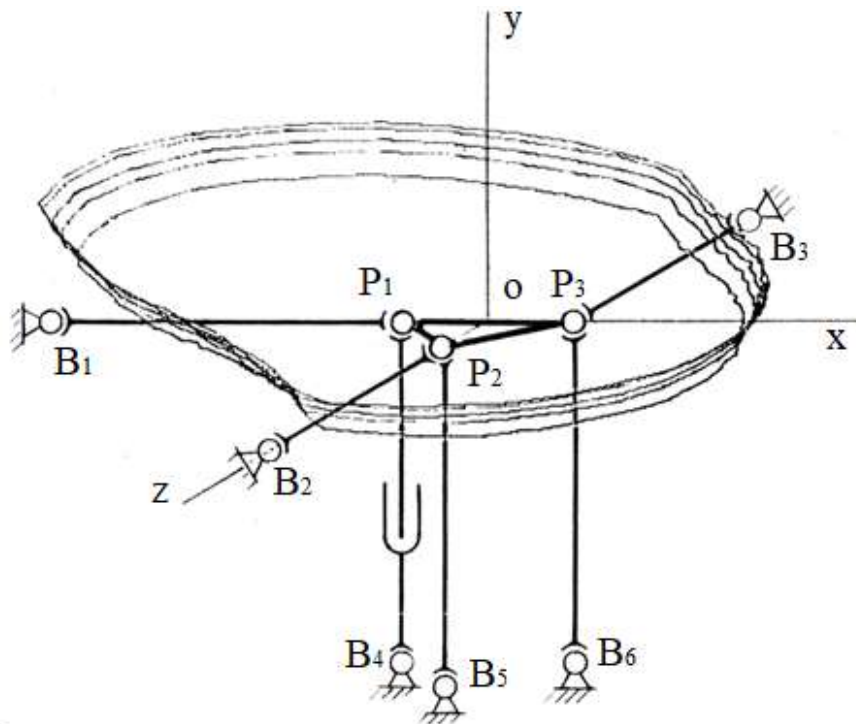


Рисунок 5.11 б)

Граница рабочей зоны, ограниченной:

1 – особыми положениями

2 – углом давления  $\alpha_D \leq 84^\circ$

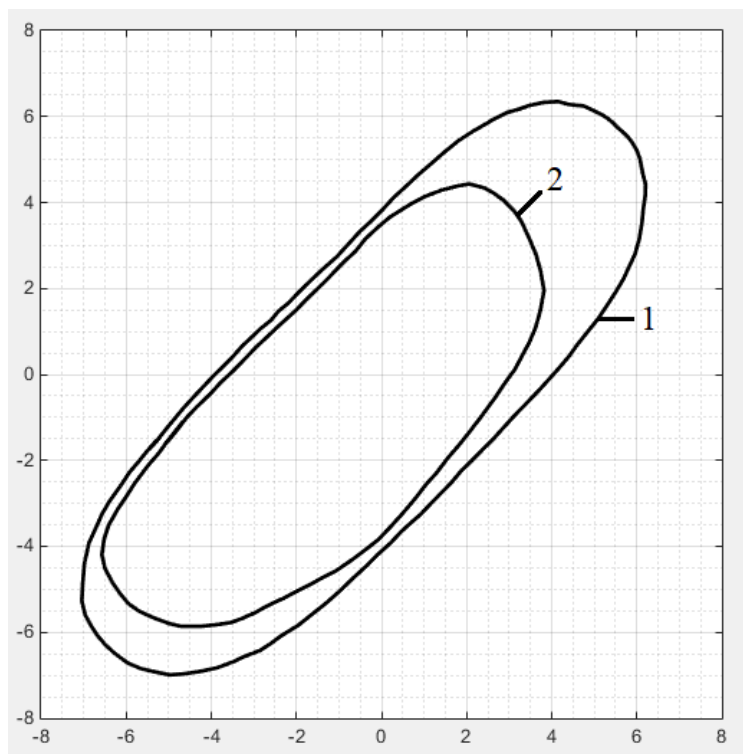


Рисунок 5.12 а)

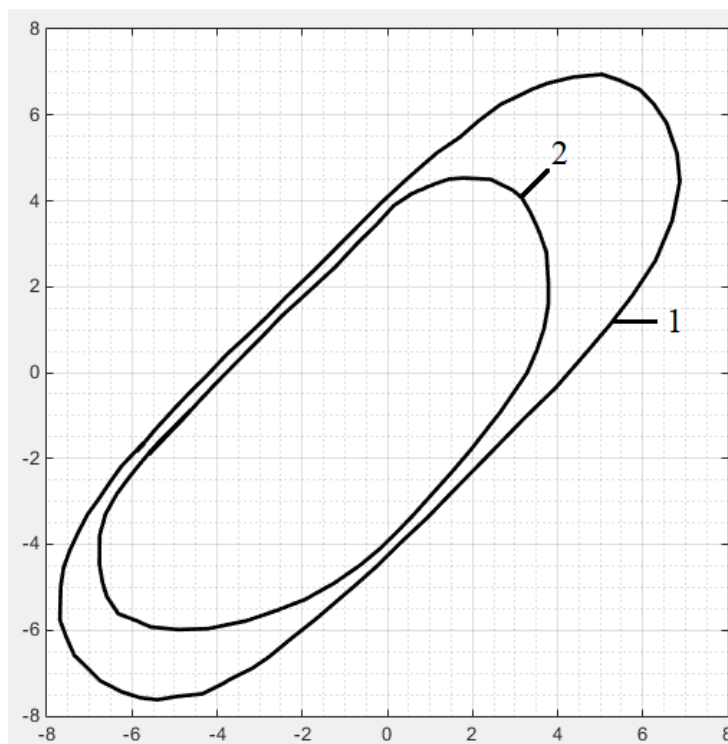


Рисунок 5.12 б)

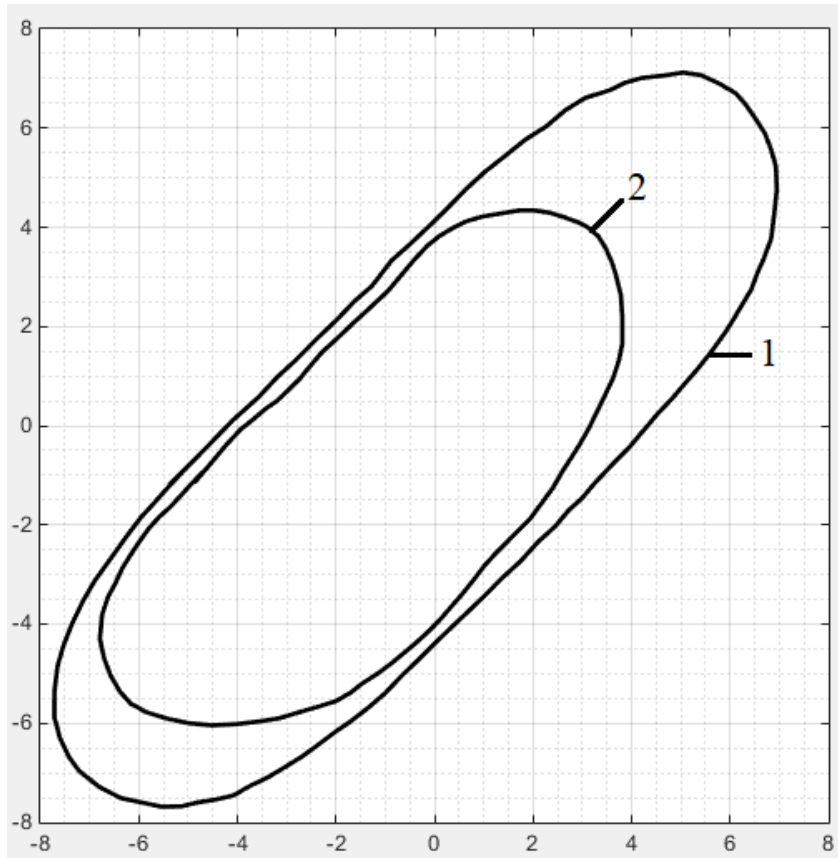


Рисунок 5.12 в)

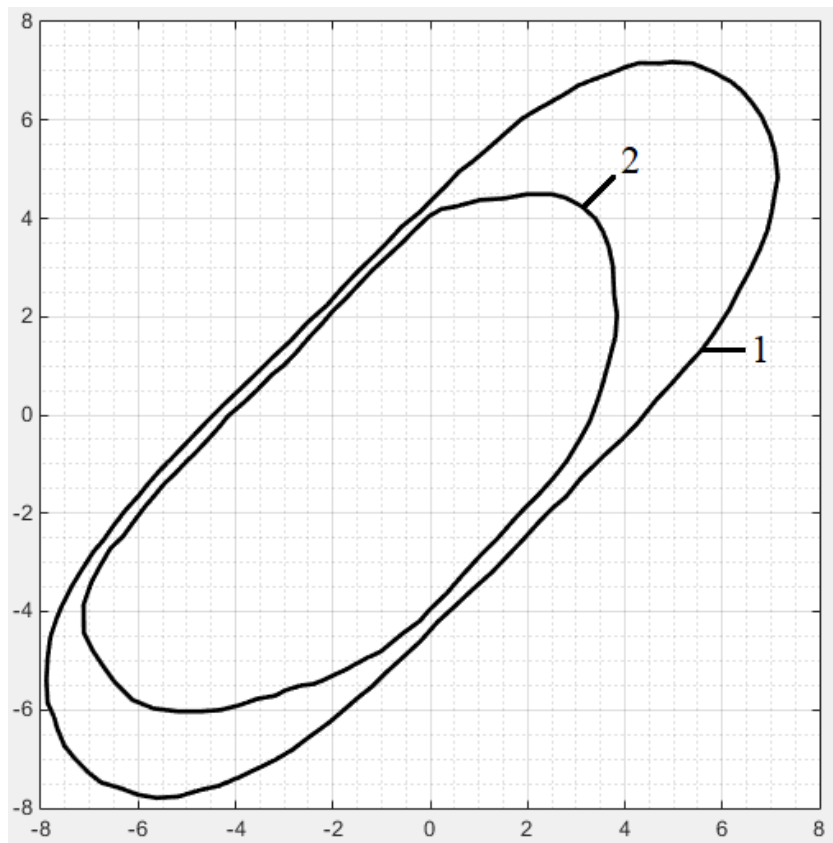


Рисунок 5.12 г)

## 5.4 ОПИСАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ I – КООРДИНАТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СХВАТА РОБОТА

Информационно-измерительная система предназначена для определения пространственной траектории движения схвата робота посредством измерения длин шести тросов между точками на схвате робота и некоторыми базовыми точками (точками наблюдения) для аттестации этих машин.

Принципиальная схема информационно-измерительной системы приведена на рисунке 5.13. Для регистрации изменения длин тросов предназначен инкрементальный датчик импульсов (1), присоединенный к валу барабана (2). Другим концом барабан посредством гидродинамической муфты (3) подключается к двигателю (4). На барабане сделаны винтовые канавки с определенным шагом. Для информационно-измерительной системы, на которой проводились испытания, 1 импульс соответствует изменению длины троса на  $\pm 0,012$  мм. С барабана трос перекинут через ролик (5) с неподвижной осью и поворотный ролик (6) к схвату аттестуемого робота и закреплен на нем. Поворотный ролик (6) шарнирно прикреплен к корпусу ИИС. Ось вращения шарнира проходит через общую касательную роликов (5) и (6), что дает возможность иметь в пространстве неподвижную точку  $B_1$ , относительно которой и можно считать изменения длин тросов в процессе измерения.

Импульсы подаются через интерфейсный блок 7 к измерительно-вычислительному комплексу. В блоке 7 импульсы преобразуются и подаются на счетный регистр.

В каждом из двух регистров по два интегрирующих счетчика импульса, три из них используются для ввода сигналов от блока 7, а

четвертый – для ввода синхросигнала о начале отсчета импульсов. Информационно-измерительная система содержит три таких модуля.

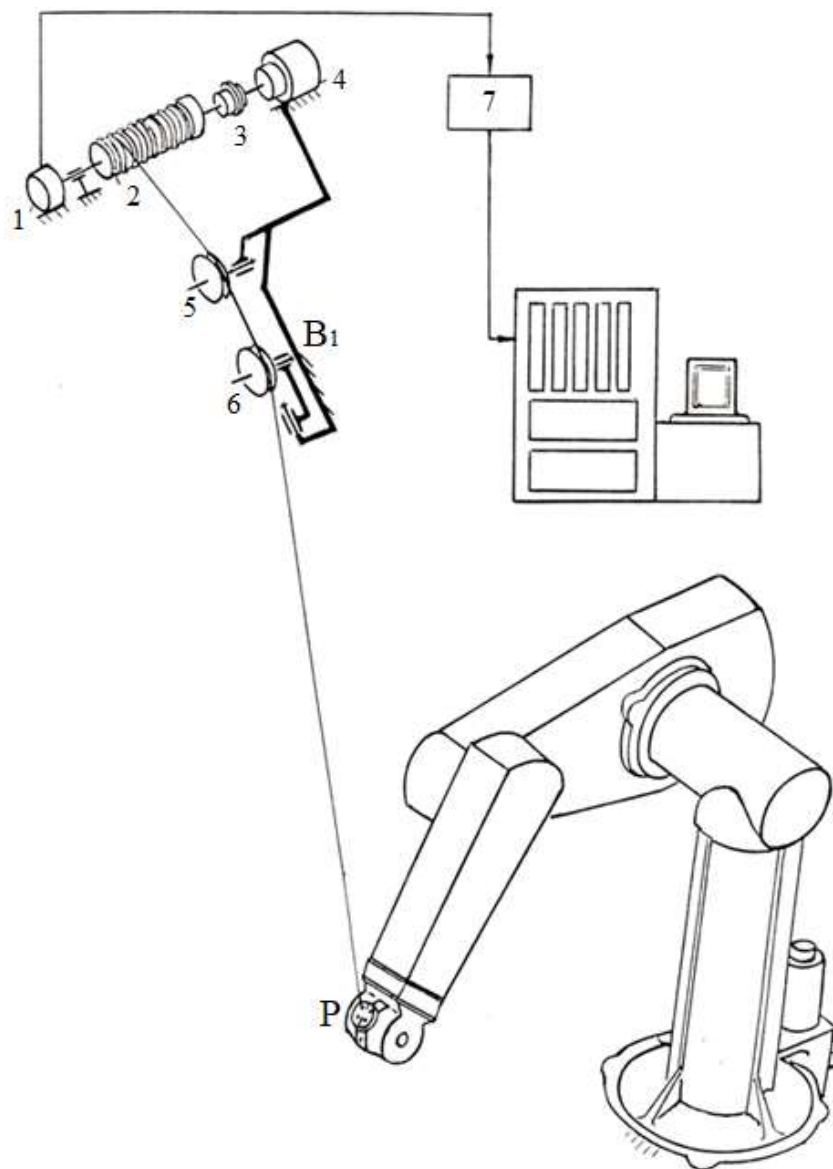


Рисунок 5.13

Конструкция информационно-измерительной системы на основе  $l$  – координат была разработана А.Ш. Колискором и С. Чакаровым [9, 49]. В работе [192] был предложен алгоритм определения положений неподвижных точек для ИИС с вводом дополнительной промежуточной системы координат, связанной с неподвижными точками. Это требовало применения сложных технических средств (лазерные интерферометры) и большого количества тарировочных таблиц. В [192] система была

ориентирована на определение траектории лишь одной характерной точки выходного звена робота.

В работах [76, 77] была разработана методика последовательной регистрации  $l$  – длин шести отрезков для определения пространственной траектории движения схвата робота как твердого тела (рисунок 5.14). Так как робот может многократно повторить заданную траекторию, то во время первого прохода регистрируются изменения трех  $l$  – длин, а перед вторым проходом изменяются положения точки крепления на выходном звене робота, а затем регистрируются три другие  $l$  – длины. В результате образуется  $l$  – координатная структурная схема 2-2-2, для которой задача о положениях имеет численное решение. Использование такого подхода регистрации приращений обобщенных координат дает возможность существенно уменьшить и упростить аппаратную часть измерительного устройства, что в свою очередь, облегчает вопросы общей компоновки ИИС вблизи рабочего пространства измеряемого механизма.

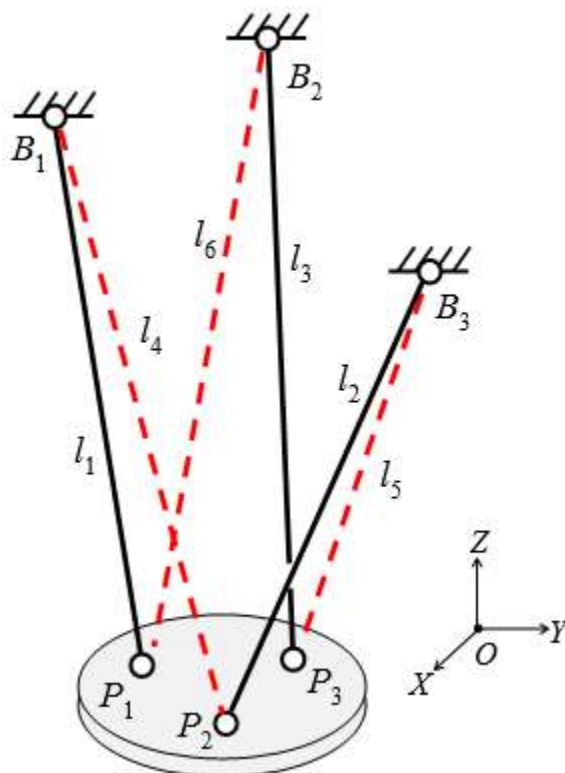


Рисунок 5.14

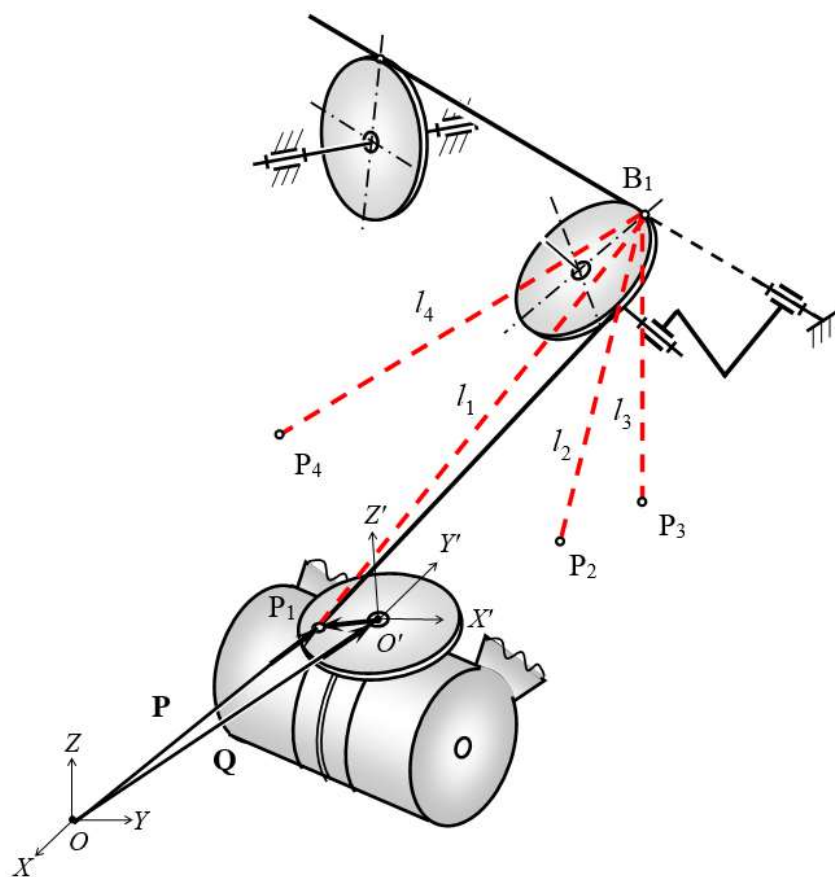


Рисунок 5.15

Далее решается задача разработки более простого и надежного подхода к определению положений неподвижных точек информационно-измерительной системы, разработки алгоритмов коррекции регистрируемых датчиками показаний, определения рабочей зоны информационно-измерительной системы, в которой система не теряет информативности из-за особых положений, оценки точности системы вблизи особых положений.

## 5.5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ ТОЧЕК БАЗЫ ИНФОРМАЦИОННО – ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ 1 – КООРДИНАТНОЙ СИСТЕМЫ

Для решения задачи определения траектории движения схвата аттестуемого робота необходимо иметь координаты неподвижных точек  $B_1, B_2, B_3$  (точек наблюдения) в системе координат робота. Определение



положения этих точек можно производить с помощью той же измерительной системы. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Приближенное определение координат  $X_{B_i}, Y_{B_i}, Z_{B_i}$  ( $i = 1, \dots, 3$ );
2. Уточнение тех же координат.

На первом этапе схват робота подводится к четырем фиксированным точкам в рабочей зоне робота, координаты которых  $X_{P_j}, Y_{P_j}, Z_{P_j}$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) (рисунок 5.15) известны, и с помощью измерительной системы фиксируются приращения длин тросов, намотанных на барабан  $\Delta l_j = k_j 0,012$  мм (где  $k_j$  количество регистрируемых импульсов), когда схват проходит из первого положения к трем остальным.

Рассмотрим определение положения  $B_1$  в неподвижной системе координат робота. Считая, что каждый из четырех отрезков между точками  $P_j$  и  $B_1$  равен  $l_1$  плюс соответствующее приращение  $\Delta l_j$ , получим систему квадратных уравнений, в которой  $\Delta l_j$  соответствуют приращениям по прямой между точками  $P_j$  и  $B_1$ :

$$\begin{aligned} (X_{B_1} - X_{P_1})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_1})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_1})^2 &= l_1^2 \\ (X_{B_1} - X_{P_2})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_2})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_2})^2 &= (l_1 + \Delta l_2)^2 \\ (X_{B_1} - X_{P_3})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_3})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_3})^2 &= (l_1 + \Delta l_3)^2 \\ (X_{B_1} - X_{P_4})^2 + (Y_{B_1} - Y_{P_4})^2 + (Z_{B_1} - Z_{P_4})^2 &= (l_1 + \Delta l_4)^2, \end{aligned} \quad (5.6)$$

При этом  $\Delta l_1 = 0$  (счетчик обнулен). Вычитая первое уравнение из трех остальных, получим систему из трех линейных уравнений относительно неизвестных координат точки  $B_1 - X_{B_1}, Y_{B_1}, Z_{B_1}$  и начальной длины троса  $l_1$ :

$$X_{B_1} (X_{P_1} - X_{P_j})^2 + Y_{B_1} (Y_{P_1} - Y_{P_j})^2 + Z_{B_1} (Z_{P_1} - Z_{P_j})^2 = A_j + l_1 \Delta l_j, \quad (5.7)$$

где  $A_j = (X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2 + Z_{P_1}^2 - X_{P_j}^2 - Y_{P_j}^2 - Z_{P_j}^2 + \Delta l_j^2)/2$ . ( $j = 2, \dots, 4$ )

Из системы (5.7) получим линейные соотношения между координатами точки  $B_1$  и неизвестной начальной длиной  $l_1$ :

$$X_{B_1} = (H_1 + H_2 l_1)/D, \quad Y_{B_1} = (W_1 + W_2 l_1)/D, \quad Z_{B_1} = (G_1 + G_2 l_1)/D, \quad (5.8)$$

где коэффициенты соответственно равны:

$$H_1 = X_{B_1}(R_{22}R_{33} - R_{23}R_{32}) - Y_{B_1}(R_{12}R_{33} - R_{13}R_{32}) + Z_{B_1}(R_{12}R_{23} - R_{13}R_{22}),$$

$$H_2 = \Delta l_2(R_{22}R_{33} - R_{23}R_{32}) - \Delta l_3(R_{12}R_{33} - R_{13}R_{32}) + \Delta l_4(R_{12}R_{23} - R_{13}R_{22}),$$

$$W_1 = X_{B_1}(R_{31}R_{23} - R_{21}R_{33}) - Y_{B_1}(R_{13}R_{31} - R_{11}R_{33}) + Z_{B_1}(R_{13}R_{21} - R_{11}R_{23}),$$

$$W_2 = \Delta l_2(R_{31}R_{23} - R_{21}R_{33}) - \Delta l_3(R_{13}R_{31} - R_{11}R_{33}) + \Delta l_4(R_{13}R_{21} - R_{11}R_{23}),$$

$$G_1 = X_{B_1}(R_{21}R_{32} - R_{22}R_{31}) - Y_{B_1}(R_{32}R_{11} - R_{12}R_{31}) + Z_{B_1}(R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21}),$$

$$G_2 = \Delta l_2(R_{21}R_{32} - R_{22}R_{31}) - \Delta l_3(R_{32}R_{11} - R_{12}R_{31}) + \Delta l_4(R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21}).$$

$R_{km}$  – коэффициенты левой части системы (5.7) ( $k, m = 1, \dots, 3$ ),

$D$  – определитель матрицы, составленный из тех же коэффициентов.

Очевидное условие разрешимости системы – определитель матрицы коэффициентов левой части системы (5.7) не равен нулю. Подставляя (5.8) в первое уравнение системы (5.6), определим начальную длину  $l_1$ , а затем и координаты точки  $B_1$ .

Эта процедура повторяется для двух других неподвижных точек наблюдателей. При этом надо иметь в виду то обстоятельство, что для аттестуемого в рамках диссертационной работы робота задание положений точек  $P_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) в неподвижной системе координат робота связано с нетрадиционным заданием трех углов ориентации схвата (рисунок 5.16 а), б), в)) - это углы:

$\Theta$  – угол ориентации, угол между осью  $OY$  абсолютной системы и проекцией оси  $O'Z'$  подвижной системы координат на плоскость  $XOY$ ;

$A$  – угол азимута, угол между осью  $O'Z'$  и плоскостью, параллельной плоскости  $XOY$ ;

$T$  – угол инструмента, угол в плоскости  $X'O'Y'$  между осью  $O'Y'$  и плоскостью, параллельной плоскости  $XOY$ .

Для аттестуемого робота на конечном звене есть фланец (рисунок 5.17) с резьбовыми отверстиями, используемыми для проведения экспериментов. В этих отверстиях закрепляются концы тросов, следовательно, известно

положение точки  $P'$  в подвижной системе координат  $X'O'Y'Z'$ , связанной со схватом робота, тогда положение точки  $P'(P)$  в неподвижной системе координат будет:

$$P = MP' + Q.$$

где  $M$  – переходная матрица,  $Q$  – вектор центра подвижной системы координат, связанный со схватом. Матрица  $M$  имеет следующий вид:

$$M = \begin{bmatrix} -sAs\theta + sAsT & sAs\theta sT + c\theta cT & s\theta cA \\ sAc\theta + s\theta sT & -sAc\theta sT + s\theta cT & -c\theta cA \\ -cAcT & cAsT & -sA \end{bmatrix}$$

где  $s$  и  $c$  соответственно тригонометрические функции  $\text{Sin}$  и  $\text{Cos}$ .

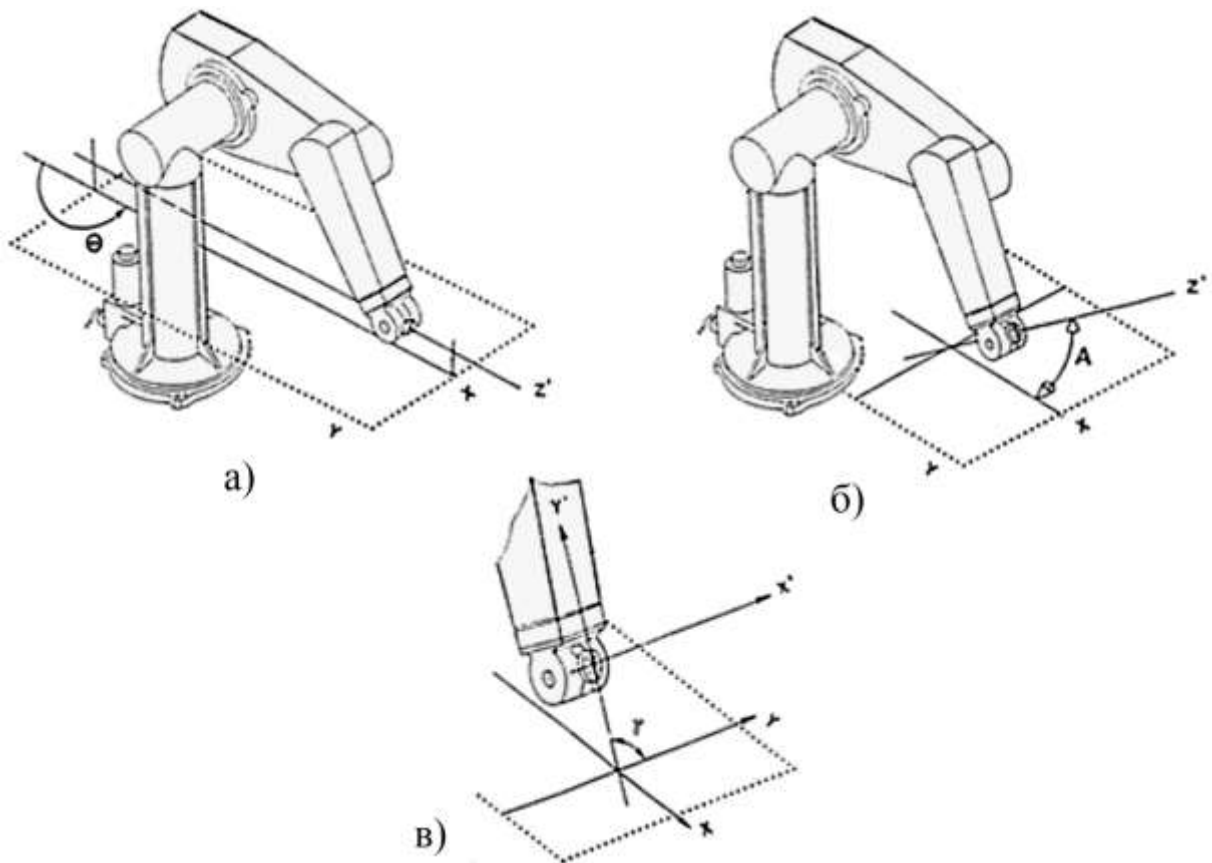


Рисунок 5.16

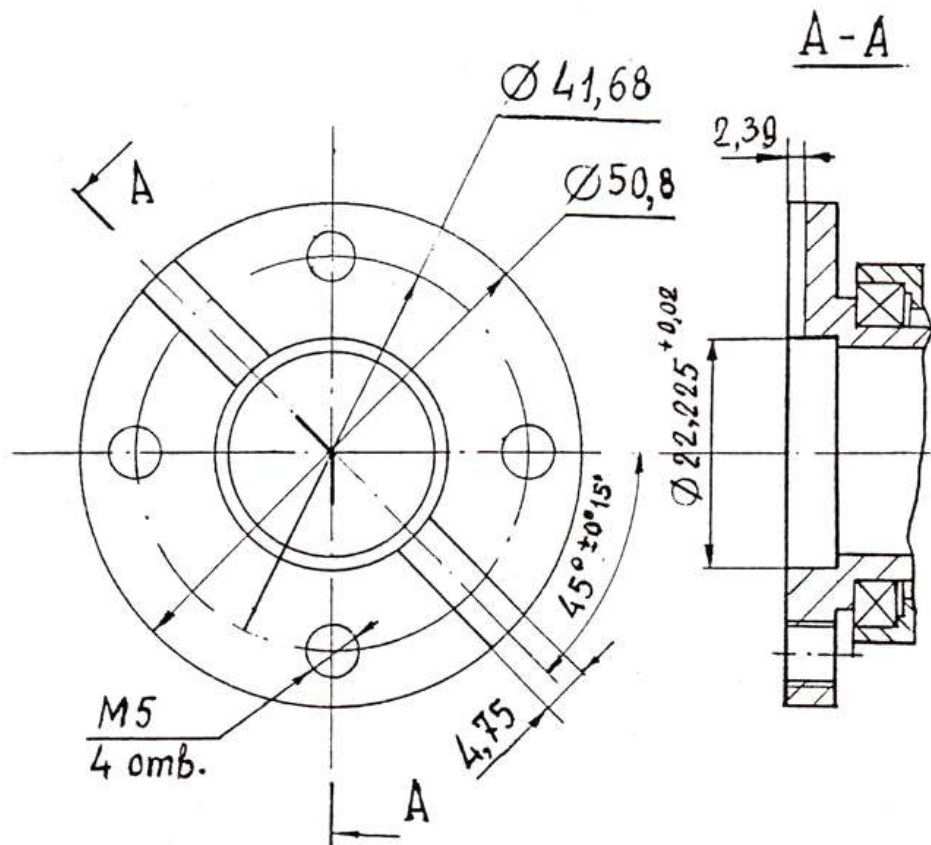


Рисунок 5.17

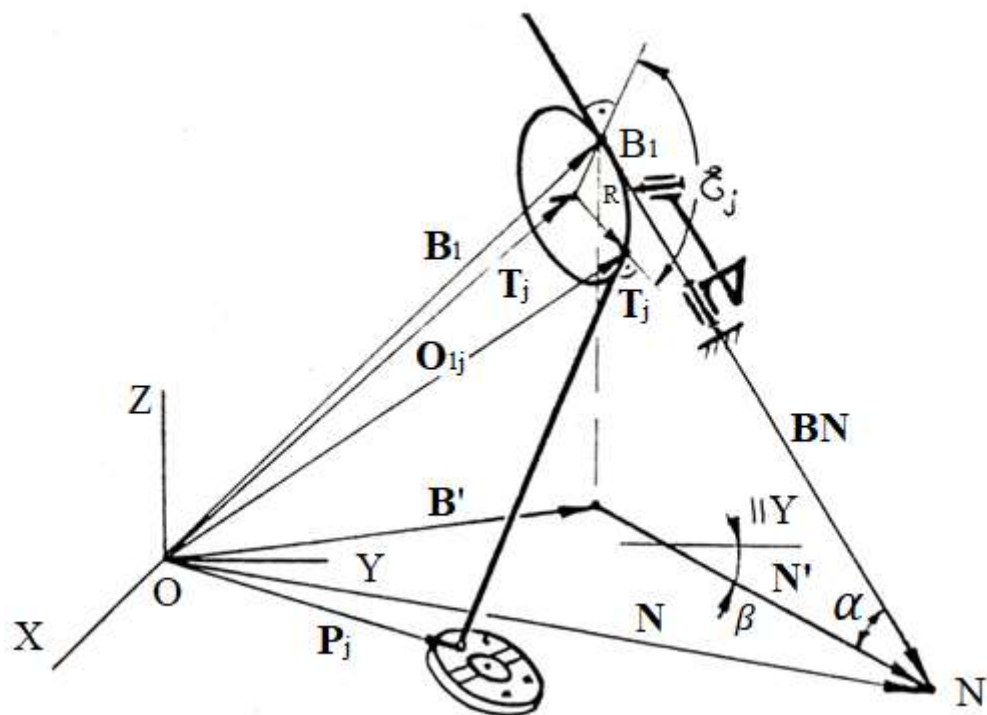


Рисунок 5.18

Первая часть задачи решена, и на этом этапе грубо определены положения неподвижных точек  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ). На втором этапе следует

уточнить положения точек основания, что связано с тем, что приращения  $\Delta l_j$  на самом деле не соответствуют приращениям  $l$  – длин, связывающих точки  $B_i$  и  $P_j$ , а положение точки схода  $T_j$  троса на поворотном ролике зависит от занимаемого положения схвата робота.

Вводим вспомогательные параметры, а именно  $\alpha$  – угол наклона троса на участке общей касательной к поворотному и неподвижному роликам (рисунок 5.18) относительно горизонтальной плоскости, и  $\beta$  – угол между положительными направлениями оси  $OY$  в неподвижной системе координат и проекцией той же линии на горизонтальную плоскость  $XOY$ .

Задаваясь значениями углов  $\alpha$  и  $\beta$  для каждого из четырех положений, определим положение центра поворотного ролика  $O_{1j}$  ( $j = 1, \dots, 4$ ). Для этого определим положение точки  $N(X_N, Y_N, Z_N)$  – точки пересечения прямой (общей касательной двух роликов), проходящей через точки  $B_H$  –  $B_1$ , с плоскостью  $XOY$ :

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}' + \mathbf{N}',$$

где вектор  $\mathbf{B}' = [X_{B_1}, Y_{B_1}, 0]^T$  является проекцией вектора  $\mathbf{B}_1$  на горизонтальную плоскость, а проекция вектора  $\mathbf{N}'$  определяется следующим образом:

$$\mathbf{N}' = \left[ Z_{B_1} \frac{\sin(\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha)}, Z_{B_1} \frac{\cos(\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha)}, 0 \right]^T.$$

Координаты точки  $O_{1j}$  определим из условия, что она:

1. Лежит в плоскости, проходящей через точки  $P_j, N, B_1$
2. Лежит в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{BN} = \mathbf{N} - \mathbf{B}_1$
3. Удовлетворяет уравнению отрезка  $R$  (радиус ролика) между точками  $B_1$  и  $O_{1j}$ .

В результате получим систему линейных уравнений относительно неизвестных координат точки  $O_{1j}(O_{Xj}, O_{Yj}, O_{Zj})$

$$\begin{cases} A_1 O_{X_j} + A_2 O_{Y_j} + A_3 O_{Z_j} - D_1 = 0 \\ X_N O_{X_j} + Y_N O_{Y_j} + Z_N O_{Z_j} - D_2 = 0 \\ \left( (X_{B_1} - O_{X_j})^2 + (Y_{B_1} - O_{Y_j})^2 + (Z_{B_1} + O_{Z_j})^2 \right) = R^2 \end{cases}, \quad (5.9)$$

где коэффициенты, соответственно, равны:

$$\begin{aligned} A_1 &= (Y_{P_j} - Y_{B_1})(Z_N - Z_{B_1}) - (Z_N - Z_{B_1})(Y_N - Y_{B_1}), \\ A_2 &= (Z_{P_j} - Z_{B_1})(X_N - X_{B_1}) - (X_N - X_{B_1})(Z_N - Z_{B_1}), \\ A_3 &= (X_{P_j} - X_{B_1})(Y_N - Y_{B_1}) - (Y_N - Y_{B_1})(X_N - X_{B_1}), \\ D_1 &= A_1 X_{B_1} + A_2 Y_{B_1} + A_3 Z_{B_1}, \\ D_2 &= X_N X_{B_1} + Y_N Y_{B_1} + Z_N Z_{B_1}. \end{aligned}$$

Затем определим положение точки  $T_j(X_{T_j}, Y_{T_j}, Z_{T_j})$  из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} (X_{T_j} - X_{O_j})(X_{T_j} - X_{O_j}) + (Y_{T_j} - Y_{O_j}) + (Z_{T_j} - Z_{O_j})(Z_{T_j} - Z_{O_j}) = 0 \\ (X_{T_j} - X_{O_j})X_N + (Y_{T_j} - Y_{O_j})Y_N + (Z_{T_j} - Z_{O_j})Z_N = 0 \\ (X_{T_j} - X_{O_j})^2 + (Y_{T_j} - Y_{O_j})^2 + (Z_{T_j} - Z_{O_j})^2 = R^2 \end{cases}. \quad (5.10)$$

Длины тросов от точек  $P_j$  до неподвижной точки  $B_1$  с учетом огибания на поворотном ролике определяются следующим образом:

$$B_1 P_j = \cup B_1 T_j + |T_j P_j|,$$

$$\text{где } \cup B_1 T_j = \varepsilon R,$$

$$|B_1 T_j| = \sqrt{(X_{T_j} - X_{P_j})^2 + (Y_{T_j} - Y_{P_j})^2 + (Z_{T_j} - Z_{P_j})^2}.$$

$$\varepsilon_j = 2 \operatorname{Arcsin} \left( \frac{|B_1 T_j|}{2R} \right),$$

$$|B_1 T_j| = \sqrt{(X_{T_j} - X_{B_j})^2 + (Y_{T_j} - Y_{B_j})^2 + (Z_{T_j} - Z_{B_j})^2}.$$

Зная длины тросов от известных положений  $P_j$  до  $E_j$  (точки схода на барабане), можно определить приращения их длин как разницу между

величинами  $\tau_j = (|E_j B_H| + B_1 P_j) - (|E_1 B_H| + B_1 P_1)$ , ( $j = 2, \dots, 4$ ), где расстояние от точек схода на барабане  $E_j$  до точки  $B_H$  на ролике с неподвижной осью определяется с учетом, того, что расстояние между точками  $B_1$  и  $B_H$  остается неизменным.

Определим начальную длину троса между точками  $E_1$  (точка схода на барабане) и  $B_H$  (рисунок 5.19). Робот подводим к первому положению, вытягиваем трос с барабана до конца и при обнуленном счетчике отпускаем его до полной намотки на барабан. Счетчик показывает определенное количество импульсов  $K$ . Определим расстояние  $|EE_1| = |EE_0| + |E_0 E_1|$ , имея в виду, что часть импульсов  $K_0$  приходится на то, чтобы трос занял положение касательной к барабану  $t = |EE_0|$ , а  $(K - K_0)$  импульсов на расстояние  $t_1 = |E_0 E_1|$  (рисунок 5.19 а, б):

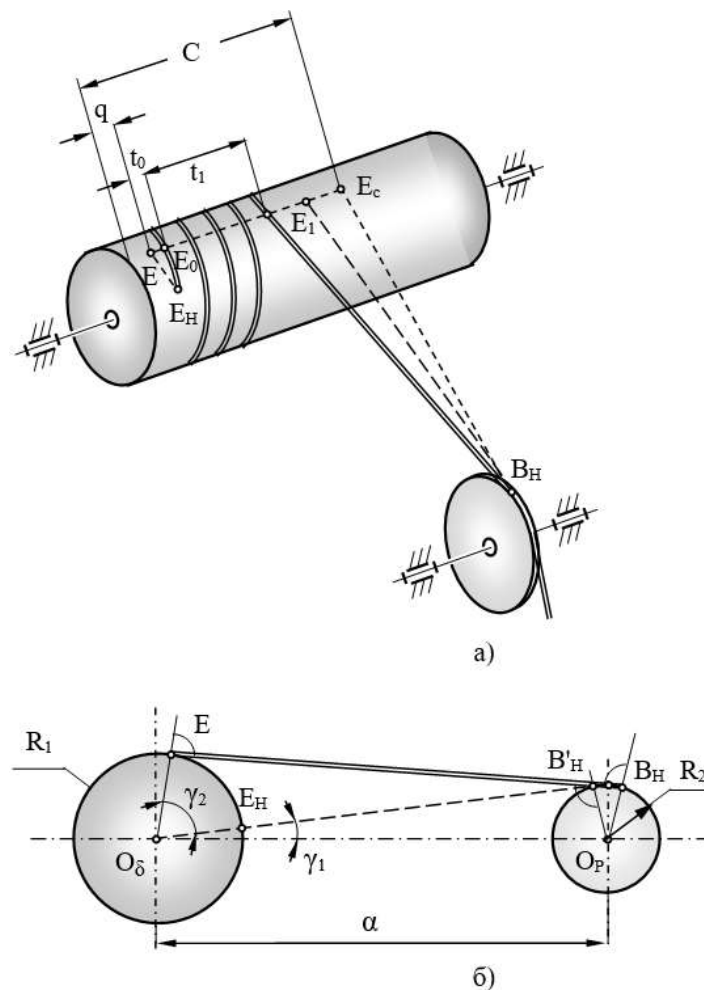


Рисунок 5.19

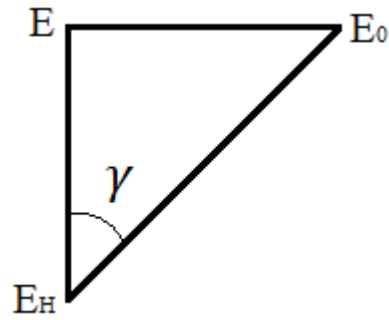


Рисунок 5.20

$$K_0 = \frac{\cup E_H E_0}{0,012},$$

где дуга винтовой линии  $\cup E_H E_0 = \cup E_H E / \cos(\gamma)$  (рисунок 5.20),  $\gamma$  – угол подъема винтовой линии барабана, а  $\cup E_H E = \gamma_3 R_1$  получим из следующих соотношений:

$$\gamma_1 = \text{Arcsin}(R_2/a), \quad a \text{ – межосевое расстояние,}$$

$$\gamma_2 = \text{Arccos}[(R_1 - R_2)/a], \quad \gamma_3 = \gamma_2 - \gamma_1.$$

Тогда можно определить расстояние  $t^0$  и  $t_1$ :

$$t_0 = \cup E E_H t g(\gamma)$$

$$t_1 = (K - K_0)t_m/6000,$$

где  $t_m$  – шаг винтовой канавки барабана, 6000 – количество импульсов за один полный поворот барабана (на блоке 7 (рисунок 5.13) есть тумблер контроля, включая который, можно проверить количество импульсов за один полный оборот барабана).

Зная расстояние  $C$  (рисунок 5.19 а)) между торцом барабана и плоскостью симметрии ролика с неподвижной осью, определим расстояние между точками  $E_1 - B_H$ :

$$|E_C B_H| = \sqrt{|E_C B_H|^2 + |E_1 E_C|^2},$$

где  $|E_1 E_C| = C - g - t_0 - t_1,$

$$|E_C B_H| = |E B_H| = a \cos(\gamma_2) \text{ (рисунок 5.19 б)},$$

$g$  – расстояние точки крепления троса на барабане. Длины отрезков тросов между точкой  $B_H$  и точками  $E_j$ , соответствующих положениям точек  $P_j$



выходного звена робота, определяем в зависимости от количества импульсов и знака (при знаке минус трос сматывается с барабана):

$$|E_j B_H| = \sqrt{|E_C B_H|^2 + |E_j E_C|},$$

где  $|E_j E_C| = |E_1 E_C| - (K_j t_m)/6000$ .

В силу того, что положение точки  $B_1$  и значение углов  $\alpha, \beta$  определены в первом приближении, составим функцию невязки как сумму квадратов разностей между  $\tau_j$  и фиксированными датчиками приращения  $\Delta l_j$  для каждой из трех точек  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ):

$$\delta_i = \sum_{j=2}^4 (\tau_j - \Delta l_j)^2. \quad (5.11)$$

Задаваясь некоторой окрестностью положения точки  $B_1$  и дополнительных параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , стандартными методами поиска (метод  $LP$  – поиска, метод покоординатного спуска [120, 124]), находим глобальный минимум функции невязки (5.11).

Для реального робота по данной методике в рамках диссертационной работы определены координаты точек  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ), при следующих исходных данных:

1. Координаты точек  $P_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) в  $O'X'Y'Z'$ :

Координаты $P_i$ , мм	X	Y	Z
$P_1$	14,58	-14,58	5,75
$P_2$	14,58	14,58	5,65
$P_3$	-14,58	14,58	5,65

2. Положение центра схвата робота в системе координат  $OXYZ$

Координаты центра	X мм	Y мм	Z мм	A град	Θ град	T град
1-е положение	84,63	-838,03	298,41	-13,068	-62,770	93,966

2-е положение	107,66	-615,09	480,59	0,143	-46,653	84,315
3-е положение	361,59	-640,03	479,72	-1,939	-45,269	95,879
4-е положение	361,50	-159,72	479,53	-1,939	-45,264	95,861

При перемещении выходного звена из первого положения в последующее счетчики показали следующие значения:

Количество имп.	$K_1$	$K_2$	$K_3$
1-е положение	0	0	0
2-е положение	1610	-6609	175
3-е положение	1165	-3355	2059
4-е положение	32050	19885	16715

Решая систему уравнений (5.6), грубо определяем положение точек базы  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 3$ ) в неподвижной системе координат робота:

Координаты $B_i$ мм	Приближенное (грубое) положение			Уточненное положение			Невязка $\delta$
	x	y	z	x	y	z	
$B_1$	159,64	-1645,9	1337,2	159,05	-1642,2	1381,81	0,021
$B_2$	2,4891	-1122,4	1113,2	2,05445	-1119,8	1390,15	0,008
$B_3$	-82,11	-1520,2	1252,7	-90,52	-1526,8	1358,21	0,03

В этой же таблице приведены уточненные координаты точек базы, а в последнем столбце значение невязок по формуле (5.11).

## 5.6 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА РОБОТА

Как было сказано выше, организовав движение выходного звена робота в несколько циклов по одной заданной траектории, датчиками можно регистрировать приращения длин шести тросов. Результаты испытаний записываются в выходные файлы для дальнейшей обработки.

Задача определения траектории движения выходного звена робота сводится к многократному решению прямой задачи о положениях подобно  $l$  – координатным механизмам. При этом целесообразно пользоваться отработанными методами (метод Ньютона, винтовое исчисление, аналитический и численно-математические методы), однако, наиболее приемлемо винтовое исчисление.

В данном случае возникают некоторые проблемы, связанные с тем, что точка схода с поворотного ролика 5 (рисунок 5.13) непостоянна, и каждый раз приходится находить эту точку при определении траектории выходного звена робота. Алгоритм решения данной задачи построен на основе определения невязок между фактическими регистрируемыми приращениями  $l$  – длин с учетом огибания на поворотном ролике и полученными приращениями после вычисления положений выходного звена робота. При этом принимается, что известно начальное положение центра выходного звена робота в виде координат Декарта – Эйлера  $(X_0, Y_0, Z_0, \varphi_0, \psi_0, \theta_0)$ .

В начальном положении выходного звена определяем положения точек  $T_i (i = 1, \dots, 6)$ , (рисунок 5.21) – точек схода с поворотных роликов для шести тросов (три во время первого цикла, три - во втором цикле), решая системы (5.9) и (5.10). Эти точки в данном случае выполняют роль базовых (неподвижных) точек подобно  $l$  – координатным механизмам. Имея приращения длин  $\Delta l_1 (i = 1, \dots, 6)$ , решаем систему линейных уравнений:

$$\Pi\Phi = \Delta l, \quad (5.12)$$

где  $\Pi$  – матрица, составленная из плюккеровых координат единичных векторов, направленных вдоль оси тросов в отрезках между точками  $P_m$  и  $T_i$  ( $m = 1, \dots, 6, i = 1, \dots, 6$ ) (рисунок 5.21). Определим винт перемещения  $\Phi = \Phi(dx^0, dy^0, dz^0, dx, dy, dz)$ , в котором компонентами являются элементарные перемещения, и вращения относительно осей неподвижной системы координат  $OXYZ$ , связанной с основанием.

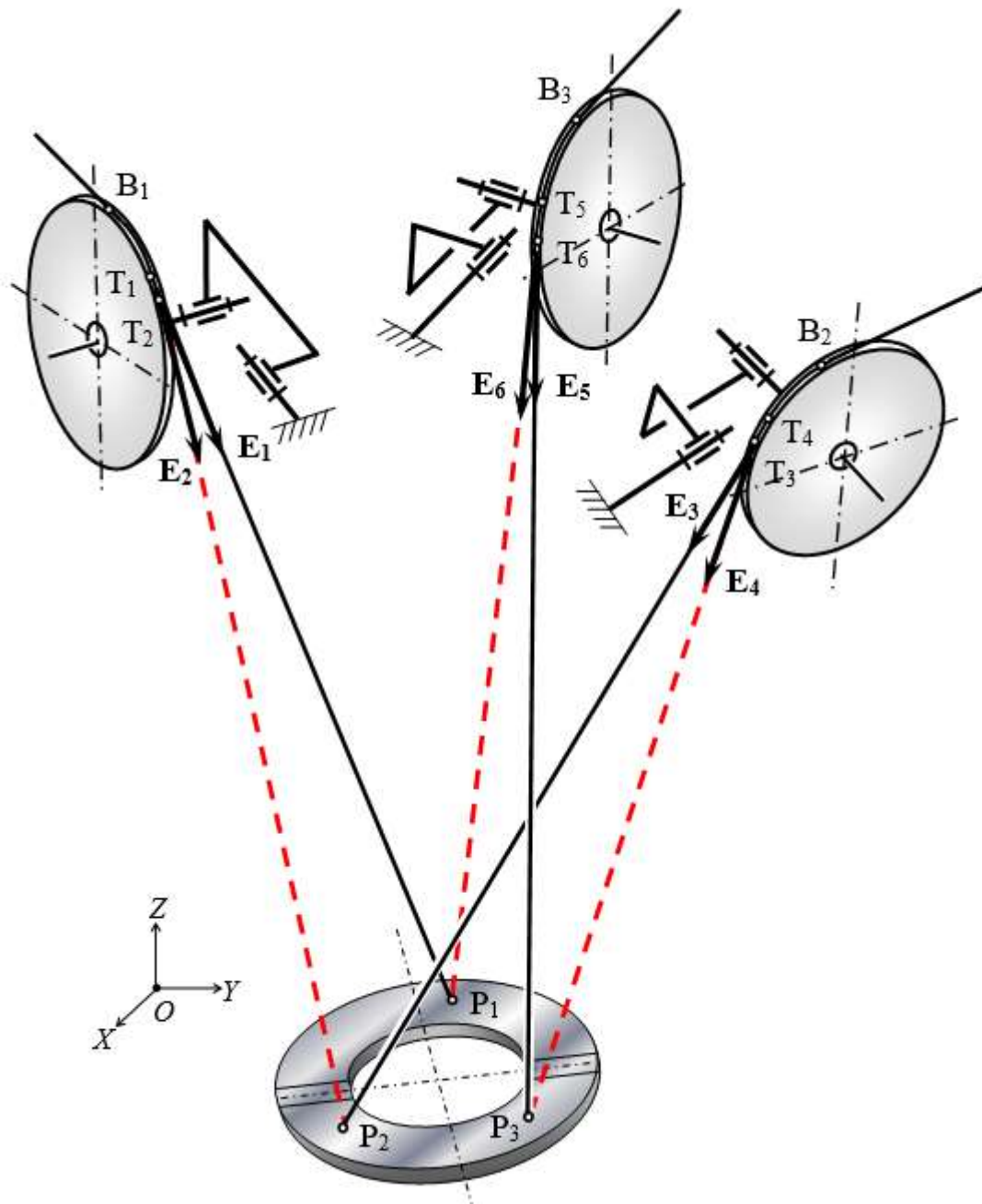


Рисунок 5.21

В новом положении выходного звена снова используем системы (5.9) и (5.10) и определяем положение точек  $T_i$  и длины тросов между соответствующими точками  $B_i$  и  $P_i$ , с учетом огибания тросами поворотных роликов:

$$\begin{aligned} B_1P_1 &= \cup B_1T_1 + |T_1P_1|, & B_2P_3 &= \cup B_2T_4 + |T_4P_3|, \\ B_1P_2 &= \cup B_1T_2 + |T_2P_2|, & B_3P_3 &= \cup B_3T_5 + |T_5P_3|, \\ B_2P_2 &= \cup B_2T_3 + |T_3P_2|, & B_3P_1 &= \cup B_3T_6 + |T_6P_1|. \end{aligned}$$

Для определения невязок составим разности:

$$\begin{aligned} B_1P_1 - \Delta l_1 &\leq \Delta l'_1, & B_2P_2 - \Delta l_3 &\leq \Delta l'_3, & B_3P_3 - \Delta l_5 &\leq \Delta l'_5, \\ B_1P_2 - \Delta l_2 &\leq \Delta l'_2, & B_2P_3 - \Delta l_4 &\leq \Delta l'_4, & B_3P_1 - \Delta l_6 &\leq \Delta l'_6. \end{aligned}$$

В случае, если не выполняется условие

$$\Delta l'_i \leq \varepsilon \quad (i = 1, \dots, 6), \quad (5.13)$$

где  $\varepsilon$  – заданная малая величина, то величину  $\Delta l'_i$  подставляем в уравнение (5.12) и повторяем процедуру до выполнения условия (5.13).

Зная положение трех точек выходного звена, не трудно определить для него и координаты Декарта – Эйлера.

## 5.7 СВЯЗЬ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ И АНАЛОГОВ УГЛОВ ДАВЛЕНИЯ

При известном значении точности измерителя и требуемой точности определения положений твердого тела (объекта измерения) возникает необходимость анализа рабочей зоны измерительной системы с целью удовлетворения заданной точности системы. Критерием для такой оценки принимается угол, являющийся аналогом угла давления между соответствующими единичными векторами  $E_i$ , направленными вдоль осей измерительных тросов, и вектором возможного перемещения (скорости) точки крепления троса на исследуемом объекте (рисунок 5.22).

Ошибка определения положения исследуемого звена определится ошибкой измерителя  $l$  – координат и положением измерительной системы. Точность измерения  $l$  – координат равна  $\delta l_1 = \pm 0.0125$  мм. При заданной точности определения положений точек твердого тела, равной  $\delta r = 0.05$  мм, можно определить допустимое значение угла «давления», как:

$$\alpha_{д.} = \arccos\left(\frac{\delta l_m}{\delta r}\right) = 60^\circ, \text{ где } \delta l_m = 0.025 \text{ мм.}$$

Следовательно, ограничивая угол «давления»  $\alpha \leq 60^\circ$ , можно определить рабочую зону, в которой точность измерения положения точек не хуже, чем 0,05 мм. При угле давления, равном  $0^\circ$ , точность системы будет равна точности измерителя, а при  $\alpha = 90^\circ$  ошибка, в общем, не определена. Ограничение рабочей зоны по углу «давления» гарантирует также отсутствие особых положений (аналогично  $l$  – координатным двигательным системам), в которых измерительная система теряет информативность.

Исходя из вышесказанного разработаны алгоритм и программа для определения рабочей зоны измерительной системы. В качестве примера рассмотрена реально изготовленная измерительная система, у которой длины тросов ограничены пределами:  $l_{min} = 700$  мм,  $l_{max} = 2300$  мм. Предельные значения углов выходного звена робота:

$$-0,3 \text{ rad} \leq \theta \leq 0,3 \text{ rad};$$

$$-0,3 \text{ rad} \leq A \leq 0,3 \text{ rad};$$

$$-0,3 \text{ rad} \leq T \leq 0,3 \text{ rad}.$$

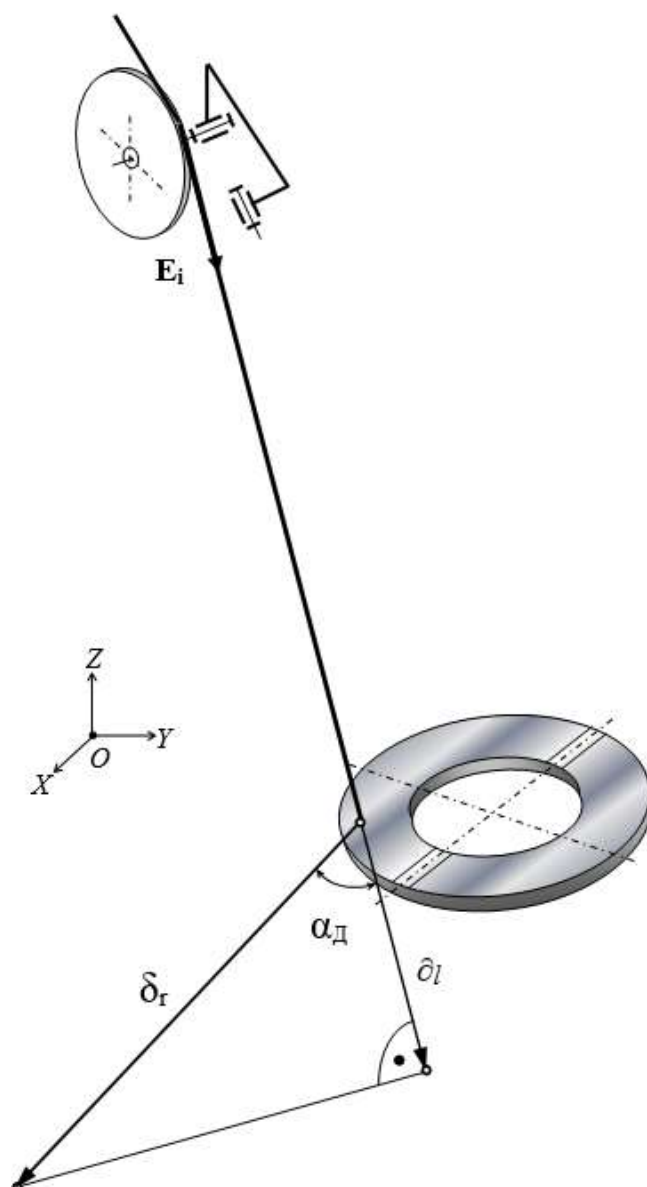


Рисунок 5.22

Ограничение угла давления равно  $60^\circ$ . Анализируя рабочее пространство в прямоугольнике с координатами (в миллиметрах):

$$-750 \leq X \leq 750;$$

$$-750 \leq Y \leq 750;$$

$$-300 \leq Z \leq 700,$$

посредством сканирования в заданных пределах декартовых координат и углов робота  $\theta, A, T$  определена рабочая зона информационно-измерительной системы (рисунок 5.23), в которой точность измерения соответствует заданной 0,05мм. На рисунке 5.24 приведены срезы рабочей

зоны по координате  $Z$ . Анализируя рабочую зону в заданных пределах, выбираем новые границы рабочей зоны, в которой система не теряет информативность, и точность измерения соответствует изначально заданной.

$$\begin{aligned}
 & -0,3(\text{rad}) < A, \theta, T < 0,3(\text{rad}) \\
 & -500 < X < 500 \text{ (мм)} \\
 & -750 < Y < 750 \text{ (мм)} \\
 & -300 < Z < 700 \text{ (мм)}
 \end{aligned}$$

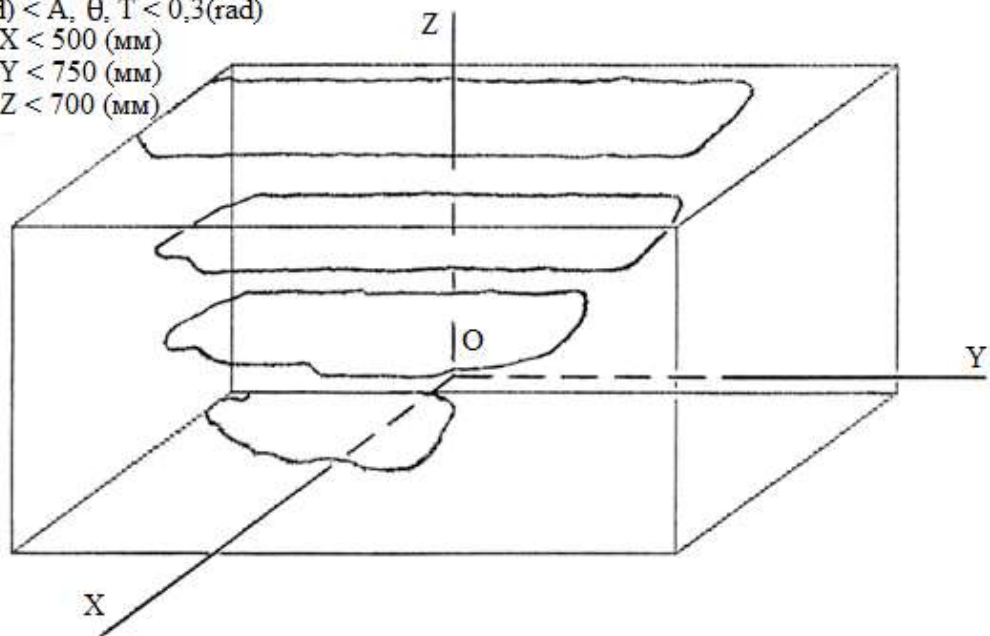
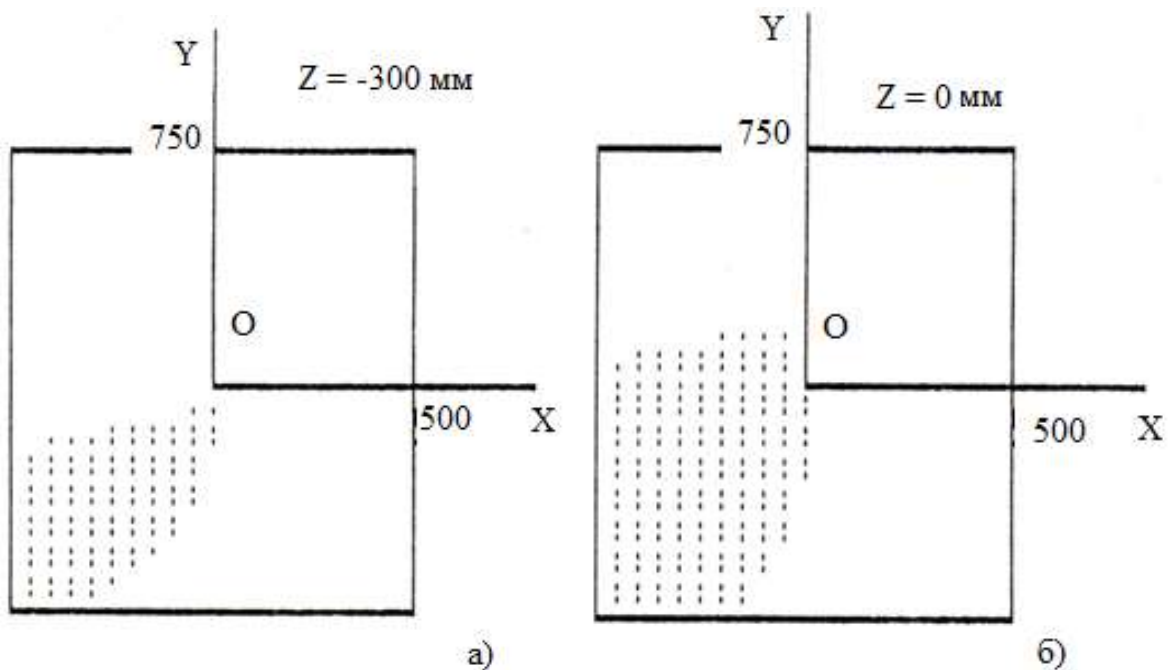


Рисунок 5.23





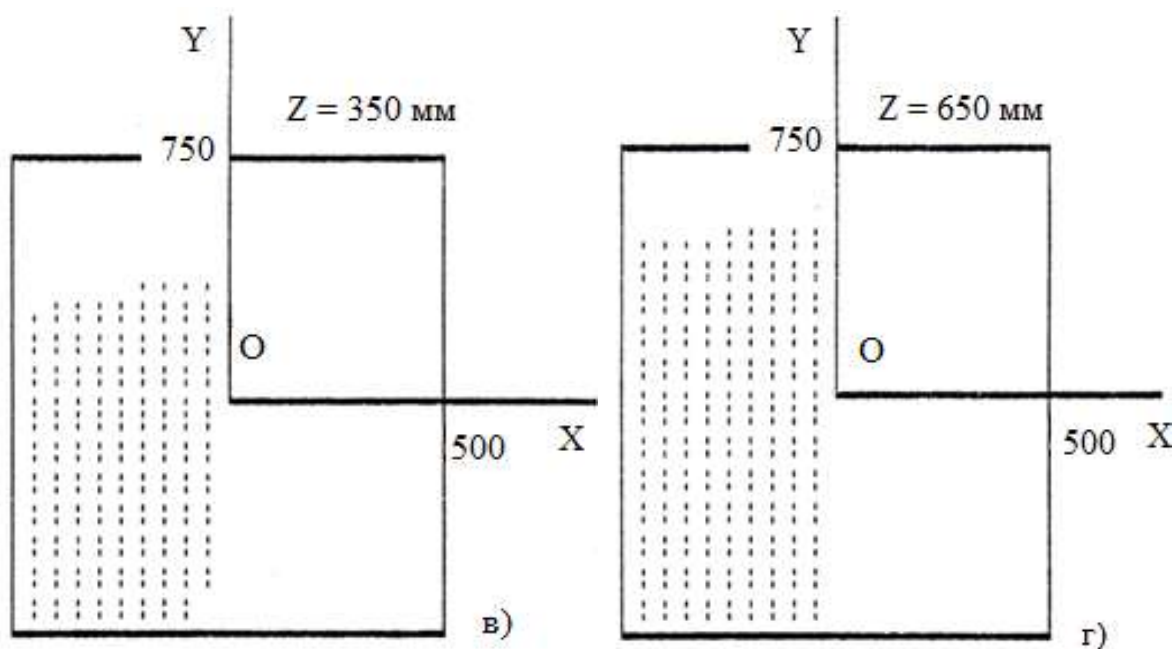


Рисунок 5.24

### **5.81 – КООРДИНАТНЫЙ МЕХАНИЗМ ТРЕНАЖЕРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ВОДИТЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

В данном параграфе представлен конкретный механизм для подготовки водителей наземных транспортных средств.

Механизм представляет из себя 2 платформы, соединенные шестью кинематическими цепями, нижняя платформа является основанием (1), а верхняя платформа - выходным звеном (2). На рисунке 5.25 представлен экспериментальный стенд гексапода ПФ «ЛОГОС» для подготовки экипажей транспортных средств.

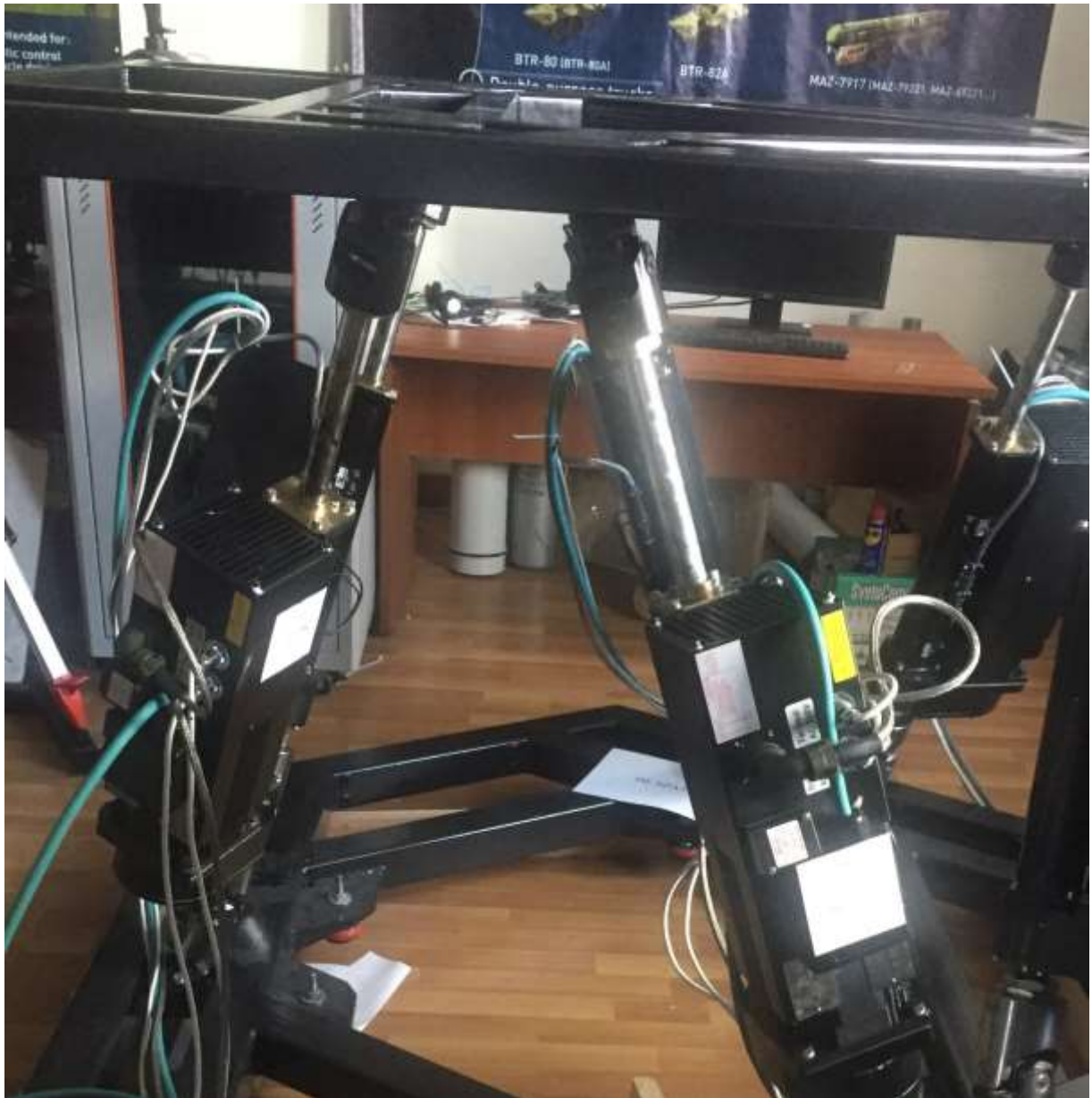


Рисунок 5.25

На рисунке 5.26 представлена структурная схема гексапода ПФ «ЛОГОС», с основными размерами.

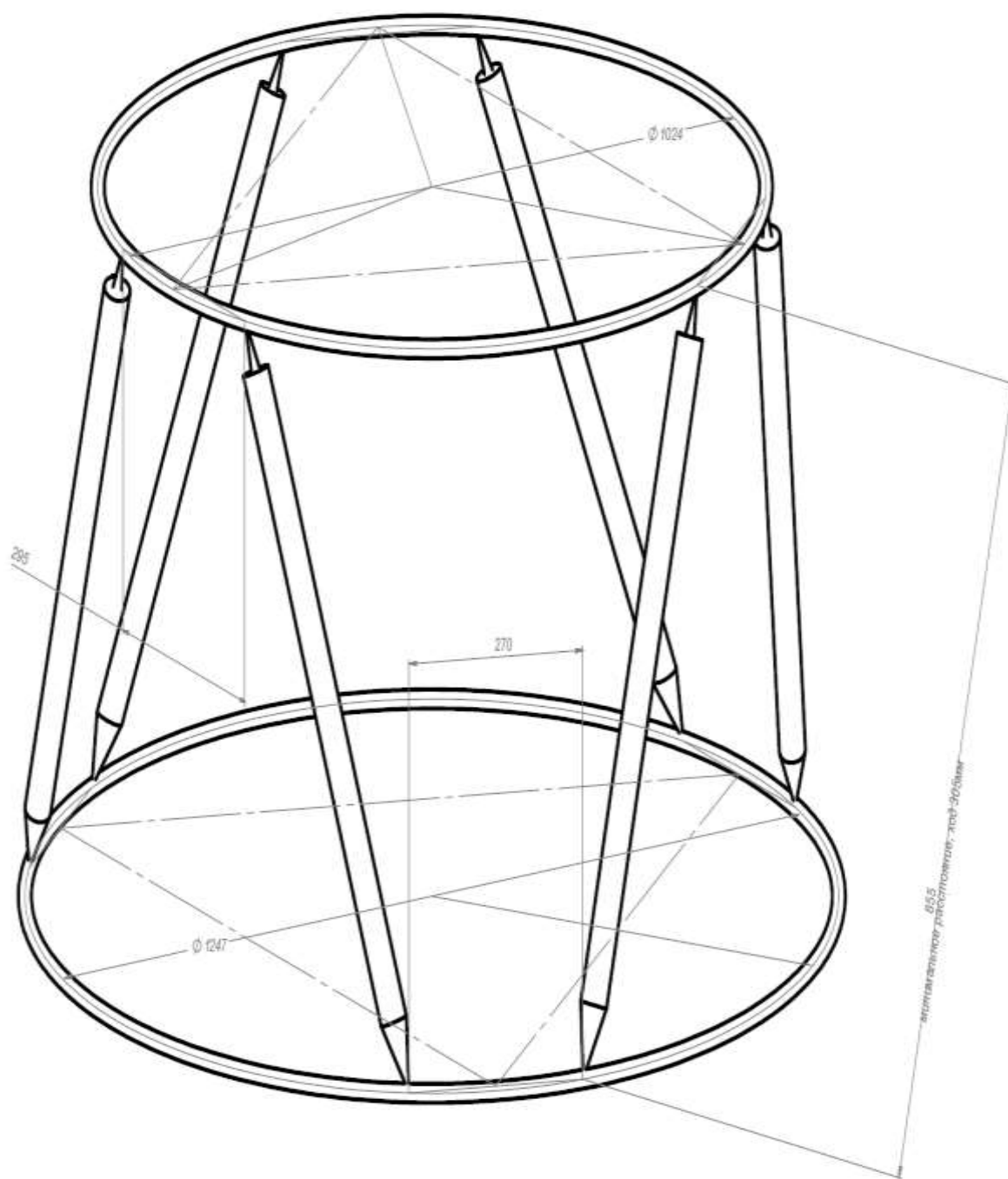


Рисунок 5.26

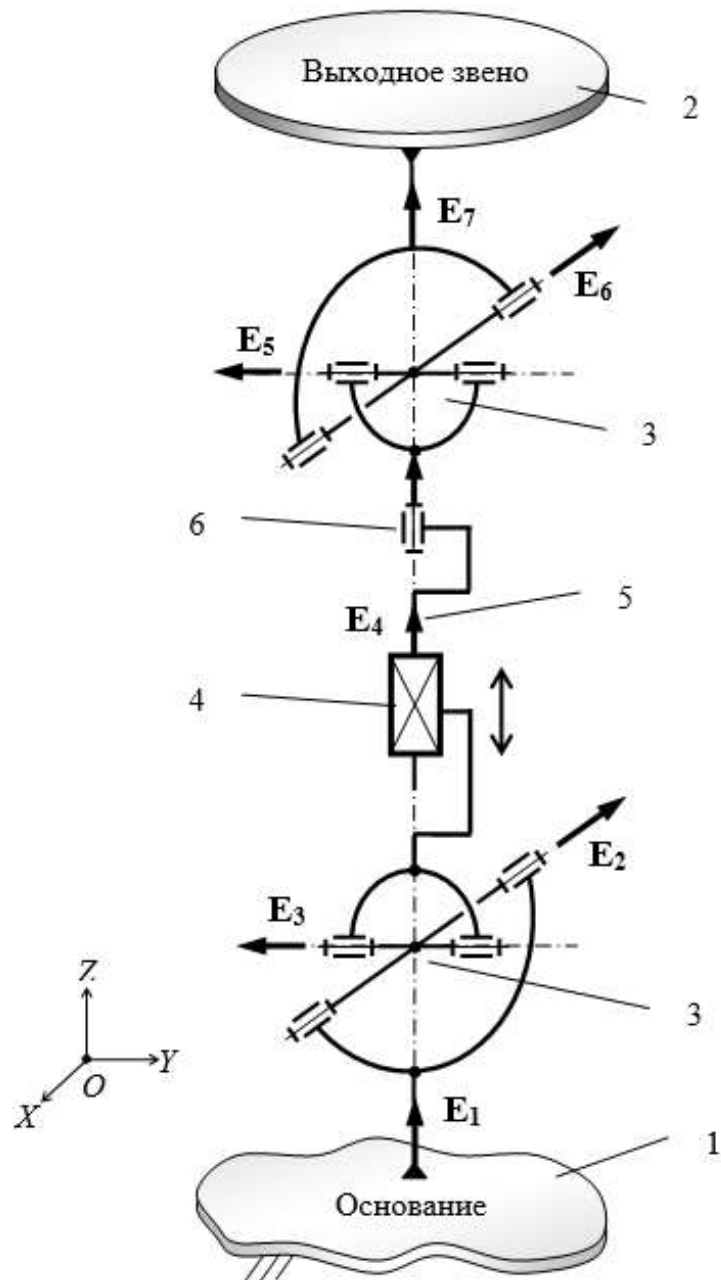


Рисунок 5.27

Каждая кинематическая цепь представляет из себя шарнир Гука (3), зафиксированный на основании, линейный двигатель (4) (блок привода гексапода ПФ «ЛОГОС» (рисунок 5.28), содержащий шток (5), вращательную пару (6), вращательный двигатель (7), зубчатое колесо (8), шпонку (9), винт (10)), отвечающий за скользящее (линейное) движение штока (5), вращательную пару (6), отвечающую за вращение штока относительно оси кинематической цепи, еще один шарнир Гука, зафиксированный на выходном звене (рисунок 5.27).

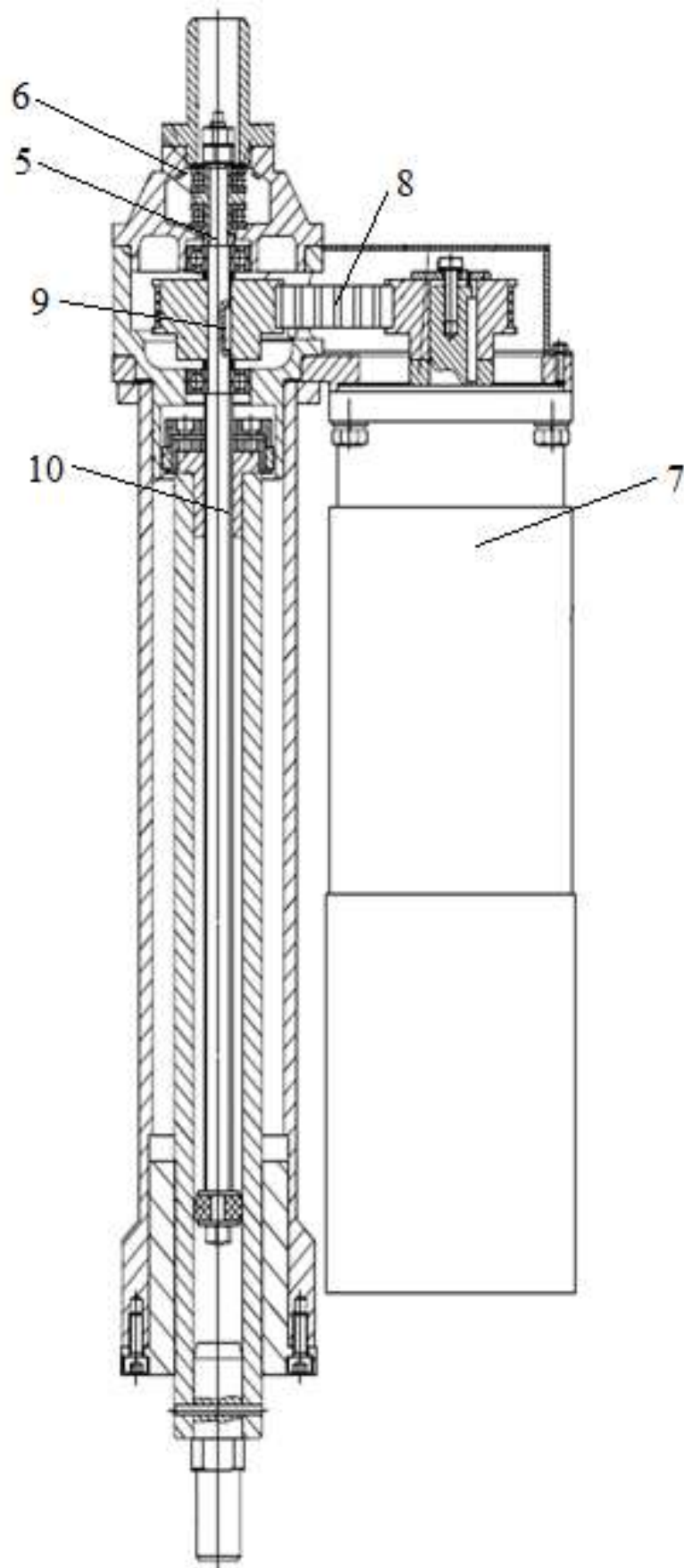


Рисунок 5.28

Чтобы ответить на вопрос, какой нужен поворот в этой кинематической цепи вокруг оси линейного двигателя, требуется решить задачу о положениях относительно векторов  $E_5$  и  $E_3$  (рисунок 5.27), так как в начальном положении данные векторы параллельны, а после поворота выходного звена угол между данными векторами меняется.

В соответствии с 3D моделью берем координаты точек крепления шарнира Гука с основанием и выходным звеном, в дальнейшем нижнюю точку крепления обозначим как А, а верхнюю, соответственно, В.

$$\begin{aligned} XA &= -0,46; & YA &= -0,421; & ZA &= 0; \\ XB &= -0,147; & YB &= -0,49; & ZB &= 0,793; \end{aligned}$$

Данные координаты соответствуют минимальной длине кинематической цепи в 0,855м.

Неподвижную часть, закрепленную на платформах (место крепления крестовин), возьмем равной 10% от минимальной длины кинематической цепи.

$$\mathbf{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 0,312 \\ -0,069 \\ 0,793 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Aa} = \mathbf{AB} \cdot 0,1 = \begin{pmatrix} 0,031 \\ -6,903 \cdot 10^{-3} \\ 0,079 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Ab} = \mathbf{AB} \cdot 0,9 = \begin{pmatrix} 0,281 \\ -0,062 \\ 0,714 \end{pmatrix};$$

Отсюда находим центральные точки верхней и нижней крестовин шарнира Гука:

$$\mathbf{a} = \mathbf{Aa} + A = \begin{pmatrix} -0,428 \\ -0,428 \\ 0,079 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{Ab} + A = \begin{pmatrix} -0,179 \\ -0,483 \\ 0,714 \end{pmatrix};$$

Найдем векторы  $E_1$  и  $E_7$ :

$$\mathbf{E}_1 = A - \mathbf{a} = \begin{pmatrix} -0,031 \\ 6,903 \cdot 10^{-3} \\ -0,079 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}_7 = B - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0,031 \\ -6,903 \cdot 10^{-3} \\ 0,079 \end{pmatrix};$$

Далее зададим точки для определения векторов  $E_2$  и  $E_6$ .

$$O_{a_0} = \begin{pmatrix} a_0 - b_0 \\ a_1 - b_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,25 \\ 0,055 \\ 0,079 \end{pmatrix}, \quad O_{b_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,714 \end{pmatrix},$$

$$E_2 = O_{a_0} - a = \begin{pmatrix} 0,179 \\ 0,483 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_6 = O_{b_0} - b = \begin{pmatrix} 0,179 \\ 0,483 \\ 0 \end{pmatrix};$$

Найдем вектор  $E_4$ :

$$E_4 = b - a = \begin{pmatrix} 0,25 \\ -0,055 \\ 0,634 \end{pmatrix};$$

Определим векторы  $E_3$  и  $E_5$ :

$$E_3 = E_4 \times E_2 = \begin{pmatrix} -0,307 \\ 0,113 \\ 0,131 \end{pmatrix}, \quad E_5 = E_4 \times E_6 = \begin{pmatrix} -0,307 \\ 0,113 \\ 0,131 \end{pmatrix};$$

$$QQ = \cos^{-1} \left( \frac{E_3 \cdot E_5}{|E_3| \cdot |E_5|} \right) \quad QQ \cdot \frac{180}{\pi} = 0$$

При помощи матриц Денавита–Хартенберга произведем поворот выходного звена на 20 градусов относительно оси Z, проходящей через центр выходного звена.

$$\alpha = 0; \quad \beta = 0; \quad \gamma = \frac{20\pi}{180};$$

$$x = 0; \quad y = 0; \quad z = 0;$$

$$A1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B1(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C1(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D1(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$M = D1(x, y, z) \cdot C1(\gamma) \cdot B1(\beta) \cdot A1(\alpha) = \begin{pmatrix} 0,94 & -0,342 & 0 & 0 \\ 0,342 & 0,94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$B = M \cdot B = \begin{pmatrix} 0,029 \\ -0,511 \\ 0,793 \end{pmatrix}, \quad b = M \cdot b = \begin{pmatrix} -2,607 \cdot 10^{-3} \\ -0,515 \\ 0,714 \end{pmatrix};$$

Точки  $A$  и  $a$  не меняют свои координаты.

Найдем векторы  $E_1$  и  $E_7$ :

$$E_1 = A - a = \begin{pmatrix} -0,031 \\ 6,903 \cdot 10^{-3} \\ -0,079 \end{pmatrix}, \quad E_7 = B - b = \begin{pmatrix} 0,032 \\ 4,19 \cdot 10^{-3} \\ 0,079 \end{pmatrix};$$

Далее зададим точки для определения векторов  $E_2$  и  $E_6$ .

$$O_{a_0} = \begin{pmatrix} -0,25 \\ 0,055 \\ 0,079 \end{pmatrix}, \quad O_{b_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,714 \end{pmatrix},$$

$$E_2 = O_{a_0} - a = \begin{pmatrix} 0,179 \\ 0,483 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_6 = O_{b_0} - b = \begin{pmatrix} 2,607 \cdot 10^{-3} \\ 0,515 \\ 0 \end{pmatrix};$$

Найдем вектор  $E_4$ :

$$E_4 = b - a = \begin{pmatrix} 0,426 \\ -0,087 \\ 0,634 \end{pmatrix};$$

Определим векторы  $E_3$  и  $E_5$ :

$$E_3 = E_4 \times E_2 = \begin{pmatrix} -0,307 \\ 0,113 \\ 0,221 \end{pmatrix}, \quad E_5 = E_4 \times E_6 = \begin{pmatrix} 0,327 \\ -1,654 \cdot 10^{-3} \\ -0,22 \end{pmatrix};$$

Определим углы между векторами  $E_2$  и  $E_6$ , а также между  $E_3$  и  $E_5$ :

$$PP = \arccos\left(\frac{E_2 \cdot E_6}{|E_2| \cdot |E_6|}\right), \quad PP \cdot \frac{180}{\pi} = 20;$$

$$QQ = \arccos\left(\frac{E_3 \cdot E_5}{|E_3| \cdot |E_5|}\right), \quad QQ \cdot \frac{180}{\pi} = 16,555;$$

Таким образом, поворот в рассмотренной кинематической цепи относительно линейного двигателя необходим для работы всего механизма, поэтому при конструировании данного механизма требуется учесть поворот штока линейного двигателя.

Решение обратной задачи о положениях осуществляется аналогично описанному выше методу решения с помощью матриц



Денавита – Хартенберга. Определяются основные точки на выходном звене и основании, от них определяются центральные точки верхних и нижних крестовин каждой кинематической цепи. С помощью матрицы, описывающей положение выходного звена, находим новые координаты основных точек выходного звена и центральные точки верхних крестовин, затем определяем длину и положение каждой кинематической цепи, иными словами, перемещения в приводах.

Оценить размер и форму рабочей зоны можно, исследуя решение обратной задачи о положениях. Решение обратной задачи о положениях дает возможность однозначно определить значения обобщенных координат при заданном положении выходного звена механизма тренажера для подготовки водителей транспортных средств.

На основе решенной задачи о положениях были получены следующие результаты исследований рабочей зоны (рисунки 5.29 – 5.37) реального механизма ПФ «ЛОГОС» (рисунок 5.38).

Следует отметить, что для осуществления реальных механизмов, соответствующих различным структурным схемам, в которых в одной точке сходится несколько  $l$  – координат, целесообразно будет использовать «двойной» сферический шарнир, который позволяет двум звеньям вращаться независимо относительно втулки (рисунок 5.39).

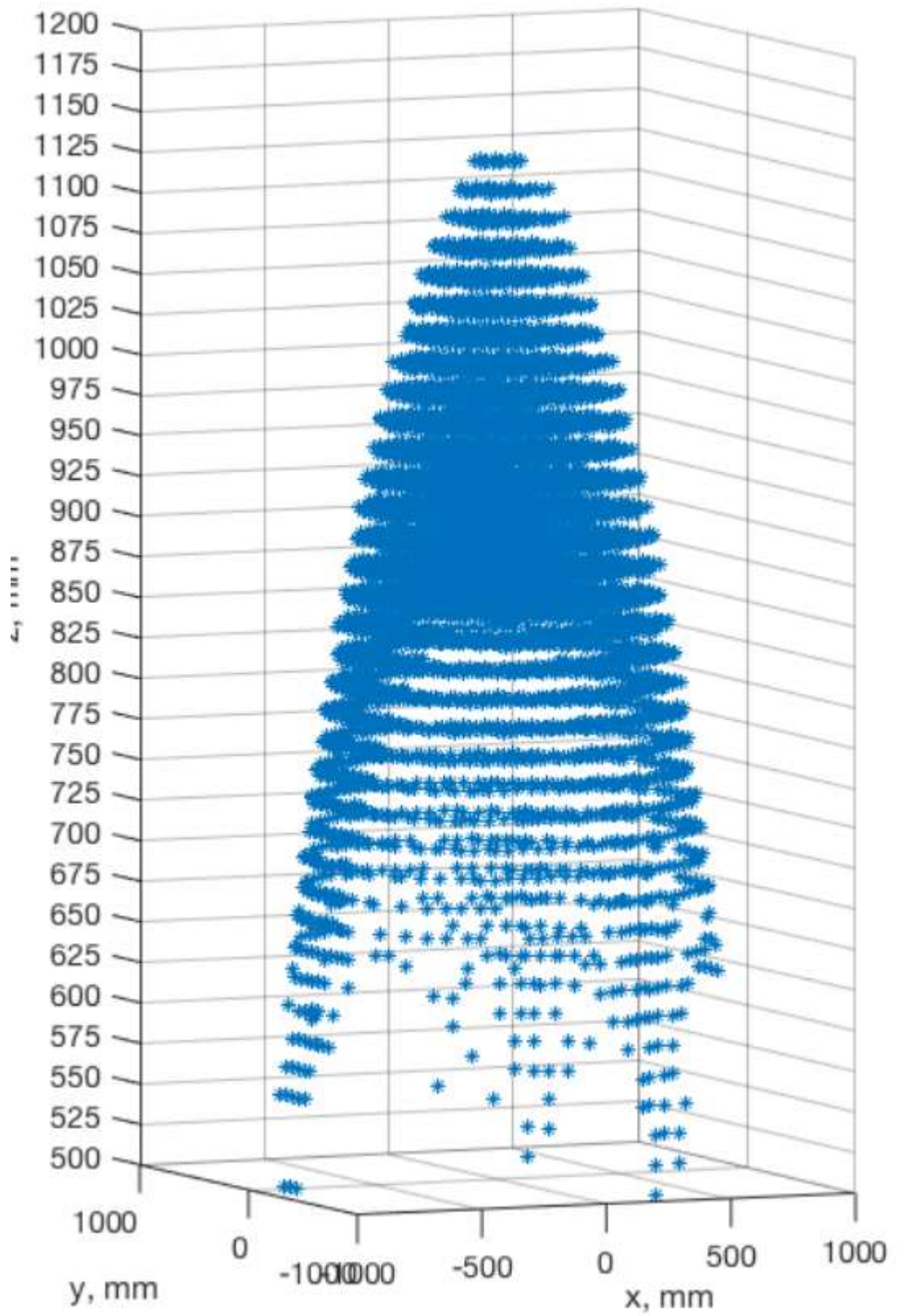


Рисунок 5.29

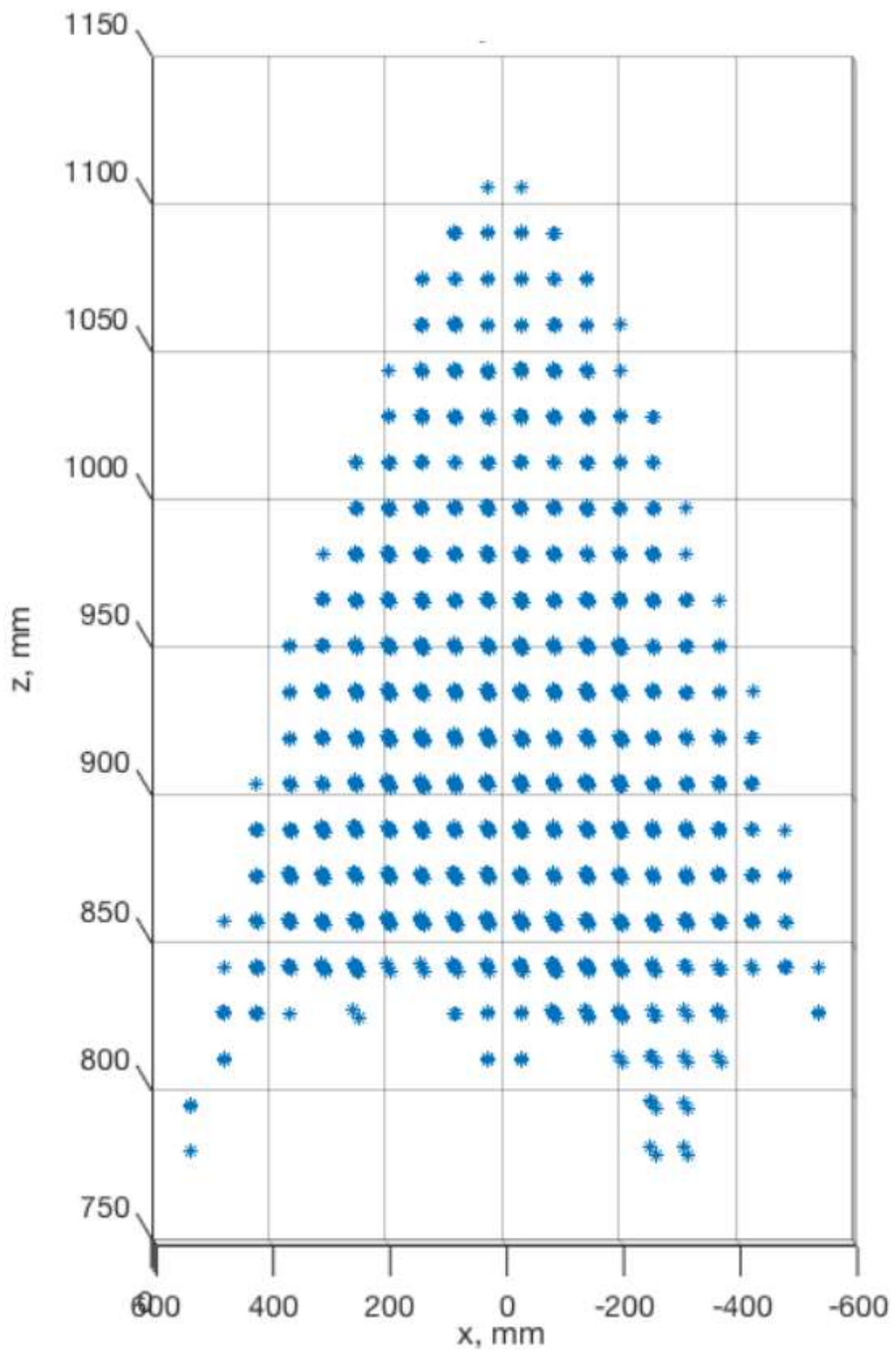


Рисунок 5.30

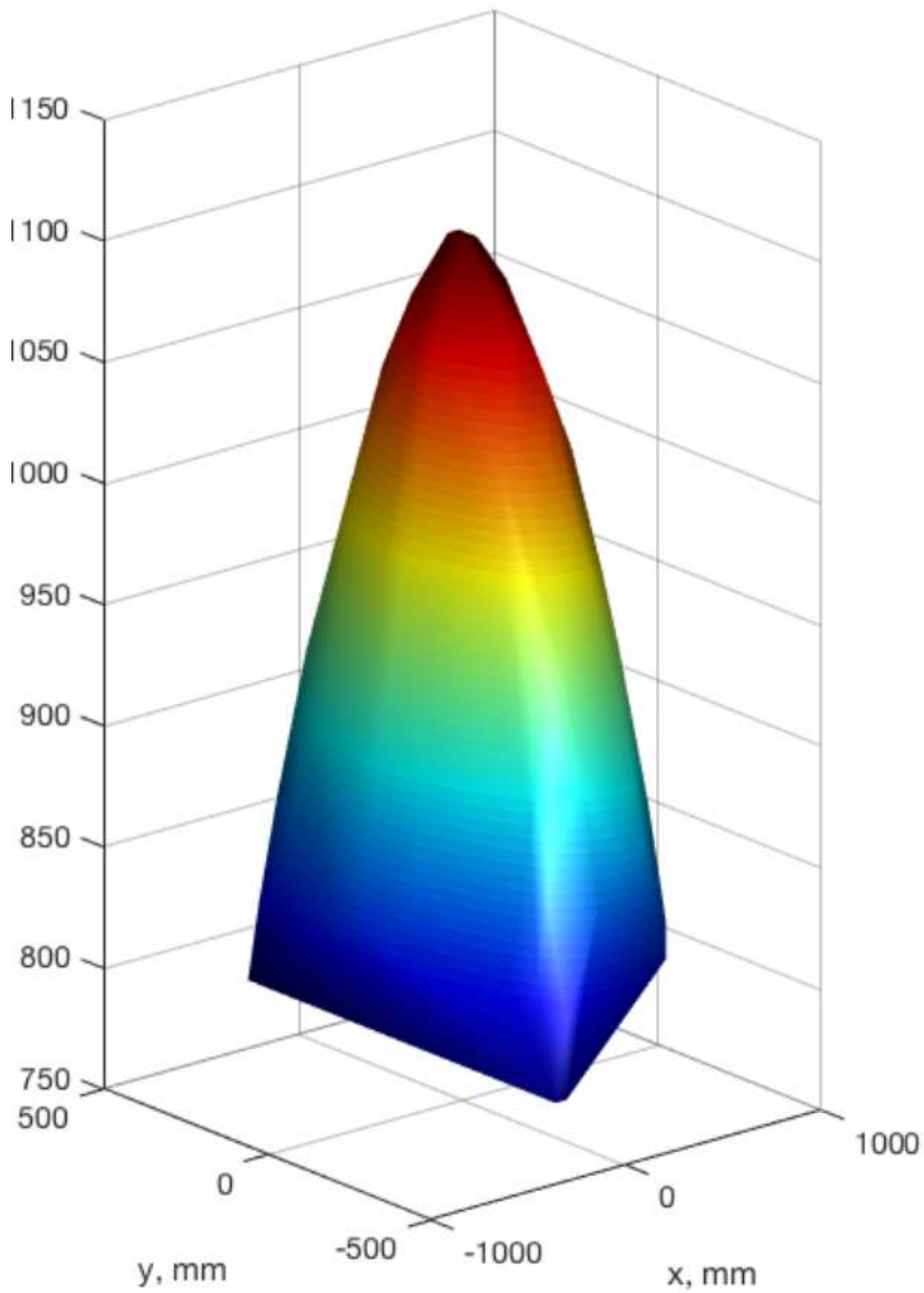


Рисунок 5.31

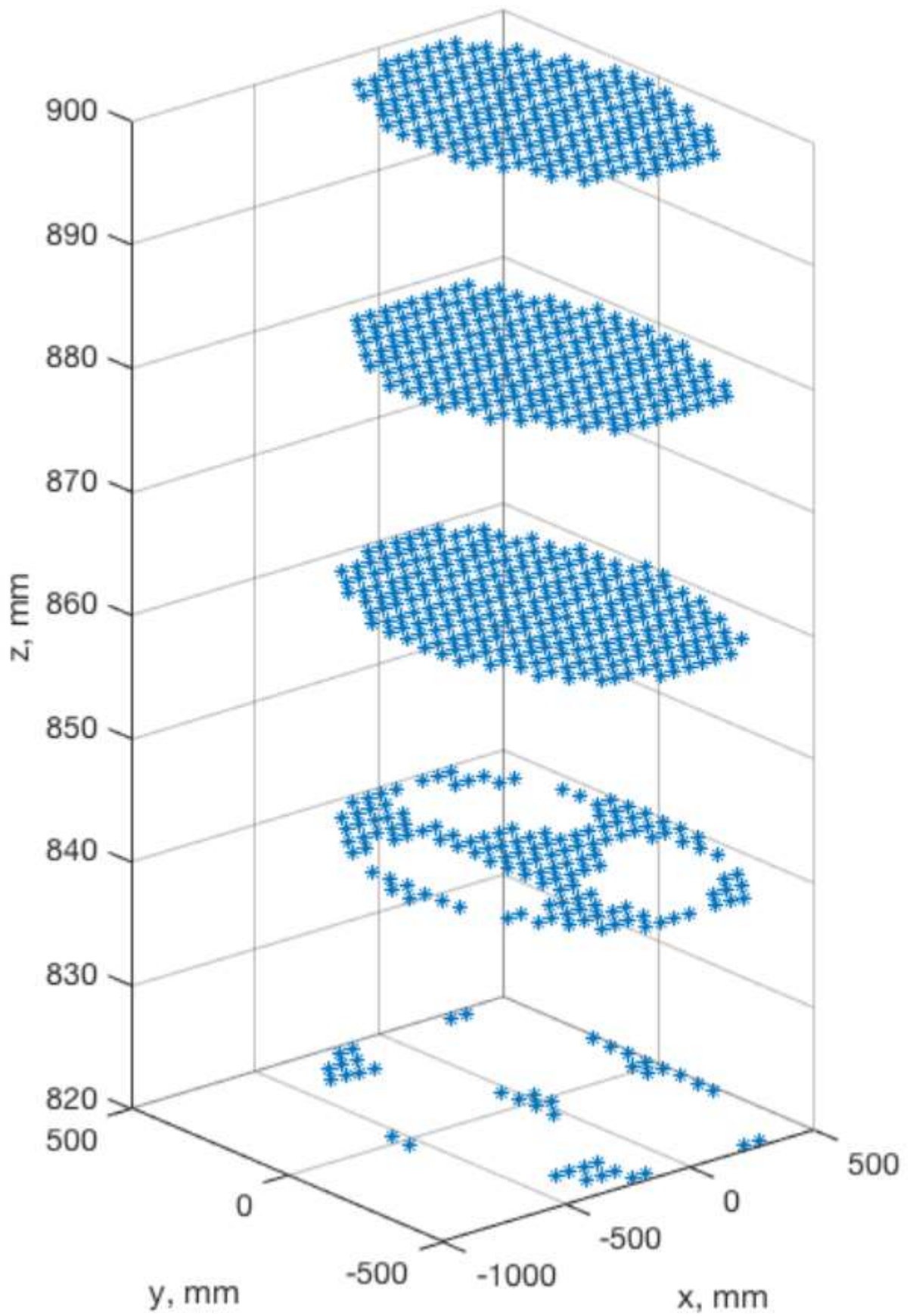


Рисунок 5.32



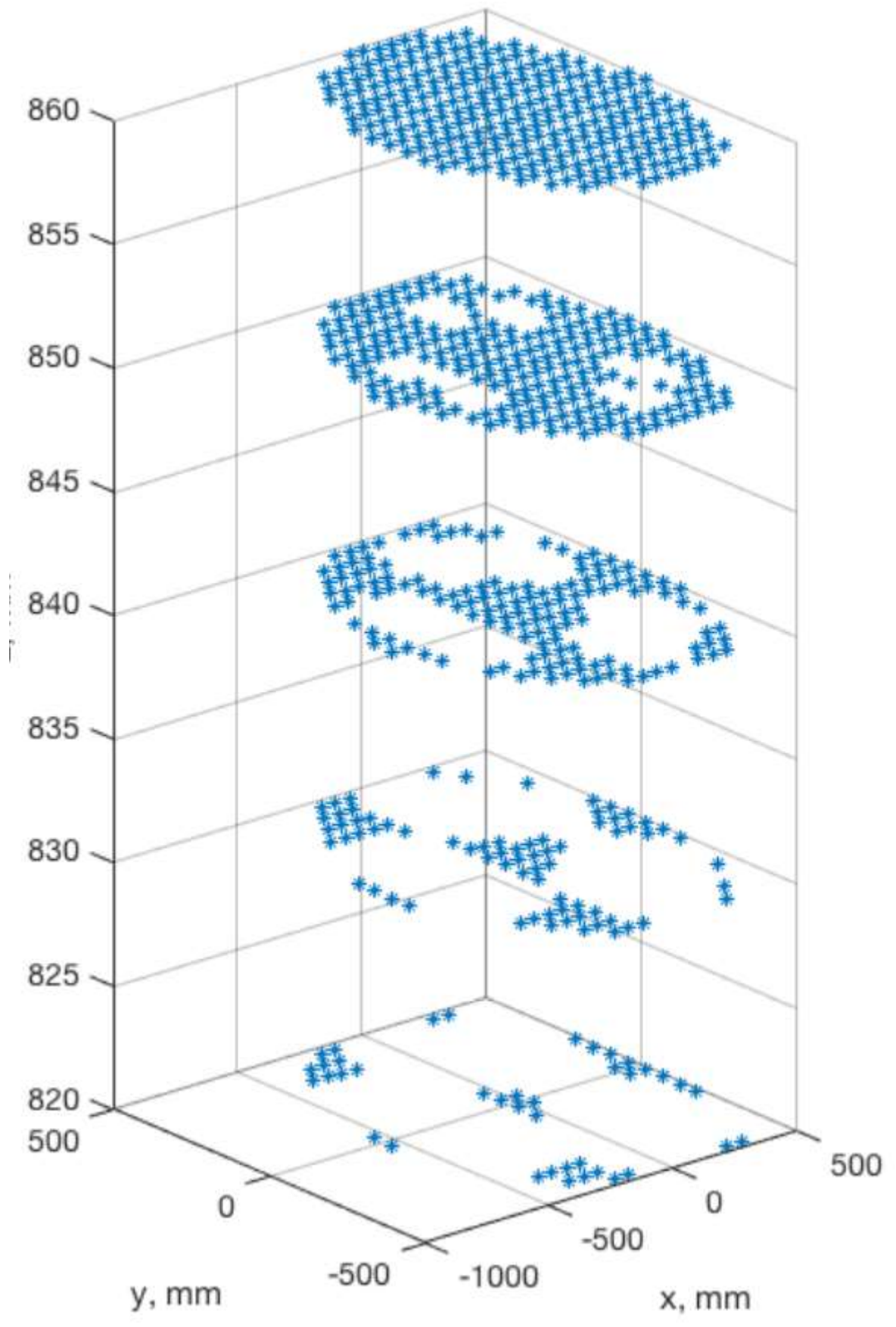


Рисунок 5.33

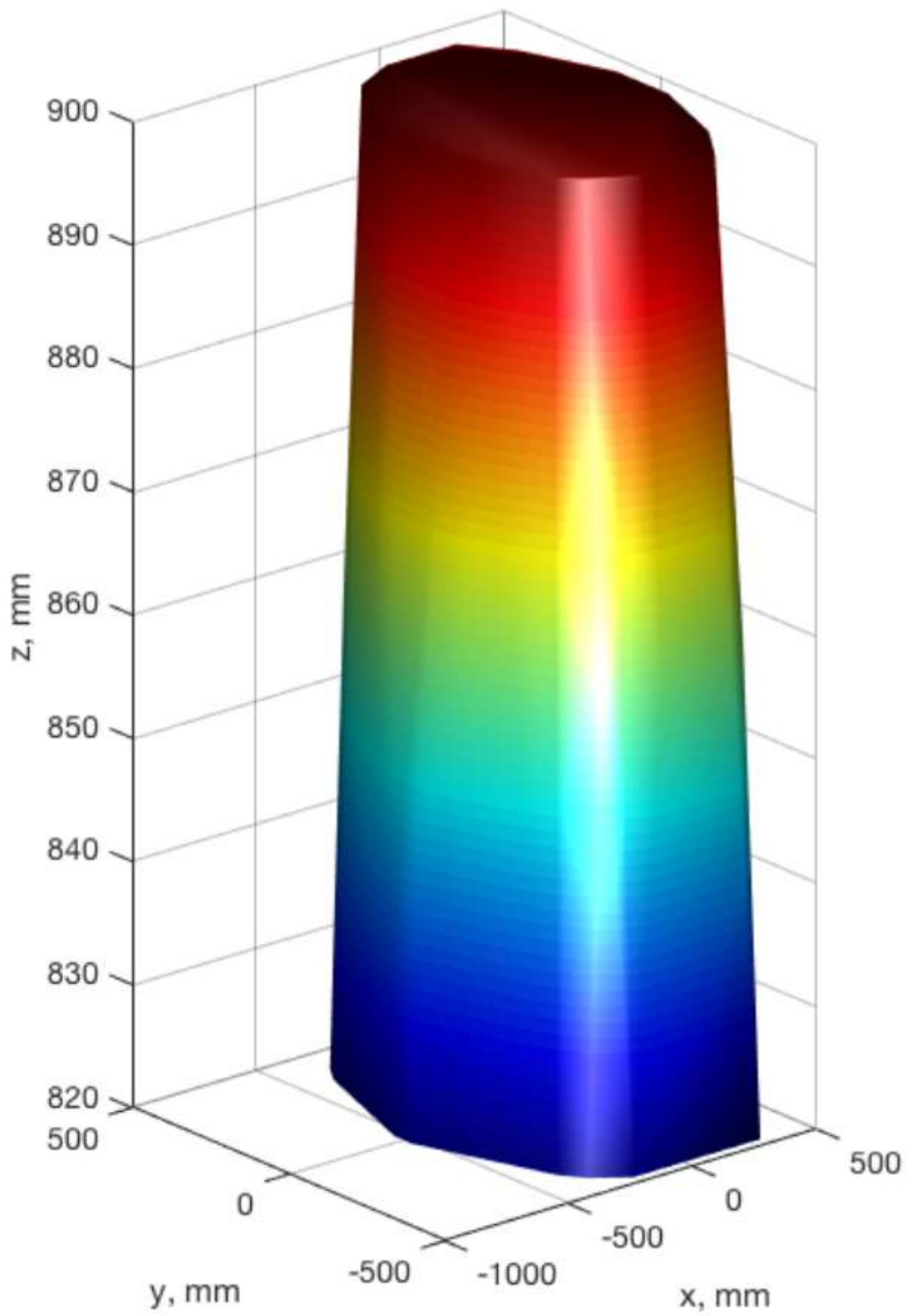


Рисунок 5.34

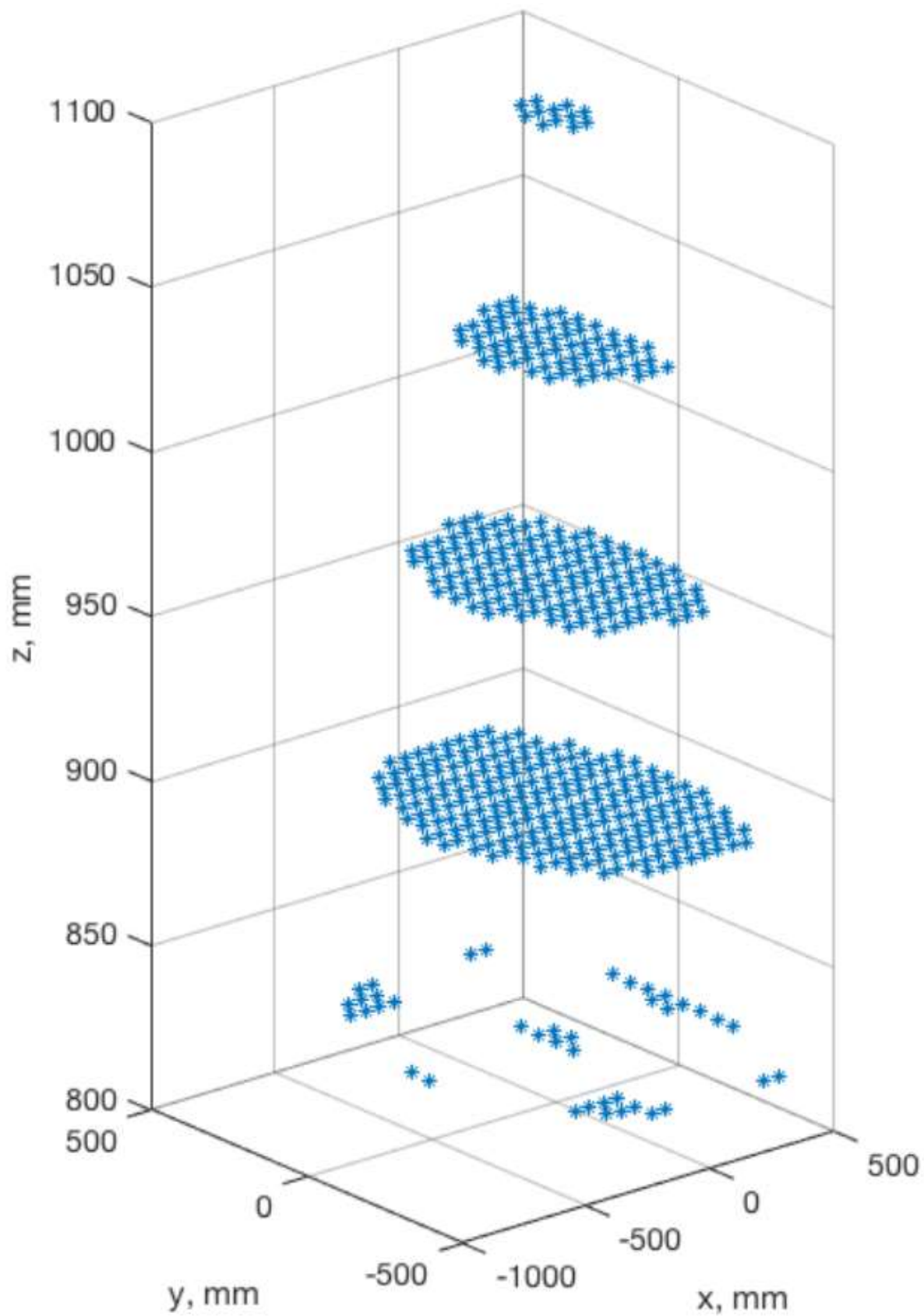


Рисунок 5.35



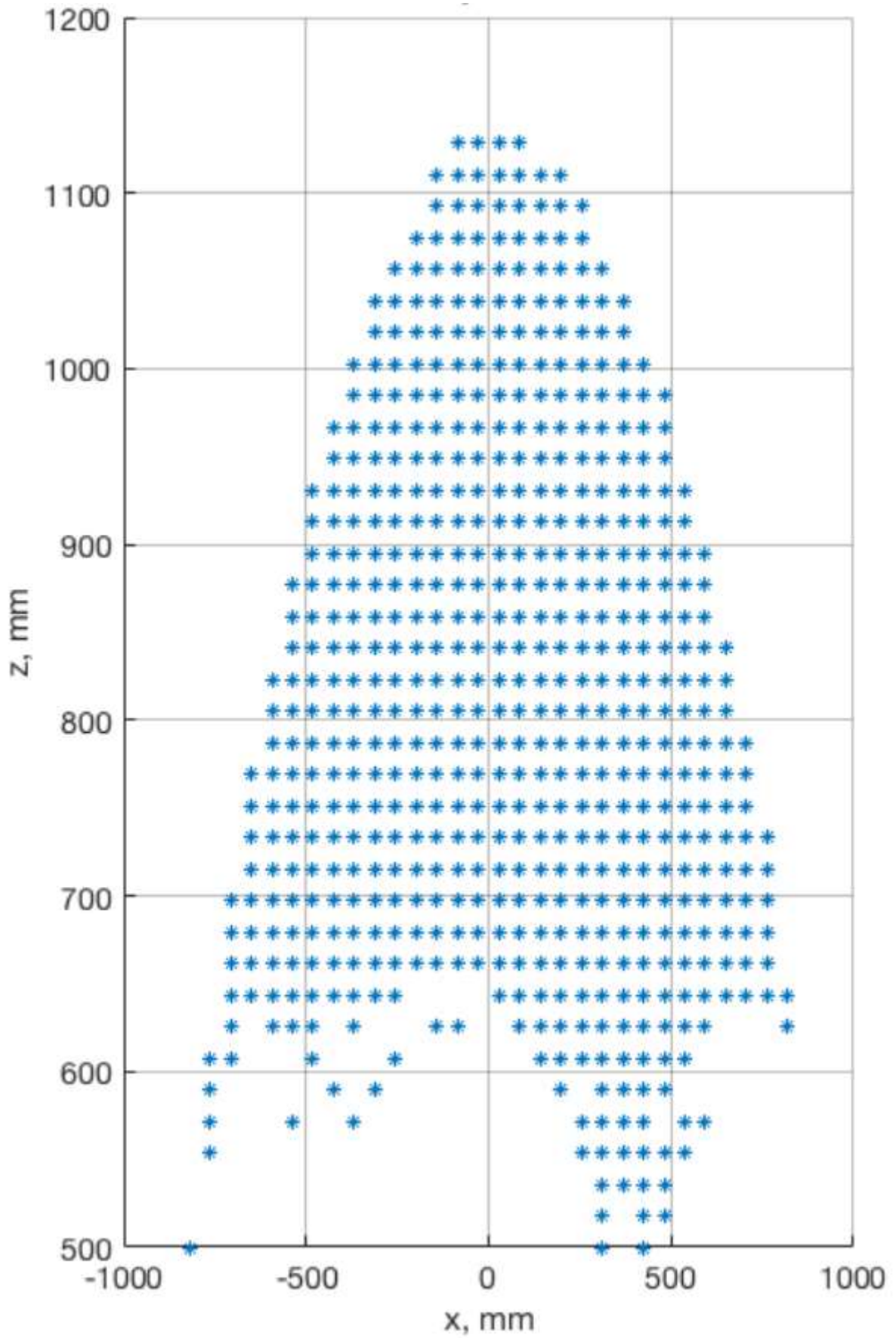


Рисунок 5.36

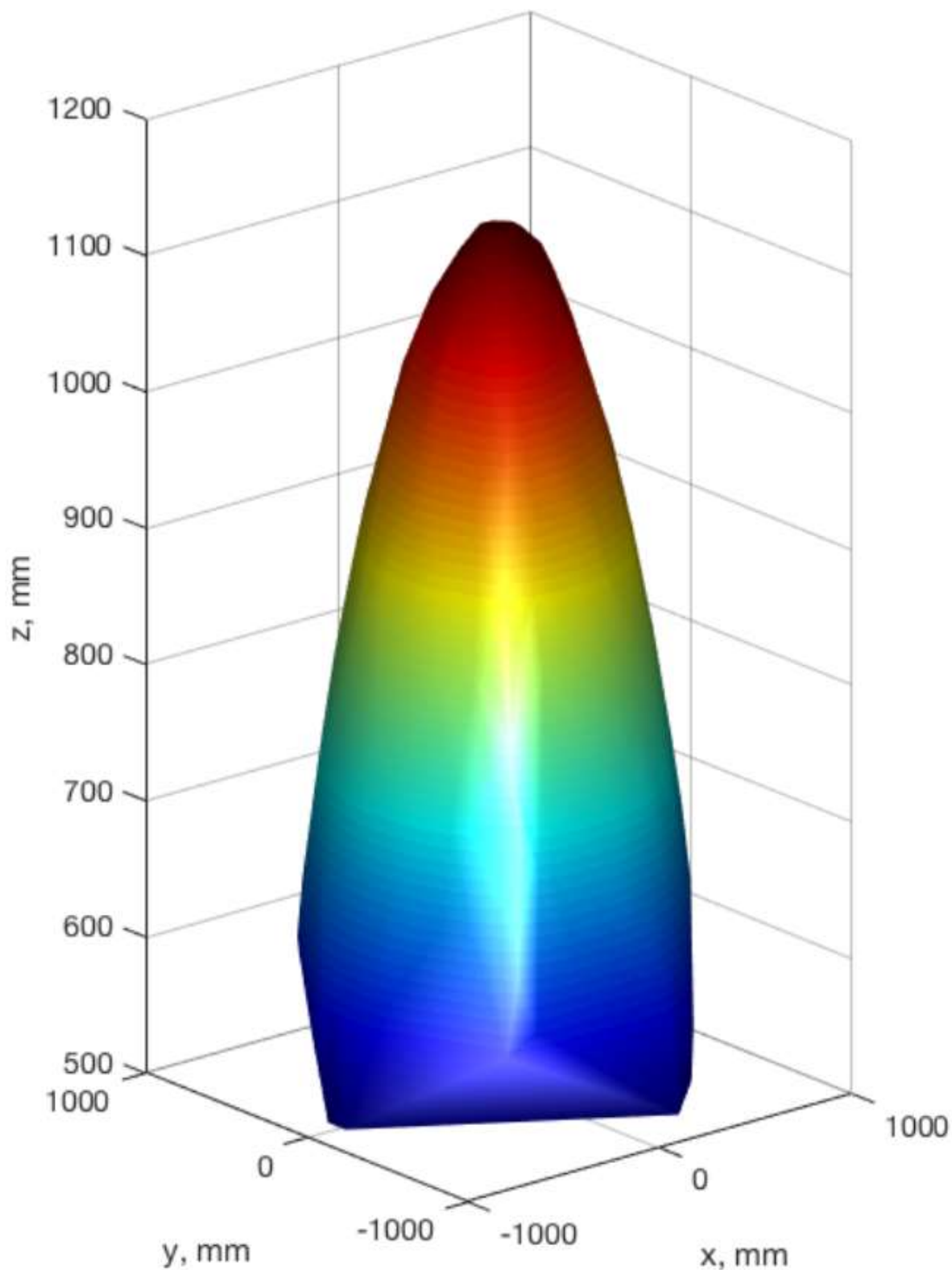


Рисунок 5.37

Таким образом, рабочая зона представляет собой объемное тело, напоминающее пирамиду.

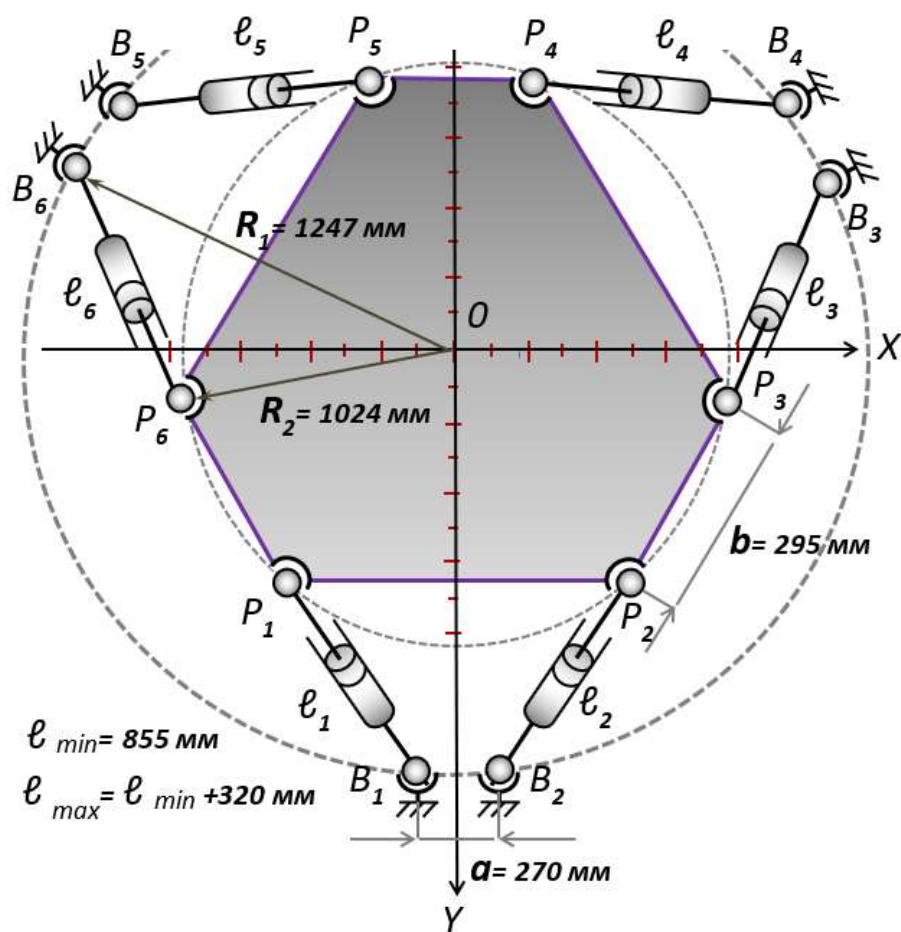


Рисунок 5.38



Рисунок 5.39

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По данной работе можно дать следующие результаты и сделать выводы:

Результаты:

- Проведены синтез и классификация структурных и кинематических схем механизмов параллельной структуры, существенно расширяющих класс  $l$  – координатных механизмов. Разработан метод структурного синтеза новых механизмов, основой которого является перенесение точек крепления приводов на промежуточные звенья.
- Получены теоретические закономерности проектирования структурных схем  $l$  – координатных механизмов, для которых имеет место аналитическое решение задач о положениях.
- Разработан новый метод кинематического анализа и решения задач о положениях для расширенного класса  $l$  – координатных механизмов, основанный на винтовом исчислении.
- Получены теоретические закономерности выбора параметров новых  $l$  – координатных механизмов, исключающие возможность наличия особых положений.
- Разработаны методы расчета точностных параметров для  $l$  – координатных измерительных систем вблизи особых положений с учетом конструктивных особенностей механизма вождения нити.
- Разработан метод кинематического анализа для вывода  $l$  – координатных механизмов из особых положений и движения внутри зоны особых положений.
- Получены базовые закономерности анализа особых положений с учетом углов давления для  $l$  – координатных механизмов, определены

рабочие зоны экспериментальных образцов  $l$  – координатных механизмов и информационно-измерительных систем.

Выводы:

- Существенное расширение класса  $l$  – координатных механизмов достигается за счет перенесения точек крепления приводов на промежуточные звенья механизма, а также за счет расположения приводов выходного звена по разные стороны от основания.
- Аналитическое решение задач о положениях имеет место для таких структур  $l$  – координатных механизмов, в которых на основании либо на выходном звене имеются три точки крепления приводов, при этом в одной точке сходятся 3 привода, в другой - два; это же свойство распространяется для модифицированных схем расширенного класса  $l$  – координатных механизмов.
- Для решения задач кинематического анализа и задач о положениях расширенного класса  $l$  – координатных механизмов эффективным средством является составление уравнений, основанных на винтовом исчислении и включающих в себя кинематические винты выходного звена и силовые винты соединительных кинематических цепей.
- Для исключения особых положений  $l$  – координатных механизмов расширенного класса нужно установить пределы изменения обобщенных  $l$  – координат на основе рассмотрения возможного пересечения окружностей, определяемых указанными предельными значениями.
- При приближении к особым положениям точность  $l$  – координатной измерительной системы существенно ухудшается. Для повышения точности целесообразно разложить кинематический винт движущегося звена на две составляющие, одна из которых взаимна

линейно независимым ортам осей  $l$  – координат, а другая «ортогональна» первой составляющей.

- Для наискорейшего вывода  $l$  – координатных механизмов из особых положений нужно найти кинематический винт градиент, при этом необходимо определить приращение ортов силовых винтов, действующих на выходное звено со стороны кинематических цепей.

- Критерием близости к особым положениям для  $l$  – координатных механизмов является недопустимо большое значение хотя бы одного из углов давления, которые находятся при затормаживании всех приводов, кроме одного, и определении направления скорости точки крепления незаторможенного привода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. № 1040318 СССР, МКИ В 25 G 01 В 5/00. Устройство для измерения пространственного перемещения тела / Д.Д. Дайч, А.Ш. Колискор, В.И. Сергеев. № 3254923/25–28. Опубликовано 07.09.83 // Открытия. Изобретения. 1981. № 46. С. 168.
2. А.с. № 1165554 СССР, МКИ В 23 Q 35/00. Способ копирования на металлорежущих станках и устройство для его осуществления / А.Ш. Колискор. № 3482043/25–08. Опубликовано 07.07.85 // Открытия. Изобретения. 1985. № 25. С. 66.
3. А.с. № 1174256 СССР, МКИ В 25 J 11/00. Манипулятор модульного типа // К.С. Арзуманян, А.Ш. Колисткор. № 3515513/25–08. Заявлено 25.11.82. Опубликовано 23.08.85. Открытия. Изобретения. 1985. № 31. С. 65-66.
4. А.с. № 1222538 СССР, МКИ В 25 J 11/00.  $l$  – координатный пространственных механизм (его варианты) / К.С. Арзуманян, А.Ш. Колискор, Д.М. Дайч. № 3792473/25–08. Опубликовано 07.04.86 // Открытия. Изобретения. 1986. № 44. С. 78.
5. А.с. № 1237415 СССР, МКИ В 25 J 9/00.  $Z$  – координатный механизм // Е.Н. Иванов, М.А. Куликов, М.И. Некрасов, И.В. Токарев. Опубликовано 15.06.86. Бюл. № 22.
6. А.с. № 1273666 СССР, МКИ F 16 H 7/00. Пространственный механизм с шестью степенями подвижности / К.С. Арзуманян, Л.М. Болотин, Д.М. Дайч, А.Ш. Колискор. № 3847339/25–28. Опубликовано 30.11.86 // Открытия. Изобретения. 1986. № 44. С. 87.
7. А.с. № 1296401 СССР, МКИ в 25 J 11/00. Обрабатывающее устройство / Е.Б. Шинкоренко, В.Г. Каган, В.В. Хомяков и др. (СССР). – № 3856913/25 – 28. Опубликовано 15.03.87 // Открытия. Изобретения. 1987. № 10. С. 81.

8. А.с. № 1352172 СССР, МКИ G 01 В 5/00. Устройство для определения положения или перемещения тел в пространстве / А.Ш. Колискор. № 3548065/25–28. Опубликовано 15.11.87 // Открытия. Изобретения. 1987. № 42.
9. А.с. № 1411588 СССР, МКИ G 01 Н 1/00. Способ измерения многомерной вибрации или движения твердых тел / А.Ш. Колискор, Е.Г. Нахапетян, В.И. Сергеев, О.Г. Федосеева (СССР), Сава Чакаров (ГДР). № 407485/25–28. Опубликовано 23.07.88 // Открытия. Изобретения. 1988. № 27.
10. А.с. № 1441123 СССР, МКИ F 16 Н 27/00. *l* – координатный пространственный механизм / А.Ш. Колискор. № 3932054/25–28. Опубликовано 30.11.88 // Открытия. Изобретения. 1988. № 44.
11. А.с. № 1563978 СССР, МКИ В 25 J 11/00, 17/00. *l* – координатный механизм // В.А. Глазунов, Д.М. Дайч, А.Ш. Колисткор, Г.В. Рашоян и др. Опубликовано 15.05.90. Бюл. № 18.
12. А.с. № 4909278/08 СССР, МКИ В 25 J 1/00. Пространственный механизм / Т.Л. Вишнякова, В.А. Глазунов, Э.П. Коллеров, А.Ф. Крайнев, В.И. Нагорных. Заявлено 08.02.91. Положительное решение 20.08.91.
13. А.с. № 558788 СССР, МКИ В 25 J 1/02. Манипулятор / В.Н. Данилеский. № 2326318/25-08. Опубликовано 25.05.77 // Открытия. Изобретения. 1977. № 19. С. 35-36.
14. А.с. № 814721 СССР, МКИ В 25 J 11/00. Манипулятор / В.А. Шабайкович. № 2722509/25–08. Опубликовано 23.03.81 // Открытия. Изобретения. 1981. № 11. С. 65.
15. А.с. № 889417 СССР, МКИ В 25 J 1/02, 17/00. Исполнительный орган манипулятора / Н.А. Хачидзе, Д.Д. Тавхелидзе. № 2904739/25–08. Опубликовано 15.12.81 // Открытия. Изобретения. 1981. № 46. С. 99-111.



16. А.с. № 974155 СССР, МКИ G 01 L 27/00. Датчик векторов силы и момента / А.Ш. Колискор. № 3306895/18–10. Опубликовано 15.11.82 // Открытия. Изобретения. 1982. № 42. С. 187-188.
17. Акмаев О.К., Еникеев Б.А., Юсупов А.Ф., Сравнительный анализ жесткостных характеристик станка классической компоновки и станка с параллельной кинематикой // Межвузовский научный сборник. В. В. Постнов (науч. редактор), Р. Г. Кудояров (отв. за выпуск). Уфа. 2014. С. 135-140.
18. Акопян А.М., Глазунов В.А., Раполян Г.В. Исследование траекторий движения звеньев манипулятора с учетом особых положений измерительной системы. // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. 1992. № 5. С. 83-88.
19. Акопян К.С. Синтез платформенного механизма с многокоординатным гидроприводом: Дисс. канд. тех. наук. Москва. 1991. 131 с.
20. Алешин А.К., Глазунов В.А., Раполян Г.В., Скворцов С.А. Динамика движения пространственного механизма параллельной структуры с управлением по положению и скорости // XVIII Международный Симпозиум «Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем» - DYVIS-2015, посвященный 100-летию со дня рождения д.т.н., проф. А.Е. Кобринского: Сборник трудов (Москва-Бекасово, 17-23 мая 2015 г. / Под ред. В.К. Асташева, В.Л. Крупенина, Г.Я. Пановко, К.Б. Саламандра / М.: ИМАШ РАН. 2015. С. 8-13.
21. Арзуманян К.С. Синтез и решение задач о положениях  $l$  – координатных пространственных механизмов на примере промышленных роботов: Дисс. канд. тех. наук Москва. 1986. 188 с.
22. Арзуманян К.С., Дайч Д.М., Колискор А.Ш. Расчет и проектирование  $l$ – координатных роботомодулей для автоматизации производства // Автоматизация производства на основе промышленных роботов и гибких производственных систем: Тез. докл. 1987.

23. Арзуманян К.С., Колискор А.Ш. Синтез структур  $l$  – координатных систем для исследования и диагностирования промышленных роботов // Испытания, контроль и диагностирование гибких производственных систем. М.: Наука. 1988. С. 70-81.
24. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. 1988. 640 с.
25. Астанин В.О. Многокоординатный электропривод модуля ГАП нетрадиционной компоновки с взаимозависимым изменением координат: Дис. канд. техн. наук. – Новосибирск. 1987. 152 с.
26. Бансявичус Р.Ю., Кульветис Г.П., Рагульскис К.М. Хоботообразные манипуляторы (конструкция, расчет и применение) // Роботы и робототехнические системы: Материалы 3-ой Всесоюзной конф. – Челябинск: ЧПИ. 1983. ч.1. 17 с.
27. Вишнякова Т.Л., Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Перспективы использования механизмов параллельной структуры в робототехнике. Проблемы машиностроения и автоматизации (Международный журнал). 1990. № 4 (34). С. 3-7.
28. Воробьев Е.И., Диментберг Ф.М. Пространственные шарнирные механизмы. М., Наука. 1991. 264 с.
29. Галай Ю.М., Д.М. Дайч, Колискор А.Ш. Метод оценки точности позиционирования промышленных роботов на основе  $l$  – координат// Измерительная техника. 1986. № 5. С. 9-11.
30. Гебель Е.С., Глазунов В.А.: Определение взаимного соответствия кинематического винта выходного звена и винта-градиента в особом положении механизма параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение №7. 2017. С. 3-9.
31. Глазунов В. А. и др. Задача оптимального управления траекторией движения объекта // Передача, прием, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах. 2019. С. 208-213.

32. Глазунов В. А. и др. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и некоторые их применения в медицине // Качество. Инновации. Образование. 2016. Т. 2. №. 2. С. 84-88.
33. Глазунов В. А. и др. Многофункциональные механизмы параллельной структуры // Специальная связь и безопасность информации: технология, производство, управление. 2019. С. 120-124.
34. Глазунов В. А. и др. Моделирование роботов параллельной структуры для хирургических применений в полевых условиях // Роботизация Вооруженных Сил Российской Федерации. 2016. С. 223-225.
35. Глазунов В. А. и др. Особенности сингулярных положений пространственных  $1$  – координатных механизмов параллельной структуры // Передача, прием, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах. 2018. С. 250-254.
36. Глазунов В. А. и др. От первого робота до наших дней // РИТМ машиностроения. 2016. №. 2. С. 30-32.
37. Глазунов В. А. и др. Перспективы развития механизмов параллельной структуры // Станкоинструмент. 2016. №. 3. С. 86-89.
38. Глазунов В. А. и др. Прецизионный механизм параллельной структуры для микроперемещений объектов в нанодиапазоне // Научные труды VI Международной научной конференции «Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении». 2019. С. 125-127.
39. Глазунов В. А. и др. Принципы оптимизации информационных потребностей производственных систем // Передача, прием, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах. – 2019. – С. 219-227.
40. Глазунов В. А. и др. Разработка фундаментальных основ структурно-геометрического синтеза, оптимизации, динамического анализа и оптимального управления совместно функционирующих роботов

параллельной структуры, предназначенных для выполнения операций на земле, в воздухе, под водой, в космосе (второй этап) // *Фундаментальные проблемы группового взаимодействия роботов.* 2018. С. 28-30.

41. Глазунов В. А. и др. Роботы и манипуляционные системы на основе механизмов параллельной структуры для выполнения групповых технологических операций // *Актуальные проблемы информатики, механики и робототехники. Цифровые технологии в машиностроении.* 2018. С. 46-47.
42. Глазунов В.А., Рашоян Г.В. Вывод 1 – координатных манипуляторов из особых положений // *Изв. вузов. Машиностроение.* 1990. № 7. С. 9-12.
43. Глазунов В.А. Об управлении манипулятором в особых положениях // *Известия АН СССР. Механика твердого тела.* 1985. № 4. С. 61-65.
44. Глазунов В.А. Пространственный механизм. А.С. СССР № 1757867. МКИ В25 J9/00. Б.И. 1992. №32.
45. Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С., Рашоян Г.В. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* 2012. № 3. С. 10-17.
46. Глазунов В.А., Болнокин В.Е., Рашоян Г.В., Терехова А.Н., Есина М.Г., Цыбин А.В. Механическая интерпретация проблемы бифуркаций и теории катастроф // *Динамика виброударных сильнонелинейных систем. XIII Международный симпозиум. Тезисы докладов. Москва – Звенигород.* 2001. С. 36.
47. Глазунов В.А., Брио С., Аракелян В. Новый класс манипуляционных механизмов параллельно-перекрестной структуры. Классификация и исследование // *Справочник. Инженерный журнал.* 2008. № 4. С. 35-40.

48. Глазунов В.А., Грунтович Р.М., Рашоян Г.В., Данг Ван Уи Исследование творческого процесса с использованием механических аналогий // Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем. Сборник трудов. Москва-Звенигород. 2006. С. 86-87.
49. Глазунов В.А., Диментберг Ф.М. Об особом положении пространственного пятизвенника, образованного из двух механизмов Беннета // Машиноведение. 1984. №5. С. 50-54.
50. Глазунов В.А., Досегаев А.Ю., Костерева С.Д., Полойко И.И., Рашоян Г.В. Критерии динамического и кинематического синтеза механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 1. С. 3-12.
51. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука. 1991. 95 с.
52. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф., Модель Б.И. «Принципы классификации и методы анализа пространственных механизмов с параллельной структурой», Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 1. С. 41-49.
53. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Модель Б.И., Рашоян Г.В., Чернов В.Ф. К решению прямой задачи о положениях  $l$  – координатных механизмов. Машиноведение. 1991. № 2. С. 100-105.
54. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Модель Б.И., Чернов В.Ф. Определение положений выходного звена  $l$  – координатных механизмов // Машиноведение. 1989. № 3. С. 49-53.
55. Глазунов В.А., Костерева С.Д., Рашоян Г.В., Сатовский Б.Л. Двигательные и измерительные системы параллельно-последовательной структуры // Материалы научной конференции «Инновации в условиях развития информационно-коммуникационных технологий». Сочи. 2008. С. 90-91.

56. Глазунов В.А., Крайнев А.Ф., Рашоян Г.В. и др. К задаче о выводе из особых положений механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2001. № 6. С. 70-75.
57. Глазунов В.А., Крайнев А.Ф., Рашоян Г.В., Трифонова А.Н. Планирование траекторий и построение рабочих зон механизмов параллельной структуры с учетом особых положений // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. 1998. № 5. С. 50-56.
58. Глазунов В.А., Крайнев А.Ф., Рашоян Г.В., Трифонова А.Н., Есина М.Г. Моделирование зон особых положений механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. 2000. № 2. С. 97-104.
59. Глазунов В.А., Новикова Н.Н., Рашоян Г.В., Нгуен Минь Тхань. Оптимизация параметров механизма параллельной структуры для агрессивных сред при учете особых положений // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. № 2. С.102-109.
60. Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Данилин П.О. К параметрической оптимизации параллельных роботов // Философско-методологические проблемы искусственного интеллекта. Материалы всероссийского междисциплинарного семинара. Пермь, изд Пермского гос. тех. ун-та. 2008. С. 132-141.
61. Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Данилин П.О., Ласточкин А.Б., Остриков И.Н., Винтовое исчисление как основа метода анализа и синтеза механизмов параллельной структуры // Международная конференция по теории механизмов и механике машин. Краснодар 2006. Сборник докладов. С. 54-55.
62. Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Дубровский В.А., Новикова Н.Н. Критерий близости к особым положениям, связанным с потерей степени свободы

- механизмов параллельной структуры // Проблемы механики современных машин. Материалы V международной конференции. 25-30 июня 2012 г. Улан-Удэ. Изд. ВСГУТУ. 2012. С. 32-36.
63. Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Трифонова А.Н. Гиперповерхности особых положений механизмов параллельной структуры // Известия Ивановского отделения Петровской академии наук и искусств. Ивановская государственная архитектурно-строительная академия. 1996. вып. 2. С. 151-156.
64. Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Трифонова А.Н. Шестикоординатный возбудитель пространственных колебаний // Динамика виброударных сильнонелинейных систем. XII Международный симпозиум. Тезисы докладов. Москва – Звенигород. 1998. С. 76.
65. Дайч Д.М., Рашоян Г.В. К синтезу  $l$  – координатных информационно – измерительных систем для исследования механических параметров движения промышленных роботов // V Всесоюзное совещание по робототехническим системам. Тезисы докладов. Геленджик, октябрь 1990 г. С. 47-48.
66. Демидов С. М. и др. Механизмы для космических роботов // ББК 32.973 А 43. 2018. С. 52.
67. Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. – М.: Наука. 1982. 335 с.
68. Ершов Б.А., Трифоненко Б.В. Движение твердого тела при действии управляющих связей // Вестник Ленинградского университета. 1985. № 8. С. 52-56.
69. Календарев А.В., Глазунов В.А. Возможные применения механизмов параллельной структуры в текстильной, легкой и других отраслях промышленности // Сборник научных трудов аспирантов. Вып. 18. М.: ФГБОУ «МГТУ им. А.Н. Косыгина». 2012. С. 56-60.

70. Календарев А.В., Глазунов В.А. Решение задачи о скоростях для манипуляционных механизмов параллельной структуры // Новое в технике и технологии текстильной и легкой промышленности. Материалы докладов международной научно-технической конференции. Витебск. 27-28 ноября 2013 г. Витебский государственный технологический университет. С. 336-338.
71. Календарев А.В., Лысогорский А.Е., Демидов С.М., Глазунов В.А. Механизмы параллельной структуры для поступательных и вращательных движений выходного звена // Справочник. Инженерный журнал. 2013. № 4. С. 34-38.
72. Календарев А.В., Лысогорский А.Е., Комисарук Л.В., Глазунов В.А. Параллельный манипулятор с четырьмя степенями свободы // Искусственный интеллект: философия, методология, инновации. Материалы VI Всероссийской конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. г. Москва, МИРЭА, 29-30 ноября 2012 г. Под ред. Д.И. Дубровского и Е.А. Никитиной - М.: «Радио и Связь». 2012. Часть I. С. 141-142.
73. Каляев А.И., Каляев И.А. Метод децентрализованного управления распределенной системой при выполнении потока заданий. Мехатроника, автоматизация, управление. 2015.16(9). С. 585-598.
74. Колискор А.Ш. Разработка и исследование промышленных роботов на основе  $l$  – координат // Станки и инструменты. 1982. № 12. С. 21-24.
75. Колискор А.Ш., Коченок М.И. Методы проверки точности функционирования промышленных роботов // Станки и инструмент. 1978. № 8. С. 7-10.
76. Колискор А.Ш., Правоторова Е.А. Исследование точности движения схвата робота в пространстве. Машиноведение № 1. 1989.



77. Колискор А.Ш., Правоторова Е.А., Сергеев В.И. Исследование параметров пространственного движения звеньев ПР методом одновременной регистрации обобщенных координат. В книге Методы исследования динамических систем на ЭВМ. М., Наука. 1984. С. 17-27.
78. Колпашников С.Н., Конюхов А.Г., Корытко И.Б., Челпанов И.Б. Требование к аттестации испытаниями промышленных роботов// Экспериментальное исследование и диагностирование роботов. М.: Наука. 1981. С. 29-35.
79. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. и др. Манипуляционные системы роботов. М.: Машиностроение. 1989. 472 с.
80. Крайнев А.Ф. Словарь – справочник по механизмам. М., Машиностроение. 1987. 560 с.
81. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Муницына Н.В., Рашоян Г.В. Выбор формы упругих элементов кинематических пар механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. 1997. № 4. С. 26-35.
82. Крейнин Г.В., Акопян А.М., Лунев В.В. К оценке влияния инерционных свойств ведущих звеньев на динамику платформенного механизма // Машиноведение. 1989. № 6. С. 51-55.
83. Ларюшкин П. А., Эрастова К. Г., Кобылкевич К. А., Скворцов С. А., Исследование особых положений механизма параллельной структуры семейства delta с четырьмя степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 34-41.
84. Ларюшкин П.А., Глазунов В.А., Хейло С.В. Решение задачи о положениях параллельного манипулятора с тремя степенями свободы // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 2. С. 16-20.
85. Ларюшкин П.А., Хейло С.В., Чан Куанг Ньят, Глазунов В.А. Геометрическая интерпретация прямой задачи и положениях

- параллельного манипулятора с тремя степенями свободы // XXIII Международная Инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС-2011). Материалы конференции. М.: ИМАШ РАН. 2011. С. 114.
86. Лебедев П.А. Тополого – матричный метод определения подвижности кинематических цепей// Теория механизмов машин. 1978. Выпуск 6. С. 47-54.
87. Лебедев П.А., Мардер Б.О. О ветвлении функции положения выходного звена пространственного двухподвижного двухконтурного механизма  $BBC_n C_n CC$ // Машиноведение. 1986. № 4. С. 30-39.
88. Левин С. В. и др. Разработка механизмов параллельной структуры для работы в агрессивных средах (на земле, в космосе, под водой) //Проблемы машиностроения и автоматизации. 2017. №. 4. С. 34-40.
89. Лунев В.В., Мисюрин С.Ю. Особые многообразия плоских и пространственных механизмов с несколькими степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 1. С. 102-109.
90. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М: Физматгиз. 1961. С. 824.
91. Мардер Б.О., Рашоян Г.В. Об особых положениях  $l$  – координатных механизмов// Проблемы машиностроения и надежности машин 1990. № 6. С. 39-43.
92. Маховская Ю.Ю., Горячева И.Г., Моделирование выделения мягкой фазы на поверхность многокомпонентного алюминиевого сплава при трении // Физическая мезомеханика 19. 2016. С. 15-23.
93. Мохамед М., Даффи Ж. Непосредственное определение мгновенной кинематики роботов с параллельным расположением приводов // Конструирование и технология машиностроения: Тр. Амер. Об–ва инж.–мех. М.: Мир. 1985. № 2. С. 229-232.

94. Овакимов А.Г. Об особых положениях одноконтурных пространственных механизмов с несколькими степенями свободы // *Машиноведение*. 1989. № 4. С. 11-18.
95. Парикян Т.Ф. Разработка методов структурного и кинематического анализа и синтеза пространственных манипуляционных механизмов с параллельной топологией: дисс. канд. тех. наук. Москва. 1989. С. 209.
96. Пат. 253 301, МКИ G 01 P 15/00. Verfahren und Einrichtung zur Messung der Parameter mehrdimensionaler Schwingungen oder Bewegungen fester Korper/ Koliskor A. Sch., Dr. – ing., SU; Nachapetan, Evgeni G., Prof. Dr. – ing., SU; TSchakarow, Sawa, Dipl. – ing., BG – N 295 278 6. Оpubл. 13.01.88. С. 6.
97. Патент на изобретение № 2 629 696. Устройство для изменения положения модели в рабочей части аэродинамической трубы // Глазунов В.А., Алешин А.К., Габутдинов Н.Р., Рашоян Г.В., Скворцов С.А., Кондратьев И.М., Козловский В.А., Лагутин В.И., Игумнов В.К. G01M9/04. Оп. 31.08.17. Бюл. № 25.
98. Патент на изобретение № 2 542 878. Компоновка многоцелевого станка на основе принципов параллельной кинематики. // Акмаев О.К., Еникеев Б.А., Юсупов А.Ф. B23Q 1/25, Заявка 2013131749/02. Оп. 27.02.15. Бюл. № 6.
99. Патент на полезную модель № 173729. Пространственный механизм с тремя степенями свободы // Глазунов В.А., Толлок А.В., Балабанов А.В. B25J1/00. Оп. 07.09.17. Бюл. № 25.
100. Патент на полезную модель № 174484. Пространственный механизм с тремя степенями свободы // Глазунов В.А., Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г. B25J1/00. Оп. 16.10.17. Бюл. № 29.
101. Патент РФ на изобретение № 2498895. Механизм с тремя степенями свободы // Демидов С.М., Ласточкин А.Б., Глазунов В.А., Костерева

- С.Д., Рашоян Г.В., Дубровский В.А. В25J1/00. Оп. 20.11.2013. Бюл. № 32.
102. Патент РФ на изобретение № 2667236. Пространственный механизм с круговым рычажным основанием // Фомин А.С., Глазунов В.А., Парамонов М.Е. Оп. 2018. Бюл. № 26.
103. Патент РФ на полезную модель № 147057. Пространственный механизм с шестью степенями свободы // Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Левин С.В., Рашоян Г.В., Шалюхин К.А. F16H 21/02. Оп. 27.10.2014. Бюл. № 30.
104. Патент РФ на полезную модель № 160612. Пространственный механизм с шестью степенями свободы // Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Рашоян Г.В., Скворцов С.А., Шевченко Е.Ф. В25J 1/00. Оп. 27.03.2016. Бюл. № 9.
105. Патент РФ на полезную модель № 172752. Портальный манипулятор параллельной структуры // Глазунов В.А., Алешин А.К., Левин С.В., Шалюхин К.А., Рашоян Г.В., Скворцов С.А., Шептунов С.А., Исмаилова Н.А. В25J 1/00. Оп. 21.07.17. Бюл. № 21.
106. Патент РФ на полезную модель № 179051 Механизм параллельной структуры // Глазунов В.А., Диденко Е.В., Левин С.В., Терехова А.Н., Шалюхин К.А. Оп. 2018. Бюл. № 12.
107. Патент РФ на полезную модель № 182801 Манипулятор с пятью степенями свободы // Филиппов Г.С., Глазунов В.А., Алешин А.К., Левин С.В., Рашоян Г.В., Шалюхин К.А., Скворцов С.А., Бельский А.В., Гаврюшин С.С., Григорьянц А.Г. Оп. 17.04.2018., Бюл. № 25.
108. Патент РФ на полезную модель. № 104505. Пространственный механизм с четырьмя степенями свободы с частичной кинематической развязкой // Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Левин С.В., Шалюхин К.А. В 25J9/00. Оп. 20.05.2011.

109. Патент РФ на полезную модель. № 119279. Пространственный механизм с шестью степенями свободы. // Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Глазунов М.В., Ламасова А.А. В25J 1/00. Оп. 20.08.2012. Бюл. № 23.
110. Патент РФ на полезную модель. № 165138 // «Устройство многоярусной механизированной парковки автомобилей». Алешин А.К., Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Рашоян Г.В., Скворцов С.А. Опубликовано: 10.10.2016 Бюл. № 28
111. Пащенко В. Н., Мясоедов К. Р., Рашоян Г. В. Решение задач о положениях механизма совместного относительного манипулирования с пятью степенями свободы // Машины, технологии и материалы для современного машиностроения. – 2018. – С. 135.
112. Питер Шенард. Безопасность воздушного транспорта // Англия. 1988. № 4. С. 85-94.
113. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота – манипулятора. М.: Наука. 1976. 103 с.
114. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенекевич С.Л. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы. М.: Наука. 1978. С. 400.
115. Рашоян Г. В., Глазунов В. А. Структурный синтез и классификация  $l$ -координатных механизмов с учетом расположения приводов между основанием и выходным звеном // Новые механизмы в современной робототехнике. 2018. С. 9-52.
116. Рашоян Г.В. Учет неоднозначности решений прямой задачи о положениях  $l$  – координатных механизмов // 12–я Юбилейная конференция молодых ученых Института машиноведения. – «Актуальные проблемы машиноведения»: Тез. докл. Москва. 1989. С. 11.
117. Рашоян Г.В., Ласточкин А.Б., Глазунов В.А. Кинематический анализ пространственного механизма параллельной структуры с круговой

- направляющей // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2014. № 2. С. 20-26.
118. Рашоян Г.В., Чинаев П.И., Чернов В.Ф. Конструирование промышленных роботов и манипуляторов с применением  $l$  – координат для ГПС // «Гибкие производственные системы, их модули». Научно – практический семинар: Тез. докл. Москва. 1988.
119. Рашоян Г.В., Шалюхин К.А., Алешин А.К. Анализ кинематики механизма параллельной структуры со свойствами кинематической развязки. // Вестник научно-технического развития. 2018. № 1. С. 32-37.
120. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука. 1989. 430 с.
121. Саркисян Ю.Л., Парикян Т.Ф. Прямая задача о положениях механизма 6 (SPS) и ассоциированная задача синтеза // The Fifth IFTOMM International Simposium on Linkage and Computer Design Methods. – July 6. 1989. P. 543-550.
122. Сворень Р. От механики к мехатронике // Наука и жизнь. М.: Правда. № 12. 1990. С. 24-26.
123. Скворцов С. А. и др. Особенности кинематики механизмов параллельной структуры с круговой направляющей // Машины, технологии и материалы для современного машиностроения. 2018. С. 171.
124. Соболев О.С. Методы исследования линейных многосвязных систем. М.: Энергоатомиздат. 1985. С. 120.
125. Тессар Д. Развитие концепции суперробота // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 1. С. 97-102.
126. Уолдрон Г. Графический способ решения проблем ветвления и реализации заданной последовательности прохождения положений смешанного типа при синтезе рычажных механизмов // Тр. Америк. общества инж. – механиков. 1977. № 3. С. 85-92.

127. Уолдрон Г., Чжуан Х. Об исключении ветвления при синтезе пространственных механизмов со сферическими шарнирами, воспроизводящих заданные движения // Тр. Америк. общества инж. – механиков. 1984. № 3. С. 209-223.
128. Филиппов Г. С. и др. Перспективы применения механизмов параллельной структуры в зондовой диагностике плазменных потоков //Лесной вестник/Forestry bulletin. 2019. Т. 23. №. 6.
129. Фролов К.В., Сергеев В.И., Колискор А.Ш. Исследование механических параметров промышленных роботов  $l$  – координатными методами. Second Yugoslav – Soviet symposium on applied robotics (June 14 – 15, 1984 Arandjelovac Yugoslavia) Proceedings, Beograd. 1984. P. 147-151.
130. Хант К.Х. Кинематические структуры манипуляторов с параллельным приводом // Тр. Америк. о – ва инженеров – механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1983. № 4. С. 201-210.
131. Хейло С.В., Глазунов В.А. Решение задачи об управлении поступательно-направляющим механизмом параллельной структуры // Справочник. Инженерный журнал. 2013. №10. С. 17-24.
132. Хейло С.В., Глазунов В.А., Кулемкин Ю.В., Эфрос В.Л. Анализ ускорений и нелинейных колебаний сферического механизма параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 3. С. 9-17.
133. Хейло С.В., Глазунов В.А., Ширинкин М.А., Календарев А.В. Возможные применения механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 5. С. 19-24.
134. Чернов В.Ф. Методы решения задач о положениях и анализ особых конфигураций  $l$  – координатных механизмов: Дисс. канд. тех. наук. Москва. 1990. С. 173.

135. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г., Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация. М.: Изд-во Наука. 1989. С. 368.
136. Шалюхин К. А. и др. Принципы структурного синтеза механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой // Машины, технологии и материалы для современного машиностроения. 2018. С. 210.
137. Яцун С.Ф., Понедельченко М.С., Турлапов Р.Н., Синтез управляющих моментов по заданному закону движения трехзвенного манипулятора экзоскелета // Вестник Воронежского института МВД России. № 2. 2014. С. 146-152.
138. Aleshin A., Glazunov V., Rashoyan G., Shai O.: Analysis of kinematic screws that determine the topology of singular zones of parallel-structure robots. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability* 45(4). P. 291–296 (2016).
139. Antonov A. et al. Dynamics of a New Parallel Structure Mechanism with Motors Mounted on the Base Outside the Working Area // *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”*. – Springer, Singapore. 2020. С. 183-195.
140. Antonov A. V.; Glazunov V. A.; Aleshin A. K. *Journal of machinery manufacture and reliability*. Том: 47. Выпуск: 2. Стр.: 121-127.
141. *Axes Robotique*. 1987. № 28. P. 12.
142. Ben-Horin P., Shoham M.: Application of Grassmann-Cayley algebra to geometrical interpretation of parallel robot singularities. *The International Journal of Robotics Research* 28(1). 127-141 (2009).
143. Chunikhin A.Y., Glazunov V.: Developing the mechanisms of parallel structure with five degrees of freedom designed for technological robots. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability* 46(4). 313-321 (2017).



144. Conconi, M., Carricato, M.: A new assessment of singularities of parallel kinematic chains. *IEEE Transactions on Robotics* 25(4). 757-770 (2009).
145. Fernandes J., Arockia S.: Kinematic and dynamic analysis of 3pou parallel manip- ulator for medical applications. *Procedia Computer Science* 133. 604-611 (2018).
146. Fichter E.F. A Stewart Platform Based Manipulator: General Teory and Practical Construction // *The International Journal of Robotics Research*. 1986. V. 5. № 2. P. 157-182.
147. Fomin A., Antonov A., Glazunov V. (2021) Forward Kinematic Analysis of a Rotary Hexapod. In: Venture G., Solis J., Takeda Y., Konno A. (eds) *ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control. ROMANSY 2020. CISM 601*. P. 486-494. 2021.
148. Gagik Rashoyan, Narek Maloyan, Anton Antonov, Andrey Romanov Synthesis of *l*-coordinate parallel mechanism without singularities // *International Conference of Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education, Четвертая международная конференция «Artificial Intelligence, Medical Engineering, Education» (Москва, 3-4 октября 2020 г.)* организована и проведена Институтом машиноведения РАН совместно с китайской Ассоциацией RAMECS, а данные о ней представлены на сайте <http://www.icics.net/conf/2020/AIMEE2020/index.html#committees> .– была включена в Труды конференции, издаваемые в издательстве Springer.
149. GEDFLY – the answer to electronic component assembly // *Assembly automation*. 1983. Vol. 3. № 1 p. 20-22.
150. Glazunov V. Twists of movements of parallel mechanisms inside their singularities // *Mechanism and machine theory*. 2006. V. 41. P. 1185-1195.

151. Glazunov V.A., Filippov G.S., Rashoyan G.V., Aleshin A.K., Shalyukhin K.A., Skvortsov S.A., Antonov A.V., Terkhova A.N. Velocity analysis of a spherical parallel robot // Mechanical Science and Technology Update. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf Series 1260 (2019). 112012
152. Glazunov V.A., Kraynev A.F., Rashoyan G.V., Trifonova A.N. Singular zones of parallel structure mechanism // Tenth World Congress on TMM. Proceedings. Oulu, Finland 1999. P. 2710-2715.
153. Glazunov V.A., Rashoyan G.V. Parallel structure mechanisms for aerodynamic tubes. // International Conference on the Methods of Aerophysical Research. August 19-25, 2012. Kazan, Russia. Abstracts. Part II. Kazan. 2012. P.106-107.
154. Glazunov V., Rashoyan G., Aleshin A., Shalyukhin K., Skvortsov S.: Structural synthesis of spatial 1-coordinate mechanisms with additional links for technological robots. In: Hu, Z., Petoukhov, S., He, M. (eds.) Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II. P. 683-691. Springer, Cham (2020).
155. Glazunov V.: Parallel structure mechanisms and their application: robotic, technological, medical, and training systems. Institute of Computer Science, Izhevsk (2018), in Russian.
156. Gosselin C. Stiffness Mapping for Manipulators // IEEE Transaction on Robotics and Automation Vol. 6. № 3. June 1990. P. 377-382.
157. Gosselin C., Angeles J. Singularity Analysis of Closed – Loop Kinematic Chains // IEEE Transaction on Robotics and Automation. Vol. 6. № 3. June 1990. P. 281-290.
158. Gough V. E. Contribution to discussion of papers on research in Automobile Stability, Control and Tyre performance, Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng., 1956-1957. P. 392-394.

159. Huang Z., Y.Y. Qu, Y.S. Zhao. Special Configuration and Its Properties of Spatial Parallel Manipulator 6 – SPS Mechanism // Eighth World Congress on The Theory of Machines and Mechanism, Prague, Czechoslovakia, August 26-31. 1991. P. 991-994.
160. Hunt K.H. «Structural Kinematics of in-Parallel – Actuated Robot – Arms», ASME Paper 82. DET. 105. 1982.
161. Hunt K.H. Geometry of Robotic Devices. // Institution of Engineers Austral Mechanical Engineering: Transaction. 1982. Vol. 7. №4. P. 213-220.
162. Hunt K.H. Kinematic Geometry of Mechanism, Oxford University Press, London. 1978.
163. Innocenti C., Parenti – Castelli V. Direct Position Analysis of The Stewart Platform Mechanism // Mechanism and Machine Theory. 1990. V. 25. № 6. P. 611-621.
164. Irimia C., Antonya C., Grovu M., Husar C. (2019) Dynamic Analysis of the Stewart Platform for the Motion System of a Driving Simulator. In: Uhl T. (eds) Advances in Mechanism and Machine Science. IFToMM WC 2019. Mechanisms and Machine Science. vol 73. P. 3079-3086.
165. Joumah A.A., Albitar C.: Design optimization of 6-rus parallel manipulator using hy-brid algorithm. International Journal of Information Technology and Computer Sci-ence 10(2). 83-95 (2018).
166. Shalyukhin K. A., Rashoyan G. V., Aleshin A. K., Skvortsov S. A., Levin S. V., Antonov A. V.. Problems of Kinematic Analysis and Special Positions of Mechanisms of Robots with Parallel Structure // Journal of Machinery Manufacture and Reliability July 2018. Volume 47. Issue 4. P. 310-316
167. Koliskor A.: The l-coordinate approach to the industrial robots design. IFAC Pro- ceedings Volumes 19(2), 225-232 (1986).
168. Koogle T.A., Piziali R.L., Nagel D.A., Perlash I. A Motion Transducer for Use in the Intact In – Vitro Human Lumbar Spine // Transactions of the ASME. Journal of Biomechanical Engineering. 1977. № 3. P. 160-165.

169. Kraynev A., Glasunov V. Design and analysis of spatial mechanism with parallel structure // VIII World Congress on TMM. Proceedings, Prague, Czechoslovakia. 1991. P. 105-108.
170. Krishan G., Singh V.R.: Motion control of five bar linkage manipulator using con-ventional controllers under uncertain conditions. International Journal of Intelligent Systems and Applications 8(5). 34-40 (2016).
171. Kumar V., Sen S., Roy S.S., Shome S.N.: Inverse kinematics of redundant ma- nip-ulator using interval newton method. International Journal of Engineering and Manu-facturing 5(2). 19-29 (2015).
172. Laryushkin P.A., Rashoyan G.V., Erastova K.G. On the features of applying the theory of screws to the evaluation of proximity to specific positions of the mechanisms of parallel structure // 2017 Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 46(4). P. 349-355.
173. Li H., Gosselin C., Richard M., St-Onge B.: Analytic form of the six-dimensional singularity locus of the general gough-stewart platform. Journal of Mechanical Design 128(1). 279-287 (2005).
174. Malyshev D. Et al. Determination of the Geometric Parameters of a Parallel-Serial Rehabilitation Robot Based on Clinical Data // Symposium on Robot Design, Dynamics and Control. Springer. Cham. 2020. P. 556-566.
175. McCallion H. and Truong P.D. The analysis of a Six – degrees – of – freedom work station for mechanized assembly. Proc. 5<sup>th</sup> W. Congress of TMM, ASME. 1979. V. 1. P. 611-616.
176. Merlet J.-P. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers. 2000. 372 p.
177. Merlet Jean – Pierre et Clement Gosselin. Nouvelle architecture pour un manipulator parallel a six degrees de liberty // Mechanism and Machine Theory. 1991. V. 26. № 1. P. 77-90.
178. Merlet Jean – Pierre. Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grossmann Geometry // The International Journal of Robotics Research. 1989. V. 8. № 5. P. 45-56.

179. Merlet J.P.: Parallel robots. Springer (2006).
180. Nawratil G. (2019) Singularity Distance for Parallel Manipulators of Stewart Gough Type. In: Uhl T. (eds) Advances in Mechanism and Machine Science. IFToMM WC 2019. Mechanisms and Machine Science. vol 73. P. 259-268.
181. Nawratil G.: New performance indices for 6-dof ups and 3-dof rpr parallel manipulators. Mechanism and Machine Theory 44(1). 209-221 (2009).
182. Parenti – Castelli, C. Innocenti. Direct Displacement Analysis for Some Classes of Spatial Parallel Mechanism // 8<sup>th</sup> CISM – IFToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Cracow, Poland. 2-6 July. 1990. P. 1-8.
183. Pashchenko V. Et al. Inverse Dynamics Problem Solution for the Combined Relative Manipulation Mechanism with Five Degrees of Freedom // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”. – Springer, Singapore. 2020. P. 253-263.
184. Pashchenko V. et al. of Freedom // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”: ER (ZR) 2019, Kursk, Russia, 17-20 April 2019. – Springer Nature. 2019. T. 154. P. 253.
185. Patel Y., George P.: Parallel manipulators applications – a survey. Modern Mechanical Engineering 2(3). 57-64 (2012).
186. Rashoyan G. V. et al. Analysis of special positions of parallel structure mechanisms for aggressive media // 2016 IEEE Conference on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&MQ&IS). IEEE. 2016. P. 160-163.
187. Rashoyan G.V., Aleshin A.K., Antonov A.V., Gavrilina L.V., Glazunov V.A., Skvortsov S.A., Shalyukhin K.A. Analysis and synthesis of parallel structure mechanism without singularities // Mechanical Science and Technology Update. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf Series 1260 (2019). P. 1-8.

188. Rashoyan G., Demidov S., Aleshin A., Antonov A., Skvortsov S., Shalyukhin K.: The direct position problem for 1-coordinate mechanisms of various types. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability* 48(5). 392-400 (2019).
189. Rashoyan G., Shalyukhin K., Antonov A., Aleshin A., Skvortsov S.: Analysis of the structure and workspace of the isoglide-type robot for rehabilitation tasks. In: Hu, Z., Petoukhov, S., He, M. (eds.) *Advances in Artificial Systems for Medicine and Education III*. P. 186-194. Springer, Cham (2020).
190. Rashoyan G.V., Shalyukhin K.A., Gaponenko E.V. Development of structural schemes of parallel structure manipulators using screw calculus. 2018 *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 327(4), 042090.
191. Rong H. and C.G. Liang. A Direct Displacement Solution to The Trilgl – Platform 6 SPS Parallel Manipulator // *Eighth World Congress on The Theory of Machines and Mechanisms, Prague, Czechoslovakia, August 26-31. 1991*. P. 1237-1239.
192. Tschakarow S., Heimann B. Experimentally Untersuchungen an Industrierobotern. *Maschinenbautechnik*. № 11. 1986. P. 491-494.
193. Shi X. and R.G. Fenton. Forward Kinematic Solution of a General 6 Dof Stewart Platform Based on Three of Machines and Mechanisms, Prague, Czechoslovakia. August 26-31. 1991. P. 1015-1018.
194. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 180. Part 1. №. 1965-66*. P. 371-386.
195. Sugimoto K, Daffy J, Hank K.H. Special configurations of spatial mechanisms and robot arms // *Mech. and Mach. Theory* 1982. Vol. 17. № P. 119-132.

196. Voglewede P., Ebert-Uphoff I.: Measuring «closeness» to singularities for parallel manipulators. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA 04. 2004. vol. 5. P. 186-194 (2004).
197. Warnecke H.J., Brodbeck B. Schiele G. Results of the Examination of Industrial Robots on Test Stand. // Proceedings of the 5<sup>th</sup> World congress of Theory of Machines and Mechanism Canada, Montreal. 1979. V. 1. P. 816-820.
198. Weck M., Staimer D.: Parallel kinematic machine tools – current state and future po-tentials. CIRP Annals 51(2). 671-683 (2002).
199. Woldron K.J. Geometrically Based Manipulator Rate Control Algorithms // Mechanism and Machine Theory. 1982. Vol. 17. № 6. P. 379-385.
200. Ye W., Fang Y., Guo S.: Design and analysis of a reconfigurable parallel mechanism for multidirectional additive manufacturing. Mechanism and Machine Theory 112. 307-326 (2017).
201. Zi B., Wang N., Qian S., Bao K.: Design, stiffness analysis and experimental study of a cable-driven parallel 3d printer. Mechanism and Machine Theory 132. 201-222 (2019).