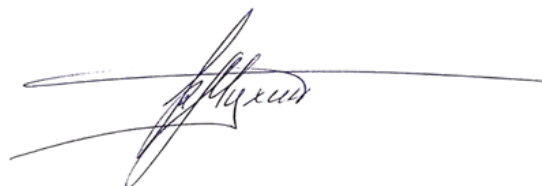


Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук

На правах рукописи



Мухин Кирилл Сергеевич

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ОТНОСИТЕЛЬНОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ
МЕХАНИЗМОВ СЕМЕЙСТВА «ДЕЛЬТА»**

Специальность 2.5.2. Машиноведение

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук
Фомин Алексей Сергеевич

Москва – 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. Обзор известных механических систем относительного манипулирования, их технологического назначения и методов комплексного кинематического анализа.....	14
1.1 Механические системы относительного манипулирования	14
1.1.1 Классификация механических систем относительного манипулирования	14
1.1.2 Примеры структурных схем и прототипов механических систем относительного манипулирования	17
1.2 Обзор известных методов кинематического анализа механических систем относительного манипулирования.....	28
1.2.1 Методы решения прямой и обратной кинематических задач.....	28
1.2.2 Методы построения рабочей зоны	29
1.2.3 Методы анализа скоростей	31
1.3 Выводы по главе 1	33
ГЛАВА 2. Разработка шестиподвижных механических систем относительного манипулирования с применением дельта-подобных механизмов	35
2.1 Выбор типа механической системы относительного манипулирования для разработки и дальнейшего исследования	35
2.2 Анализ механизмов для верхнего и нижнего модулей разрабатываемой системы относительного манипулирования.....	38
2.2.1 Анализ механизмов параллельной структуры типа «Дельта» с четырьмя степенями свободы для верхнего модуля	38
2.2.2 Анализ двухподвижных механизмов для нижнего модуля	43
2.3 Конструирование шестиподвижных механических систем с четырехподвижным верхним и двухподвижным нижним модулями	47
2.4 Выводы по главе 2	51

ГЛАВА 3. Кинематический анализ разработанных механических систем относительного манипулирования.....	53
3.1 Разработка алгоритмов анализа обратной кинематической задачи для синтезированных систем относительного манипулирования	53
3.1.1 Алгоритм анализа для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RRRRR/1-U и решение численного примера	54
3.1.2 Алгоритм анализа для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RUU/1-U и решение численного примера	60
3.2 Разработка алгоритма расчета рабочей зоны механической системы относительного манипулирования с учетом ограничений в шарнирах и интерференции звеньев верхнего и нижнего модулей.....	65
3.2.1 Ограничения верхнего и нижнего модуля	67
3.2.2 Анализ пересечения звеньев верхнего и нижнего модулей.....	76
3.2.3 Рабочая зона при постоянной ориентации.....	83
3.2.4 Рабочая зона при постоянном положении	87
3.2.5 Верификация полученных результатов при помощи моделирования в САПР	92
3.3 Разработка алгоритмов расчета скоростей для синтезированных систем относительного манипулирования	100
3.3.1 Алгоритм расчета для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RRRRR/1-U и решение численного примера	101
3.3.2 Алгоритм расчета для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RUU/1-U и решение численного примера	107
3.4 Выводы по главе 3	110
ГЛАВА 4. Виртуальное и физическое прототипирование новой механической системы относительного манипулирования.....	112
4.1 Разработка виртуального прототипа механической системы.....	112
4.2 Изготовление и сборка физического прототипа.....	119
4.3 Экспериментальные исследования разработанной механической системы относительного манипулирования.....	125

4.4 Выводы по главе 4	134
Заключение	136
Список использованной литературы.....	140
Приложение А	153
Приложение Б1	179
Приложение Б2.....	180
Приложение Б3	181
Приложение Б4.....	182
Приложение В1	183
Приложение В2	184

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации. Современное машиностроительное оборудование и растущая сложность изготавливаемых на предприятиях изделий требуют организации доступа обрабатывающего и измерительного инструмента к заготовке с разных сторон и под разными углами, возникает необходимость задействования всех шести степеней свободы при выполнении той или иной технологической операции. При этом применение сложных по конструктиву многокоординатных механических систем не всегда является рациональным ввиду ограниченности рабочей зоны таких систем, их сложного строения, недостаточной жесткости и сложности в управлении.

Для эффективного осуществления работы над заготовкой с возможностью её смещения по всем шести степеням свободы наиболее подходящими являются механизмы относительного манипулирования. Они включают в свой состав два или более модулей, имеющих параллельную или последовательную структуру, выходные звенья которых взаимодействуют друг с другом для выполнения поставленной задачи, благодаря чему повышается гибкость и точность реализуемых ими процессов. В станкостроении и машиностроении наиболее востребованными являются механизмы относительного манипулирования, состоящие из двух модулей, каждый из которых обеспечивает несколько степеней свободы. Такие модули могут располагаться в пространстве друг относительно друга по-разному. В рамках данной работы принимается, что модули располагаются друг над другом в вертикальной плоскости, поэтому один модуль является верхним, а другой – нижним.

Имея две, три или четыре независимые степени свободы комбинации таких модулей могут обеспечить взаимодействие заготовки и инструмента с использованием всех шести степеней свободы. Комбинация таких механизмов позволяет расширить рабочую зону, увеличить жесткость, надежность и скорость работы устройства в целом, а также помогает решить ряд технологических проблем, к которым относится, например, обработка деталей машин за один

установ или обработка элементов, имеющих сложную (криволинейную) геометрию.

При постоянном совершенствовании технологических процессов возникает естественная необходимость разработки нового оборудования, в том числе устройств, основанных на механизмах относительного манипулирования, обеспечивающих проведение технологических операций с большими скоростями, имеющих расширенные габариты рабочих зон и допускающих большие углы наклона выходных звеньев. Одним из решений данной проблемы является использование модулей параллельной структуры с дельта-подобной архитектурой.

В связи с этим проблема разработки и исследования механических систем, обеспечивающих относительное манипулирование с шестью степенями свободы, а также использующих в своем составе механизмы параллельной структуры семейства «Дельта», является в достаточной степени актуальной, а ее решение способствует созданию более эффективного технологического оборудования для различных отраслей производства.

Область исследований диссертации соответствует пунктам 1, 2 и 3 паспорта специальности 2.5.2. Машиноведение: «Синтез структурных и кинематических схем механизмов и обобщенных структурных схем машин, оптимизация параметров»; «Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин»; «Методы кинематического и динамического анализа, в том числе математического моделирования, анимационного и экспериментального исследования механизмов».

Степень разработанности темы. Вопросам структурного синтеза и анализа механических систем относительного манипулирования посвящены работы отечественных и зарубежных ученых, в том числе Глазунова В. А., Антонова А. В., Ларюшкина П. А., Пащенко В. Н., Рыбак Л. А., Афонина В. Л., Воробьева Е. И., Крайнева А. Ф., Хейло С. В., Корендясева А. И., Тывеса Л. И., Саламандры Б. Л., Юревича Е. И., Подураева Ю. В., Атапина В. Г., Вермеля В. Г., Бушуева В. В., Проникова А. С., Шаумяна Г. А., Ханта К., Жао Я., Ху К., Ли З.,

Мюллера А., Хоя П. Б., Карригато М., Хуанга Х., Лю Р., Госслена К., Зеглула С., Катиба У., Гао Ф., Ли Б., Денга Ж., Пальмери Д., Кваглии Д., Лазоглу И., Куна С., Пислы Д., Лю Х., Корвеса Б., Фана Ю., Мерле Ж.-П., Дая Ж., Хуанга Т., Гогу Г., Анджелеса Х., Эрве Ж., Цая Л.-В., Гуо В., Лариби М. А. и других ученых. В них методология синтеза и анализа основывается на применении структурных формул, аппарата теории графов и теории групп, методов винтового исчисления. Указанные методы образуют три основные группы: методы синтеза, базирующиеся на анализе накладываемых связей; методы синтеза, основанные на анализе допустимых типов движений; методы синтеза, использующие теорию графов и структурные формулы подвижности.

Вопросами комплексного исследования кинематики механических систем относительного манипулирования, включающими решение прямой и обратной задач о положениях, задач о скоростях и ускорениях, расчет рабочей зоны и анализ особых положений, занимались (кроме упомянутых выше ученых) Кузнецов А. П., Ющенко А. С., Ермолов И. Л., Хольшев И. Г., Кудинов В. А., Ву Г., Руссо М., Чеккарелли М., Ромданэ Л., Ноташ Л., Эберт-Упхофф И., Ли К., Бонев И. А., Златанов Д., Линч К. М., Парк Ф. К., Патхак П. М., Мохан С., Лю К., Жанг Д., Госал А., Кучук С., Аль-Хасавнех Б., Е В., Карбоне Д., Ксю П., Хуанг Н., Ёшикава Т., Ву Д., Альтузарра О., Бай Ш., Такеда Ю., Вукобратович М., Ган Д., Учияма М., Рагхаван М., Се Ф., Венгер Ф., Паренти-Кастелли В. и другие ученые.

При решении прямой задачи о положениях применяются как классические численные методы (метод Ньютона — Рафсона, метод наименьших квадратов, интервальный анализ и т.п.), так и методы алгебраической геометрии (метод исключения (elimination method), метод продолжения по параметру (homotopy continuation), базисы Грёбнера (Gröbner bases) и др.). При анализе рабочей зоны механизмов относительного манипулирования учитываются геометрические, кинематические и силовые ограничения. При данном анализе применяются геометрические, численные дискретные и численные методы без использования дискретизации. При анализе рабочей зоны используются методы Монте-Карло (Monte-Carlo method), Гилберта-Джонсона-Кирти (Gilbert-Johnson-Keerthi «GJK») и другие, а также средства автоматизированного проектирования (САПР).

Для анализа особых положений, в которых модули систем относительного манипулирования могут как терять степени свободы, так и приобретать неуправляемую подвижность, применяются алгоритмы винтового исчисления, анализ определителя матрицы Якоби, дифференцирование уравнений связи и другие.

Цель диссертационной работы: разработка новых шестиподвижных механических систем относительного манипулирования с применением механизмов семейства «Дельта» и анализ их функциональных свойств.

Задачи, решаемые в работе:

1. Разработать двухмодульные шестиподвижные механические системы относительного манипулирования, включающие четырехподвижный верхний модуль в виде механизма семейства «Дельта» и двухподвижный нижний модуль с возможностью неограниченного вращения.

2. Для синтезированных механических систем относительного манипулирования разработать алгоритмы кинематического исследования, включающие решение обратной задачи о положениях, задачи о скоростях, задачи о построении рабочей зоны.

3. Разработать сборочные компьютерные модели (виртуальные прототипы) синтезированных механических систем относительного манипулирования, из которых выбрать наиболее рациональную модель для дальнейшего изготовления в качестве физического прототипа.

4. Для подтверждения теоретических расчетов изготовить физический прототип выбранной модели механической системы относительного манипулирования и на его основе провести экспериментальные исследования структурных и кинематических параметров.

Научная новизна:

1. Разработаны структурные и кинематические схемы двухмодульных шестиподвижных механических систем относительного манипулирования, состоящие из четырехподвижного верхнего модуля в виде механизма семейства «Дельта» и двухподвижного нижнего модуля, имеющего, в том числе, возможность неограниченного вращения (п. 1 паспорта специальности).

2. Разработаны алгоритмы аналитического решения обратной кинематической задачи о положениях и задачи о скоростях для новых механических систем относительного манипулирования, являющиеся универсальными при заданном типе движений механизмов верхнего и нижнего модулей (п. 3 паспорта специальности).

3. Разработан аналитический итерационный алгоритм построения рабочей зоны, учитывающий интерференцию звеньев и ограничения в шарнирах верхнего и нижнего модулей при их совместном манипулировании (п. 3 паспорта специальности).

4. Разработан алгоритм проектирования шестиподвижных систем относительного манипулирования, в которых один из модулей выполнен в виде механизма параллельной структуры семейства "Дельта" (п. 2 паспорта специальности).

Практическая значимость результатов работы заключается в разработке группы новых шестиподвижных механических систем относительного манипулирования для решения технологических задач, связанных с обработкой и исследованием поверхностей элементов деталей машин. При этом в разработанных устройствах верхнему модулю обеспечивается четыре степени свободы, а нижнему – две, что является оптимальным соотношением при расположении инструмента на верхнем модуле, а манипулируемой детали – на нижнем.

Создан физический прототип новой шестиподвижной механической системы относительного манипулирования на базе четырехподвижного механизма типа «Дельта». Для созданного устройства разработаны практические алгоритмы управления движением выходных звеньев нижнего и верхнего модулей на основе решения задач кинематики. Разработана документация, содержащая компьютерные трехмерные модели и чертежи для изготовления предложенного устройства (Приложение А), обеспечивающая изготовление компонентов и сборку данной системы.

Результаты, полученные в диссертации, приняты к использованию на АО «НПО «Пульс»», г. Липки, Россия (Приложение Б1) и ООО «Тоннелион»,

г. Москва, Россия (Приложение Б2), а также применяются в учебном процессе и при подготовке выпускных квалификационных работ обучающихся МГТУ им. Н. Э. Баумана (Приложение Б3) и используются в научно-исследовательской работе сотрудников и учебном процессе при подготовке аспирантов ИМАШ РАН (Приложение Б4).

Методы исследования. В работе используются методы теории механизмов и машин, теоретической механики, аналитической геометрии и матричного исчисления, компьютерного моделирования, пакеты систем компьютерной алгебры MATLAB, Mathcad, программные комплексы САПР SolidWorks, Autodesk Inventor, КОМПАС-3D, методы конструирования деталей машин и методы проведения эксперимента.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработка структурных схем двухмодульных шестиподвижных механических систем относительного манипулирования, включающих в качестве верхнего модуля четырехподвижный механизм семейства «Дельта» и двухподвижный механизм в качестве нижнего модуля, в том числе обеспечивающий неограниченное вращение.

2. Алгоритмы кинематического анализа синтезированных механических систем относительного манипулирования, включающие решение обратной задачи о положениях, задачи о скоростях, основанные на аналитическом определении взаимосвязей между управляемыми перемещениями в приводах и перемещениями выходного звена с учетом относительного движения модулей.

3. Алгоритмы построения рабочей зоны разработанных механических систем относительного манипулирования с учетом ограничений в шарнирах модулей и с учетом интерференции их звеньев.

4. Результаты компьютерного моделирования и экспериментальных исследований, полученные на основе теоретических разработок и подтверждающие адекватность предложенных аналитических алгоритмов, а также подтверждающие возможность практической реализации выбранной конструкции физического прототипа.

Достоверность результатов работы обеспечивается применением классических положений теории механизмов и машин и теоретической механики; подтверждается использованием общепринятых допущений и апробированных методик анализа структуры, кинематики и динамики механизмов; применением современного программного обеспечения; проверкой полученных результатов путем численных и натурных экспериментов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования были представлены на следующих конференциях и симпозиумах:

- Международная научно-практическая конференция «Инновации в деревянном строительстве», г. Санкт-Петербург, Россия, 2021;
- XIV Международный Конгресс по деревянному строительству, г. Санкт-Петербург, Россия, 2023;
- VIII Российская научная конференция «Перспективы и направления развития теории механизмов и машин», г. Москва, Россия, 2024;
- The 8th International Symposium on Robotics and Mechatronics (ISRM), Джерба, Тунис, 2024;
- IX Международная научная конференция «Перспективы и направления развития теории механизмов и машин», г. Москва, Россия, 2025;
- the 2025 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics (M³ Symposium), г. Оттава, Канада, 2025;
- XVIII Всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ), г. Тула, Россия, 2025.

Личный вклад автора заключается в проведении аналитического обзора конструкций и методов анализа известных систем относительного манипулирования, в разработке структурных схем систем относительного манипулирования, синтезированных с применением механизмов семейства «Дельта», в разработке алгоритмов решения задач обратной кинематики, алгоритмов анализа скоростей, алгоритмов построения рабочей зоны с учетом относительного взаимодействия модулей, в создании компьютерных моделей (виртуальных прототипов) новых систем относительного манипулирования и

моделировании их динамического поведения с применением инструментов САПР, в разработке узлов, элементов и звеньев и сборке конструкции физического прототипа нового механизма, в проведении натуральных экспериментов с применением прототипа.

Поддержка и финансирование исследования. Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ (главы 1 и 2) и грантов Российского научного фонда (РНФ) (главы 3 и 4).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 7 работ, в том числе 4 работы в изданиях, входящих в наукометрические базы Scopus и Web of Science, 1 работа в издании из списка РИНЦ и 2 работы в изданиях из списка ВАК РФ; получено 2 патента РФ на изобретения.

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 120 наименований, 7 приложений. Объем диссертации составляет 184 страницы, включая 70 рисунков и 14 таблиц.

В главе 1 представлен обзор опубликованных исследований в области синтеза и комплексного кинематического анализа механических систем относительного манипулирования, включающих в свой состав два модуля. Рассмотрена классификация и конструкции механических систем с различной комбинацией степеней свободы модулей. Рассмотрены возможные области применения данных систем. Проведен обзор известных методов решения задач кинематики, в том числе, методов решения задач о положениях, скоростях и ускорениях, методов построения рабочих зон и определения особых положений механических систем относительного манипулирования.

В главе 2 рассматривается структурный синтез шестиподвижных механических систем относительного манипулирования, основанный на объединении четырехподвижного верхнего модуля, организованного по типу механизма семейства «Дельта», и двухподвижного нижнего модуля. Проведено аналитическое сравнение известных конструкций четырехподвижных механизмов семейства «Дельта» по структурным и кинематическим параметрам и выбрана наиболее подходящая схема. Рассмотрены двухподвижные механизмы,

применяемые в качестве нижнего модуля. Выбраны и обоснованы по функциональным параметрам модели систем относительного манипулирования, принимаемые к дальнейшему исследованию.

В главе 3 представлены разработанные алгоритмы решения кинематических задач синтезированных систем относительного манипулирования. В частности, решена обратная задача для двух систем, имеющих разный конструктив нижнего модуля. Алгоритмы определяют аналитические взаимосвязи между координатами выходных звеньев модулей механизмов и управляемыми перемещениями в приводах (приводными координатами). Состоятельность разработанных алгоритмов решения обратной кинематической задачи верифицирована численными примерами. Представлен алгоритм расчета рабочей зоны системы относительного манипулирования с учетом относительного движения двух модулей, ограничений в их шарнирах и с учетом столкновения (интерференции) их звеньев. Алгоритм также продемонстрирован численными примерами построения рабочей зоны для заданных положений и ориентаций выходных звеньев модулей. Представлен алгоритм анализа скоростей с численными примерами для двух систем относительного манипулирования.

В главе 4 обосновывается выбор наиболее оптимального по структурно-кинематическим параметрам нижнего модуля разработанной системы относительного манипулирования. Представлена сборочная компьютерная модель данной системы, с применением которой проведена верификация расчетов, выполненных в главе 3: подтверждены исследования обратной задачи кинематики, верифицирована рабочая зона с учетом ограничений в шарнирах и столкновений звеньев. Разработана документация, содержащая компьютерные трехмерные модели и чертежи для изготовления деталей и собран физический прототип предложенной системы относительного манипулирования. Проведены экспериментальные исследования структурных и кинематических параметров, подтвердившие теоретические расчеты.

ГЛАВА 1. Обзор известных механических систем относительного манипулирования, их технологического назначения и методов комплексного кинематического анализа

1.1 Механические системы относительного манипулирования

Механические системы относительного манипулирования состоят из нескольких модулей, имеющих последовательную или параллельную структуру [1-3]. Среди них особое место занимают двухмодульные системы, в которых модули установлены, как правило, на неподвижном основании и работают совместно [4-6]. Структура механических систем относительного манипулирования позволяет получить такие функциональные характеристики, которые недостижимы при использовании модулей по отдельности или при их установке друг на друга. К данным характеристикам относятся увеличенные размеры рабочей зоны и возможность получения дополнительных линейных или угловых перемещений в зависимости от конкретного применения [7, 8]. Благодаря указанным преимуществам системы относительного манипулирования получили широкое распространение в обработке материалов [9-11, 14], совместной сборке [12, 13], аддитивных технологиях [15] и медицине [16, 17]. В данной главе проведен систематический обзор известных конструкций механических систем относительного манипулирования. Начнем с рассмотрения возможных комбинаций механизмов-модулей, входящих в состав механической системы относительного манипулирования согласно классификации, предложенной В.А. Глазуновым [5].

1.1.1 Классификация механических систем относительного манипулирования

В работе [5] представлена классификация механизмов относительного манипулирования, приведенная в таблице 1.1 на примере шестиподвижных систем, имеющих двух- и четырехподвижные модули. Данная таблица указывает на

количество возможных комбинаций в общем виде и учитывает поступательные (T_x , T_y , T_z) или вращательные (R_x , R_y , R_z) степени свободы механизмов-модулей. При этом подразумевается, что в модулях используются только вращательные и сферические шарниры. Если использовать только поступательные и вращательные степени свободы выходного звена вокруг отдельно взятых осей, то количество возможных комбинаций (Q) резко возрастет и будет определяться следующей формулой:

$$Q = \frac{N!}{(N-M)! \cdot M!}, \quad (1.1)$$

где N – суммарное количество степеней свободы двух механизмов, M – количество степеней свободы одного из механизмов системы относительного манипулирования.

Таблица 1.1 – Возможные комбинации типов движений механизмов-модулей для систем относительного манипулирования (на примере двухмодульных систем с четырехподвижным и двухподвижным модулями)

	Четырехподвижный модуль	Двухподвижный модуль
1	$T_x T_y T_z R_x$	$R_y R_z$
2	$T_x T_y T_z R_y$	$R_x R_z$
3	$T_x T_y T_z R_z$	$R_x R_y$
4	$T_x T_y R_x R_y$	$T_z R_z$
5	$T_x T_y R_x R_z$	$T_z R_y$
6	$T_x T_y R_y R_z$	$T_z R_x$
7	$T_x T_z R_y R_z$	$T_y R_x$
8	$T_x T_z R_x R_z$	$T_y R_y$
9	$T_x T_z R_x R_y$	$T_y R_z$
10	$T_y T_z R_y R_z$	$T_x R_x$
11	$T_y T_z R_x R_z$	$T_x R_y$

12	$T_y T_z R_x R_y$	$T_x R_z$
13	$T_x R_x R_y R_z$	$T_y T_z$
14	$T_y R_x R_y R_z$	$T_x T_z$
15	$T_z R_x R_y R_z$	$T_x T_y$

Для шестиподвижных систем относительного манипулирования, состоящих из двух модулей, сочетание подвижностей модулей может быть также пяти- и одноподвижным (5+1) или парой трехподвижных (3+3). На Рисунке 1.1 схематично представлены данные группы механических систем относительного манипулирования.



Рисунок 1.1 – Схематичное обозначение шестиподвижных групп механических систем относительного манипулирования

Однако при использовании данной классификации следует иметь в виду, что не все повороты могут воспроизводиться относительно одной и той же неподвижной системы координат. К этому случаю относятся, например, механизмы с двумя вращениями. В них после первого поворота, последующий происходит уже вокруг повернутой оси [18]. Кроме этого, для одной и той же комбинации типов движений могут существовать отличающиеся случаи, когда оси вращательных шарниров могут пересекаться, а могут скрещиваться [19, 20]. Также существуют механизмы, не попадающие под эту классификацию. Например, двухподвижный механизм с двумя винтовыми шарнирами (открытая цепь) не будет попадать под случай RR или TT . Хотя при добавлении к такому механизму четырехподвижного модуля, вся система относительного манипулирования будет иметь шесть степеней свободы.

1.1.2 Примеры структурных схем и прототипов механических систем относительного манипулирования

Рассмотрим известные в литературе механические системы относительного манипулирования, состоящие из нескольких модулей. Такие механические системы наиболее распространены в промышленности, так как позволяют четко разграничить степени свободы инструмента и заготовки. Обычно, верхний модуль отвечает за перемещения инструмента, а нижний – за перемещения заготовки. Такие комбинации обладают рядом преимуществ: высокая жесткость и мобильность всех элементов механической системы, сравнительная простота конструкции и управления системой, широкие возможности ориентации заготовки и инструмента друг относительно друга.

На Рисунке 1.2 представлен трехподвижный высокоскоростной робот относительного манипулирования для пересадки рассады [21]. В нем верхним модулем является двухподвижный дельта-робот с типом движения $2T$, обеспечивающий линейные смещения в плоскости. Нижним модулем является одноподвижная конвейерная лента (тип движения $1T$), поступательно смещающаяся ортогонально плоскости движения дельта-робота.

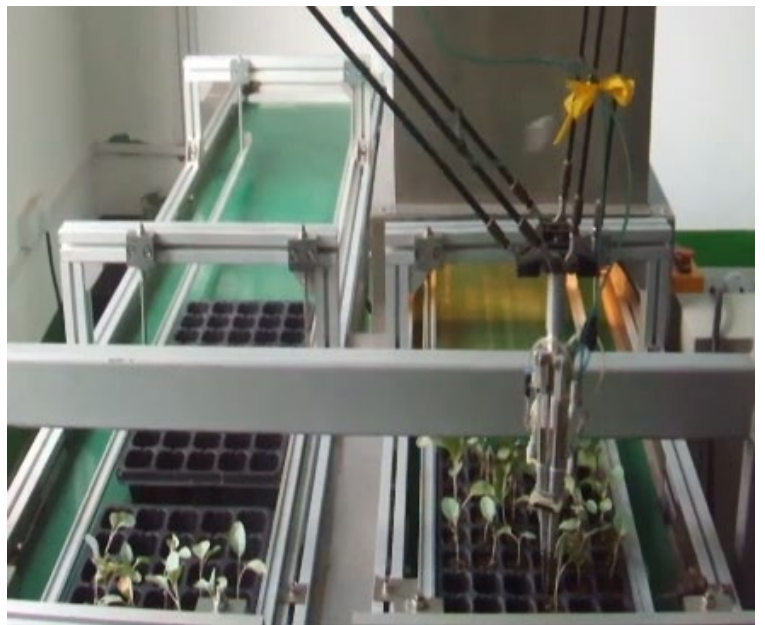


Рисунок 1.2 – Трехподвижный высокоскоростной робот относительного манипулирования для пересадки рассады

Другой пример трехподвижного механизма относительного манипулирования с аналогичным типом движения $3T$ представлен на Рисунке 1.3 [22]. Однако данный механизм позиционируется как реконфигурируемый. В нем в ортогональном направлении к плоскости движения пятизвенного механизма параллельной структуры обеспечивается переменное расстояние, используемое для расположения разных по размеру обрабатываемых деталей.



Рисунок 1.3 – Реконфигурируемый двухподвижный плоский механизм параллельной структуры

В работе [23] представлена четырехподвижная механическая система относительного манипулирования, представленная на Рисунке 1.4, используемая для 3D печати тонкостенных деталей криволинейной формы. При этом трехподвижный верхний модуль содержит на себе два экструдера для уменьшения времени печати, так как конструкция механизма рассчитана на изготовление деталей типа тел вращения. По этой же причине нижний модуль имеет лишь одну вращательную степень свободы для обеспечения бесконечного вращения заготовки вокруг вертикальной оси.

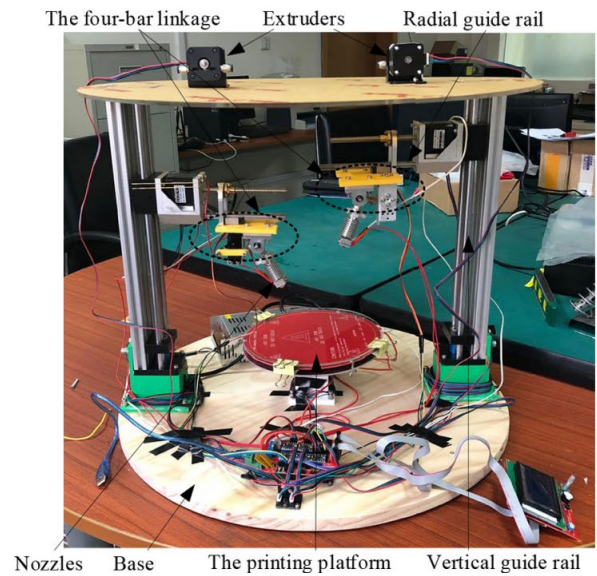
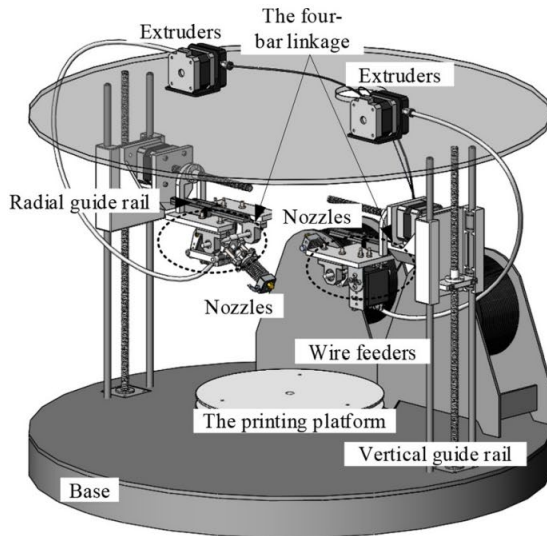


Рисунок 1.4 – Четырехподвижная механическая система относительного манипулирования, используемая для печати тонкостенных деталей

На Рисунке 1.5 показано устройство для монтажа кристаллов, выполненное в виде четырехподвижной механической системы относительного манипулирования [6, 24]. В отличие от четырехподвижной схемы по Рисунку 1.4, в данной оба модуля выполнены двухподвижными. Причем верхний модуль имеет тип движения $1T1R$, а нижний $2T$.

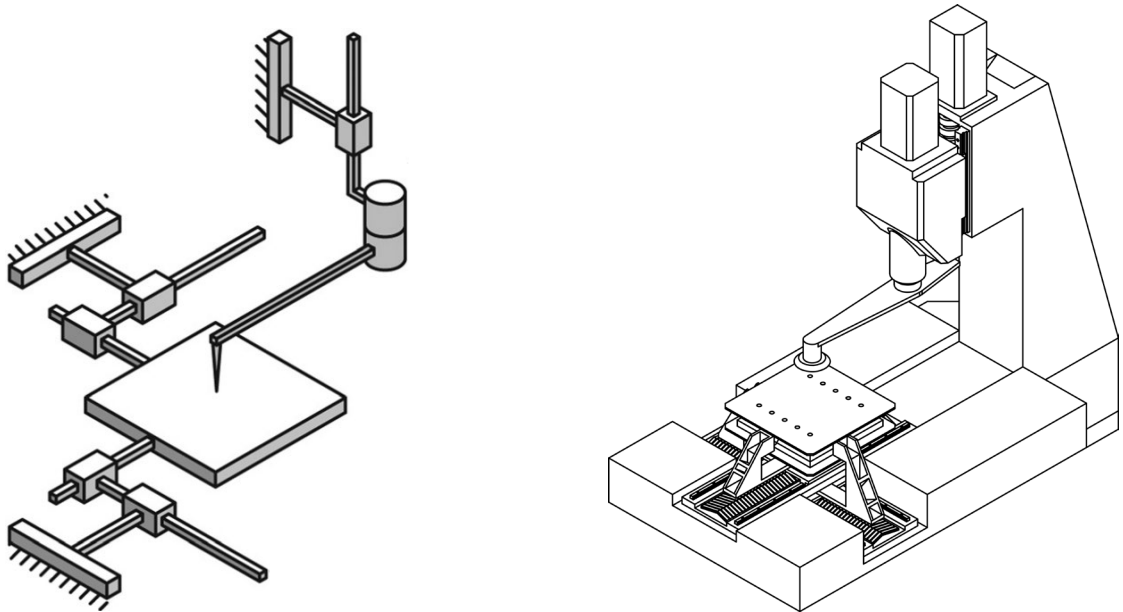


Рисунок 1.5 – Четырехподвижная механическая система относительного манипулирования для монтажа кристаллов: схема (слева) и компьютерный прототип (справа)

Механическая система с пятью степенями свободы [14] изображена на Рисунке 1.6. Она используется в качестве малогабаритного пятиосевого фрезерного станка. Верхний модуль представляет собой плоский механизм параллельной структуры (тип движения $2T1R$), на выходное звено которого крепится шпиндель, что позволяет получать большие скорости и ускорения фрезерного инструмента. Нижний модуль выполнен в виде двухподвижного механизма последовательной структуры (тип движения $1T1R$) для перемещения заготовки.

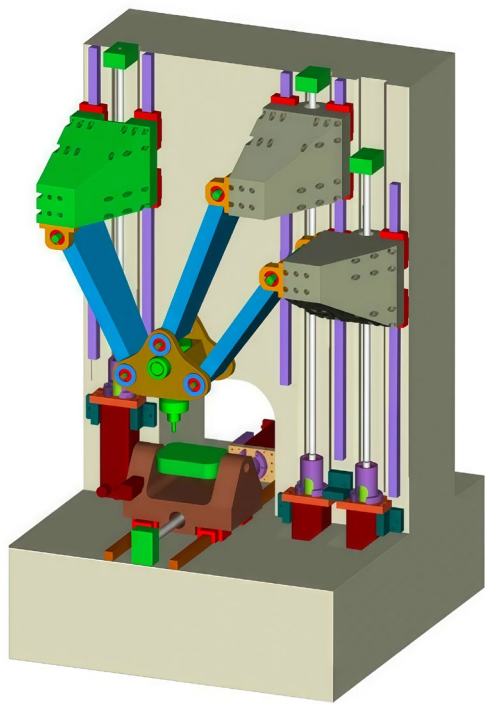


Рисунок 1.6 – Пятиподвижная механическая система относительного манипулирования для фрезерных операций: компьютерная модель (слева) и физический прототип (справа)

В работе [25] авторы представили механическую систему относительного манипулирования с пятью степенями свободы (тип движения $3T2R$), представленную на Рисунке 1.7. Авторы пожертвовали жесткостью выходного звена верхнего модуля для обеспечения большей мобильности инструмента и возможностью его поворота вокруг двух горизонтальных осей. При этом жесткость закрепления заготовки в данной комбинации механизмов максимальна за счет одной степени свободы нижнего модуля.

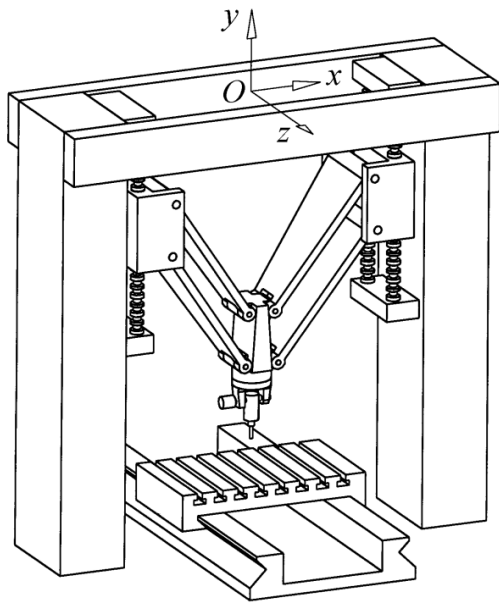


Рисунок 1.7 – Пятиосевой станок в виде механической системы относительного манипулирования: компьютерная модель (слева) и прототип (справа)

Похожая структура также с типом движения $3T2R$ предложена в работе [26], изображенная на Рисунке 1.8, используемая для сварки трением. Здесь сочетаются разные типы кинематических цепей для повышения гибкости и точности при сварке. Как и в предыдущем случае нижнему модулю оставлена одна поступательная степень свободы для обеспечения максимальной жесткости его выходного звена.

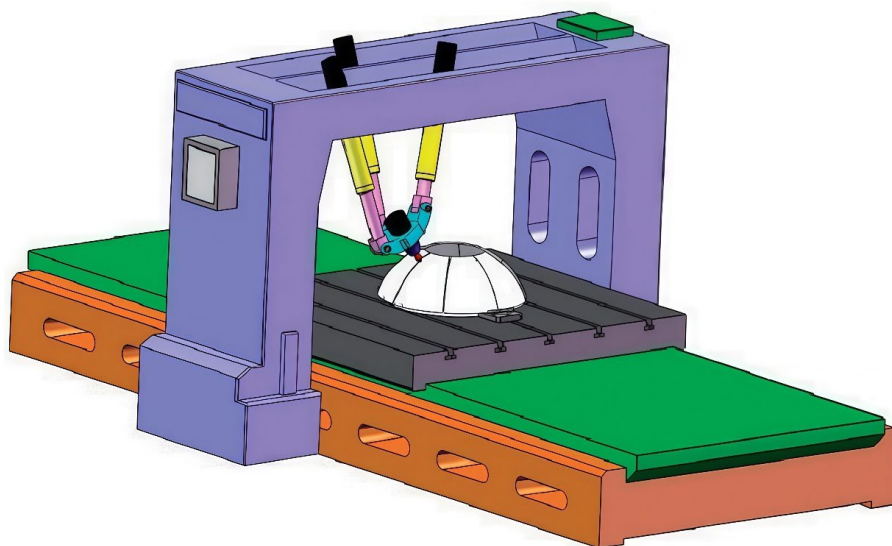


Рисунок 1.8 – Механическая система относительного манипулирования с пятью степенями свободы для сварки трением

В отличие от рассмотренных выше пятиподвижных систем относительного манипулирования с верхними модулями параллельной структуры, в работе [24] авторы рассмотрели систему, где оба модуля имеют последовательную структуру (Рисунок 1.9). Ее структура позволяет использовать систему в качестве металлорежущего оборудования. Использование данного конструктива дает возможность получить высокую жесткость узлов оборудования и обеспечить высокую точность получаемых деталей методом лезвийной обработки. Система имеет тип движения $3T2R$.

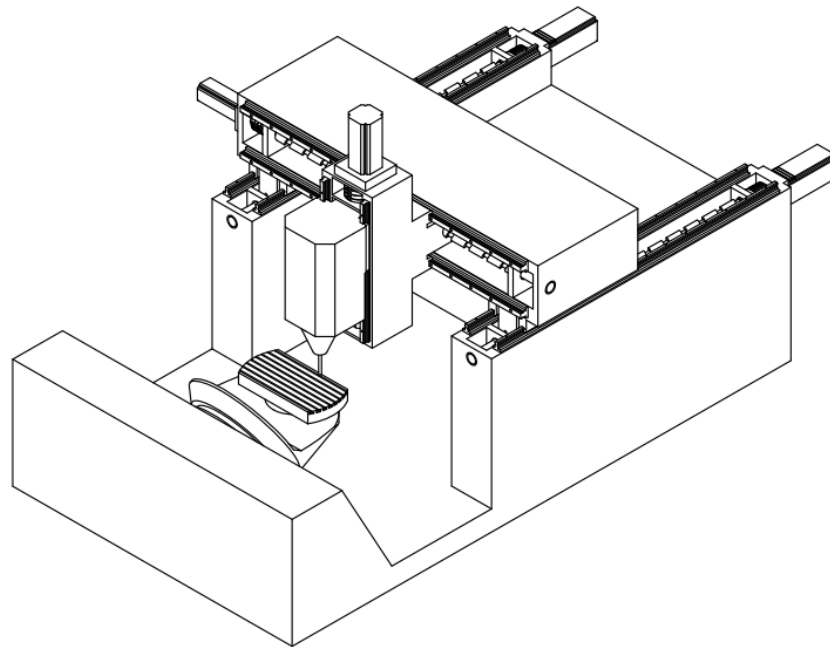


Рисунок 1.9 – Пятиподвижная механическая система относительного манипулирования с использованием механизмов последовательной структуры

Рассмотрим примеры шестиподвижных механических систем относительного манипулирования. На Рисунке 1.10 показаны структуры с трехподвижными модулями [5, 27]: слева – $3\text{-RRS}+3\text{-RRS}$; справа - $3\text{-RPS}+3\text{-RPS}$. Использование механизмов параллельной структуры в качестве модулей может повысить быстродействие системы, а разграничение степеней свободы – упростить сборку прототипа и его системы управления.

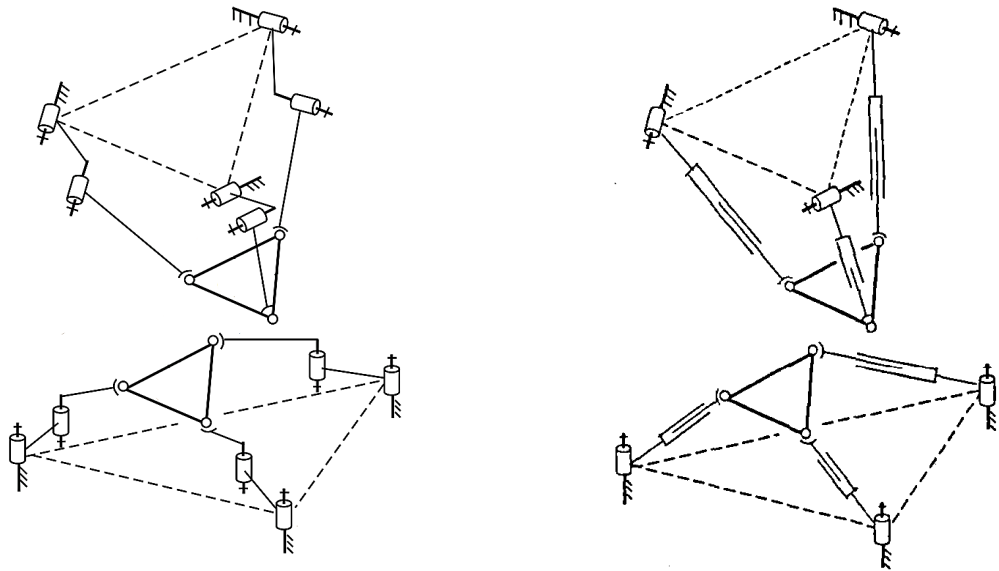


Рисунок 1.10 – Структурные схемы шестиподвижных механических систем с применением механизмов параллельной структуры

Другой пример системы с двумя трехподвижными механизмами-модулями показан в работе [28] (Рисунок 1.11 (модель слева)). В нем верхний модуль имеет структуру 3-RPS, а нижний – 3-RPR. Использование поступательных приводов позволяет увеличить рабочую зону механической системы и повысить её жёсткость за счет использования передач винт-гайка.

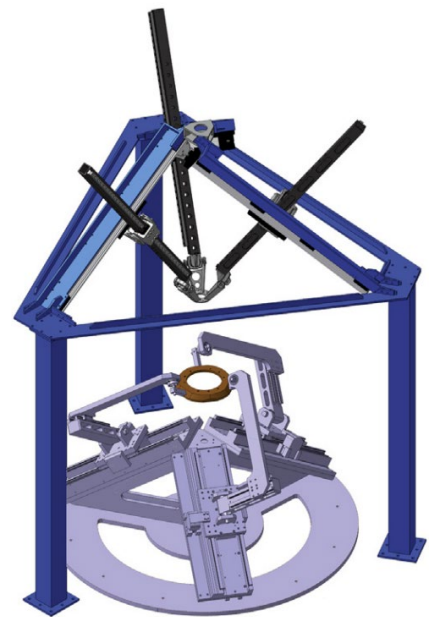
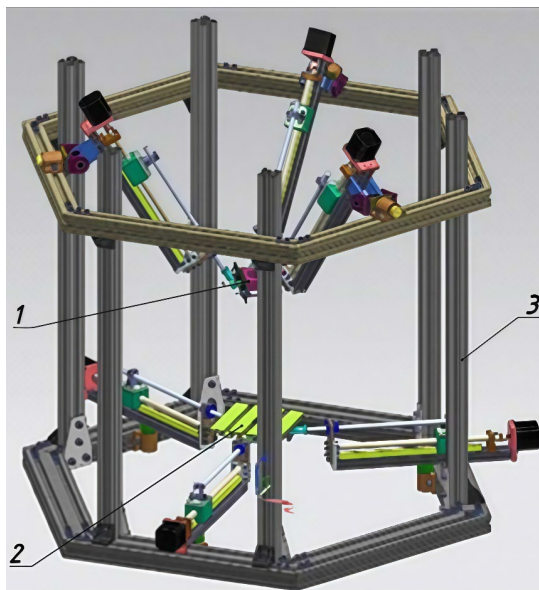


Рисунок 1.11 – Шестиподвижные механические системы относительного манипулирования с применением 3-RPR + 3-RPS (слева) и 2×3-CPU (справа) механизмов параллельной структуры

На Рисунке 1.11 (модель справа) представлена схожая система [8], где оба модуля имеют структуру 3-CPU, а поступательные приводы расположены на наклонных направляющих для увеличения рабочей зоны.

Известны в технике и шестиподвижные системы с четырехподвижными и двухподвижными модулями. Один из них представлен на Рисунке 1.12 в виде шестиосевого станка [29]. В нем нижний модуль является двухподвижным механизмом последовательной структуры (тип движения $1T1R$), а верхний – четырехподвижным параллельной структуры (тип движения $2T2R$). Данный станок способен обрабатывать пять поверхностей за один установ.

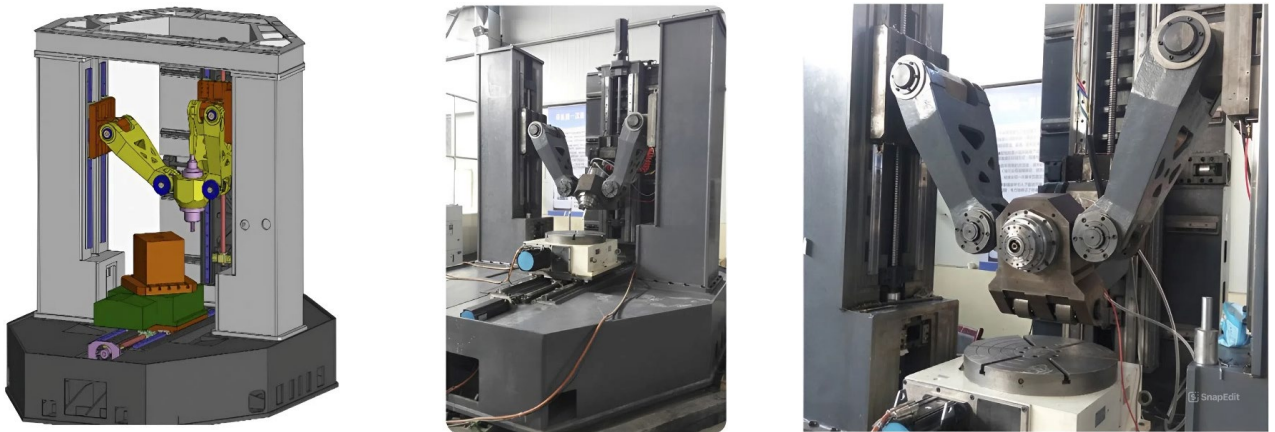


Рисунок 1.12 – Компьютерный и физический прототип шестиосевого станка с четырехподвижным ($2T2R$) и двухподвижным ($1T1R$) модулями

На Рисунке 1.13 показана шестиподвижная система относительного манипулирования с четырехподвижным верхним модулем в виде 3-PRS/1-R механизма гибридной структуры (тип движения $3R1T$) и двухподвижным нижним модулем последовательной структуры (тип движения $2T$) [30]. Данная система используется в качестве устройства для однолезвийной обработки. Для позиционирования головки инструмента в нужном положении используется механизм гибридной структуры, а XY-платформа последовательной структуры компенсирует паразитные перемещения инструмента. Инструмент вращается вокруг своей продольной оси, поддерживая ориентацию режущей кромки и одновременно максимизируя рабочее пространство.

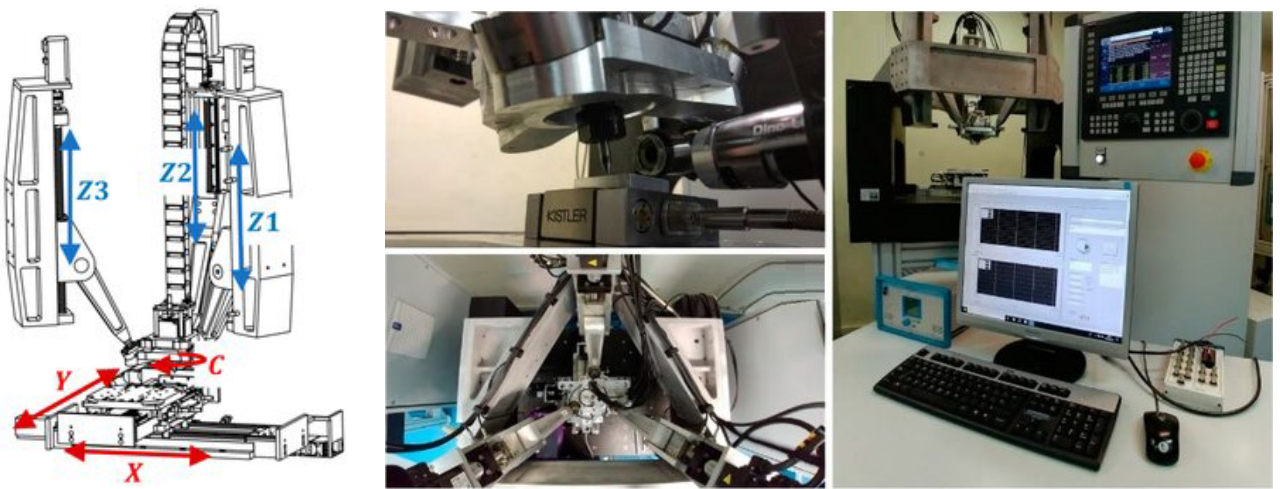


Рисунок 1.13 – Шестиподвижная система относительного манипулирования с четырехподвижным и двухподвижным модулями в устройстве для однолезвийной обработки

Далее рассмотрим примеры систем относительного манипулирования, имеющих в своем составе пятиподвижные и одноподвижные модули. Так, в работе [31] представлено устройство для операций полирования (Рисунок 1.14).

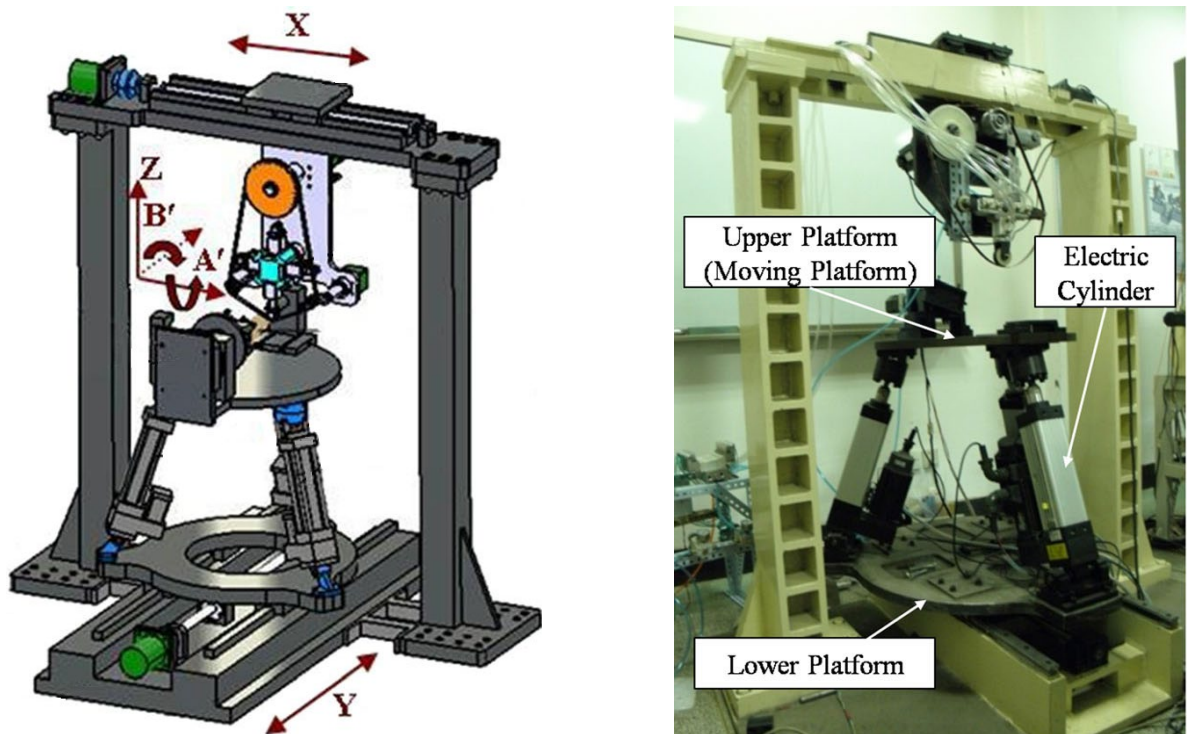


Рисунок 1.14 – Шестиподвижная система относительного манипулирования с пятиподвижным и одноподвижным модулями в устройстве для операций полирования

В данном устройстве нижний пятиподвижный модуль перемещает заготовку. Он основан на 3-RPS трипode, установленном на линейной направляющей. На подвижной платформе трипода расположен одноподвижный поворотный модуль, в котором фиксируется заготовка. Верхний модуль представляет собой одноподвижный поступательный механизм, перемещающий полировальный инструмент.

Другой пример шестиподвижной системы относительного манипулирования приведен на Рисунке 1.15. Это устройство для 3D печати металлических изделий методом прямого подвода энергии и материала (directed energy deposition) [32]. В нем верхним модулем является пятиподвижный робот Ehexon, который перемещает инструмент, а нижним – поворотный стол, на котором располагается печатаемая деталь.

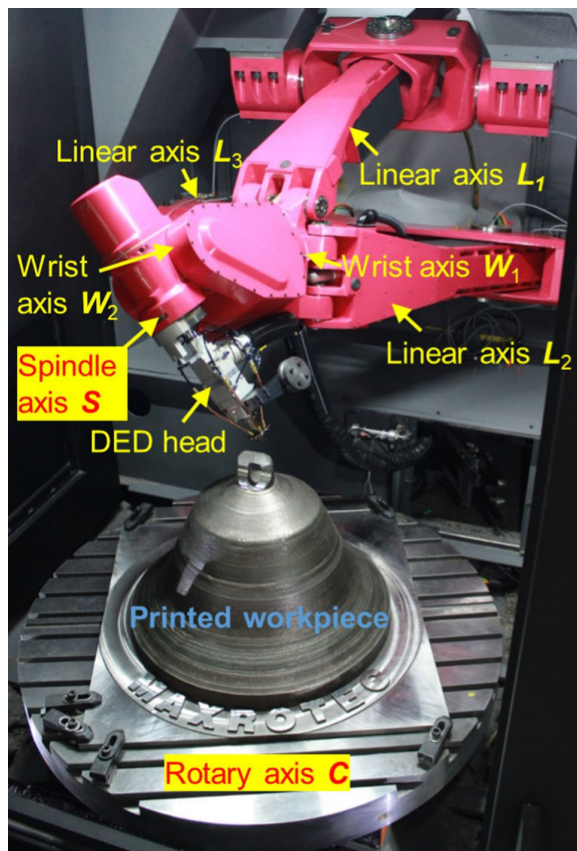


Рисунок 1.15 – Шестиподвижная система относительного манипулирования с пятиподвижным и одноподвижным модулями в устройстве для 3D печати металлических изделий

Схожая система представлена на Рисунке 1.16 [33]. Она предназначена для операций фрезерования/сверления. Верхним модулем также является робот Ezechon, перемещающий шпиндель с инструментом. Нижним модулем является поворотный стол. Однако в отличие от устройства, показанного на Рисунке 1.15, здесь вращение реализуется относительно горизонтальной оси. Данная система также известна под названием Tripteor X7 [34-36].

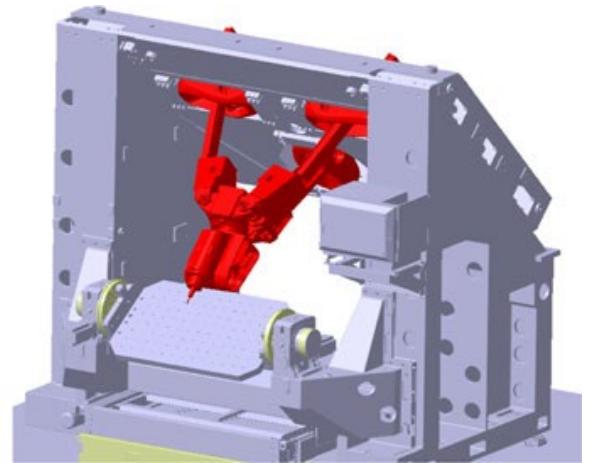


Рисунок 1.16 – Шестиподвижная система относительного манипулирования Tripteor X7 с пятиподвижным и одноподвижным модулями для операций фрезерования/сверления

Из приведенного выше обзора следует, что механические системы относительного манипулирования широко применяются в промышленности для реализации различных технологических задач, в том числе: в аддитивных технологиях, сварке, лезвийной обработке, контрольно-измерительных и сборочных операциях. Также из обзора видно, что используются различные классы систем относительного манипулирования и выбор механизмов верхнего и нижнего модулей часто исходит от поставленной перед конструктором технологической задачи. Кроме того, механические системы относительного манипулирования нашли применение в медицине для реализации сложных хирургических [37, 38] и реабилитационных операций [39], используются в упаковочных, сортировочных и иных устройствах [40-43] на производствах легкой промышленности.

1.2 Обзор известных методов кинематического анализа механических систем относительного манипулирования

В механических системах относительного манипулирования происходит движение нескольких выходных звеньев. Оно определяется относительным движением модулей, поэтому анализ таких систем должен вестись как на уровне исследования отдельных модулей, так и на уровне изучения их относительного движения.

1.2.1 Методы решения прямой и обратной кинематических задач

Кинематический анализ механических систем включает совокупность методов, направленных на определение положений, скоростей и ускорений выходного звена в зависимости от обобщённых координат приводов, а также на установление взаимосвязей между кинематическими параметрами элементов механизма.

Специфика решения кинематических задач для механических систем относительного манипулирования заключается в том, что кинематика выходного звена определяется разностью (или композицией) движений модулей. Поэтому в аналитических методах решения таких задач часто используются относительные системы координат [8], индивидуальные для выходных звеньев каждого модуля. Составляются матричные уравнения перехода от локальных систем координат к глобальным для определения взаимосвязи выходных звеньев модулей.

Среди численных методов решения задач обратной кинематики можно выделить метод Ньютона-Рафсона [44, 45], относящийся к итерационным численным методам решения систем нелинейных уравнений. На каждой итерации вычисляется ошибка по положению и ориентации, используется матрица Якоби, связывающая скорости в шарнирах кинематических цепей со скоростями выходного звена, формируется приращение координат, уменьшающее эту ошибку.

1.2.2 Методы построения рабочей зоны

Анализ рабочей зоны механических систем относительного манипулирования является фундаментальной задачей при их проектировании и оценки эксплуатационных характеристик [46-48]. Рабочая зона определяет область, в которой устройство может эффективно выполнять предписанные движения, сохраняя заданную точность и жесткость, избегая при этом попадания в сингулярные конфигурации [49]. Корректное построение рабочей зоны существенно повышает эффективность работы устройства, предотвращает столкновения его звеньев и обеспечивает безопасную эксплуатацию. Исследователями предложены различные подходы к анализу рабочей зоны, как правило, основанные на геометрических или численных методах [50].

В связи с широким применением систем относительного манипулирования в современных технологических процессах, проблема анализа и оптимизации их рабочей зоны стала предметом множества исследований в последние годы. При этом методы анализа рабочей зоны различаются в зависимости от конструктивных особенностей рассматриваемого механизма и структуры его модулей. Так, в работах [51, 52] выполнен анализ рабочих зон с использованием численных методов, основанных на случайной генерации точек, предположительно находящихся внутри рабочей зоны. Для каждой точки решалась задача обратной кинематики, и вычислялось число обусловленности матрицы Якоби, чтобы определить, следует ли включить точку в рабочую зону. В работах [53, 54] авторы применили аналогичный подход, но использовали метод Монте–Карло, что позволило более точно учитывать геометрические и кинематические ограничения при решении задачи оптимального проектирования. В работе [54] авторы применили численную оптимизацию на основе метода Монте–Карло для определения рабочей зоны манипулятора с четырьмя степенями свободы, учитывая его жесткость и кинематические параметры. В исследовании [55] авторы рассмотрели симметричную конструкцию пятиподвижного робота для упрощения построений рабочей зоны и экспериментально подтвердили полученные

аналитические результаты на физическом прототипе.

В работе [56] был исследован механизм относительного манипулирования с удаленным центром вращения, применяемый в роботизированной хирургии глаза. В процессе анализа рабочей зоны авторы рассматривали движение выходного звена относительно точки, заданной другим модулем механизма. Другой хирургический механизм относительного манипулирования с пятью степенями свободы и удаленным центром движения был рассмотрен в работе [57]. Здесь авторы определили рабочие зоны каждого модуля отдельно и затем объединили результаты. Ограничения рабочей зоны включали ограничения, накладываемые движением медицинского инструмента. В работе [58] авторы исследовали девятиподвижный робот для реабилитации стопы, состоящий из двух модулей, также объединяя их рабочие зоны и учитывая критерии жесткости.

В работе [59] авторы рассмотрели плоские механизмы и использовали иной подход: они определили рабочие зоны отдельных кинематических цепей и нашли их пересечение. Авторы работы [60] применили аналогичный метод к исследованию шестиподвижного механизма относительного манипулирования, предназначенного для полирования поверхностей, и показали отсутствие особых положений в заданной (выбранной) рабочей зоне. Особые положения также были исследованы в работе [61], в которой авторы анализировали рабочую зону пятиподвижного механизма относительного манипулирования для высокоскоростной обработки авиационных компонентов. Авторы использовали численный подход и учитывали ограничения в шарнирах. В работе [62] авторы исследовали рабочую зону механизма относительного манипулирования, состоящего из двух тросовых механизмов параллельной структуры. Были учтены геометрические и силовые ограничения и определена рабочая зона робота, свободная от столкновений звеньев и допустимая по усилиям. Авторы работы [63] решали аналогичную задачу для другого тросового робота, применяемого для 3D печати. Авторы проверяли натяжение тросов и взаимное пересечение выходного звена робота с напечатанными слоями, определяя рабочую зону, удовлетворяющую обоим критериям.

Приведенный обзор литературы показывает, что анализ рабочей зоны механизмов относительного манипулирования является комплексной задачей. Она решается аналитическими или численными методами, учитывающими геометрические, кинематические и силовые ограничения, а также сингулярные конфигурации. Однако большинство существующих исследований сосредоточено в основном на независимом анализе рабочих зон каждого модуля с последующим объединением полученных результатов. Этот метод может быть подходящим для построения рабочих зон по положениям [50], но становится более сложным при определении других типов рабочих зон (по углам или максимальной). В то же время, для таких систем важно выполнять анализ рабочей зоны в относительном движении модулей, учитывая их совместную работу и возможное взаимное пересечение звеньев. Такой подход предпочтителен на практике, где один модуль обычно позиционирует инструмент, а другой перемещает обрабатываемый объект. Анализ рабочей зоны, выполненный для относительных конфигураций инструмента и объекта, обеспечивает корректное планирование траектории и безопасную работу без столкновений звеньев модулей.

1.2.3 Методы анализа скоростей

Анализ скоростей является одним из ключевых элементов кинематического анализа механических систем, позволяя установить количественные зависимости между скоростями приводов и скоростями выходного звена. В механизмах относительного манипулирования движение выходных звеньев формируется за счёт относительного перемещения двух модулей, что накладывает дополнительные требования на точность и комплексность анализа скоростей.

Среди известных методов анализа скоростей механических систем относительного манипулирования можно выделить метод дифференцирования [64], предполагающий дифференцирование уравнений прямой кинематики по обобщённым координатам приводов.

Для компактного анализа скоростей механических систем относительного

манипулирования может использоваться метод мгновенных винтов. Преимущество метода заключается в наглядности представления скоростей модулей и возможности анализа относительных скоростей без явного решения сложных систем уравнений [65-68].

В механизмах с приводной избыточностью, где число приводов больше числа степеней свободы выходного звена, аналитическое обращение матрицы Якоби невозможно, поэтому используют псевдообратный Якобиан [45, 69-71], вычисляемый по формуле Мура–Пенроуза. Метод обеспечивает минимизацию нормы скоростей приводов при заданной скорости выходного звена и устойчив к избыточности системы, что делает его широко применимым для механизмов относительного манипулирования.

В случаях, когда аналитическая форма матрицы Якоби слишком сложна или неизвестна, применяются численные методы [72, 73]: дискретизация уравнений движения, итерационное уточнение скоростей, использование Якобиана, вычисленного численно через малые приращения координат. Для механических систем относительного манипулирования такой подход позволяет учитывать сложные конфигурации модулей, ограничения в шарнирах и взаимодействие модулей без необходимости строить сложные аналитические выражения, однако требует значительных вычислительных мощностей.

Следует уточнить, что есть ряд особенностей анализа скоростей для механизмов относительного манипулирования, а именно:

- результирующая скорость выходного звена формируется как линейная комбинация скоростей модулей;
- сингулярные положения могут возникать локально (в одном модуле) и глобально (в относительном движении модулей);
- анализ скоростей тесно связан с исследованием рабочей зоны и ограничениями в шарнирах, так как скорость выходного звена может быть ограничена как геометрически, так и кинематически.

1.3 Выводы по главе 1

1. Проведен аналитический обзор известных механических систем относительного манипулирования с различным числом степеней свободы и подвижности модулей. Также рассмотрена классификация, предложенная В. А. Глазуновым, на примере объединения четырех- и двухподвижных модулей.

2. Проведен обзор известных методов решения кинематических задач, включающих методы построения рабочих зон и анализа скоростей для различных типов механизмов относительного манипулирования. Исследованы особенности применения данных методов при совместной работе модулей с учетом относительного манипулирования.

3. По результатам проведенного обзора установлено, что не все предложенные комбинации механизмов нашли практическое применение в промышленности, что в ряде случаев обусловлено недостаточной жесткостью модулей, ограниченной рабочей зоной и быстродействием.

В настоящее время наблюдается активное внедрение трехподвижных роботов семейства «Дельта» в системах относительного манипулирования. При этом использование четырехподвижных дельта-роботов в сочетании с двухподвижным основанием представляет собой перспективное решение для обработки деталей сложной формы при операциях резания, в аддитивных технологиях и контрольно-измерительных системах.

Механические системы относительного манипулирования в целом изучены значительно меньше по сравнению с отдельно взятыми механизмами последовательной или параллельной структуры. Несмотря на потенциальную возможность получения высоких показателей скоростей и точности, а также активное развитие методов синтеза, кинематического и динамического анализа, систем управления механизмами параллельной структуры, в настоящее время отсутствуют комплексные и методически проработанные подходы к выбору и сочетанию механизмов в составе систем относительного манипулирования. Из проведенного обзора также следует, что механизмы относительного

манипулирования с применением четырехподвижных модулей исследованы недостаточно несмотря на высокий потенциал их применения в машиностроении.

4. Результаты анализа методов решения кинематических задач и построения рабочих зон механических систем относительного манипулирования показали, что в большинстве исследований не учитывается относительное движение выходных звеньев модулей, что приводит к расхождению между расчетными и фактическими характеристиками рабочей зоны.

В связи с выявленными в ходе анализа недостатками представляется перспективной **разработка шестиподвижных механических систем относительного манипулирования с четырехподвижными дельта-подобными и двухподвижными поворотными модулями**, предназначенных для использования в качестве технологического оборудования при выполнении операций лезвийной обработки, аддитивных, сварочных и контрольно-измерительных операций. Для указанных систем требуется и **разработка методики комплексного расчета задач кинематики, включающая решение задач о положениях и скоростях, построение рабочей зоны и определение сингулярных конфигураций** с учетом совместного движения модулей, входящих в состав данных систем.

ГЛАВА 2. Разработка шестиподвижных механических систем относительного манипулирования с применением дельта-подобных механизмов

При выборе комбинации механизмов-модулей для механической системы относительного манипулирования необходимо исходить из функционального назначения разрабатываемой системы и требований, предъявляемых к выполняемым технологическим операциям.

В рамках настоящей работы рассматривается создание механических систем относительного манипулирования, предназначенных для выполнения основных операций в машиностроении, включая комплексную обработку на многооперационных обрабатывающих центрах с ЧПУ (фрезерование, растачивание, сверление), аддитивные, контрольно-измерительные и сварочные операции.

Указанная область применения накладывает специфические требования на структуру механической системы, ее кинематические характеристики, рабочую зону, жесткость и скоростные параметры. В связи с этим дальнейшее рассмотрение и выбор групп механизмов осуществляется с учетом указанных требований и через призму их применимости к данным технологическим процессам.

2.1 Выбор типа механической системы относительного манипулирования для разработки и дальнейшего исследования

Для осуществления финишных и высокоточных операций при изготовлении деталей с технологической точки зрения наиболее рациональным является выполнение обработки заготовки, а также изготовление и контроль детали за один установ [74-76]. Такой подход позволяет минимизировать погрешности, связанные с повторным базированием, и обеспечить более точное выполнение допусков формы, размеров и взаимного расположения поверхностей.

С учетом высокой геометрической сложности деталей современного машиностроения, а также для исключения необходимости смены установка

заготовки, в настоящей работе к рассмотрению приняты механические системы относительного манипулирования, обеспечивающие шестиподвижное относительное движение инструмента и заготовки в пространстве. С учетом различного сочетания степеней свободы модулей шестиподвижных систем относительного манипулирования (т.е. случаев 5+1, 4+2 и 3+3), рассмотренных в главе 1, можно выделить как преимущества, так и недостатки каждой группы. Рассмотрим их в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Характерные преимущества и недостатки шестиподвижных систем относительного манипулирования

Случай (5 + 1)	
Преимущества	<ul style="list-style-type: none"> • Высокая жесткость* одноподвижного механизма; • Относительно большая рабочая зона.
Недостатки	<ul style="list-style-type: none"> • Кинематическая сложность; • Невозможность ориентации заготовки ортогонально инструменту в горизонтальной плоскости (при условии расположения инструмента на пятиподвижном механизме), что критично для ряда операций, в том числе для аддитивного производства; • Низкая жесткость пятиподвижного механизма; • Относительная сложность сборки пятиподвижного механизма.
Случай (4 + 2)	
Преимущества	<ul style="list-style-type: none"> • Высокая жесткость двухподвижного механизма; • Широкие возможности ориентации заготовки; • Отсутствие или минимальное количество слепых зон для доступа инструмента к заготовке, возможность горизонтального расположения заготовки при ортогональном положении инструмента;

	<ul style="list-style-type: none"> • Достаточная жесткость и грузоподъемность четырехподвижного механизма; • Возможность автоматизации при перевороте заготовки за счет дополнительной оси вращения на четырехподвижном механизме.
Недостатки	<ul style="list-style-type: none"> • Кинематическая сложность; • Большие габаритные размеры механической системы; • Относительная сложность сборки четырехподвижного механизма.
Случай (3 + 3)	
Преимущества	<ul style="list-style-type: none"> • Высокая жесткость обоих механизмов-модулей; • Относительно простая кинематика; • Широкие возможности ориентации заготовки.
Недостатки	<ul style="list-style-type: none"> • Наличие слепых зон для обработки сложных карманов; • Невозможность автоматизации переворота заготовки без дополнительных механизмов.

**Под жесткостью в дальнейшем понимается совокупность статических и кинематических свойств механизма, определяющих сопротивление деформациям при рабочих нагрузках.*

Сочетание механизмов-модулей (5+1) может использоваться для контрольно-измерительных операций, однако функционал данной схемы с точки зрения механической обработки изделий или использования аддитивных технологий не подходит ввиду низкой жесткости и невозможности некоторых положений заготовки.

Комбинация (4+2) достаточно эффективна для использования в аддитивном производстве и при контрольно-измерительных операциях. Допустима для ненагруженных и не высокоточных металлорежущих операций, где могут быть сравнительно небольшие припуски и требования к высокой скорости изготовления.

При этом комбинация (4+2) позволяет перераспределить функции позиционирования и ориентации между модулями, что создаёт предпосылки для повышения функциональности при сохранении достаточной жёсткости системы.

Комбинация механизмов-модулей (3+3) широко используется в металлообработке и измерительных приборах. Хорошо изучена и обладает рядом преимуществ перед иными конструкциями.

Для дальнейшего исследования выбрана группа из механизмов-модулей (4+2), так как она обладает рядом преимуществ относительно канонической схемы (3+3) и недостаточно изучена в области систем относительного манипулирования.

2.2 Анализ механизмов для верхнего и нижнего модулей разрабатываемой системы относительного манипулирования

Данный раздел посвящен разработке двухмодульной механической системы относительного манипулирования, основанной на объединении четырехподвижного механизма семейства «Дельта» и двухподвижного поворотного модуля.

2.2.1 Анализ механизмов параллельной структуры типа «Дельта» с четырьмя степенями свободы для верхнего модуля

На Рисунке 2.1 представлены возможные варианты конструктивного исполнения верхнего четырехподвижного механизма-модуля семейства «Дельта». В качестве первого механизма рассмотрен четырехподвижный дельта-робот, разработанный Клавелем Р. [77, 78] (Рисунок 2.1а), являющийся базовой и наиболее распространенной в технике реализацией механизмов данного семейства. Несмотря на то, что первые модели этого дельта-робота были выполнены с вращательными приводами, в качестве иллюстративного примера рассматривается конфигурация с поступательными приводами. Использование поступательных приводов в данной кинематической схеме позволяет обеспечить сравнительно большую рабочую зону при умеренных габаритных размерах, что является важным

фактором при проектировании механических систем относительного манипулирования.

Данный механизм получил широкое распространение в технологической индустрии, однако с учетом поставленных в данной диссертационной работе задач, он обладает существенным ограничением: наличие вращения выходного звена вокруг оси, перпендикулярной платформе, не всегда является функционально оправданным. В частности, при механообработке данное движение дублирует вращение инструмента, а при выполнении контрольно-измерительных операций и аддитивного формообразования может оказаться избыточным и неиспользуемым.

Следующим рассматриваемым механизмом является четырехподвижный дельта-робот, разработанный коллективом ученых из ИМАШ РАН (Ларюшкиным П.А. и др.) [79], представленный на Рисунке 2.1б. Особенностью данного механизма является возможность наклона выходного звена вокруг одной из горизонтальных осей, что позволяет осуществлять пространственную ориентацию инструмента и расширяет технологические возможности при обработке сложных и труднодоступных участков заготовки.

В качестве дополнительных четырехподвижных механизмов семейства «Дельта», на Рисунках 2.1в-д представлены системы Н4 и I4, разработанные Пьеро Ф. и соавторами [80, 81]. Данные механизмы получили широкое распространение и хорошо известны, однако применительно к поставленным в диссертационной работе задачам они обладают рядом ограничений, обусловленных их конструктивными особенностями. В частности, наличие вращения выходного звена вокруг вертикальной оси, а также сравнительно невысокая жёсткость ограничивают возможность использования данных механизмов в качестве верхнего модуля в механических системах относительного манипулирования.

Каждый из рассмотренных четырехподвижных дельта-роботов обладает определёнными преимуществами и недостатками. С целью их анализа и выбора наиболее рационального варианта для решения поставленных задач в работе

введены критерии сравнения данных механизмов, которые представлены в таблице 2.2.

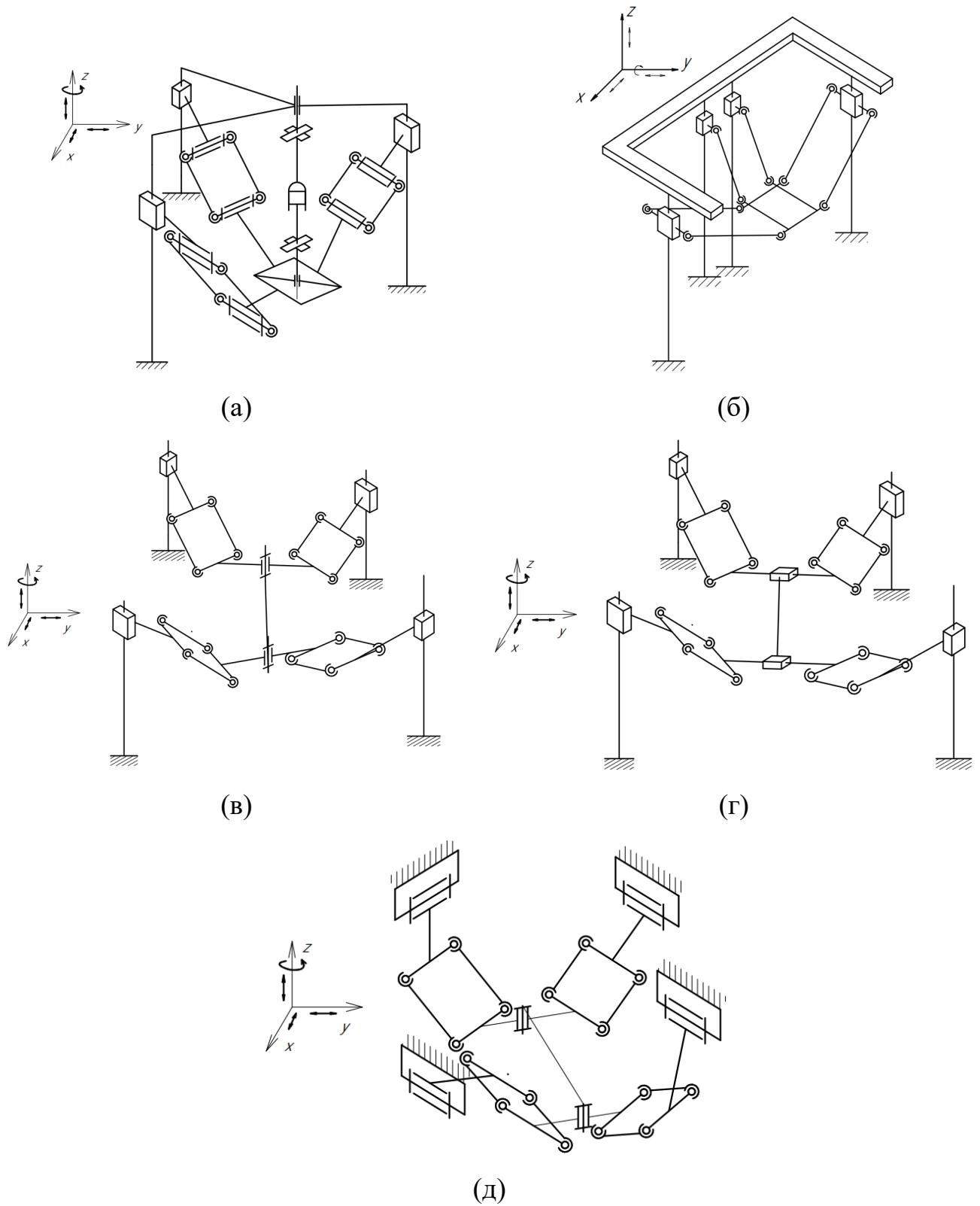


Рисунок 2.1 – Возможные варианты четырехподвижных механизмов параллельной структуры семейства «Дельта» для верхнего модуля

Таблица 2.2 – Сравнительный анализ четырехподвижных механизмов семейства «Дельта» для верхнего модуля

Критерий	Схема механизма семейства «Дельта»				
	Схема по Рисунку 2.1а	Схема по Рисунку 2.1б	Схема по Рисунку 2.1в	Схема по Рисунку 2.1г	Схема по Рисунку 2.1д
Типы относительных движений выходного звена	T_x, T_y, T_z, R_z	T_x, T_y, T_z, R_y	T_x, T_y, T_z, R_z	T_x, T_y, T_z, R_z	T_x, T_y, T_z, R_z
Приведенный размер рабочей зоны вдоль горизонтальных осей	~ 0,9	~ 1	~ 1	~ 1	< 1
Приведенный размер рабочей зоны вдоль вертикальной оси	< 1	>> 1	>> 1	>> 1	<< 1
Сложность сборки механизма	Простая сборка	Сборка средней сложности	Трудоемкая сборка		
Особенности кинематики	Возможность неограниченного вращения вокруг вертикальной оси	Отсутствие неограниченного вращения вокруг горизонтальной оси	Отсутствие неограниченного вращения вокруг вертикальной оси		
Область применения	Фасовочные и сортировочные устройства, аддитивные производства, сварка	Аддитивные технологии, сварка, контрольно-измерительные операции, лезвийная обработка	Фасовочные и сортировочные устройства		

Указанный в таблице 2.2 приведённый размер рабочей зоны представляет собой отношение характерного линейного размера рабочей зоны к габаритному линейному размеру робота вдоль соответствующей оси. Данный коэффициент

определялся оценочно, поскольку в значительной степени он зависит от конструктивных (геометрических) особенностей конкретной сборки дельта-робота.

Для обозначенных выше задач, в частности для аддитивного формообразования, приведённый размер рабочей зоны вдоль вертикальной оси является одним из ключевых параметров, поскольку максимальный ход выходного звена по данной оси непосредственно определяет допустимую высоту изготавливаемой детали.

Под областью применения, указанной в таблице 2.2, понимается возможная, либо фактически реализованная сфера использования рассматриваемых механизмов в технологических системах.

На основании проведённого сравнительного анализа можно сделать вывод о том, что использование дельта-роботов с вращательными приводами в качестве верхнего модуля является нецелесообразным для решения поставленных задач. Это обусловлено уменьшением рабочей зоны вдоль вертикального габарита, что критично при проведении аддитивных операций.

Кроме того, выходным звеном механизма верхнего модуля в рассматриваемой системе является режущий инструмент, нагревательный элемент (heat-end), либо контрольно-измерительный инструмент, в связи с чем вращение выходного звена вокруг оси, перпендикулярной плоскости платформы, не является функционально необходимым. В то же время наличие вращательной степени свободы вокруг горизонтальных осей платформы позволяет расширить технологические возможности системы за счёт пространственной ориентации инструмента.

Таким образом, по совокупности рассмотренных критериев в качестве верхнего модуля механической системы относительного манипулирования выбран четырехподвижный механизм семейства «Дельта», представленный на Рисунке 2.1б.

2.2.2 Анализ двухподвижных механизмов для нижнего модуля

В качестве типового механизма нижнего модуля примем двухподвижный механизм с повышенной жёсткостью и грузоподъёмностью, поскольку именно на нём размещается заготовка и им воспринимаются основные технологические нагрузки.

С учётом выбранного механизма верхнего модуля, обеспечивающего тип движения $3T1R$ (T_x, T_y, T_z, R_y), нижний модуль должен реализовывать тип движения $2R$ (R_x, R_z). Примеры данных двухподвижных механизмов приведены на Рисунках 2.2-2.4. Для механизмов, показанных на Рисунке 2.2, вращение вокруг вертикальной оси не приводит к изменению ориентации горизонтальной оси вращения.

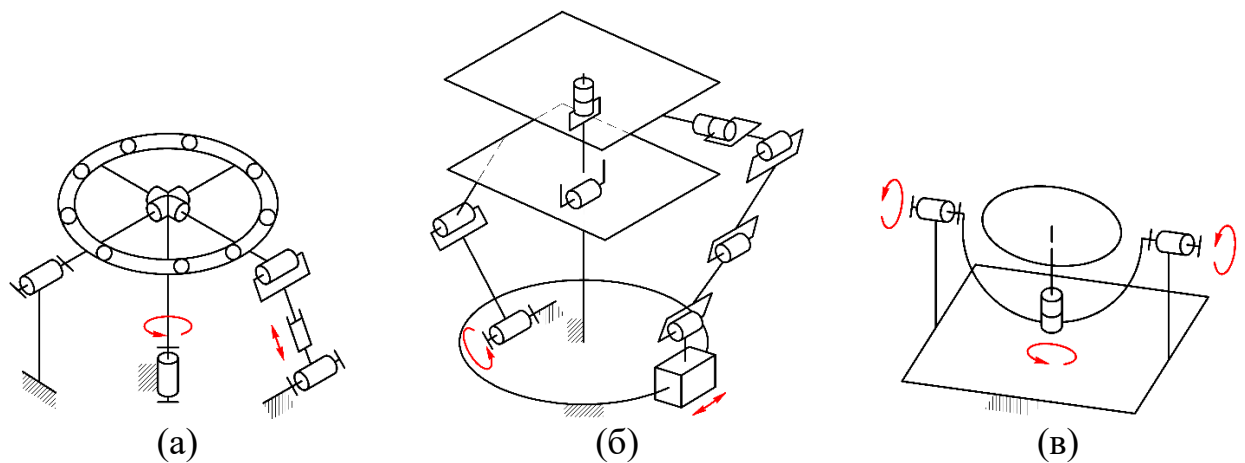


Рисунок 2.2 – Двухподвижные механизмы для нижнего модуля с неизменной ориентацией геометрических осей вращения

Вместе с тем возможны конструкции, в которых вращение вокруг вертикальной оси сопровождается изменением ориентации горизонтальной оси вращения. Такие механизмы представлены на Рисунке 2.3. Выбор конкретного варианта в данном случае осуществляется на основе введённых далее сравнительных критериев.

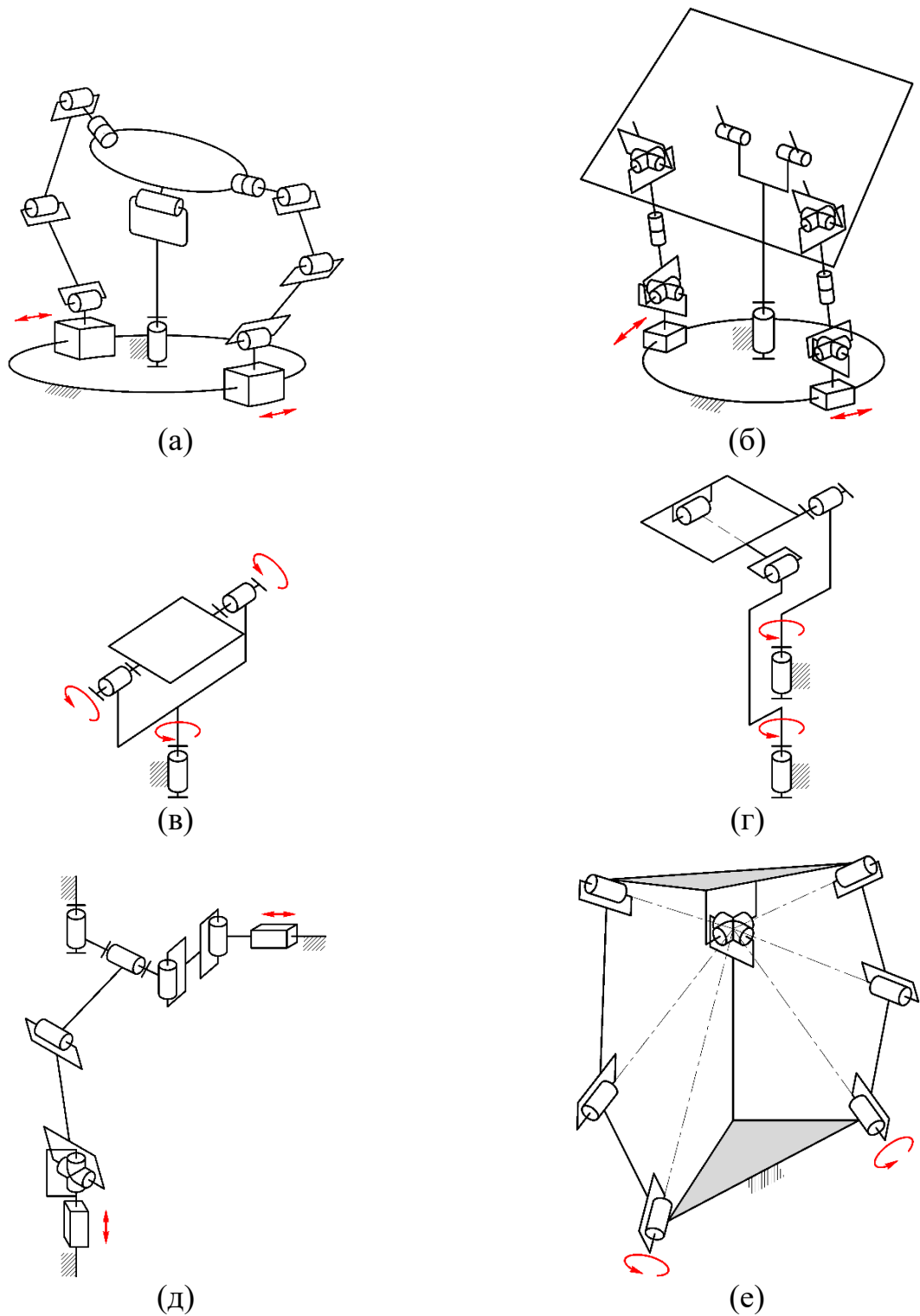


Рисунок 2.3 – Двухподвижные механизмы для нижнего модуля с переменной ориентацией геометрических осей вращения (красными стрелками показаны входные движения)

Механизмы, показанные на Рисунках 2.2а-в [82], представляются достаточно перспективными для применения в качестве нижнего модуля в системах

относительного манипулирования, поскольку обеспечивают вращение заготовки вокруг оси, перпендикулярной платформе, что дает дополнительные технологические возможности при выполнении всех предполагаемых операций.

Механизмы, показанные на Рисунках 2.3а,б [83-85], характеризуются возможностью неограниченного вращения вокруг вертикальной оси. Однако данное вращение сопровождается изменением угла наклона горизонтальной оси, что снижает их функциональность и ограничивает области применения. За счет такой кинематики анализ этих механизмов является более сложным.

Механизм, показанный на Рисунке 2.3в [86, 87], потенциально может обладать высокой жёсткостью при рациональном конструктивном исполнении. Тем не менее тот факт, что горизонтальная ось вращения поворачивается совместно с поворотом платформы, делает его менее предпочтительным по сравнению с вариантом по Рисунку 2.2в, в котором горизонтальная ось остается стационарной.

Механизмы, показанные на Рисунках 2.3г,д,е и рассмотренные в работах [88-91], обеспечивают ограниченное вращение вокруг вертикальной оси, при этом также происходит изменение ориентации горизонтальной оси. Несмотря на возможность повышения жёсткости за счёт конструктивных доработок, усложнение данных механизмов представляется нецелесообразным с учётом их исходных характеристик.

С целью выбора механизма нижнего модуля составлена сравнительная таблица 2.3, в которой представлены рассматриваемые варианты конструкций. Оценки в таблице носят сравнительный качественный характер. В качестве критериев использованы кинематические и конструктивные параметры механизмов, а также качественные оценки их практической реализуемости и уровня исследованности.

Таблица 2.3 – Сравнительные критерии механизма нижнего модуля

Рисунок механизма	Возможность неограниченного вращения вокруг вертикальной оси	Изменение ориентации горизонтальной оси вращения в зависимости от поворота вокруг вертикальной	Сложность изготовления	Уровень исследованности механизма
2.2а	Да	Нет	Низкая	Высокий
2.2б	Да	Нет	Высокая	Низкий
2.2в	Да	Нет	Низкая	Высокий
2.3а	Да	Да	Высокая	Низкий
2.3б	Да	Да	Высокая	Высокий
2.3в	Да	Да	Низкая	Высокий
2.3г	Нет	Да	Низкая	Высокий
2.3д	Нет	Да	Низкая	Высокий
2.3е	Нет	Да	Низкая	Высокий

Таким образом, на основании проведённого сравнительного анализа механизмов нижнего модуля установлено, что наиболее рациональным вариантом для использования в системе относительного манипулирования при решении производственных задач является механизм, показанный на Рисунке 2.2в. Данный выбор обусловлен сочетанием простоты конструкции и стандартизованностью ее элементов. В то же время для разработки и апробации методов научного исследования механических систем относительного манипулирования представляется целесообразным рассмотреть кинематически более сложных вариантов, включающих круговую направляющую, как элемент для обеспечения неограниченного вращения платформы – т.е. механизмов по Рисункам 2.3а,б, характеризующихся более сложной кинематикой и изменением ориентации осей вращения. При этом методы исследования механизмов с круговой направляющей

(Рисунки 2.3а,б) будут справедливы и при анализе систем, не имеющих круговой направляющей – в том числе механизма по Рисунку 2.2в.

2.3 Конструирование шестиподвижных механических систем с четырехподвижным верхним и двухподвижным нижним модулями

В рамках проведённого анализа механизмов верхнего и нижнего модулей были сформированы несколько вариантов механических систем относительного манипулирования, отличающиеся типом и структурой нижнего модуля. Рассматриваемые системы построены по модульному принципу и включают четырёхподвижный механизм семейства «Дельта», выполняющий функции пространственного позиционирования и ориентации инструмента, а также двухподвижный механизм нижнего модуля, обеспечивающий ориентацию заготовки.

В настоящем разделе приводится описание конструкций разработанных механических систем относительного манипулирования, включающее их компоновку, кинематическую структуру и состав основных элементов. Описание конструкций необходимо для последующего проведения кинематического анализа и формализации геометрических и кинематических соотношений, используемых, в частности, при решении обратной кинематической задачи.

Механическая система относительного манипулирования с четырехподвижным механизмом семейства «Дельта» и двухподвижным механизмом 2-RRRRR/1-U

Механическая система относительного манипулирования с четырехподвижным механизмом семейства «Дельта» и двухподвижным механизмом 2-RRRRR/1-U представлена на Рисунке 2.4 и состоит из двух модулей, расположенных друг над другом [92, Приложение В1]. Верхний модуль представляет собой механизм параллельной структуры семейства «Дельта» с типом движения 3T1R, приведенный в работе [79]. Он состоит из четырех

кинематических цепей, соединяющих подвижную платформу 2 с основанием 1: двух центральных и двух боковых цепей. Каждая цепь состоит из каретки 3, которая перемещается по линейной направляющей 4. Центральные цепи включают стержень 5, соединенный с кареткой 3 и платформой 2 сферическими шарнирами. Боковые цепи включают два аналогичных стержня, которые образуют параллелограммную часть. Приводы 6, размещенные на основании, приводят в действие каретки 3 и передают им движение через винты 7. Такая структура обеспечивает подвижной платформе 2 четыре степени свободы с типом движения Шенфлиса (3T1R).

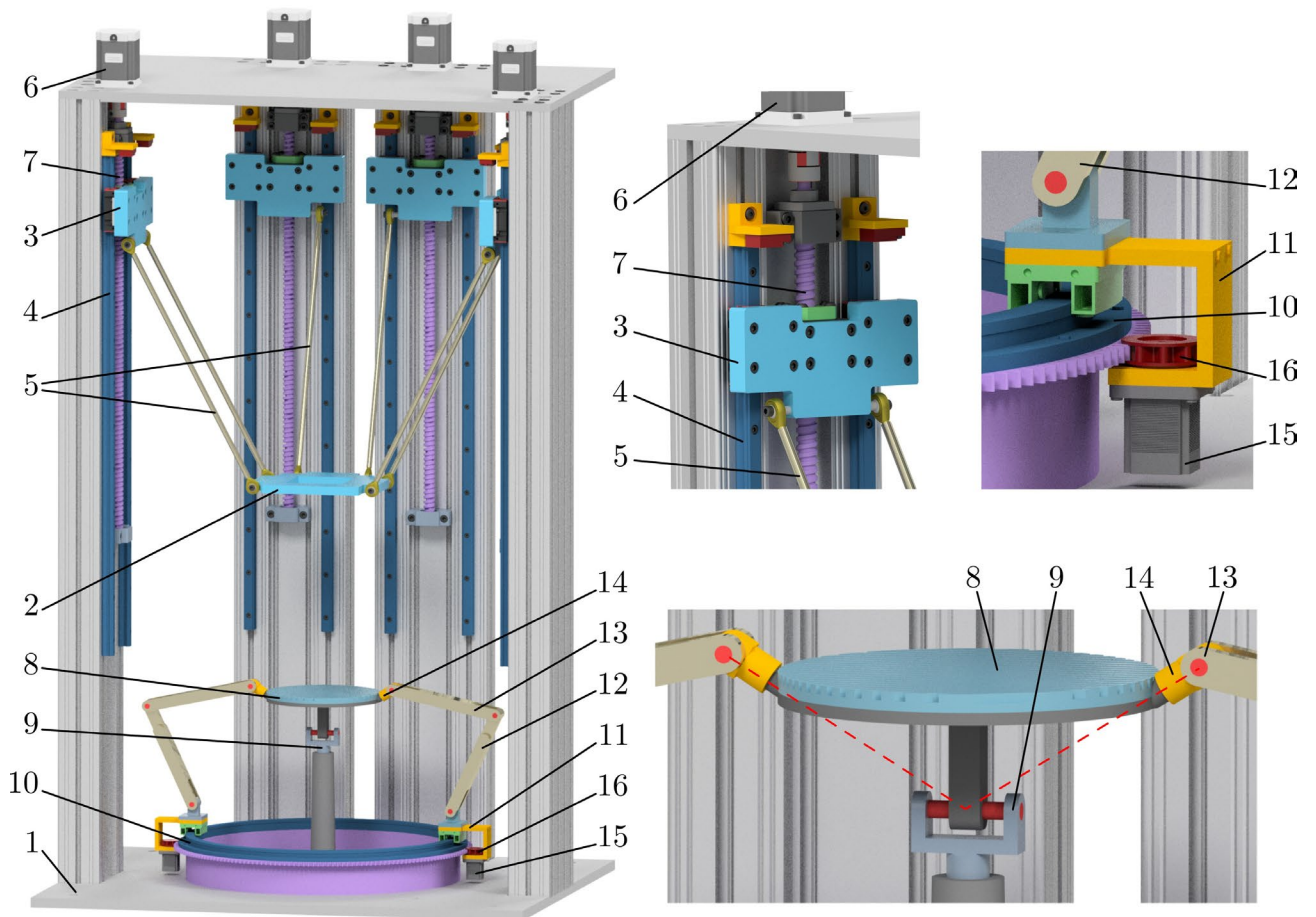


Рисунок 2.4 – Конструкция предлагаемой шестиподвижной системы относительного манипулирования с двухподвижным механизмом 2-RRRRR/1-U

Нижний модуль представляет собой двухподвижный механизм параллельной структуры с круговой направляющей, разработанный в соответствии с Рисунком 2.3а. Механизм имеет три цепи, которые соединяют подвижную

платформу 8 с основанием 1: одну центральную и две боковые цепи. Центральная цепь включает в себя Y-образное звено 9, вращающееся вокруг вертикальной оси, которая совпадает с осью круговой направляющей 10. Звено 9 крепится к платформе 8 с помощью вращательного шарнира, ось которого в любом положении остается параллельной горизонтальной плоскости. Каждая боковая цепь включает каретку 11, нижнюю штангу 12, верхнюю штангу 13 и шатун 14. Все эти звенья соединены друг с другом вращательными шарнирами, а их оси параллельны друг другу и горизонтальной плоскости. Шатун 14 крепится к платформе 8 с помощью вращательного шарнира, ось которого проходит через центр шарнира 8-9. Приводы 15 кареток 11 приводят их в действие через зубчатые колеса 16. Такая структура обеспечивает подвижной платформе 8 две вращательные степени свободы: неограниченное вращение вокруг оси круговой направляющей и наклон вокруг горизонтальной оси центральной цепи (тип движения 2R).

**Механическая система относительного манипулирования с
четырёхподвижным механизмом семейства «Дельта» и двухподвижным
механизмом 2-RUU/1-U**

Механическая система относительного манипулирования с четырёхподвижным механизмом семейства «Дельта» и двухподвижным механизмом 2-RUU/1-U представлена на Рисунке 2.5 и аналогично предыдущей состоит из двух модулей, расположенных друг над другом [93, Приложение В2]. Как и в первом случае, в качестве верхнего модуля выступает механизм параллельной структуры семейства «Дельта» с типом движения 3T1R.

Нижний модуль установлен на неподвижном основании 1. Он включает две периферийных цепи, расположенных по бокам, и одну центральную цепь. Каждая из периферийных цепей опирается на круговую направляющую 2 с внутренним зубчатым зацеплением и состоит из каретки 5, имеющей прижимные ролики 3 и приводное зубчатое колесо 4, на котором установлен двигатель Д1. При этом двигатель Д1 установлен с внутренней стороны круговой направляющей 2 для

уменьшения габаритных размеров механизма. На каретке 5 жестко установлена вилка 5', которая через карданную крестовину 6 соединяется с шатуном 7, в котором подвижно установлена штанга 8 с жестко закрепленной на ней вилкой 8'. Последняя соединена с нижней платформой 12 (выходное звено механизма нижнего модуля) через крестовину 9 и вилку выходного звена 12'. Центральная цепь включает колонну 10, жестко установленную на основании 1, и рычаг 11, шарнирно сопряженный с нижней платформой 12. Центральная цепь накладывает четыре ограничения на движение нижней платформы 12, позволяя ей совершать поворот вокруг продольной оси колонны 10 и наклоняться вокруг перпендикулярной ей оси.

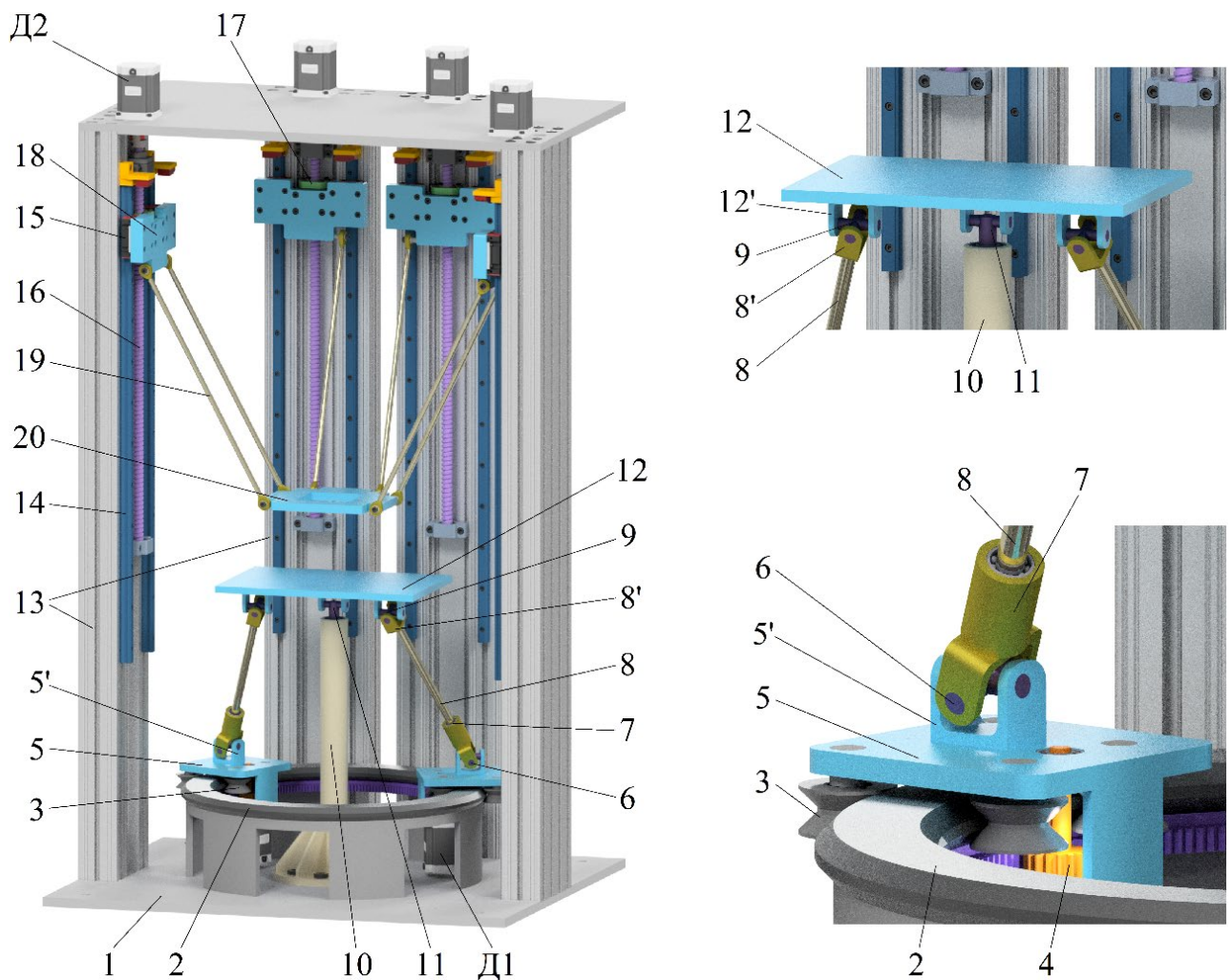


Рисунок 2.5 – Конструкция предлагаемой шестиподвижной системы относительного манипулирования с двухподвижным механизмом 2-RUU/1-U

Таким образом, нижний модуль имеет две степени свободы, а рассмотренная механическая система относительного манипулирования имеет шесть приводных звеньев, контролирующих шесть степеней свободы платформ в относительном манипулировании.

2.4 Выводы по главе 2

В результате выполненного в главе 2 исследования разработаны системы относительного манипулирования с шестью степенями свободы, ориентированные на выполнение операций механической обработки, аддитивного формообразования, контрольно-измерительных и сварочных операций:

1. На основе анализа функциональных требований к системе и сравнительного рассмотрения различных архитектур механических систем относительного манипулирования установлено, что комбинация верхнего четырехподвижного модуля и нижнего двухподвижного модуля является наиболее рациональной для решения поставленных задач. Данная комбинация обеспечивает необходимую подвижность, достаточную жёсткость и широкие возможности пространственной ориентации инструмента и заготовки.

2. В ходе анализа возможных вариантов механизма верхнего модуля выполнено сравнение четырёхподвижных механизмов семейства «Дельта» по совокупности кинематических, конструктивных и технологических критериев. По результатам сравнительного анализа в качестве верхнего модуля выбран четырёхподвижный дельта-робот, позволяющий ориентировать инструмент в пространстве за счёт поворота вокруг горизонтальной оси при сохранении границ рабочей зоны в вертикальном габарите.

3. Для выбора нижнего модуля выполнен анализ двухподвижных механизмов, обеспечивающих вращательные степени свободы. Проведена классификация механизмов по признаку сохранения ориентации горизонтальной оси вращения при повороте вокруг вертикальной оси и возможности неограниченного вращения вокруг нее. Также выполнен сравнительный анализ

двухподвижных механизмов по критериям сложности изготовления, практической реализуемости и уровня научной проработанности. Выбран наиболее рациональный вариант нижнего модуля для использования в системе относительного манипулирования.

4. На основании проведённого анализа сформированы предварительные компоновки механических систем относительного манипулирования, состоящие из четырехподвижных верхних модулей и двухподвижных нижних модулей, которые будут использованы для дальнейшей разработки математических моделей и кинематического расчета, а также создания виртуального и физического прототипов системы.

ГЛАВА 3. Кинематический анализ разработанных механических систем относительного манипулирования

Кинематическим анализом механизма называется исследование движения его звеньев без учёта силовых факторов, вызывающих данное движение. В рамках кинематического анализа решаются задачи определения положений звеньев механизма в различных конфигурациях, а также задачи вычисления скоростей и ускорений отдельных точек звеньев механизма. Для решения задач кинематического анализа применяются аналитические, графоаналитические и численные методы.

В механических системах относительного манипулирования кинематический анализ имеет ряд особенностей, обусловленных тем, что положение звеньев модулей формируется за счёт их согласованного движения. В связи с этим кинематический анализ механической системы относительного манипулирования требует установления взаимосвязей между координатами выходного звена и управляемыми перемещениями в приводах всех модулей системы, а также учёта их совместного влияния на формирование относительного движения.

Настоящая глава начинается с рассмотрения алгоритмов решения обратной задачи о положениях для синтезированных механических систем относительного манипулирования. Обратная кинематическая задача направлена на определение приводных координат при заданном положении и ориентации выходного звена. Полученные соотношения используются в дальнейшем для анализа рабочей зоны и анализа скоростей синтезированных механических систем относительного манипулирования.

3.1 Разработка алгоритмов анализа обратной кинематической задачи для синтезированных систем относительного манипулирования

Обратимся к решению обозначенной задачи. Приводные координаты представляют собой четыре линейных перемещения h_1, \dots, h_4 ползунов верхнего модуля и два угловых перемещения θ_1 и θ_2 кареток нижнего модуля.

3.1.1 Алгоритм анализа для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RRRRR/1-U и решение численного примера

Представленный далее алгоритм детально описан в работе [94]. Для описания относительной конфигурации модулей введем три системы координат. Пусть у неподвижной системы координат ось Oz совпадает с осью кругового рельса, а ось Ox направлена к левому направляющему элементу верхнего модуля (Рисунок 3.1).

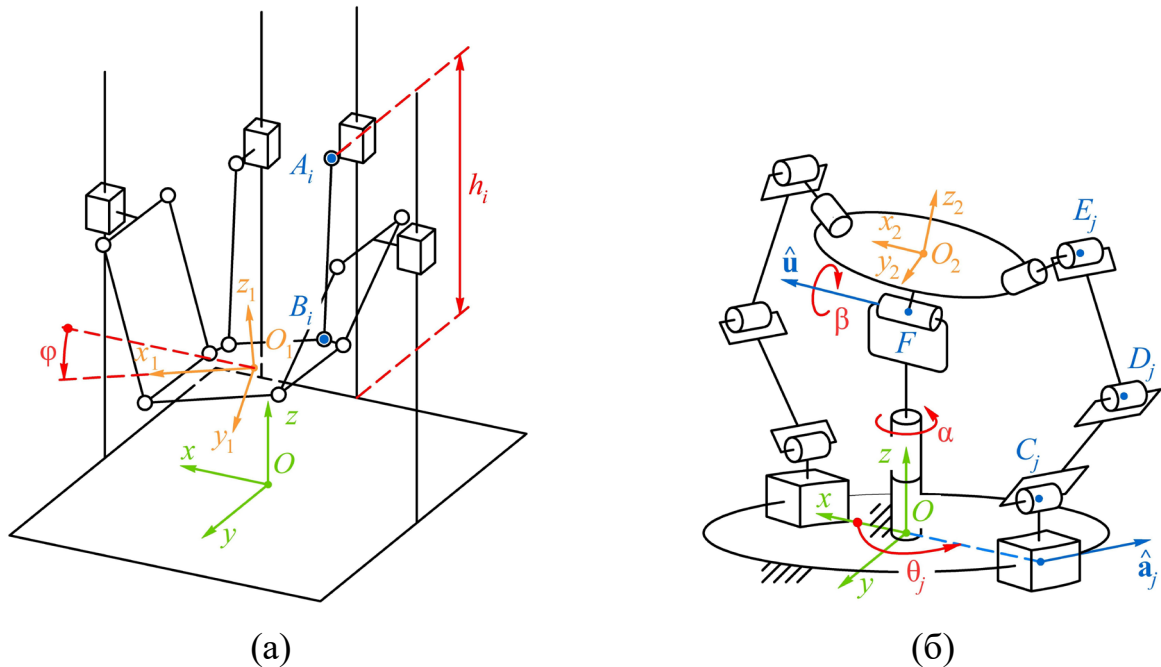


Рисунок 3.1 – Верхний (а) и нижний (б) модули системы относительного манипулирования и их системы координат

Система координат $O_1x_1y_1z_1$ связана с подвижной платформой верхнего модуля и имеет ту же ориентацию, что и система $Oxuz$, когда эта платформа горизонтальна. Свяжем систему координат $O_2x_2y_2z_2$ с подвижной платформой нижнего модуля аналогичным образом. Таким образом, можно задать относительную конфигурацию модулей при помощи матрицы \mathbf{T} , которая определяет положение системы координат $O_1x_1y_1z_1$ относительно системы координат $O_2x_2y_2z_2$:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{p} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{R} — матрица поворота, которая определяет ориентацию системы $O_1x_1y_1z_1$ относительно системы $O_2x_2y_2z_2$; \mathbf{p} — вектор положения точки O_1 относительно системы координат $O_2x_2y_2z_2$. Будем считать, что матрица \mathbf{T} известна при решении обратной кинематической задачи.

Суть решения обратной кинематической задачи состоит в следующем. Пусть \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 соответствуют двум матрицам перехода, описывающим конфигурации подвижных систем координат $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ относительно базовой системы координат $Oxyz$. Эти матрицы связаны следующим уравнением:

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_2\mathbf{T}. \quad (3.1)$$

Подвижная платформа верхнего модуля имеет четыре степени свободы относительно основания: три поступательные и одну вращательную вокруг оси Oy . Следовательно, можно определить матрицу \mathbf{T}_1 следующим образом:

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) & x_{O1} \\ 0 & 1 & 0 & y_{O1} \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) & z_{O1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

где φ — угол поворота верхней платформы вокруг оси Oy ; x_{O1} , y_{O1} и z_{O1} — координаты точки O_1 в системе координат $Oxyz$.

Далее можно выразить матрицу \mathbf{T}_2 как произведение четырех матриц:

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_{21}\mathbf{T}_{22}\mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{24}, \quad (3.3)$$

где \mathbf{T}_{21} — матрица, которая определяет смещение вдоль оси Oz из точки O в точку F на расстояние l_{OF} ; \mathbf{T}_{22} — матрица, которая определяет вращение вокруг оси Oz на угол α ; \mathbf{T}_{23} — матрица, которая определяет вращение вокруг повернутой оси Ox на угол β ; \mathbf{T}_{24} — матрица, которая определяет смещение вдоль повернутой оси Oz из точки F в точку O_2 на расстояние l_{FO2} . Матрицы \mathbf{T}_{21} и \mathbf{T}_{24} являются постоянными и зависят от геометрии механизма.

Подставляя уравнения (3.1), (3.3) и (3.4) в уравнение (3.2) и приравнявая независимые компоненты полученного матричного уравнения, получим систему из шести уравнений относительно шести неизвестных: α , β , φ , x_{01} , y_{01} и z_{01} . Символьные вычисления показывают, что удобнее оперировать следующим матричным уравнением вместо уравнения (3.2):

$$\mathbf{T}_1 \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{T}_2, \text{ где } \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T \mathbf{p} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Если рассмотреть вторую строку и первый столбец матричного уравнения (3.5), то можно получить уравнение для вычисления угла α :

$$\sin(\alpha) = r_{12}, \quad (3.5)$$

где r_{12} — соответствующий компонент матрицы \mathbf{R} .

Далее рассмотрим два уравнения, которые получаются из первой и третьей строк и первого столбца матричного уравнения (3.5):

$$r_{11} \cos(\varphi) + r_{13} \sin(\varphi) = \cos(\alpha), \quad r_{13} \cos(\varphi) - r_{11} \sin(\varphi) = 0, \quad (3.6)$$

где r_{11} и r_{13} — соответствующие компоненты матрицы \mathbf{R} .

Выражения (3.7) представляют собой систему линейных уравнений относительно переменных $\cos(\varphi)$ и $\sin(\varphi)$. Можно решить эту систему и найти единственное значение угла φ , используя функцию atan2 . Затем можно рассмотреть два уравнения, соответствующих первой и третьей строкам и третьему столбцу матричного уравнения (3.2). Эти уравнения аналогичны уравнениям (3.7) и представляют собой систему линейных уравнений для вычисления угла β . Наконец, определим оставшиеся переменные x_{01} , y_{01} и z_{01} из последнего столбца матричного уравнения (3.2).

Следует обратить внимание на то, что уравнение (3.6) дает два решения для угла α . В результате получим два набора решений для всех шести переменных. Выберем решение, при котором обе подвижные платформы не перевернуты.

Полученные переменные позволяют вычислить матрицы \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 , которые определяют конфигурации обоих модулей относительно неподвижной системы координат $Oxuz$. Следовательно, можно продолжить решение обратной кинематической задачи для каждого модуля независимо. Следуя алгоритму из работы [79], вычислим перемещения кареток h_1, \dots, h_4 верхнего модуля (Рисунок 3.1а).

Пусть $i = 1, \dots, 4$ — номер кинематической цепи верхнего модуля, а точки A_i и B_i обозначают центры сферических шарниров i -й цепи (Рисунок 3.1а; для боковых цепей эти точки можно принять в середине коротких сторон параллелограмма). Векторы \mathbf{p}_{A_i} и \mathbf{p}_{B_i} определяют положения этих точек в системе $Oxuz$:

$$\mathbf{p}_{A_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{A_i} \\ h_i \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{B_i} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

где вектор \mathbf{r}_{B_i} определяет координаты точек B_i в системе $O_1x_1y_1z_1$. Параметры \mathbf{p}_{A_i} и \mathbf{r}_{B_i} имеют постоянные значения, зависящие от геометрии механизма.

Расстояние между точками A_i и B_i является постоянным и равно длине l_{AB} рычага, которая считается одинаковой для каждой цепи. Таким образом, можно записать следующее выражение:

$$\|\mathbf{p}_{A_i} - \mathbf{p}_{B_i}\|^2 = l_{A_iB_i}^2. \quad (3.9)$$

Подставляя выражения (3.8) в уравнение (3.9), вычислим параметр h_i :

$$h_i = \pm \sqrt{l_{A_iB_i}^2 - (x_{B_i} - x_{A_i})^2 - (y_{B_i} - y_{A_i})^2 + z_{B_i}}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (3.10)$$

где $l_{A_iB_i}$ — длина стержня A_iB_i ; x_{A_i} , x_{B_i} , y_{A_i} , y_{B_i} и z_{B_i} — координаты соответствующих точек в базовой системе координат $Oxuz$. Параметры $l_{A_iB_i}$, x_{A_i} и y_{A_i} являются постоянными и определяются геометрией механизма. Параметры x_{B_i} , y_{B_i} и z_{B_i} могут быть найдены из следующего выражения:

$$\begin{bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ z_{Bi} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} x'_{Bi} \\ y'_{Bi} \\ z'_{Bi} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (3.11)$$

где x'_{Bi} , y'_{Bi} и z'_{Bi} — координаты точек B_i в системе координат $O_1x_1y_1z_1$, которые определяются геометрией механизма.

Для нижнего модуля используем подход, представленный в работе [95], и рассчитаем угловые смещения θ_1 и θ_2 кареток (Рисунок 3.1б):

$$\theta_j = \text{atan2}(y_{Ej}, x_{Ej}), \quad j = 1, 2, \quad (3.12)$$

где x_{Ej} и y_{Ej} — координаты точек E_j в неподвижной системе координат $Oxyz$. Считая известными координаты x'_{Ej} , y'_{Ej} и z'_{Ej} точек E_j в системе координат $O_2x_2y_2z_2$, найдем параметры x_{Ej} и y_{Ej} , используя выражение, аналогичное уравнению (3.9), но с применением матрицы \mathbf{T}_2 вместо матрицы \mathbf{T}_1 .

Этим завершается решение обратной кинематической задачи рассматриваемой шестиподвижной системы относительного манипулирования. Далее применены разработанные методики и рассмотрен численный пример.

Геометрические параметры системы соответствуют ее компьютерной модели, представленной на Рисунке 2.4, и имеют следующие значения (в метрах):

- $x_{A1} = 0,15$, $y_{A1} = 0$, $x_{A2} = 0,04$, $y_{A2} = -0,19$, $x_{A3} = -0,04$, $y_{A3} = -0,19$,
 $x_{A4} = -0,15$, $y_{A4} = 0$;
- $x'_{B1} = 0,08$, $y'_{B1} = 0$, $x'_{B2} = 0,04$, $y'_{B2} = -0,04$, $x'_{B3} = -0,04$, $y'_{B3} = -0,04$,
 $x'_{B4} = -0,08$, $y'_{B4} = 0$, $z'_{B1} = \dots = z'_{B4} = 0,05$;
- $x'_{E1} = 0,08$, $y'_{E1} = 0$, $x'_{E2} = -0,08$, $y'_{E2} = 0$, $z'_{E1} = z'_{E2} = 0,01$;
- $l_{A1B1} = \dots = l_{A4B4} = 0,30$, $l_{OF} = 0,13$, $l_{FO2} = 0,04$.

Предположим, что верхняя платформа должна смещаться по пространственной траектории относительно нижней платформы так, как изображено на Рисунке 3.2. Траектория включает три сегмента, расположенных на сфере радиусом 0,05 м с центром в точке O_2 . Первый и третий сегменты

представляют собой дуги параллелей. Эти дуги лежат между двумя плоскостями, проходящими через ось O_2z_2 , и образуют углы 30° и 60° с плоскостью $O_2x_2z_2$. Первая дуга находится на высоте 0,040 м над плоскостью $O_2x_2y_2$, а вторая дуга — на высоте 0,035 м над той же плоскостью. Второй сегмент представляет собой меридиан, соединяющий две эти дуги.

По всей траектории ось O_1z_1 проходит через точку O_2 , то есть верхняя подвижная платформа остается касательной к сфере. В первом сегменте ось O_1y_1 касается первой дуги (зеленая линия на Рисунке 3.2); в третьем сегменте ось O_1x_1 касается третьей дуги (красная линия на Рисунке 3.2). Относительная ориентация двух модулей меняется вдоль второго сегмента, как показано на Рисунке 3.2. В этом сегменте плоскость $O_1x_1y_1$ касается сферы. Для моделирования траектории введем безразмерный параметр пути s , который принимает значения $s_1 = 0$, $s_2 = 100$, $s_3 = 200$ и $s_4 = 300$ на концах сегментов (Рисунок 3.2). Каждое значение этого параметра определяет уникальную точку траектории.

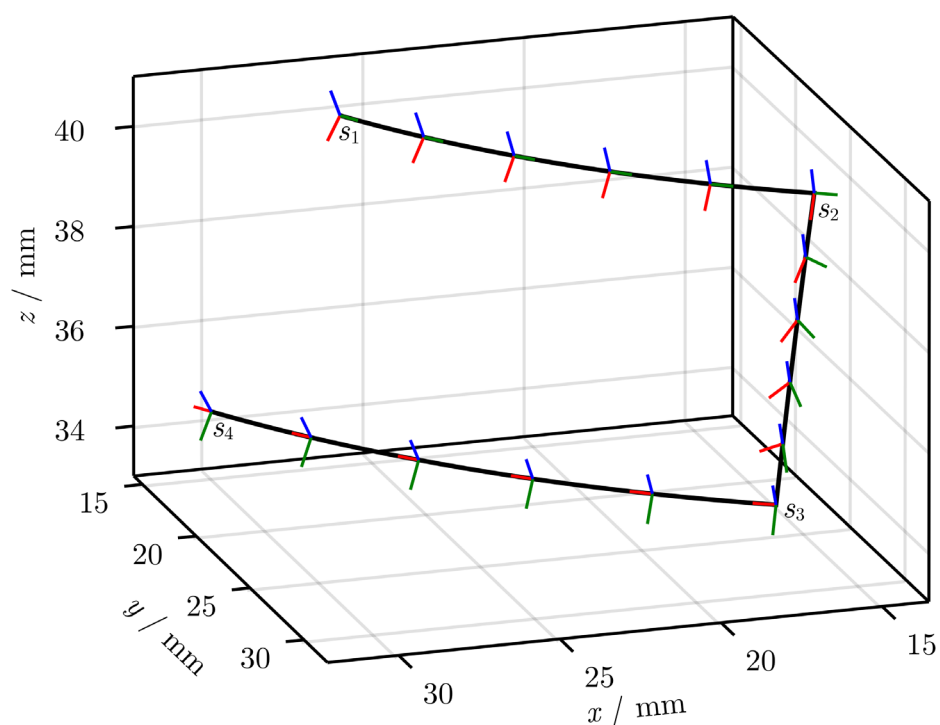


Рисунок 3.2 – Заданная пространственная траектория относительного движения двух модулей. Красно-зелёно-синие тройки линий указывают ориентацию системы координат $O_1x_1y_1z_1$ относительно системы координат $O_2x_2y_2z_2$ вдоль траектории

На Рисунке 3.3 показано решение обратной кинематической задачи, полученное в системе Mathcad с использованием разработанных алгоритмов, приведенных в разделе 3. Параметр пути s варьировался с единичным шагом. Из полученных результатов следует, что верхний модуль остается неподвижным на первом сегменте траектории, т.к. параметры h_1, \dots, h_4 сохраняют постоянные значения. На втором и третьем сегментах двигаются оба модуля. Разрыв в θ_2 обусловлен использованием функции atan2 .

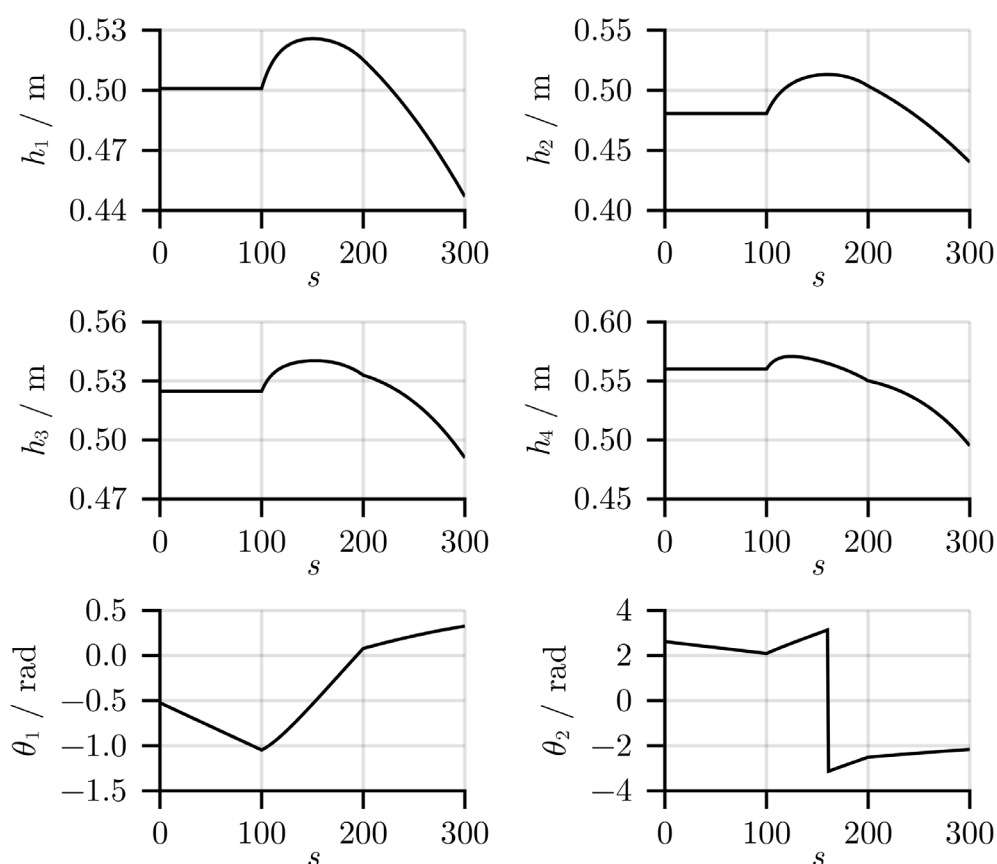


Рисунок 3.3 – Решение обратной кинематической задачи для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RRRRR/1-U

3.1.2 Алгоритм анализа для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RUU/1-U и решение численного примера

Представленный далее алгоритм описан в работе [96]. Решение обратной кинематической задачи для механической системы с двухподвижным нижним модулем типа 2-RUU/1-U по своей сути аналогично рассмотренному выше случаю.

Структурные схемы модулей данной механической системы представлены на Рисунке 3.4.

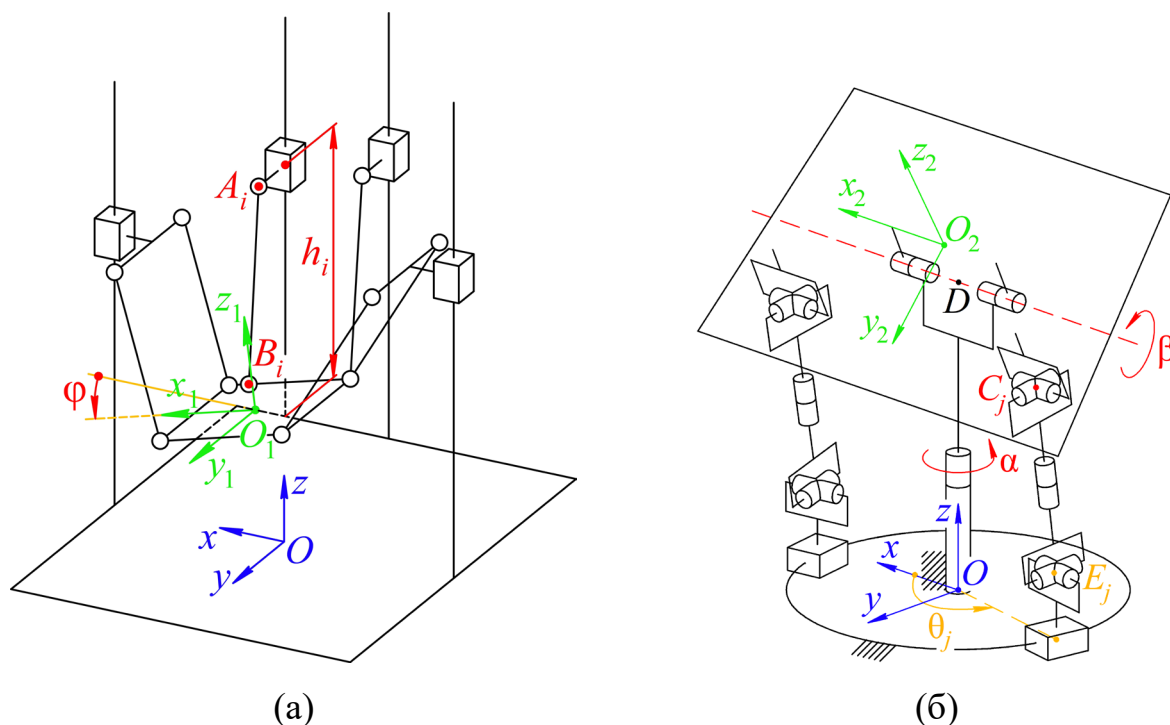


Рисунок 3.4 – Верхний (а) и нижний (б) модули системы относительного манипулирования и связанные с ними системы координат

Поскольку в обоих случаях используется идентичный верхний модуль и одинаковый подход к заданию относительного положения модулей, все этапы решения, связанные с определением конфигураций верхнего и нижнего модулей относительно неподвижной системы координат и выводом соотношений (3.1) – (3.10), полностью сохраняются для рассматриваемой механической системы.

Отличия в решении обратной кинематической задачи обусловлены различием структуры нижнего модуля. В связи с этим далее рассматривается только та часть алгоритма, которая связана с вычислением приводных координат нижнего модуля 2-RUU/1-U, тогда как остальные этапы решения совпадают с ранее изложенными.

Для нижнего модуля будем использовать решение, схожее с предложенным в работе [95], и определим значения углов θ_j кареток, $j = 1, 2$, из уравнения:

$$(\mathbf{p}_{Ej} - \mathbf{p}_{Cj})^2 = L_{CjEj}^2, \quad (3.13)$$

где $\mathbf{p}_{Ej} = [R\cos(\theta_j) \quad R\sin(\theta_j) \quad z_{Ej}]^T$ — координаты точек E_j в системе $Oxyz$; R — радиус круговой направляющей нижнего модуля; z_{Ej} — координаты z точек E_j в системе $Oxyz$; \mathbf{p}_{Cj} — координаты точек C_j в системе $Oxyz$; L_{CjEj} — постоянное расстояние между точками C_j и E_j .

Вектор \mathbf{p}_{Cj} можно найти из следующего соотношения:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Cj} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_2 \begin{bmatrix} x'_{Cj} \\ y'_{Cj} \\ z'_{Cj} \\ 1 \end{bmatrix}, j = 1, 2, \quad (3.14)$$

где x'_{Cj} , y'_{Cj} и z'_{Cj} — координаты точек C_j в системе координат $O_2x_2y_2z_2$, которые определяются геометрией механизма нижнего модуля.

Преобразуем уравнение (3.13) в уравнение следующего вида:

$$c_1 \cos(\theta_j) + c_2 \sin(\theta_j) + c_3 = 0, \quad (3.15)$$

где c_1 , c_2 и c_3 — константы, при которых становится возможным определить параметры θ_j , $j = 1, 2$, по формуле, приведенной в работе [97]:

$$\theta_j = 2 \arctg \left(\frac{c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - c_3^2 + c_1^2}}{c_1 - c_3} \right). \quad (3.16)$$

Из возможных комбинаций решений θ_j для θ_1 и θ_2 определяем тот набор координат, при котором каретки не наезжают друг на друга.

Этим завершается решение обратной кинематической задачи рассматриваемой шестиподвижной системы относительного манипулирования. Применим разработанный алгоритм и рассмотрим численный пример.

Геометрические параметры системы соответствуют ее компьютерной модели, приведенной на Рисунке 2.5, и имеют следующие значения (в метрах):

- $x_{A1} = 0,15, y_{A1} = 0, x_{A2} = 0,04, y_{A2} = -0,19, x_{A3} = -0,04, y_{A3} = -0,19, x_{A4} = -0,15, y_{A4} = 0;$
- $x'_{B1} = 0,08, y'_{B1} = 0, x'_{B2} = 0,04, y'_{B2} = -0,04, x'_{B3} = -0,04, y'_{B3} = -0,04, x'_{B4} = -0,08, y'_{B4} = 0, z'_{B1} = \dots = z'_{B4} = 0,05;$
- $x'_{C1} = 0,08, y'_{C1} = 0,03, x'_{C2} = -0,08, y'_{C2} = 0,03, z'_{C1} = z'_{C2} = -0,01;$
- $l_{A1B1} = \dots = l_{A4B4} = 0,30, l_{OD} = 0,13, l_{DO2} = 0,04, l_{C1E1} = l_{C2E2} = 0,20, z_{E1} = z_{E2} = 0,03, R = 0,15.$

Предположим, что верхняя платформа должна смещаться по пространственной траектории относительно нижней платформы. Такая траектория представлена на Рисунке 3.5. Она включает три сегмента, расположенных на сфере радиусом 0,05 м с центром в точке O_2 . Первый и третий сегменты представляют собой дуги параллелей. Эти дуги лежат между двумя плоскостями, проходящими через ось O_2z_2 , и образуют углы 30° и 60° с плоскостью $O_2x_2z_2$. Первая дуга находится на высоте 0,04 м над плоскостью $O_2x_2y_2$, а вторая дуга — на высоте 0,035 м над той же плоскостью. Второй сегмент представляет собой меридиан, соединяющий две эти дуги. Красно-зелёно-синие тройки линий на Рисунке 3.5 указывают ориентацию системы координат $O_1x_1y_1z_1$ относительно системы координат $O_2x_2y_2z_2$ вдоль траектории движения.

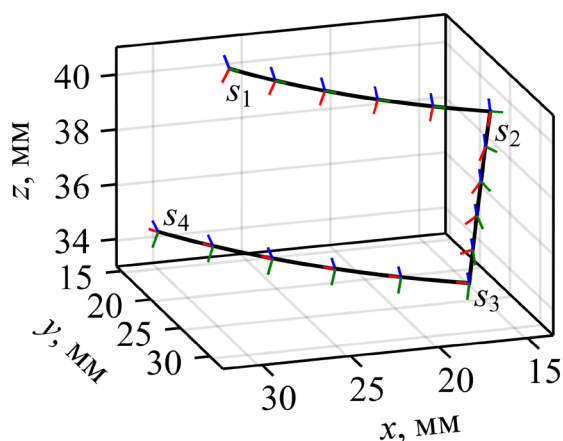


Рисунок 3.5 – Заданная пространственная траектория относительного движения двух модулей

По всей траектории ось O_1z_1 проходит через точку O_2 , то есть верхняя платформа остается касательной к сфере. В первом сегменте ось O_1y_1 касается первой дуги (зеленая линия на Рисунке 3.5); в третьем сегменте ось O_1x_1 касается третьей дуги (красная линия на Рисунке 3.5). Относительная ориентация двух модулей меняется вдоль второго сегмента, как показано на Рисунке 3.5. В этом сегменте плоскость $O_1x_1y_1$ касается сферы. Для моделирования траектории введем безразмерный параметр пути s , который принимает значения $s_1 = 0$, $s_2 = 100$, $s_3 = 200$ и $s_4 = 300$ на концах сегментов (Рисунок 3.5). Каждое значение этого параметра определяет уникальную точку траектории.

На Рисунке 3.6 показано решение обратной кинематической задачи, полученное в Mathcad с использованием разработанных алгоритмов, приведенных в предыдущем разделе. Параметр пути s варьировался с единичным шагом. Можно видеть, что верхний модуль остается неподвижным во время первого сегмента траектории: параметры h_1, \dots, h_4 сохраняют постоянные значения. Во втором и третьем сегментах двигаются оба модуля.

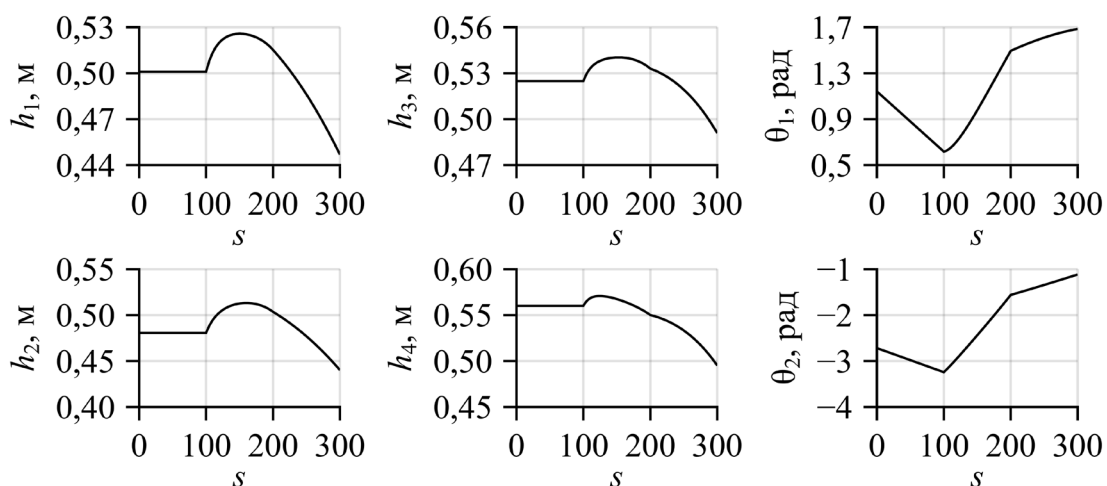


Рисунок 3.6 – Решение обратной кинематической задачи для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RUU/1-U

3.2 Разработка алгоритма расчета рабочей зоны механической системы относительного манипулирования с учетом ограничений в шарнирах и интерференции звеньев верхнего и нижнего модулей

Представленный далее алгоритм описан в работах [98, 99]. Анализ рабочей зоны является важным этапом проектирования любой механической системы и обеспечения ее безопасной работы. В данном разделе проводится анализ рабочей зоны шестиподвижной механической системы относительного манипулирования с нижним модулем 2-RRRRR/1-U. Верхний модуль, как и в предыдущих разделах, представляет собой механизм параллельной структуры типа «Дельта» с четырьмя степенями свободы. Ключевой особенностью разрабатываемого алгоритма является то, что анализ рабочих зон выполняется в относительном движении модулей. Этот подход отличается от аналогичных исследований, в которых рабочие зоны для каждого модуля определяются независимо, после чего рассчитывается их пересечение. В этой связи предлагаемый метод является более пригодным для практического применения. Для анализа рабочей зоны используется подход, основанный на дискретизации и учитывающий все механические ограничения. Данные ограничения включают ограничения в шарнирах каждого модуля и пересечение звеньев модулей. Для анализа пересечения звеньев применяется алгоритм Гилберта — Джонсона — Кирти (GJK), при этом звенья представляются в виде выпуклых многогранников. Несколько численных примеров иллюстрируют разработанные методы и показывают рабочие зоны постоянной ориентации и постоянного положения для различных относительных конфигураций модулей. Моделирование в системе автоматизированного проектирования (САПР) подтверждает предложенные теоретические алгоритмы. Результаты показывают, что пересечение звеньев модулей, часто игнорируемое в других исследованиях, ограничивает рабочую зону и должно учитываться для ее корректной оценки при проектировании аналогичных механических систем относительного манипулирования.

Метод дискретизации для анализа рабочей зоны предполагает

дискретизацию параметров \mathbf{p} и \mathbf{R} . Например, при определении рабочей зоны постоянной ориентации задается постоянная матрица поворота \mathbf{R} и проводится дискретизация компонент вектора \mathbf{p} . Если определяется рабочая зона постоянного положения, то задается постоянный вектор положения \mathbf{p} и проводится дискретизация компонент матрицы поворота \mathbf{R} . В этом случае удобно параметризовать матрицу поворота тремя параметрами (например, углами крена, тангажа и рыскания [100] или углами наклона и кручения [101]), что упрощает представление рабочей зоны.

Другие типы рабочих зон могут определяться одновременной дискретизацией параметров положения и ориентации [102]. В любом случае предполагается, что вектор положения \mathbf{p} и матрица поворота \mathbf{R} имеют заранее заданные значения, для которых вычисляются перемещения в шарнирах и проверяются ограничения. Данные вычисления включают решение обратной задачи кинематики для каждого модуля. Следовательно, сначала необходимо определить конфигурации модулей относительно основания. Эти конфигурации заданы уравнениями (3.3) и (3.4) с помощью матриц перехода \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 , которые определяют расположение систем $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ относительно $Oxyz$.

Сначала рассмотрим вращательную часть уравнения (3.2). Подставляя выражения (3.3) и (3.4) в это уравнение и переставляя члены, получим:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x^T(\beta)\mathbf{R}_z^T(\alpha)\mathbf{R}_y(\varphi) = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\varphi & s_\alpha & c_\alpha s_\varphi \\ -s_\alpha c_\beta c_\varphi - s_\beta s_\varphi & c_\alpha c_\beta & -s_\alpha c_\beta s_\varphi + s_\beta c_\varphi \\ s_\alpha s_\beta c_\varphi - c_\beta s_\varphi & -c_\alpha s_\beta & s_\alpha s_\beta s_\varphi + c_\beta c_\varphi \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

где c_* и s_* — сокращенные обозначения для $\cos(*)$ и $\sin(*)$ соответственно.

Используя уравнение (3.15), можно найти углы α , β и φ для заданной матрицы поворота \mathbf{R} . Пусть r_{kl} — (k, l) -й элемент данной матрицы. Следуя методу из работы [45] вычислим два набора решений для этих углов:

$$\begin{aligned}
\alpha = \operatorname{atan2}\left(r_{12}, \sqrt{r_{22}^2 + r_{32}^2}\right), & \quad \alpha = \operatorname{atan2}\left(r_{12}, -\sqrt{r_{22}^2 + r_{32}^2}\right), \\
\beta = \operatorname{atan2}(-r_{32}, r_{22}), & \quad \text{и} \quad \beta = \operatorname{atan2}(r_{32}, -r_{22}), \\
\varphi = \operatorname{atan2}(r_{13}, r_{11}), & \quad \varphi = \operatorname{atan2}(-r_{13}, -r_{11}),
\end{aligned} \tag{3.18}$$

где $\operatorname{atan2}(*, *)$ — двухаргументный арктангенс [45].

Следует выбирать набор решений, для которого угол $\beta \in [-90^\circ, 90^\circ]$, когда нижняя платформа не перевернута. Отметим, что выражения (3.16) справедливы до тех пор, пока $\alpha \neq \pm 90^\circ$, что соответствует особому положению.

Далее рассмотрим часть уравнения (3.2), соответствующую векторам положения, из которой находим вектор \mathbf{p}_{O_1} :

$$\mathbf{p}_{O_1} = l_{OF}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{R}_z(\alpha)\mathbf{R}_x(\beta)(l_{FO_2}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{p}). \tag{3.19}$$

Таким образом, математически были заданы конфигурации верхнего и нижнего модулей относительно основания в зависимости от их относительного расположения и определены все углы в шарнирах, необходимые для расчета ограничений в них. Теперь можно перейти к независимому анализу каждого модуля и их механических ограничений.

3.2.1 Ограничения верхнего и нижнего модуля

Механические ограничения верхнего модуля обусловлены ограниченными перемещениями его кареток и ограниченными углами поворота рычагов в сферических шарнирах. Далее рассмотрим, как вычислить данные перемещения и углы наклона.

Знак « \pm » в формуле (3.10) соответствует положению каретки выше или ниже подвижной платформы. Для каждой цепи выбираем решение со знаком «+» в соответствии с конструктивным исполнением механизма. Согласно данному исполнению, имеют место следующие ограничения на перемещение каретки:

$$h_{min} \leq h_i \leq h_{max}, \tag{3.20}$$

где h_{min} и h_{max} – минимальное и максимальное значения перемещения h_i , которые предполагается одинаковым для всех цепей.

Далее рассмотрим ограничения на наклон рычага в сферических шарнирах. Начнем со сферического шарнира каретки с центром в точке A_i . Чтобы проанализировать, как данный шарнир ограничивает движение рычага, представим сферический шарнир в виде комбинации двух вращательных шарниров с пересекающимися и взаимно перпендикулярными осями (Рисунок 3.7а). Третье вращение рычага (вокруг прямой A_iB_i) не учитывается, поскольку оно не влияет на движение платформы.

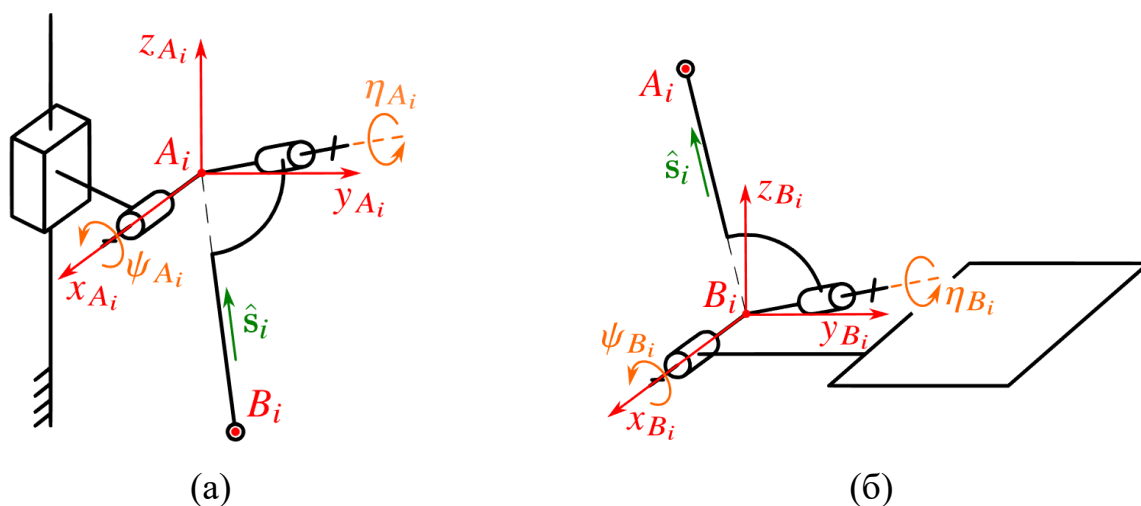


Рисунок 3.7 – Эквивалентное представление сферических шарниров в i -й цепи верхнего модуля: (а) сферический шарнир каретки; (б) сферический шарнир выходного звена

Пусть ψ_{Ai} и η_{Ai} — углы поворота в данных вращательных шарнирах. Введем систему координат $A_i x_{Ai} y_{Ai} z_{Ai}$, оси $A_i x_{Ai}$ и $A_i y_{Ai}$ которой параллельны плоскости Oxy и совпадают с осями вращательных шарниров при $\psi_{Ai} = \eta_{Ai} = 0$. Ориентация этой системы относительно $Oxyz$ определяется постоянной матрицей поворота \mathbf{R}_{Ai} . Согласно конструктивному исполнению механизма можно записать:

$$\mathbf{R}_{A1} = \mathbf{R}_z \left(\frac{\pi}{2} \right), \mathbf{R}_{A2} = \mathbf{R}_{A3} = \mathbf{I}_3, \mathbf{R}_{A4} = \mathbf{R}_z \left(-\frac{\pi}{2} \right). \quad (3.21)$$

Пусть $\hat{\mathbf{s}}_i$ — единичный вектор, направленный от точки B_i к точке A_i и выраженный в системе $Oxuz$. Из Рисунка 3.7а следует, что данный вектор зависит от углов ψ_{Ai} и η_{Ai} согласно следующему выражению:

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{R}_{Ai} \mathbf{R}_x(\psi_{Ai}) \mathbf{R}_y(\eta_{Ai}) \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.22)$$

которое можно переписать в виде:

$$\mathbf{R}_{Ai}^T \hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{R}_x(\psi_{Ai}) \mathbf{R}_y(\eta_{Ai}) \hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \sin(\eta_{Ai}) \\ -\sin(\psi_{Ai}) \cos(\eta_{Ai}) \\ \cos(\psi_{Ai}) \cos(\eta_{Ai}) \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Левая часть уравнения (3.23) известна, так как вектор $\hat{\mathbf{s}}_i = (\mathbf{p}_{Ai} - \mathbf{p}_{Bi})/l_{AB}$ может быть вычислен с помощью соотношений (3.38). Пусть $\mathbf{R}_{Ai}^T \hat{\mathbf{s}}_i = [s_i^x \ s_i^y \ s_i^z]^T$, тогда углы можно найти по следующим выражениям:

$$\psi_{Ai} = \text{atan2}(-s_i^y, s_i^z), \quad \eta_{Ai} = \text{asin}(s_i^x), \quad (3.24)$$

которые справедливы, поскольку $|\eta_{Ai}|$ обычно много меньше 90° в реальных сферических шарнирах.

Углы ψ_{Ai} и η_{Ai} ограничены конструкцией механизма:

$$\psi_{Amin} \leq \psi_{Ai} \leq \psi_{Amax}, \quad \eta_{Amin} \leq \eta_{Ai} \leq \eta_{Amax}, \quad (3.25)$$

где ψ_{Amin} , η_{Amin} , ψ_{Amax} и η_{Amax} — минимальные и максимальные значения углов ψ_{Ai} и η_{Ai} , полагаемые одинаковыми для всех цепей.

Анализ ограничений в сферических шарнирах подвижной платформы проводим аналогичным образом. Представим сферический шарнир i -й цепи как комбинацию двух вращательных шарниров с ортогонально пересекающимися в точке B_i осями (Рисунок 3.7б). Пусть ψ_{Bi} и η_{Bi} — углы поворота в данных вращательных шарнирах. Введем систему координат $B_i x_{Bi} y_{Bi} z_{Bi}$, оси $B_i x_{Bi}$ и $B_i y_{Bi}$ которой параллельны плоскости $O_1 x_1 y_1$ и совпадают с осями вращательных шарниров при $\psi_{Bi} = \eta_{Bi} = 0$. Ориентация этой системы относительно $O_1 x_1 y_1$

определяется постоянной матрицей поворота \mathbf{R}_{Bi} . При этом систему $B_i x_{Bi} y_{Bi} z_{Bi}$ располагаем так, что $\mathbf{R}_{Bi} = \mathbf{R}_{Ai}$ для каждого $i = 1, \dots, 4$.

Для нахождения углов ψ_{Bi} и η_{Bi} используем тот же подход, что и для сферического шарнира каретки. Можно составить уравнение, аналогичное уравнению (3.22). Правая часть этого уравнения должна включать матрицу поворота $\mathbf{R}_y(\varphi)$, соответствующую наклону верхней платформы. В результате получим следующее выражение:

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{R}_y(\varphi) \mathbf{R}_{Bi} \mathbf{R}_x(\psi_{Bi}) \mathbf{R}_y(\eta_{Bi}) \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.26)$$

которое можно переписать в виде:

$$\mathbf{R}_{Bi}^T \mathbf{R}_y^T(\varphi) \hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{R}_x(\psi_{Bi}) \mathbf{R}_y(\eta_{Bi}) \hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \sin(\eta_{Bi}) \\ -\sin(\psi_{Bi}) \cos(\eta_{Bi}) \\ \cos(\psi_{Bi}) \cos(\eta_{Bi}) \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Правая часть уравнения (3.27) аналогична (3.23), и углы ψ_{Bi} и η_{Bi} вычисляются по выражениям, аналогичным (3.24). Данные углы ограничены конструкцией механизма:

$$\psi_{Bmin} \leq \psi_{Bi} \leq \psi_{Bmax}, \quad \eta_{Bmin} \leq \eta_{Bi} \leq \eta_{Bmax}, \quad (3.28)$$

где ψ_{Bmin} , η_{Bmin} , ψ_{Bmax} и η_{Bmax} – минимальные и максимальные значения углов ψ_{Bi} и η_{Bi} , полагаемые одинаковыми для всех цепей.

Таким образом, был проведен анализ всех механических ограничений верхнего модуля. Прежде чем переходить к нижнему модулю, следует отметить несколько ключевых моментов данного анализа:

1. При анализе ограничений в сферических шарнирах каждый шарнир представлялся в виде комбинации двух вращательных шарниров с пересекающимися и ортогональными осями. Такое представление не является единственным. Например, на Рисунке 3.7а можно было бы принять, что при $\psi_{Ai} = 0$ ось второго вращательного шарнира совпадает с осью $A_i z_{Ai}$, а не с осью

$A_i y_{A_i}$. В этом случае множитель $\mathbf{R}_y(\eta_{A_i})\hat{\mathbf{z}}$ в правой части уравнения (3.22) следует заменить на $-\mathbf{R}_z(\eta_{A_i})\hat{\mathbf{y}}$. Также изменятся уравнения (3.23) и (3.24) и предельные значения ψ_{Amin} и ψ_{Amax} в формуле (3.25).

2. Цепи с параллелограммами включают два рычага со сферическими шарнирами на концах. Каждый рычаг в таком параллелограмме наклоняется под одним и тем же углом. Поэтому углы ψ_{A_i} , η_{A_i} , ψ_{B_i} и η_{B_i} в данных цепях вычислены корректно при нашем допущении, что точки A_i и B_i расположены в середине коротких сторон параллелограммов.

Механические ограничения нижнего модуля включают ограниченные углы поворота в его вращательных шарнирах и возможное столкновение кареток. Рассмотрим далее, как определить данные углы и проверить возможность столкновения.

Начнем анализ с центральной цепи, которая имеет два вращательных шарнира (Рисунок 3.16). Угол α в первом шарнире не имеет ограничений: нижняя подвижная платформа может вращаться неограниченно вокруг оси круговой направляющей. С другой стороны, угол β ограничен конструкцией механизма:

$$\beta_{min} \leq \beta \leq \beta_{max}, \quad (3.29)$$

где β_{min} и β_{max} — минимальное и максимальное значения угла β .

Далее рассмотрим боковые цепи нижнего модуля. Пусть $j = 1, 2$ — номер цепи. Для j -й цепи определим три точки, C_j , D_j и E_j , следующим образом. Точка E_j — пересечение осей двух вращательных шарниров, ближних к подвижной платформе. Точки C_j и D_j лежат в вертикальной плоскости, проходящей через точку E_j , и принадлежат осям двух других вращательных шарниров, как показано на Рисунках 3.16 и 3.8.

Векторы \mathbf{p}_{C_j} и \mathbf{p}_{E_j} определяют положения точек C_j и E_j в системе $Oxyz$:

$$\mathbf{p}_{C_j} = \begin{bmatrix} R_C \cos(\theta_j) \\ R_C \sin(\theta_j) \\ z_C \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{E_j} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{E_j} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

где θ_j — угловое смещение каретки; параметры R_C и z_C задают радиальное и вертикальное положение точки C_j в системе $Oxyz$, и полагается, что эти параметры одинаковы для всех цепей; вектор \mathbf{r}_{Ej} определяет координаты точки E_j в системе $O_2x_2y_2z_2$. Параметры R_C , z_C и \mathbf{r}_{Ej} имеют постоянные значения, зависящие от геометрии механизма.

Точки C_j и E_j лежат в одной вертикальной плоскости, поэтому угол θ_j можно вычислить по формуле:

$$\theta_j = \text{atan2}(y_{Ej}, x_{Ej}), \quad (3.31)$$

где x_{Ej} и y_{Ej} — первые две компоненты вектора \mathbf{r}_{Ej} .

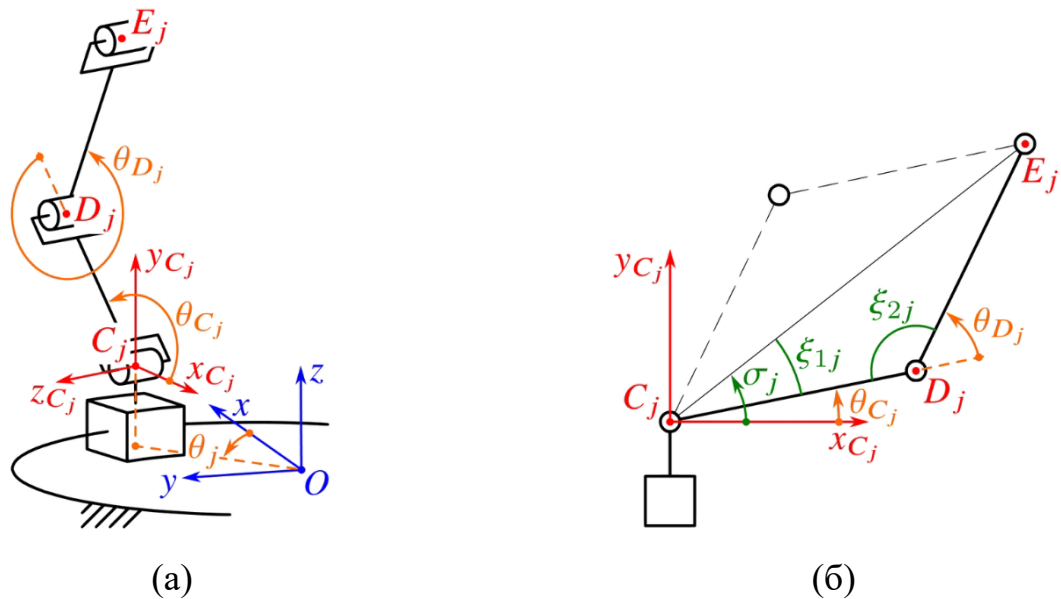


Рисунок 3.8 – Углы поворота в шарнирах j -й боковой цепи нижнего модуля:

(а) расположение системы координат $C_j x_{C_j} y_{C_j} z_{C_j}$; (б) плоский вид j -й цепи

Чтобы избежать столкновения кареток, необходимо ограничить углы θ_j . Пусть $\theta_{min} > 0$ — минимальное угловое расстояние между каретками, определяемое конструкцией механизма. Так как область значений функции atan2 в выражении (3.31) равна $[-\pi, \pi]$, следующие неравенства гарантируют, что каретки не столкнутся:

$$\theta_{min} \leq |\theta_1 - \theta_2| \leq 2\pi - \theta_{min}. \quad (3.32)$$

Далее рассмотрим ограничения в двух вращательных шарнирах, оси которых проходят через точки C_j и D_j . Пусть θ_{Cj} и θ_{Dj} — углы поворота в этих шарнирах (Рисунок 3.8а). Для нахождения данных углов введем систему координат $C_jx_{Cj}y_{Cj}z_{Cj}$, связанную с j -й кареткой. Ось C_jy_{Cj} параллельна оси Oz , а ось C_jx_{Cj} направлена противоположно оси Ox при $\theta_j = 0$. Матрица поворота \mathbf{R}_{Cj} определяет ориентацию данной системы координат относительно системы $Oxyz$ и может быть записана следующим образом:

$$\mathbf{R}_{Cj} = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_z(\theta_j)\hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{z}} & \hat{\mathbf{x}} \times (\mathbf{R}_z(\theta_j)\hat{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_j) & 0 & -\sin(\theta_j) \\ -\sin(\theta_j) & 0 & \cos(\theta_j) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

так что матрица перехода \mathbf{T}_{Cj} между системами $C_jx_{Cj}y_{Cj}z_{Cj}$ и $Oxyz$ имеет вид:

$$\mathbf{T}_{Cj} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Cj} & \mathbf{p}_{Cj} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Матрица \mathbf{T}_{Cj} зависит только от угла θ_j , посчитанного в (3.31). Теперь можно перейти к анализу двухподвижного плоского механизма, расположенного в плоскости $C_jx_{Cj}y_{Cj}$ (Рисунок 3.8б). Пусть $\mathbf{p}_{Ej} = [x_j \quad y_j]^T$ — вектор положения точки E_j в системе $C_jx_{Cj}y_{Cj}$. Данный вектор связан с вектором \mathbf{p}_{Ej} матрицей перехода \mathbf{T}_{Cj} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ej} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{Cj} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ej} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

откуда можно определить вектор \mathbf{p}_{Ej} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ej} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{Cj}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ej} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Cj}^T & -\mathbf{R}_{Cj}^T \mathbf{p}_{Cj} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ej} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Для вычисления углов θ_{Cj} и θ_{Dj} применим подход из работы [44, гл. 6] и введем три вспомогательных угла σ_j , ξ_{1j} и ξ_{2j} (Рисунок 3.8б), которые определяются следующими выражениями:

$$\sigma_j = \text{atan2}(y_j, x_j), \xi_{1j} = \arccos\left(\frac{\|\mathbf{p}_{Ej}\|^2 + l_{CD}^2 - l_{DE}^2}{2\|\mathbf{p}_{Ej}\|l_{CD}}\right), \xi_{2j} = \arccos\left(\frac{l_{CD}^2 + l_{DE}^2 - \|\mathbf{p}_{Ej}\|^2}{2l_{CD}l_{DE}}\right), \quad (3.36)$$

где l_{CD} и l_{DE} – длины звеньев C_jD_j и D_jE_j , полагаемые одинаковыми для всех цепей.

Используя эти углы, получаем два набора решений для углов θ_{Cj} и θ_{Dj} :

$$\theta_{Cj} = \sigma_j - \xi_{1j}, \theta_{Cj} = \sigma_j + \xi_{1j}, \theta_{Dj} = \pi - \xi_{2j}, \theta_{Dj} = \xi_{2j} - \pi. \quad (3.38)$$

Первый набор соответствует положению «локоть вниз» при $\theta_{Dj} > 0$, второй — положению «локоть вверх» при $\theta_{Dj} < 0$. Согласно конструкции нижнего модуля (Рисунок 3.1б), выбираем второй набор решений. Полученные углы ограничены следующим образом:

$$\theta_{Cmin} \leq \theta_C \leq \theta_{Cmax}, \theta_{Dmin} \leq \theta_D \leq \theta_{Dmax}, \quad (3.39)$$

где $\theta_{Cmin}, \theta_{Dmin}, \theta_{Cmax}, \theta_{Dmax}$ – минимальные и максимальные значения углов θ_{Cj} и θ_{Dj} , полагаемые одинаковыми для всех цепей.

Вращение в шарнире между шатуном и подвижной платформой ничем не ограничено. Остается проверить угол поворота θ_{Ej} во вращательном шарнире, ось которого проходит через точку E_j . Этот угол измеряется как угол между двумя единичными векторами $\hat{\mathbf{u}}_j$ и $\hat{\mathbf{v}}_j$, направленными вдоль прямой D_jE_j и оси шарнира платформы соответственно (Рисунок 3.9). Данные единичные векторы можно вычислить по формулам:

$$\hat{\mathbf{u}}_j = \frac{\mathbf{p}_{Ej} - \mathbf{p}_{Dj}}{l_{DE}}, \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_j \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_j \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

где \mathbf{p}_{Dj} – вектор положения точки D_j в системе $Oxyz$; $\hat{\mathbf{e}}_j$ — единичный вектор вдоль оси шарнира платформы, выраженный в системе $O_2x_2y_2z_2$. Вектор $\hat{\mathbf{e}}_j$ является постоянным и определяется геометрией нижнего модуля. Вектор \mathbf{p}_{Dj} можно вычислить аналогично выражению (3.35), заменив в нем вектор \mathbf{p}_{Ej} на вектор $\mathbf{p}_{Dj} = [l_{CD}\cos(\theta_j) \quad l_{CD}\sin(\theta_j)]^T$.

Чтобы корректно задать ограничения на угол θ_{Ej} , необходимо обеспечить независимость направления отсчета данного угла от направлений векторов $\hat{\mathbf{u}}_j$ и $\hat{\mathbf{v}}_j$. Для этого введем два вспомогательных вектора. Первый вектор — вектор $\mathbf{k}_j = \hat{\mathbf{u}}_j \cdot \hat{\mathbf{v}}_j$, ортогональный обоим векторам; второй вектор — вектор $\hat{\mathbf{t}}_j$, параллельный оси $C_j z_j$ и равный третьему столбцу матрицы поворота \mathbf{R}_{Cj} из выражения (3.33) (Рисунок 3.9). Используя эти векторы, угол θ_{Ej} можно определить следующим образом:

$$\theta_{Ej} = \begin{cases} \text{acos}(\hat{\mathbf{u}}_j \cdot \hat{\mathbf{v}}_j), & \text{если } \mathbf{k}_j \cdot \hat{\mathbf{t}}_j \geq 0, \\ 2\pi - \text{acos}(\hat{\mathbf{u}}_j \cdot \hat{\mathbf{v}}_j), & \text{если } \mathbf{k}_j \cdot \hat{\mathbf{t}}_j < 0. \end{cases} \quad (3.41)$$

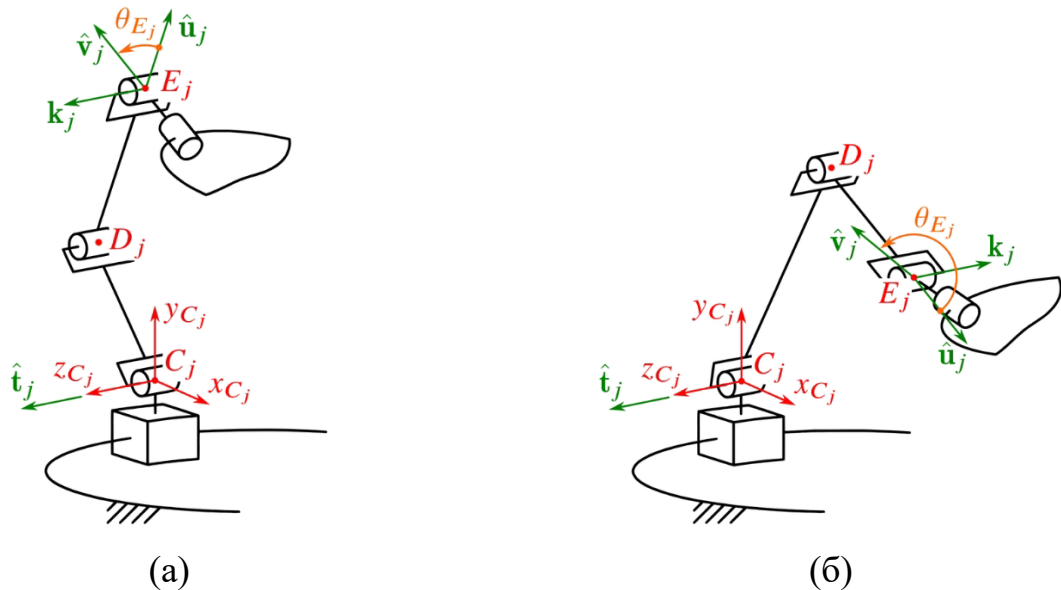


Рисунок 3.9 – Измерение угла θ_{Ej} : (а) векторы \mathbf{k}_j и $\hat{\mathbf{t}}_j$ имеют одинаковые направления; (б) векторы \mathbf{k}_j и $\hat{\mathbf{t}}_j$ имеют противоположные направления

В первом случае векторы \mathbf{k}_j и $\hat{\mathbf{t}}_j$ имеют одинаковые направления, а угол $\theta_{Ej} \in [0^\circ, 180^\circ]$ (Рисунок 3.9а). Во втором случае векторы \mathbf{k}_j и $\hat{\mathbf{t}}_j$ имеют противоположные направления, и угол $\theta_{Ej} \in (0^\circ, 180^\circ)$ (Рисунок 3.9б). Теперь можно определить ограничения на угол θ_{Ej} :

$$\theta_{Emin} \leq \theta_{Ej} \leq \theta_{Emax}, \quad (3.42)$$

где θ_{Emin} и θ_{Emax} – минимальное и максимальное значения угла θ_{Ej} , полагаемые одинаковыми для всех цепей. На этом анализ механических ограничений нижнего модуля завершается.

3.2.2 Анализ пересечения звеньев верхнего и нижнего модулей

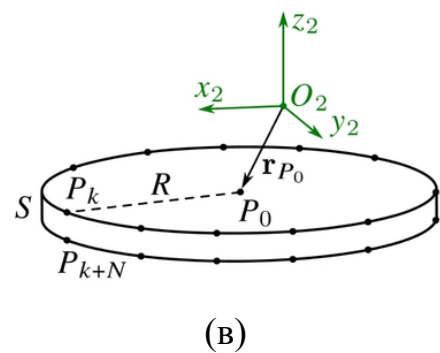
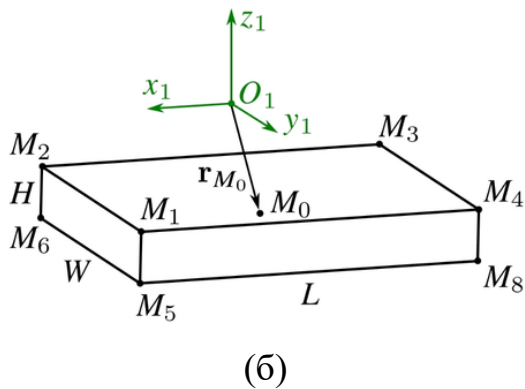
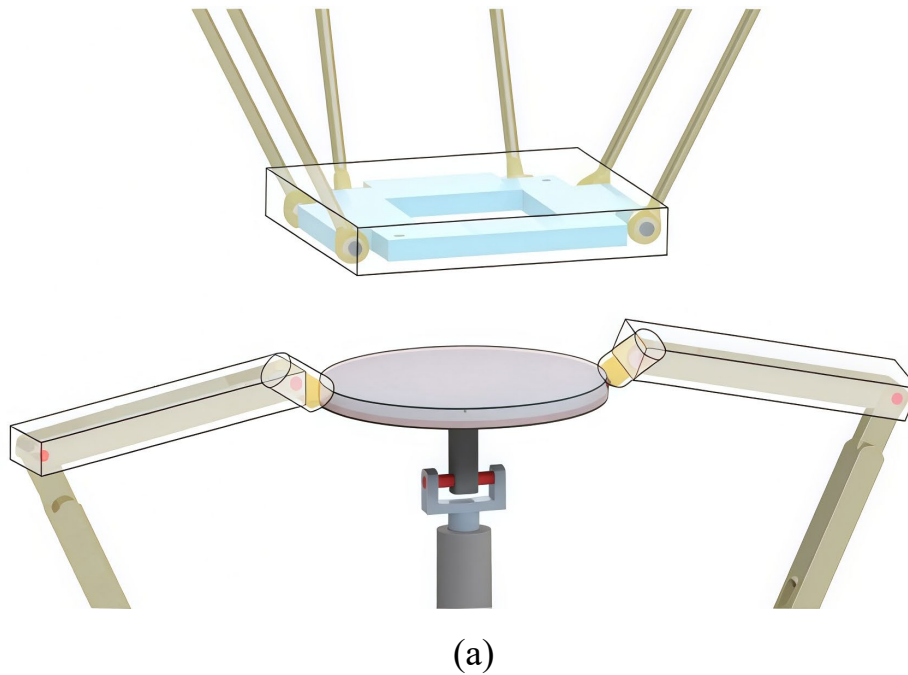
Соблюдение механических ограничений, рассмотренных в предыдущем разделе, само по себе не гарантирует отсутствия пересечения звеньев между верхним и нижним модулями. Под такими пересечениями понимаются столкновения звеньев модулей, что влияет на рабочую зону системы относительного манипулирования и должно учитываться для ее корректного расчета. Задача выявления столкновений звеньев системы напрямую связана с анализом столкновений твердых тел, моделирующих данные звенья. Для решения этой задачи разработано множество методов [103, 104]. В настоящей работе будет использован классический алгоритм Гилберта — Джонсона — Кирти (Gilbert — Johnson — Keerthi, GJK) [105]. Данный вычислительно эффективный алгоритм позволяет определить расстояние между выпуклыми телами и тем самым установить факт их столкновения. Основная идея GJK алгоритма заключается в вычислении разности Минковского двух выпуклых подмножеств евклидова пространства и расчете опорных функций на этой разности. Математические основы метода можно найти в оригинальной работе и других источниках [106-108].

Далее продемонстрировано, как данный алгоритм адаптирован к рассматриваемой системе относительного манипулирования. Согласно ее конструктивному исполнению, верхняя подвижная платформа должна перемещаться над нижней подвижной платформой. В связи с этим имеют место следующие возможные случаи столкновений между звеньями модулей, представленные на Рисунке 3.10а:

1. Столкновение верхней платформы с нижней платформой.
2. Столкновение верхней платформы с шатунами нижнего модуля.
3. Столкновение верхней платформы с верхними рычагами нижнего модуля.

В данном разделе использован оригинальный GJK алгоритм [105], в котором анализируемые твердые тела рассматриваются не как произвольные выпуклые объекты, а как выпуклые многогранники. Таким образом, каждое из упомянутых звеньев представим в виде выпуклого многогранника. Далее описывается такая форма представления.

Для верхней подвижной платформы можно сопоставить прямоугольный параллелепипед, который охватывает платформу и ее сферические шарниры (Рисунок 3.10б). Параллелепипед определяется координатами своих вершин. Пусть M_0 — центр параллелепипеда, а $M_k, k = 1, \dots, 8$, — его вершины, где точки M_1, \dots, M_4 и M_5, \dots, M_8 лежат на верхней и нижней гранях параллелепипеда соответственно.



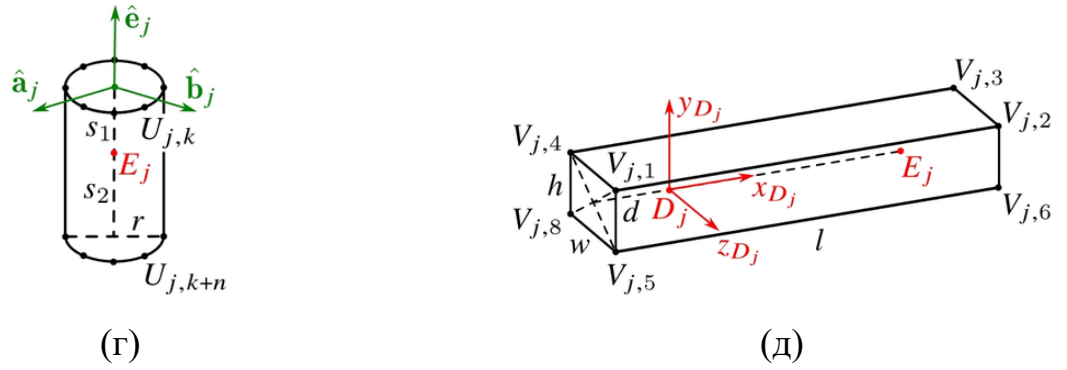


Рисунок 3.10 – Анализ столкновений звеньев верхнего и нижнего модулей:

- (а) выпуклые тела, охватывающие звенья, которые могут столкнуться;
- (б) параллелепипед, охватывающий верхнюю платформу; (в) цилиндр, охватывающий нижнюю платформу; (г) цилиндр, охватывающий j -й шатун;
- (д) параллелепипед, охватывающий j -й верхний рычаг

Координаты \mathbf{r}_{Mk} этих точек в системе координат $O_1x_1y_1z_1$ записываются следующим образом:

$$\mathbf{r}_{Mk} = \mathbf{r}_{M0} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \varepsilon_k L \\ \delta_k W \\ \zeta_k H \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1, & \text{если } k = 1, 2, 5, 6, \\ -1, & \text{если } k = 3, 4, 7, 8, \end{cases} \quad \delta_k = \begin{cases} 1, & \text{если } k = 1, 4, 5, 8, \\ -1, & \text{если } k = 2, 3, 6, 7, \end{cases}$$

$$\zeta_k = \begin{cases} 1, & \text{если } k = 1, 2, 3, 4, \\ -1, & \text{если } k = 5, 6, 7, 8, \end{cases}$$

где \mathbf{r}_{M0} – вектор положения точки M_0 в системе $O_1x_1y_1z_1$; L , W и H — длина, ширина и высота параллелепипеда. Перечисленные параметры имеют постоянные значения, определяемые конструкцией системы относительного манипулирования.

Для нижней подвижной платформы сопоставим прямой круговой цилиндр радиуса R и высоты S (Рисунок 3.10в). Чтобы представить цилиндр в виде выпуклого многогранника, разобьем каждую его круговую границу на N точек. Пусть P_0 – центр верхнего основания цилиндра, а P_k , $k = 1, \dots, 2N$, – точки границ, так что точки P_1, \dots, P_N принадлежат верхнему основанию, а точки P_{N+1}, \dots, P_{2N} –

нижнему основанию цилиндра. Координаты \mathbf{r}_{Pk} этих точек в системе координат $O_2x_2y_2z_2$ имеют вид:

$$\mathbf{r}_{Pk} = \begin{cases} \mathbf{r}_{P0} + \begin{bmatrix} R \cos\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \\ R \sin\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \\ 0 \end{bmatrix}, & \text{если } k = 1, \dots, N, \\ \mathbf{r}_{Pk-N} - S\hat{\mathbf{z}}, & \text{если } k = N + 1, \dots, 2N, \end{cases} \quad (3.44)$$

где \mathbf{r}_{P0} – это вектор положения точки P_0 в системе $O_2x_2y_2z_2$. Параметры R , S и \mathbf{r}_{P0} зависят от конструкции платформы и имеют известные постоянные значения.

Каждому шатуну можно также сопоставить прямой круговой цилиндр (Рисунок 3.10г). Согласно конструктивному исполнению системы относительного манипулирования, ось j -го цилиндра, $j = 1, 2$, проходит через точку E_j с координатами \mathbf{r}_{Ej} и направлена вдоль вектора $\hat{\mathbf{e}}_j$ (в системе координат $O_2x_2y_2z_2$). Пусть r — радиус цилиндра, а s_1 и s_2 – расстояния от точки E_j до верхнего и нижнего оснований цилиндра соответственно. Поскольку цилиндр симметричен относительно своей оси, вращением шатуна относительно подвижной платформы можно пренебречь. Таким образом, параметры \mathbf{r}_{Ej} , $\hat{\mathbf{e}}_j$, r , s_1 и s_2 полностью определяют геометрию цилиндра в системе координат $O_2x_2y_2z_2$. Данные параметры имеют известные значения, зависящие от конструкции системы относительного манипулирования. Чтобы представить цилиндр в виде выпуклого многогранника, используем тот же подход, что и ранее, и разобьем каждую круговую границу на n точек. Пусть $U_{j,k}$, $k = 1, \dots, 2n$ – точки границ, так что $U_{j,1}, \dots, U_{j,n}$ и $U_{j,n+1}, \dots, U_{j,2n}$ расположены на верхнем и нижнем основаниях j -го цилиндра соответственно. Данные точки имеют координаты $\mathbf{r}_{Uj,k}$ в системе $O_2x_2y_2z_2$:

$$\mathbf{r}_{Uj,k} = \begin{cases} \mathbf{r}_{Ej} + s_1\hat{\mathbf{e}}_j + r \left(\cos\left(\frac{2\pi(k-1)}{n}\right)\hat{\mathbf{a}}_j + \sin\left(\frac{2\pi(k-1)}{n}\right)\hat{\mathbf{b}}_j \right), & \text{если } k = 1, \dots, n, \\ \mathbf{r}_{Uj,k-n} - (s_1 + s_2)\hat{\mathbf{e}}_j, & \text{если } k = n + 1, \dots, 2n, \end{cases} \quad (3.45)$$

где $\hat{\mathbf{a}}_j$ и $\hat{\mathbf{b}}_j$ — два ортонормированных вектора, ортогональных вектору $\hat{\mathbf{e}}_j$:

$$\text{span}(\{\hat{\mathbf{a}}_j, \hat{\mathbf{b}}_j\}) = \text{null}(\hat{\mathbf{e}}_j^T). \quad (3.46)$$

Выражений (3.33) – (3.35) достаточно для анализа столкновений между верхней платформой, нижней платформой и шатунами. Для этого необходимо преобразовать координаты \mathbf{r}_{Mk} из системы $O_1x_1y_1z_1$ в систему $O_2x_2y_2z_2$ с помощью матрицы перехода \mathbf{T} . Таким образом, анализ данных столкновений проводится в системе $O_2x_2y_2z_2$ без необходимости преобразования координат \mathbf{r}_{Pk} и $\mathbf{r}_{Uj,k}$.

Наконец, можно использовать прямоугольный параллелепипед для представления геометрии каждого верхнего рычага (Рисунок 3.10д). Пусть $V_{j,k}$, $k=1, \dots, 8$, – вершины j -го параллелепипеда, $j=1, 2$, так что $V_{j,1}, \dots, V_{j,4}$ и $V_{j,5}, \dots, V_{j,8}$ соответствуют его верхней и нижней граням. Чтобы найти координаты этих вершин, сначала введем систему координат $D_jx_{Dj}y_{Dj}z_{Dj}$, связанную с j -м верхним рычагом. Ее ось D_jx_{Dj} совпадает с прямой D_jE_j , а ось D_jz_{Dj} направлена также, как ось C_jz_{Cj} . Координаты $\mathbf{r}_{Vj,k}$ вершин параллелепипеда в системе $D_jx_{Dj}y_{Dj}z_{Dj}$ можно записать следующим образом:

$$\mathbf{r}_{Vj,k} = \begin{cases} \begin{bmatrix} -d \\ \zeta_k h/2 \\ \varepsilon_k w/2 \end{bmatrix}, & \text{если } k = 1, 4, 5, 8, \\ \mathbf{r}_{Vj,k-4} + l\hat{\mathbf{x}}, & \text{если } k = 2, 3, 6, 7, \end{cases} \quad (3.47)$$

где l , w и h – длина, ширина и высота параллелепипеда; d – расстояние от точки D_j до левой грани параллелепипеда; ζ_k и ε_k имеют тот же смысл, что в формуле (3.43). Все перечисленные параметры имеют постоянные значения, определяемые конструкцией системы относительного манипулирования.

Для анализа столкновений между верхней платформой и j -м верхним рычагом необходимо выразить координаты \mathbf{r}_{Mk} и $\mathbf{r}_{Vj,k}$ в одной системе координат, например, в системе координат $Oxyz$ основания. Пусть \mathbf{p}_{Mk} и $\mathbf{p}_{Vj,k}$ обозначают эти координаты в указанной системе. Данные координаты можно вычислить с помощью матриц перехода \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_{Dj} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Mk} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{Mk} \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Vj,k} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{Dj} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{Vj,k} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.48)$$

где \mathbf{T}_{Dj} – матрица перехода между системами координат $D_j x_{Dj} y_{Dj} z_{Dj}$ и $Oxyz$:

$$\mathbf{T}_{Dj} = \mathbf{T}_{Cj} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Z(\theta_{Cj}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & l_{DE} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Z(\theta_{Dj}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Таким образом, все рассматриваемые звенья представлены в виде выпуклых многогранников и получены выражения для расчета координат их вершин в явном виде. Этой информации достаточно для реализации GJK алгоритма и проверки столкновений звеньев. На этом завершается теоретический анализ рабочей зоны механической системы относительного манипулирования и далее рассматриваются численные примеры.

Проведем анализ двух типов рабочих зон, характерных для робототехнических систем [109, гл. 7]:

1. Рабочей зоны постоянной ориентации — множества достижимых положений верхней подвижной платформы относительно нижней при их фиксированной относительной ориентации. В этом случае определяется множество векторов положения \mathbf{p} при заданной матрице поворота \mathbf{R} .

2. Рабочей зоны постоянного положения — множества достижимых ориентаций верхней подвижной платформы относительно нижней при их фиксированном относительном положении. В этом случае определяется множество матриц поворота \mathbf{R} при заданном векторе положения \mathbf{p} .

Для упрощения анализа и наглядного представления результатов параметризуем матрицу поворота \mathbf{R} с помощью углов наклона и кручения [101, 110]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\psi) \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_z(\sigma - \psi), \quad (3.50)$$

где ψ , θ и σ – углы азимута, наклона и кручения соответственно.

Угол θ характеризует наклон верхней платформы относительно нижней, угол ψ определяет направление этого наклона, а угол σ задает собственное вращение (кручение). Более подробное описание такой параметризации и ее преимуществ можно найти в работе [110].

Геометрические параметры рассматриваемой системы соответствуют ее компьютерной модели (Рисунок 2.4) и имеют следующие значения:

- Верхний модуль:

$$\mathbf{p}_{A1} = \begin{bmatrix} 256 \\ 0 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{p}_{A2} = \begin{bmatrix} 50 \\ -256 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{p}_{A3} = \begin{bmatrix} -50 \\ -256 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{p}_{A4} = \begin{bmatrix} -256 \\ 0 \end{bmatrix} \text{мм},$$

$$\mathbf{r}_{B1} = \begin{bmatrix} 84,5 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{r}_{B2} = \begin{bmatrix} 50 \\ -84,5 \\ -6 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{r}_{B3} = \begin{bmatrix} -50 \\ -84,5 \\ -6 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{r}_{B4} = \begin{bmatrix} -84,5 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix} \text{мм},$$

$$l_{AB} = 380 \text{ мм}.$$

- Нижний модуль:

$$l_{OF} = 204 \text{ мм}, \quad l_{FO2} = 57,7 \text{ мм}, \quad R_C = 183,7 \text{ мм}, \quad z_C = 100,3 \text{ мм}, \quad l_{CD} = l_{DE} =$$

$$150 \text{ мм}, \quad \mathbf{r}_{E1} = \begin{bmatrix} 100,5 \\ 0 \\ 5,9 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \mathbf{r}_{E2} = \begin{bmatrix} -100,5 \\ 0 \\ 5,9 \end{bmatrix} \text{мм}, \quad \hat{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{R}_y(-32,2^\circ)\hat{\mathbf{x}},$$

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{R}_y(212,2^\circ)\hat{\mathbf{x}}.$$

Ограничения в шарнирах и приводах нижнего и верхнего модулей взяты согласно спецификации используемых деталей и приведены ниже:

- Верхний модуль:

$$h_{min} = 490 \text{ мм}, \quad h_{max} = 930 \text{ мм}, \quad \psi_{Amin} = \psi_{Bmin} = 0^\circ, \quad \psi_{Amax} = \psi_{Bmax} = 180^\circ, \quad \eta_{Amin} = \eta_{Bmin} = -20^\circ, \quad \eta_{Amax} = \eta_{Bmax} = 20^\circ.$$

- Нижний модуль:

$$\beta_{min} = -70^\circ, \quad \beta_{max} = 70^\circ, \quad \theta_{min} = 8^\circ, \quad \theta_{Cmin} = -5^\circ, \quad \theta_{Cmax} = 180^\circ, \quad \theta_{Dmin} = -160^\circ, \quad \theta_{Dmax} = 160^\circ, \quad \theta_{Emin} = 20^\circ, \quad \theta_{Emax} = 340^\circ.$$

Наконец, параметры звеньев, для которых проводится анализ возможных столкновений, следующие:

- Верхняя подвижная платформа:

$$\mathbf{r}_{M0} = \begin{bmatrix} 0 \\ -12,3 \\ -5 \end{bmatrix} \text{ мм}, L = 189 \text{ мм}, W = 164 \text{ мм}, H = 22 \text{ мм}$$

- Нижняя подвижная платформа:

$$\mathbf{r}_{P0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ мм}, R = 78,7 \text{ мм}, S = 13,1 \text{ мм}, N = 12.$$

- Шатуны:

$$r = 10,2 \text{ мм}, s_1 = 0 \text{ мм}, s_2 = 28,1 \text{ мм}, n = 12.$$

- Верхние рычаги:

$$d = 7,9 \text{ мм}, l = 2d + l_{DE} = 165,8 \text{ мм}, w = 28,1 \text{ мм}, h = 15,7 \text{ мм}.$$

Все последующие алгоритмы реализованы на языке программирования Julia [111]. GJK алгоритм был реализован с использованием пакета EnhancedGJK.jl.

При анализе рабочих зон сначала проверялись ограничения в шарнирах, а затем пересечение звеньев. На Рисунках 3.11 – 3.18 представлены полученные результаты. На всех рисунках зеленые области показывают рабочую зону, которая удовлетворяет всем ограничениям, а красные области — точки рабочей зоны, которые удовлетворяют ограничениям в шарнирах, но нарушают условие отсутствия столкновений звеньев.

3.2.3 Рабочая зона при постоянной ориентации

Для анализа рабочей зоны постоянной ориентации была проведена дискретизация компонент x , y и z вектора положения \mathbf{p} в диапазонах $[-200; 200]$ мм, $[-250; 250]$ мм и $[0; 400]$ мм соответственно с шагом 5 мм для каждой компоненты. В первом примере рассматривается нулевая относительная ориентация модулей: $\psi = \theta = \sigma = 0^\circ$. Результаты показаны на Рисунке 3.11.

Рабочая зона постоянной ориентации имеет симметричную форму, что соответствует симметричной конструкции исследуемой системы. Рабочая зона охватывает прямоугольный параллелепипед со сторонами 250 мм, 250 мм и 300 мм в направлении x , y и z соответственно. Отметим, что нижняя часть анализируемого пространства ($z < 30$ мм) исключена из-за пересечения звеньев.

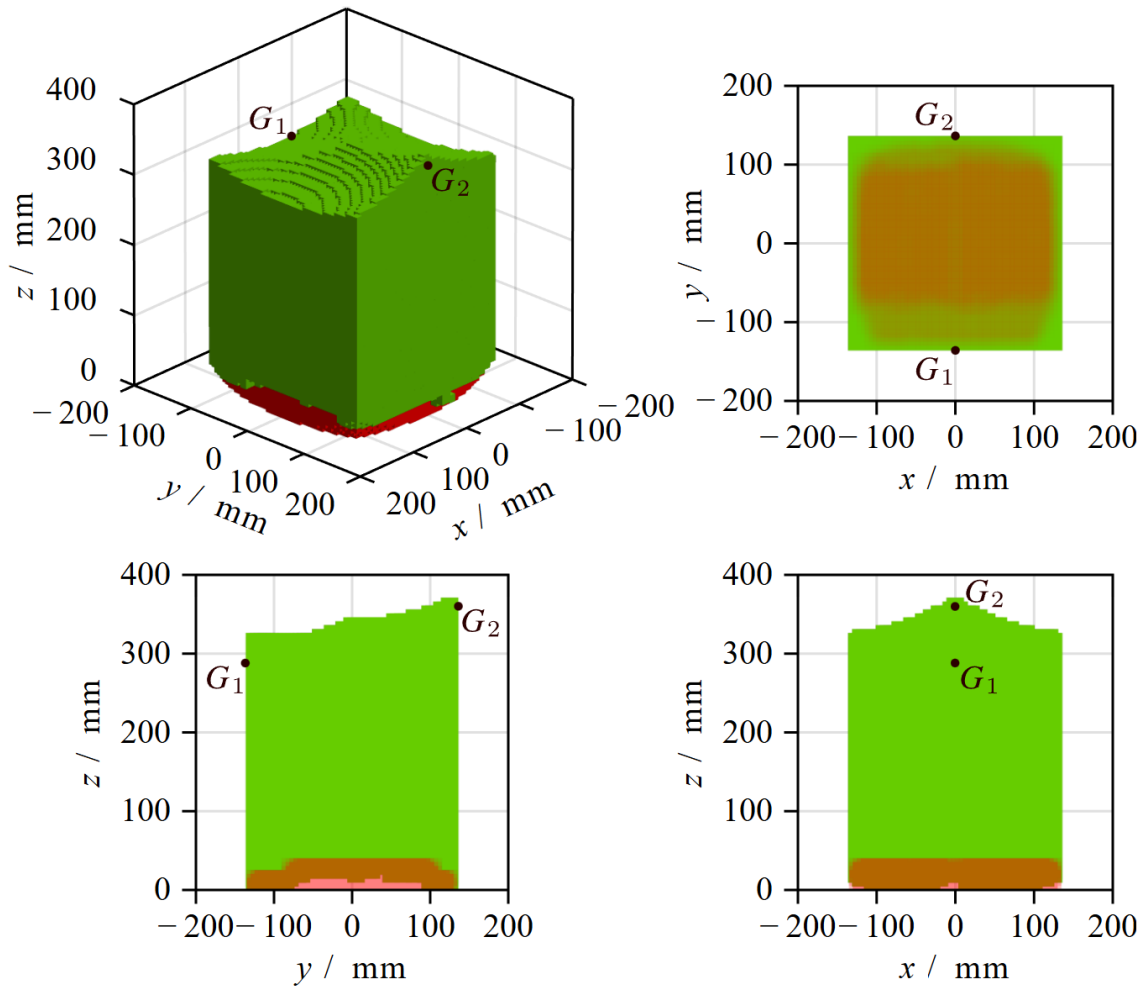


Рисунок 3.11 – Рабочая зона постоянной ориентации и ее проекции при

$$\psi = \theta = \sigma = 0^\circ$$

Во втором примере рассматривается наклонная конфигурация, когда: $\psi = 0^\circ$, $\theta = -30^\circ$, $\sigma = 0^\circ$. В этом случае верхняя платформа наклоняется вокруг оси O_2y_2 , в то время как нижняя платформа сохраняет нулевую ориентацию. Из Рисунка 3.12 видно, что рабочая зона уменьшилась более чем вдвое, а точки с $x > 0$ мм недостижимы при такой ориентации. Точки с $z < 75$ мм также недостижимы из-за пересечения звеньев модулей.

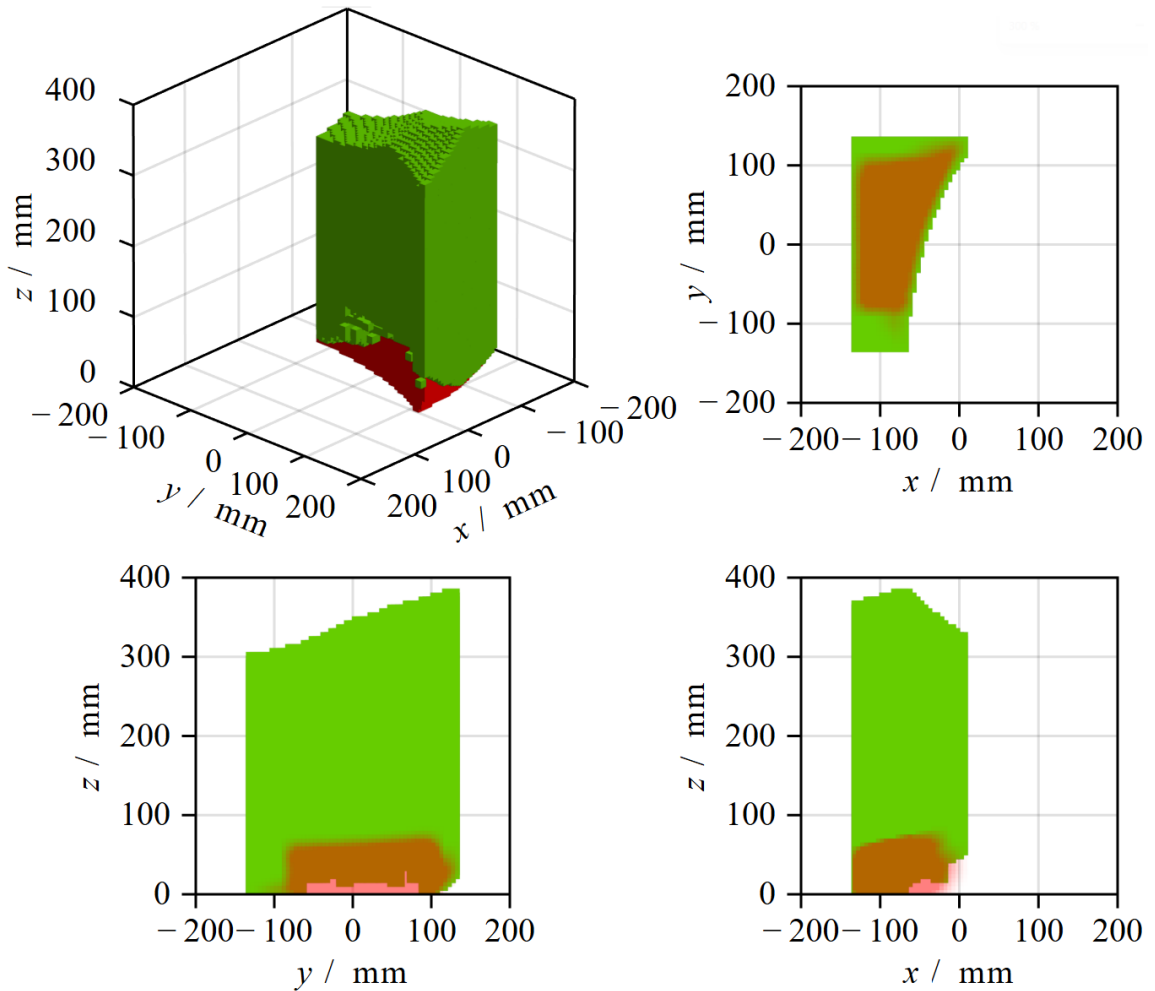


Рисунок 3.12 – Рабочая зона постоянной ориентации и ее проекции при
 $\psi = 0^\circ, \theta = -30^\circ, \sigma = 0^\circ$

В третьем примере оставим тот же угол наклона, но изменим направление оси наклона: $\psi = 30^\circ, \theta = -30^\circ, \sigma = 0^\circ$. Теперь обе платформы, верхняя и нижняя, должны вращаться, чтобы достичь такой относительной ориентации. Результаты на Рисунке 3.13 схожи с результатами Рисунка 3.12, но вся рабочая зона наклонена, что отражает изменение оси наклона.

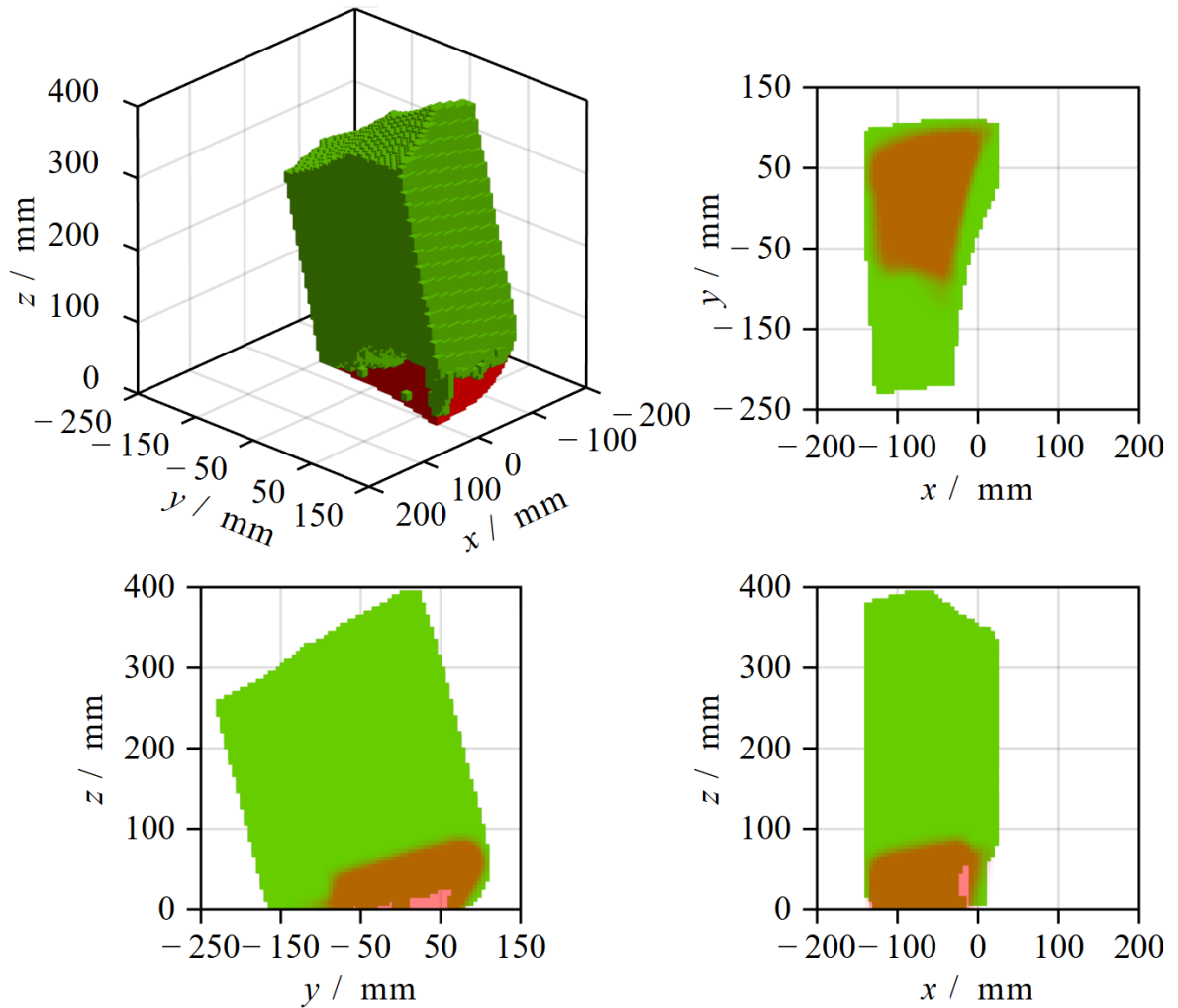


Рисунок 3.13 – Рабочая зона постоянной ориентации и ее проекции при $\psi = 30^\circ$, $\theta = -30^\circ$, $\sigma = 0^\circ$

Наконец, добавим к предыдущему примеру ненулевой угол кручения: $\psi = 30^\circ$, $\theta = -30^\circ$, $\sigma = 45^\circ$. На Рисунке 3.14 показана вычисленная рабочая зона постоянной ориентации. Хотя рабочая зона по-прежнему имеет большой габарит в направлении z (около 300 мм), она имеет несимметричную форму и значительно ограничена в направлениях x и y , а точки с $x > 0$ мм остаются недостижимыми.

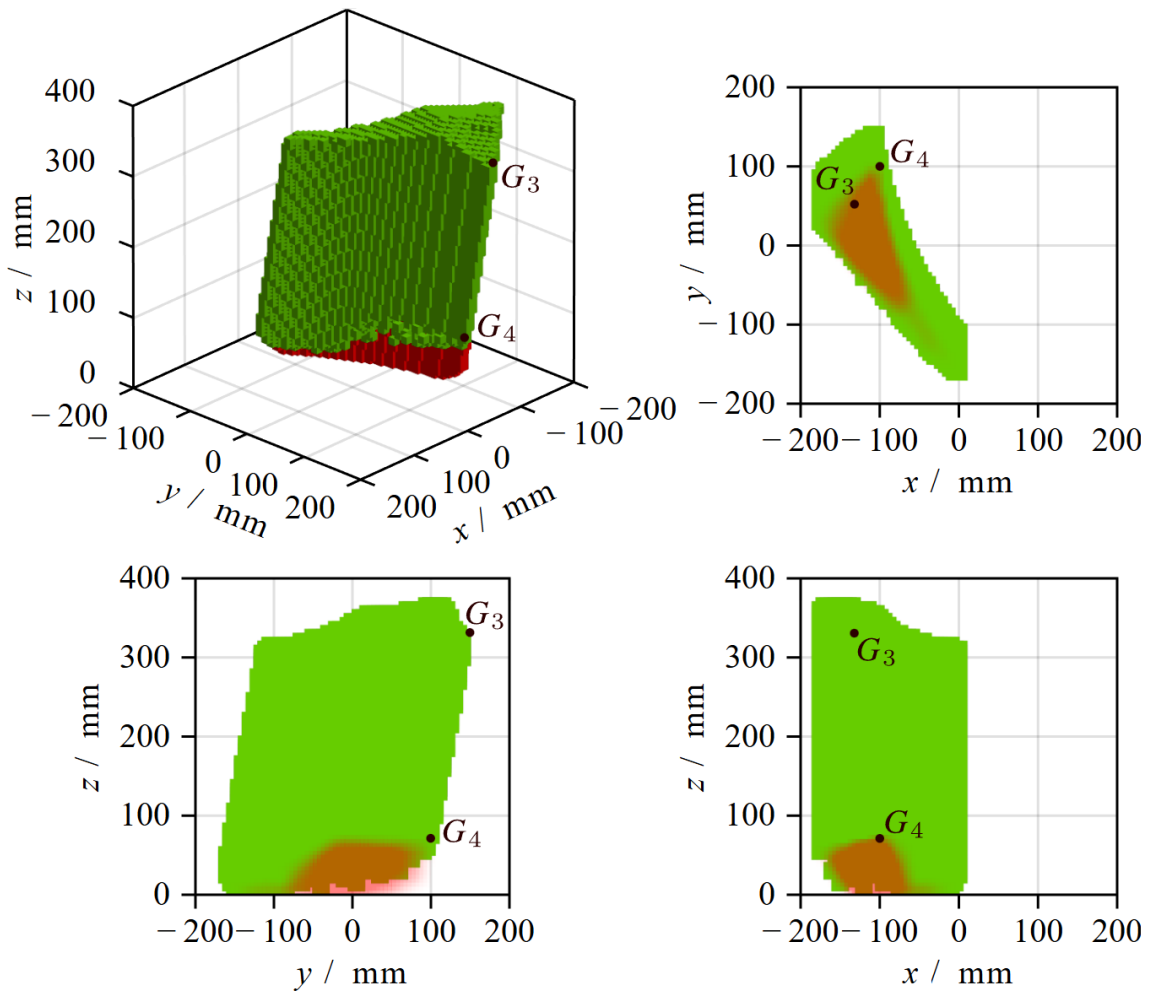


Рисунок 3.14 – Рабочая зона постоянной ориентации и ее проекции при
 $\psi = 30^\circ$, $\theta = -30^\circ$, $\sigma = 45^\circ$

3.2.4 Рабочая зона при постоянном положении

Анализ рабочей зоны постоянного положения проведем в полярной системе координат [101]. Для каждого рассматриваемого значения угла кручения σ строится плоская диаграмма в полярных осях, где радиальная координата пропорциональна углу наклона θ , а угловая координата соответствует углу азимута ψ .

Зададим перечисленные угловые параметры следующим образом. Сначала дискретизируем угол наклона θ в интервале $[0^\circ, 90^\circ]$ с шагом $2,5^\circ$. Затем дискретизируем угол азимута ψ в интервале $[0^\circ, 360^\circ]$, причем число p его значений зависит от величины угла θ . Если $\theta = 0^\circ$, угол азимута не определен, и предполагается $\psi = 0^\circ$. Если $\theta \neq 0^\circ$, число p вычисляется следующим образом:

$$p = p_{max} \left[\frac{\theta}{\theta_{max}} \right], \quad (3.51)$$

где θ_{max} – максимальное рассматриваемое значение угла θ , равное в рассматриваемых примерах 90° ; p_{max} – число значений угла ψ при $\theta = \theta_{max}$, и задается $p_{max} = 120$; $[*]$ — функция округления вверх, которая возвращает наименьшее целое число, большее или равное своему аргументу.

Формула (3.51) обеспечивает равномерную дискретизацию пространства полярных координат и позволяет избежать слишком плотной дискретизации около начала координат, в отличие от обычной (независимой) дискретизации параметров ψ и θ . В последующих примерах используется данный подход и рассматривается анализ рабочей зоны для трех различных значений угла наклона θ : 0° , 20° , 40° и 60° .

В первом примере исследуем рабочую зону постоянного положения для точки, близкой к геометрическому центру рабочей зоны постоянной ориентации, изображенной на Рисунке 3.11: $x = y = 0$ мм, $z = 150$ мм. На Рисунке 3.15 показаны результаты расчета. Для каждого значения угла кручения σ верхняя платформа может наклоняться относительно нижней платформы на 20° в любом направлении. Когда угол азимута ψ близок к 90° или 270° , верхняя платформа может наклоняться сильнее: угол наклона θ достигает 40° и даже 60° при $\sigma = 40^\circ$.

Во втором примере рассматривается рабочая зона постоянного положения для точки на той же высоте, но смещенной в направлении x : $x = 100$ мм, $y = 0$ мм, $z = 150$ мм. Из Рисунка 3.16 видно, что верхняя платформа может наклоняться только в ограниченном секторе. Так, из графиков для $\sigma = 0^\circ$ и $\sigma = 20^\circ$ следует, что угол наклона θ достигает 40° , но наклоны возможны только для углов азимута ψ , лежащих в интервале $[-90^\circ, 90^\circ]$. Рабочая зона постоянного положения уменьшается по мере увеличения угла кручения σ .

В третьем примере добавим такое же смещение в направлении y : $x = 100$ мм, $y = 100$ мм, $z = 150$ мм. Согласно результатам, представленным на Рисунке 3.17, сектор ψ допустимых углов наклона уменьшается еще больше. Чем больше угол

кручения σ , тем уже данный сектор, но при этом угол наклона θ может достигать 60° для каждого рассматриваемого значения угла σ .

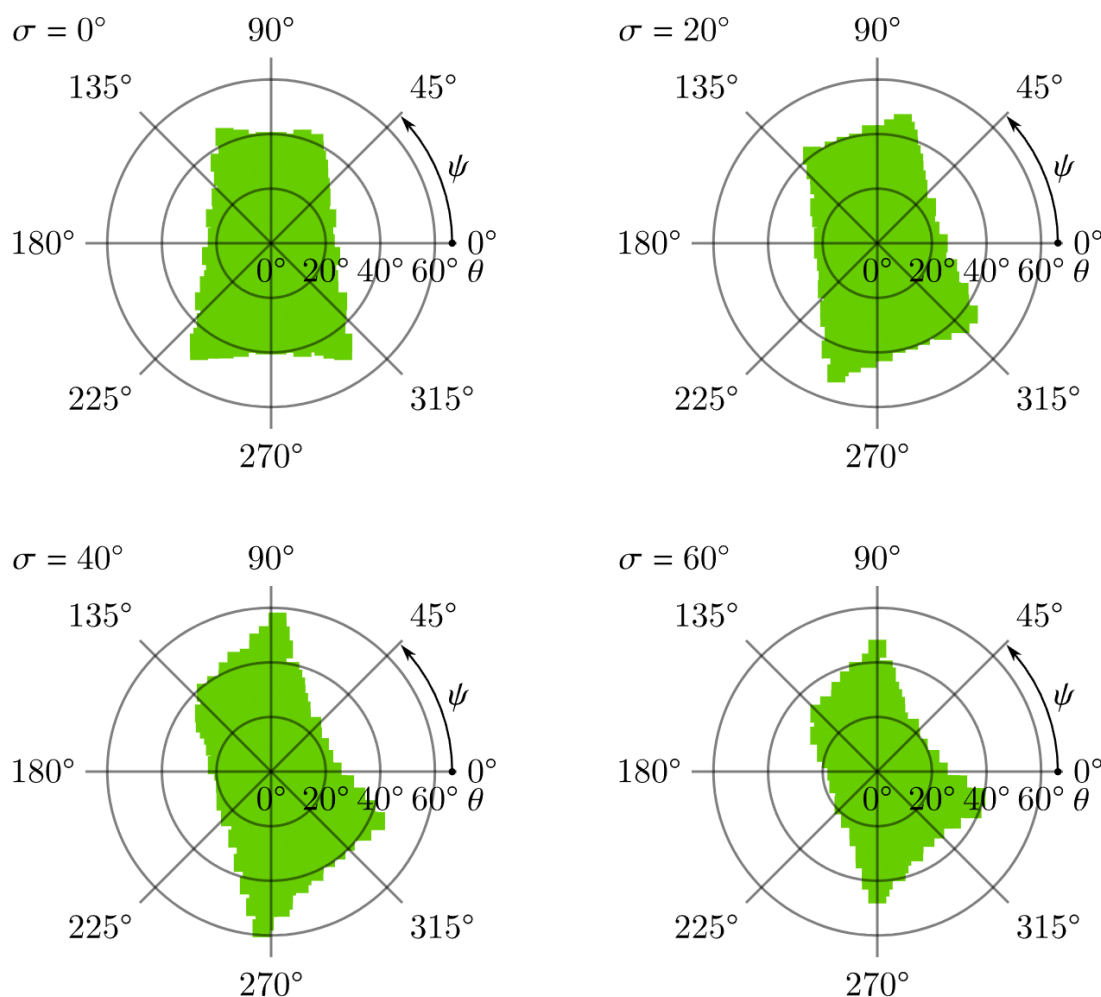


Рисунок 3.15 – Рабочая зона постоянного положения
при $x = y = 0$ мм, $z = 150$ мм

В предыдущих примерах анализ рабочей зоны постоянного положения проводился для случая, когда верхняя платформа находилась над нижней таким образом, что звенья верхнего и нижнего модулей не пересекались. В четвертом примере рассматривается случай, когда платформы находятся достаточно близко друг к другу, так что высота исследуемой точки вдвое меньше: $x = y = 0$ мм, $z = 75$ мм. На Рисунке 3.18 показана полученная рабочая зона постоянного положения. Области пересечения звеньев (красные зоны на каждой диаграмме) ограничивают угол наклона: так, угол θ ограничен 40° , хотя он мог бы

достигать 60° и даже больших значений, если бы столкновение звеньев модулей не учитывалось.

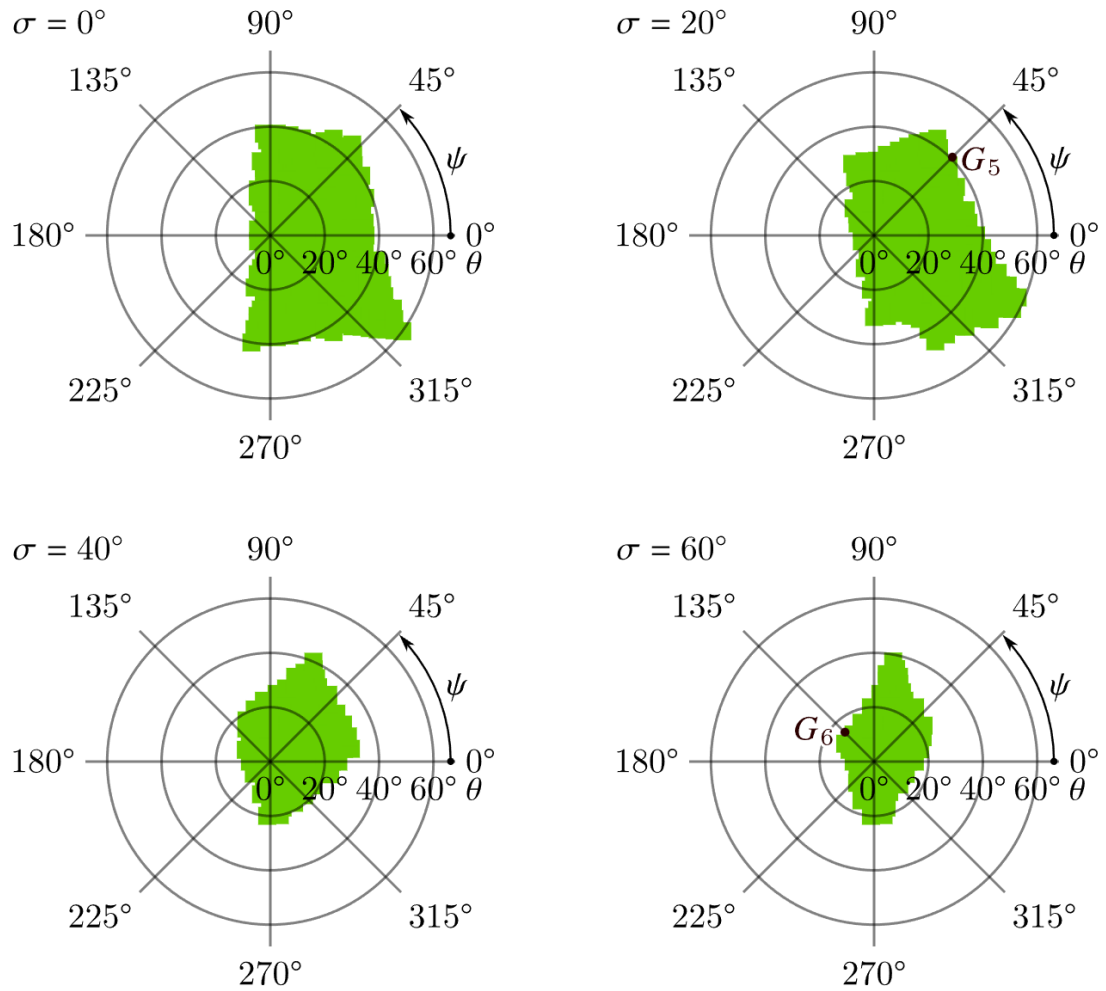


Рисунок 3.16 – Рабочая зона постоянного положения

при $x = 100$ мм, $y = 0$ мм, $z = 150$ мм

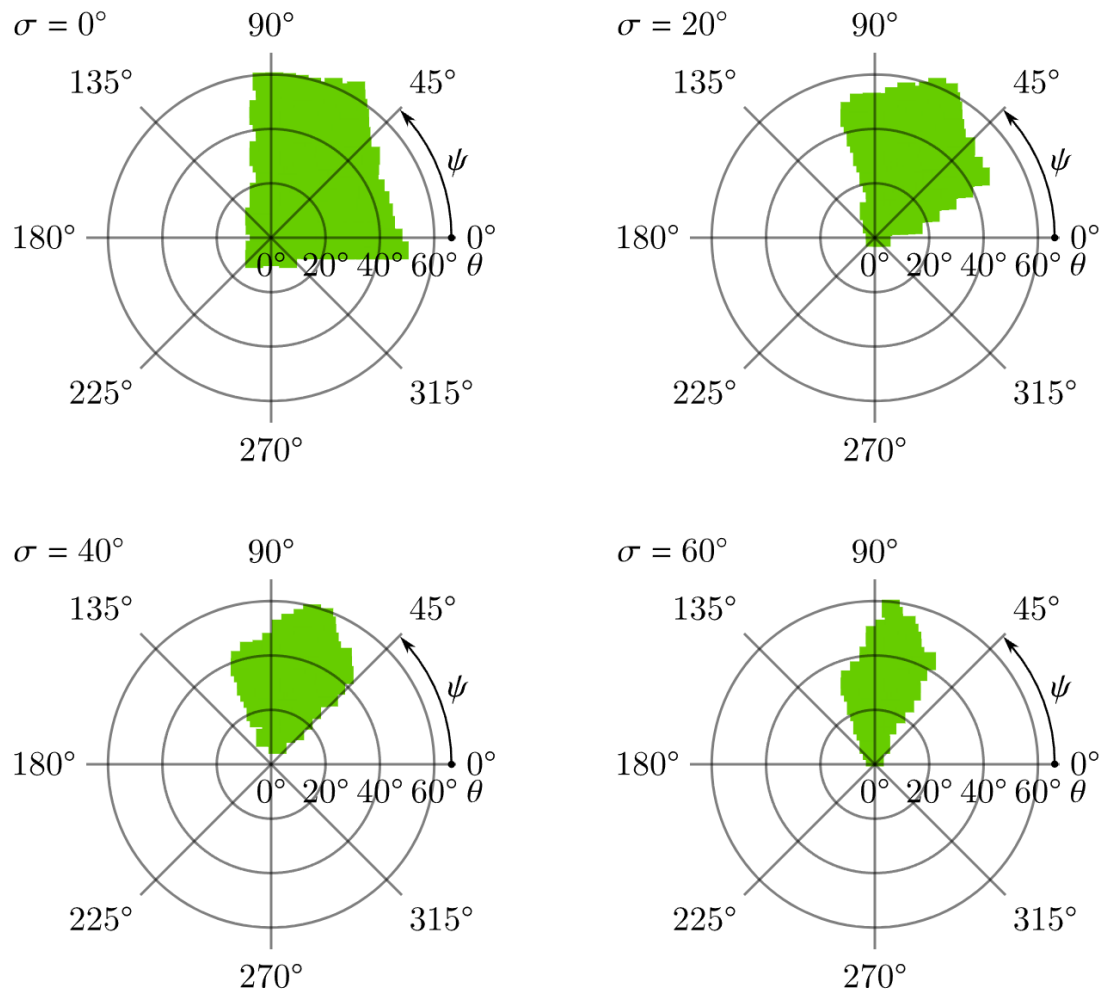


Рисунок 3.17 – Рабочая зона постоянного положения
при $x = 100$ мм, $y = 100$ мм, $z = 150$ мм

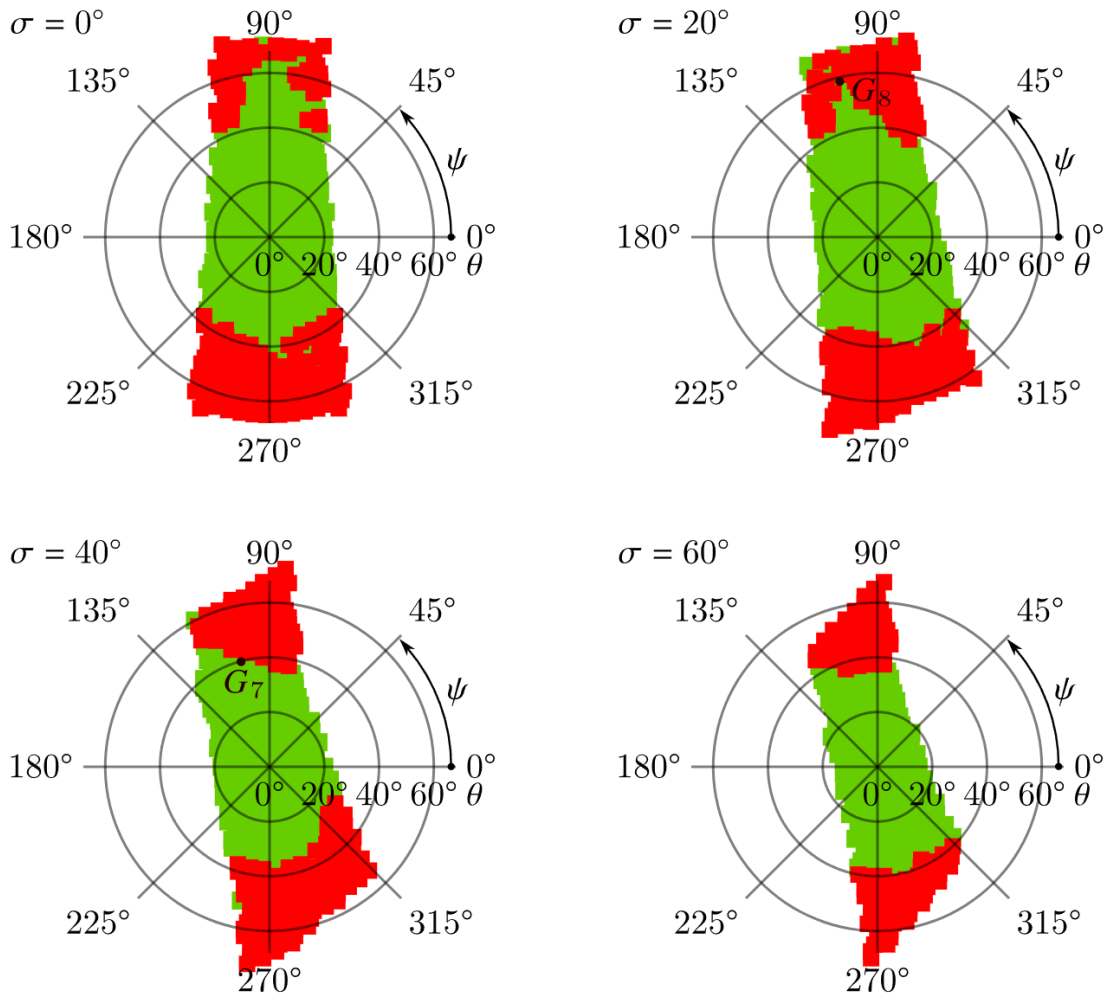


Рисунок 3.18 – Рабочая зона постоянного положения

при $x = y = 0$ мм, $z = 75$ мм

3.2.5 Верификация полученных результатов при помощи моделирования в САПР

Для проверки теоретических результатов, полученных в предыдущих разделах, была проведена серия моделирований в программе КОМПАС 3D с использованием компьютерной модели, показанной на Рисунке 2.4. Было выбрано несколько точек в рабочих зонах, представленных на Рисунках 3.11–3.18. Каждая точка соответствовала определенной относительной конфигурации модулей, и было проверено, может ли система относительного манипулирования достигать рассматриваемой конфигурации. Стоит отметить, что при использовании САПР обеспечить точное расположение подвижных платформ друг относительно друга достаточно сложно, особенно при их наклоне. Для решения этой проблемы сначала

была решена обратная задача кинематики для каждой выбранной точки, после чего каретки модулей были выставлены в соответствии с полученным решением. Такой подход гарантирует, что относительная конфигурация подвижных платформ соответствует выбранной точке.

В данном разделе представлены результаты для восьми точек G_1, \dots, G_8 , и в таблице 3.1 указаны значения линейных параметров x , y и z и угловых параметров ψ , θ и σ , соответствующих этим точкам. Рассматриваемые точки выбраны следующим образом:

- Точки G_1 и G_2 лежат на верхней граничной поверхности рабочей зоны постоянной ориентации на Рисунке 3.11.
- Точки G_3 и G_4 лежат на передней граничной кромке рабочей зоны постоянной ориентации на Рисунке 3.14.
- Точки G_5 и G_6 лежат на границе рабочей зоны постоянного положения на Рисунке 3.16.
- Точки G_7 и G_8 лежат на границе рабочей зоны постоянного положения на Рисунке 3.18.

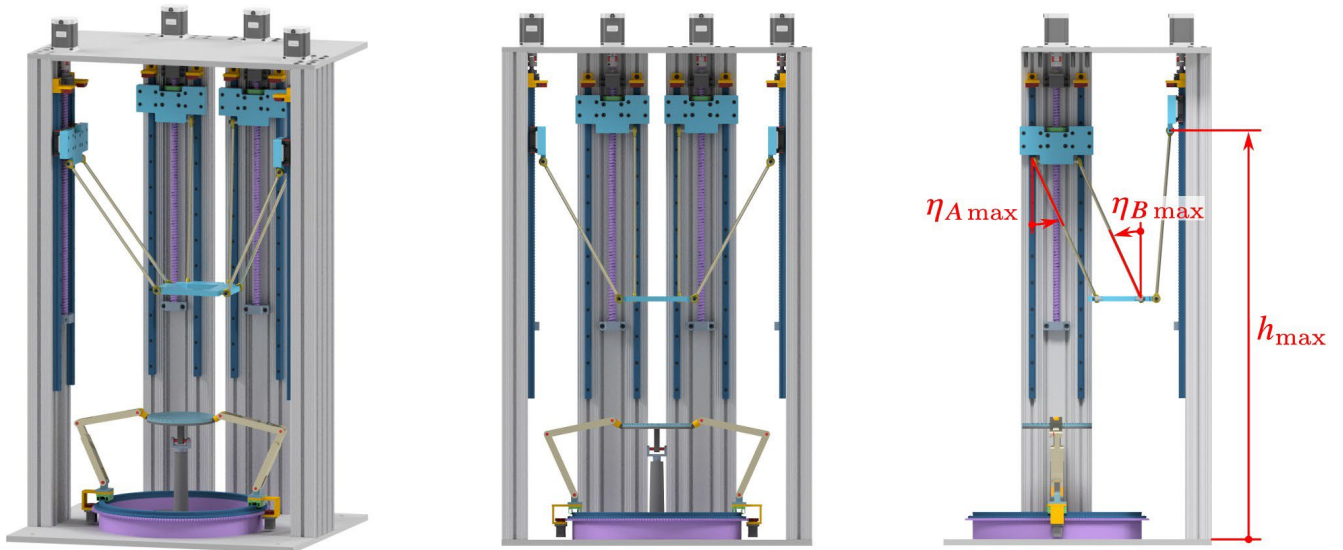
В таблице 3.2 приведены решения обратной задачи кинематики для каждой рассматриваемой точки. Эти данные использовались для позиционирования кареток в разработанной компьютерной модели системы относительного манипулирования. Для каждой точки полученная относительная конфигурация модулей соответствовала ожидаемой, указанной в таблице 3.1. На Рисунках 3.19 – 3.26 показаны изометрия, вид спереди и вид сбоку системы относительного манипулирования в данных конфигурациях, при этом правая боковая цепь верхнего модуля на виде сбоку скрыта для наглядности. Красные обозначения на рисунках совпадают с обозначениями предыдущих разделов и указывают параметры, которые ограничивают рабочую зону для рассматриваемой конфигурации.

Таблица 3.1 – Точки для расчета с использованием САПР

Точка	$x, \text{ мм}$	$y, \text{ мм}$	$z, \text{ мм}$	$\psi, ^\circ$	$\theta, ^\circ$	$\sigma, ^\circ$
G_1	0	-140	290	0	0	0
G_2	0	140	360	0	0	0
G_3	-130	150	330	30	-30	45
G_4	-100	100	70	30	-30	45
G_5	100	0	150	45	41	20
G_6	100	0	150	135	15	60
G_7	0	0	75	106	40	40
G_8	0	0	75	104	58	20

Таблица 3.2 – Решения обратной задачи кинематики для выбранных точек

Точка	$h_1, \text{ мм}$	$h_2, \text{ мм}$	$h_3, \text{ мм}$	$h_4, \text{ мм}$	$\theta_1, ^\circ$	$\theta_2, ^\circ$
G_1	853	923	923	853	0	180
G_2	923	832	832	923	0	180
G_3	923	837	782	873	-49	144
G_4	685	608	551	609	-49	144
G_5	698	739	788	711	-35	166
G_6	701	776	742	673	-74	139
G_7	601	663	642	622	-60	169
G_8	585	648	627	577	-42	-164

Рисунок 3.19 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_1

Как видно из рисунков, в большинстве случаев границы рабочей зоны определяются ограничениями в сферических шарнирах, то есть ограничениями на углы η_{Ai} и η_{Bi} , указанными в формулах (3.25) и (3.28). При этом важно, что углы η_{Amin} , η_{Amax} , η_{Bmin} и η_{Bmax} на видах спереди и сбоку на Рисунках 3.19–3.26 показаны в упрощенном виде, поскольку данные углы должны измеряться в соответствии с Рисунком 3.7. Так, угол η_{Amax} на Рисунке 3.19 измеряется в плоскости параллелограмма.

На Рисунке 3.19 каретки двух центральных цепей верхнего модуля достигают своих наивысших положений, удовлетворяя ограничениям в формуле (3.20); аналогичная ситуация наблюдается на Рисунках 3.20 и 3.21 для боковых цепей. Данные результаты соответствуют выбору точек G_1 , G_2 и G_3 на верхней поверхности рабочей зоны (Рисунки 3.11 и 3.14). Из Рисунков 3.22–3.24 видно, что подвижные платформы модулей находятся на грани столкновения друг с другом. Эта ситуация соответствует выбору точек G_4 , G_7 и G_8 на границе зеленых и красных областей на Рисунках 3.14 и 3.18. Следует отметить, что в конфигурации, показанной на Рисунке 3.25, единственным фактором, ограничивающим рабочую зону, является столкновение звеньев; ограничения в шарнирах при этом не нарушаются. Данный результат показывает, что корректная оценка рабочей зоны требует учета пересечения звеньев модулей.

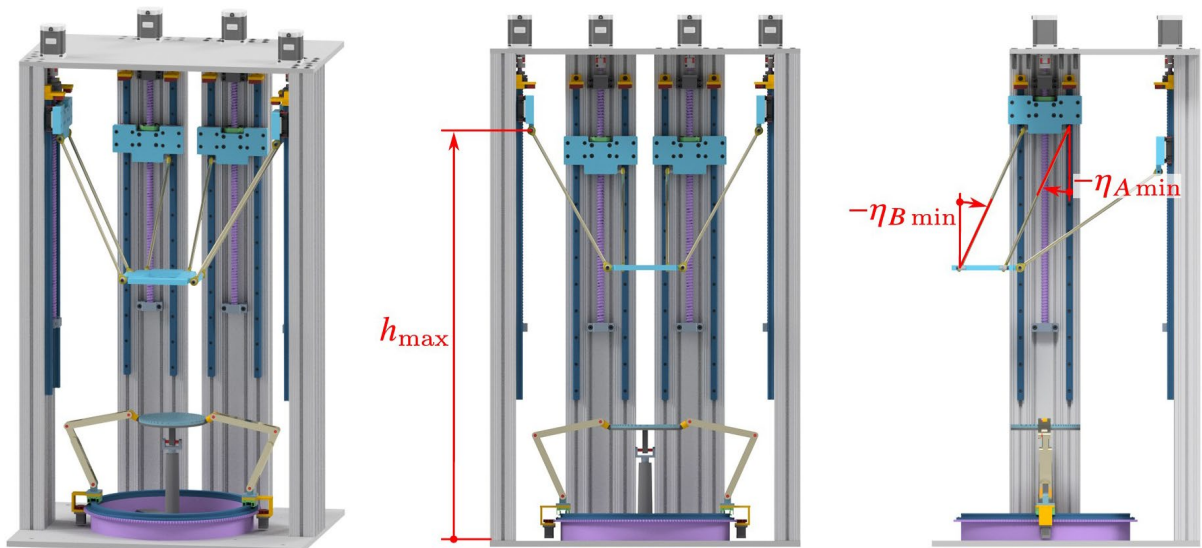


Рисунок 3.20 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_2

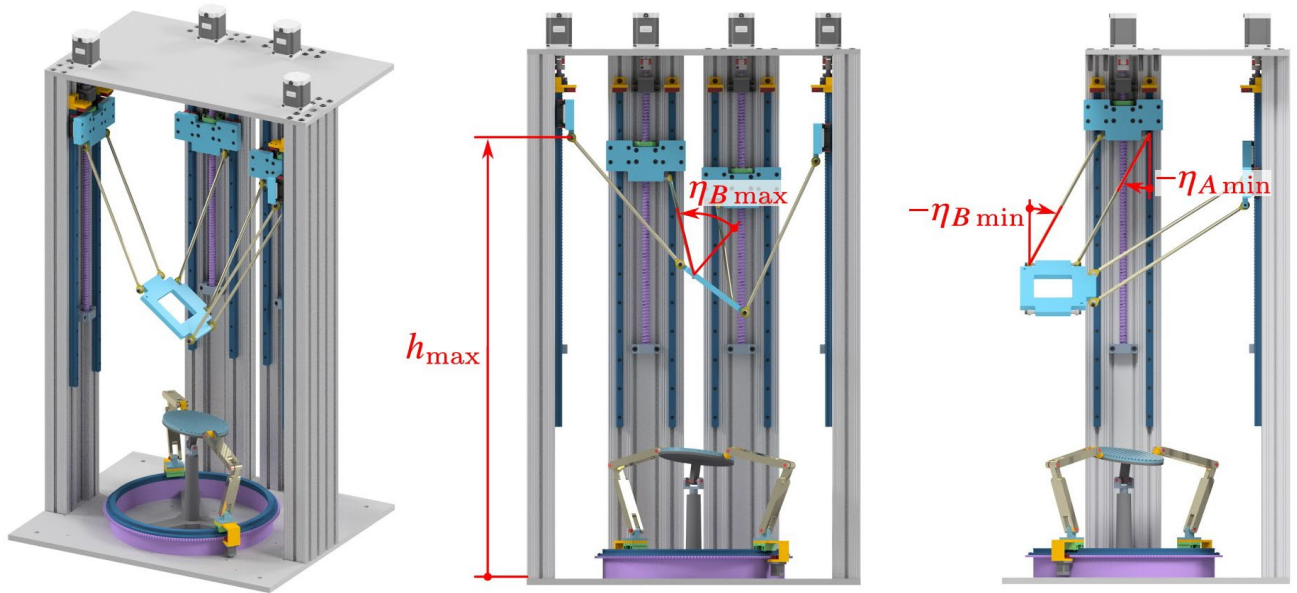


Рисунок 3.21 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_3

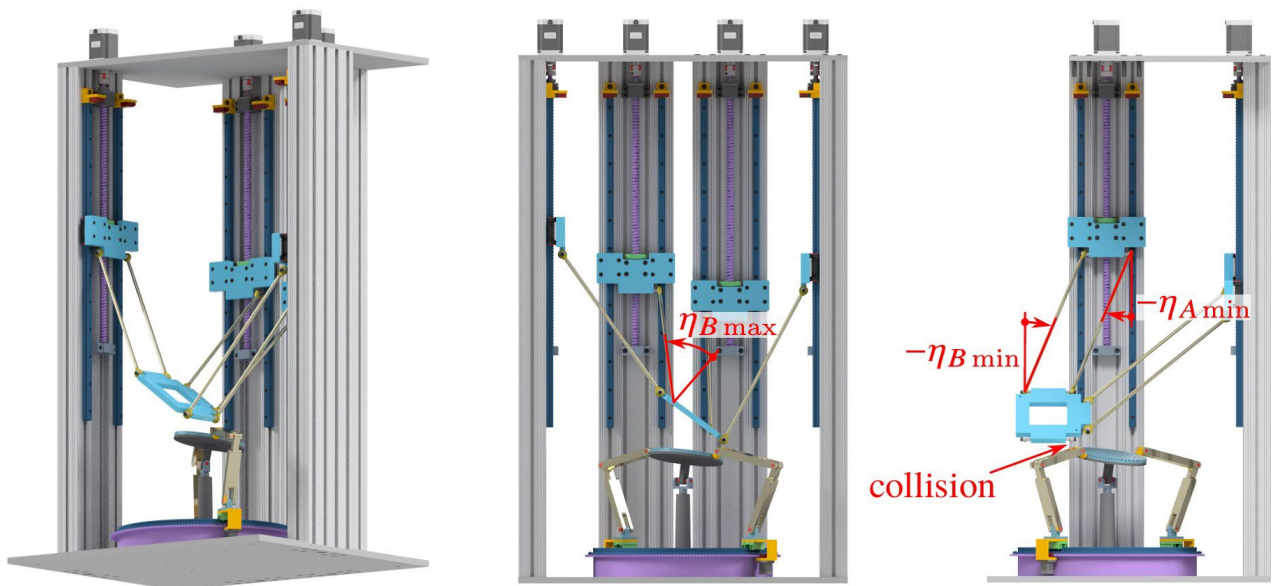


Рисунок 3.22 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_4

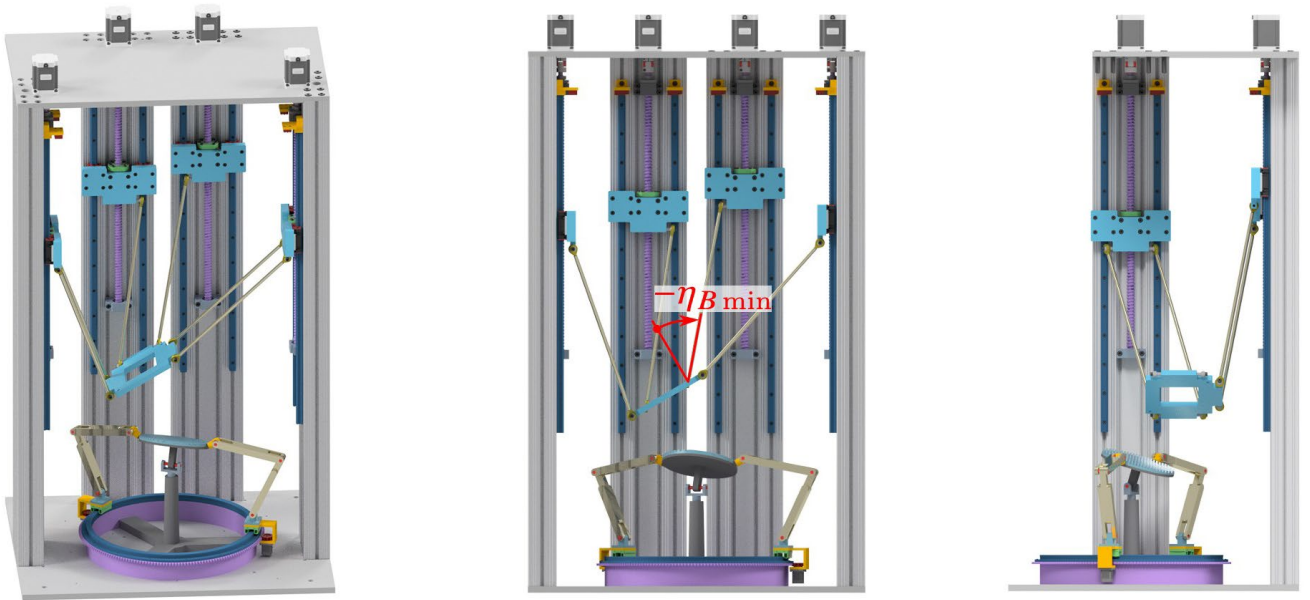


Рисунок 3.23 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_5

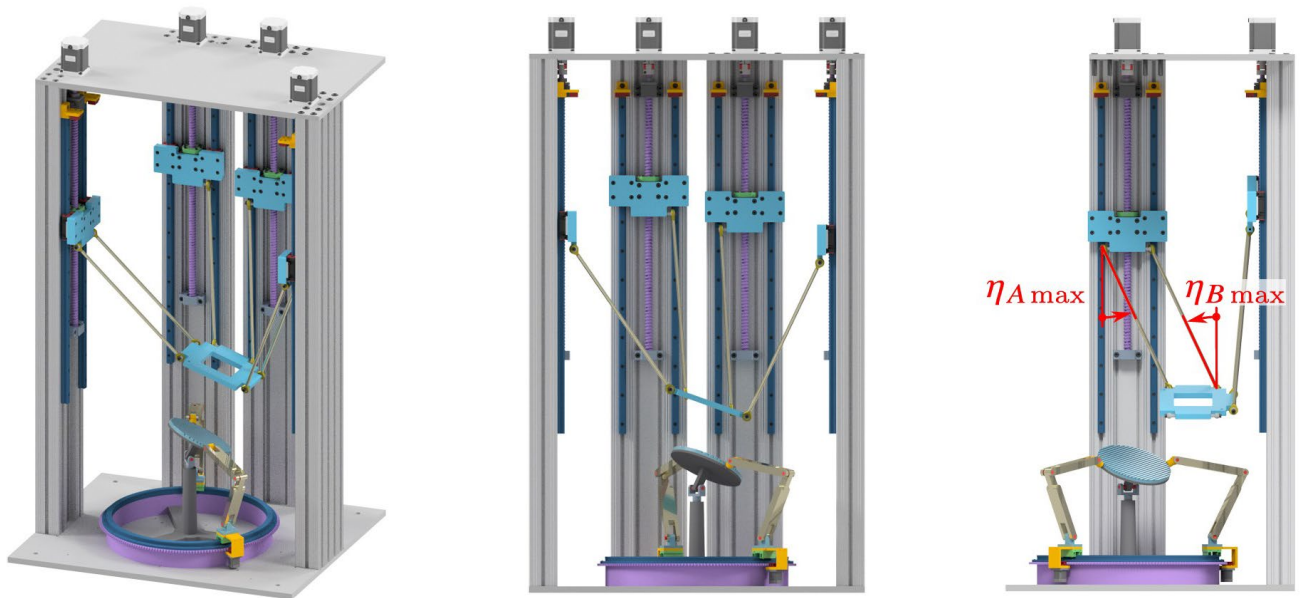


Рисунок 3.24 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_6

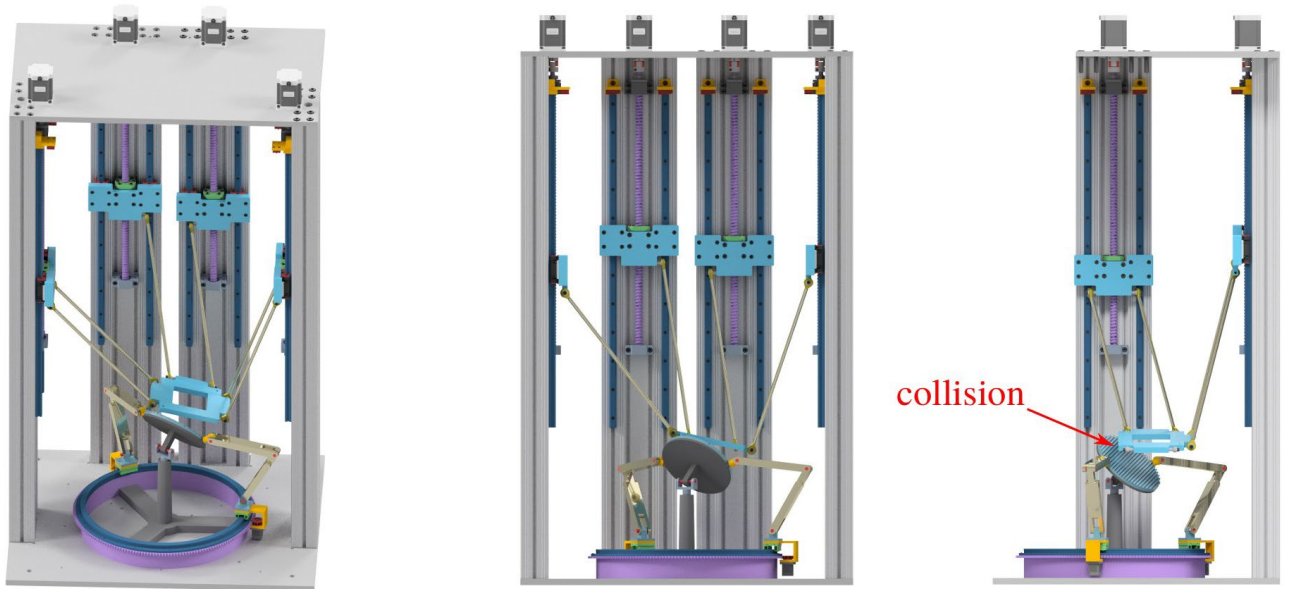


Рисунок 3.25 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_7

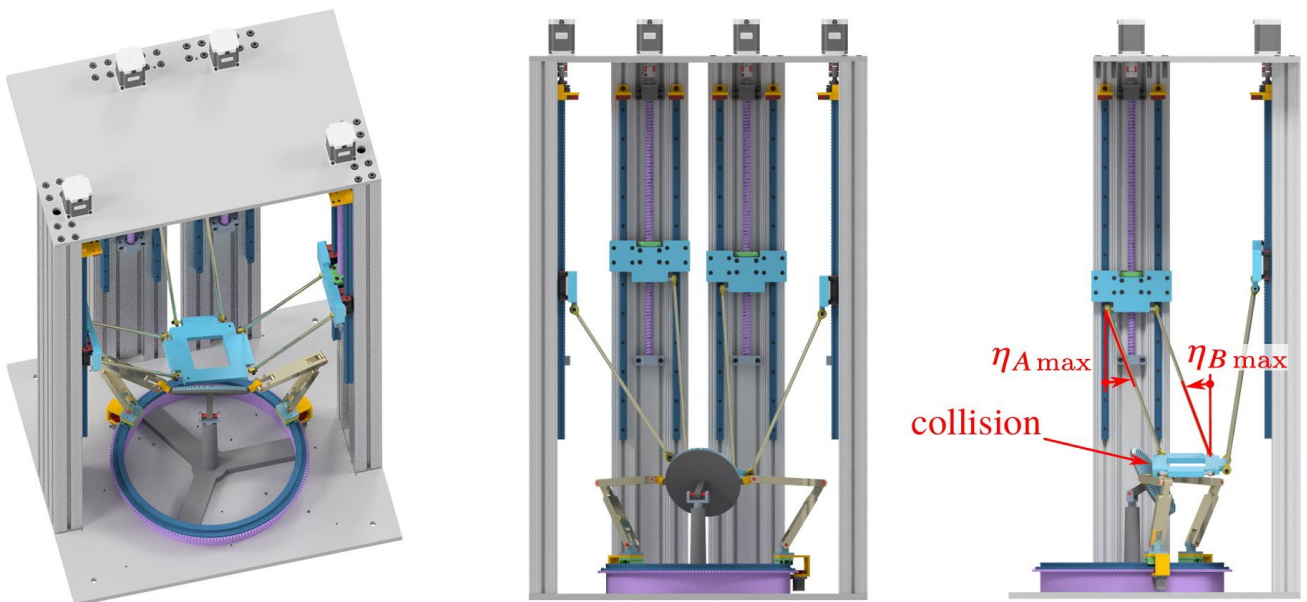


Рисунок 3.26 – Конфигурация системы относительного манипулирования, соответствующая точке G_8

Методы, описанные ранее, позволяют построить рабочие зоны в относительном движении двух модулей. Это является принципиальным отличием от большинства других работ, упомянутых во введении, где рабочие зоны рассматриваются относительно основания. С другой стороны, анализ рабочей зоны

в относительном движении более важен для практики: например, при обработке деталей один модуль обычно перемещает обрабатываемую деталь, а другой — инструмент. В отличие от известных методов, разработанные подходы позволяют решать задачу анализа рабочих зон напрямую, т.е. без этапа расчета двух рабочих зон и нахождения их пересечения, тем самым уменьшая вычислительные затраты. Таким образом, предложенные методы и полученные результаты являются оригинальными и представляют существенную значимость для практических приложений.

При анализе рабочей зоны были учтены все механические ограничения системы относительного манипулирования, включая ограничения в шарнирах и пересечение звеньев верхнего и нижнего модулей. В рассмотренных примерах показано, что пересечение звеньев существенно влияет на рабочую зону и должно учитываться при ее анализе. Например, если бы не учитывалось пересечение звеньев, то верхняя подвижная платформа могла бы достичь больших углов наклона относительно нижней платформы. Однако такие результаты были бы некорректными и могли бы привести к столкновениям и потенциальному повреждению звеньев системы относительного манипулирования в реальных условиях.

Для анализа данных столкновений был использован GJK алгоритм с представлением звеньев в виде выпуклых многогранников. Существуют модификации этого алгоритма, которые позволяют работать с произвольными выпуклыми объектами и основаны на оптимизационных методах [112-115]. Такие подходы лишены погрешностей, вызванных аппроксимацией многогранниками, и могут давать более точные результаты при меньших вычислительных затратах. Применение этих методов для анализа рабочей зоны также является перспективным.

Следует отметить, что последовательность, в которой проводится анализ механических ограничений, также влияет на вычислительные затраты. В данной работе сначала анализировались ограничения в шарнирах, а затем учитывалось пересечение звеньев. Такая последовательность была использована для

наглядности, чтобы показать части рабочей зоны, которые удовлетворяют ограничениям в шарнирах, но нарушают условие отсутствия пересечения звеньев (Рисунки 3.11–3.18). Проверка ограничений в шарнирах требует решения обратной задачи кинематики, как показано в разделе 3.2.2. С другой стороны, для анализа столкновений между верхней платформой, нижней платформой и шатунами решать данную задачу не требуется. Данные столкновения зависят только от относительной конфигурации платформ (т.е. от матрицы перехода T), которая является заранее заданным параметром в используемом методе построения рабочей зоны на основе дискретизации. Таким образом, изменяя последовательность проверки ограничений, можно избежать лишних вычислений. Кроме того, можно не проверять условие отсутствия пересечения звеньев, когда верхняя подвижная платформа находится значительно выше нижнего модуля.

Наконец, следует отметить, что особые положения могут разбивать рабочую зону на несколько несвязанных областей [116]. Например, в работе [79] был проведен отдельный анализ особых положений четырехзвенного верхнего модуля и показано, что он не может обойти поверхность особых положений при постоянном угле наклона θ . Используя нижний модуль, можно преодолеть эту проблему, регулируя относительную ориентацию подвижных платформ. В то же время, как показано в разделе 3.2.1, существует как минимум одно особое положение, в котором система относительного манипулирования теряет одну вращательную степень свободы в относительном движении, хотя каждый модуль сам по себе не находится в особом положении. Такая ситуация нетипична для обычных механизмов параллельной или последовательной структуры, которые включают только один модуль [117].

3.3 Разработка алгоритмов расчета скоростей для синтезированных систем относительного манипулирования

В данном разделе представлен алгоритм анализа скоростей исследуемых механических систем относительного манипулирования, в котором установлены

зависимости между скоростями в приводных шарнирах и относительными линейными и угловыми скоростями модулей. Предложенные зависимости подтверждаются численным примером.

3.3.1 Алгоритм расчета для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RRRRR/1-U и решение численного примера

Предложенный в данном разделе алгоритм анализа скоростей рассмотрен в работе [118]. Рассмотрим механизм, изображенный на Рисунке 2.4, структурная схема которого представлена на Рисунке 3.1.

Пусть ω — угловая скорость системы координат $O_1x_1y_1z_1$, а v — скорость точки O_1 относительно системы координат $O_2x_2y_2z_2$. Оба вектора заданы в системе координат $O_2x_2y_2z_2$ и определяют движение верхнего модуля относительно нижнего. Задача анализа скоростей рассматриваемой системы заключается в выражении скоростей \dot{h}_i и $\dot{\theta}_i$ приводов через относительные скорости ω и v .

Пусть \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 означают вращательные составляющие (матрицы поворота) матриц \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 : $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_y(\varphi)$, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_z(\alpha)\mathbf{R}_x(\beta)$. Тогда, дифференцируя вращательную составляющую уравнения (3.2) по времени, получим:

$$\dot{\mathbf{R}}_1 = \dot{\mathbf{R}}_2\mathbf{R} + \mathbf{R}_2\dot{\mathbf{R}}. \quad (3.52)$$

Производные по времени матриц поворота имеют вид [45, гл. 3]:

$$\dot{\mathbf{R}}_1 = [\omega_1]\mathbf{R}_1, \dot{\mathbf{R}}_2 = [\omega_2]\mathbf{R}_2, \dot{\mathbf{R}} = [\omega]\mathbf{R}, \quad (3.53)$$

где ω_1 и ω_2 — угловые скорости систем координат $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ относительно системы $Oxuz$, заданные в этой системе; $[*]$ — представление соответствующего вектора в виде кососимметричной матрицы размера 3×3 .

Подставляя соотношения (3.53) в уравнение (3.52) и используя выражения $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2\mathbf{R}$, $\mathbf{R}_2^{-1} = \mathbf{R}_2^T$ и $\mathbf{R}_2[\omega]\mathbf{R}_2^T = [\mathbf{R}_2\omega]$ [45, гл. 3], получим следующее соотношение между угловыми скоростями:

$$[\boldsymbol{\omega}_1] = [\boldsymbol{\omega}_2] + [\mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}] \text{ или } \boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_2 + \mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}. \quad (3.54)$$

Согласно выражению (3.54) угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_1$ верхней платформы относительно основания является суммой угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_2$ нижней платформы относительно основания и угловой скорости $\mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}$ верхней платформы относительно нижней. Матрица \mathbf{R}_2 переводит угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$ в систему координат $Ox_2y_2z_2$ основания, поскольку эта скорость задана в системе $O_2x_2y_2z_2$.

Угловые скорости $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$ зависят от производных по времени углов поворота φ , α и β :

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \dot{\theta} \hat{\mathbf{y}}, \quad \boldsymbol{\omega}_2 = \dot{\alpha} \hat{\mathbf{z}} + \dot{\beta} \hat{\mathbf{u}}, \quad \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{R}_z(\alpha) \hat{\mathbf{x}}, \quad (3.55)$$

где $\hat{\mathbf{x}} = [1 \ 0 \ 0]^T$; $\hat{\mathbf{y}} = [0 \ 1 \ 0]^T$; $\hat{\mathbf{u}}$ – единичный вектор, параллельный оси вращательного шарнира нижней платформы (Рисунок 3.16).

Подставляя выражения (3.55) в уравнение (3.54), получим следующее соотношение:

$$\dot{\varphi} \hat{\mathbf{y}} = \dot{\alpha} \hat{\mathbf{z}} + \dot{\beta} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}, \quad (3.56)$$

из которого можно найти параметры $\dot{\varphi}$, $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$, скалярно умножая обе стороны этого соотношения на векторные произведения $\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{u}}$, $\hat{\mathbf{u}} \times \hat{\mathbf{y}}$ и $\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}}$:

$$\dot{\varphi} = \frac{(\mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}) \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{u}})}{\hat{\mathbf{y}} \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{u}})}, \quad \dot{\alpha} = - \frac{(\mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}) \cdot (\hat{\mathbf{u}} \times \hat{\mathbf{y}})}{\hat{\mathbf{z}} \cdot (\hat{\mathbf{u}} \times \hat{\mathbf{y}})}, \quad \dot{\beta} = - \frac{(\mathbf{R}_2 \boldsymbol{\omega}) \cdot (\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}})}{\hat{\mathbf{u}} \cdot (\hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}})}. \quad (3.57)$$

Знаменатель каждой дроби в выражении (3.57) равен нулю только в том случае, если векторы $\hat{\mathbf{y}}$ и $\hat{\mathbf{u}}$ параллельны. Эта ситуация возникает, когда $\alpha = \pm 90^\circ$, и соответствует особому положению. В этом случае механизм теряет одну вращательную степень свободы в относительном движении своих модулей. В то же время существует бесконечное число комбинаций (β, φ) , которые удовлетворяют относительному положению верхней и нижней платформ.

Соотношения (3.57) позволяют вычислить угловые скорости $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$ систем координат $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ относительно $Ox_2y_2z_2$ с использованием

выражений (3.55). Следующий шаг анализа скоростей заключается в нахождении скоростей \mathbf{v}_{O1} и \mathbf{v}_{O2} начал отсчета данных систем координат.

Представим описанные ранее матрицы \mathbf{T}_1 и \mathbf{T}_2 в виде:

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y(\varphi) & \mathbf{p}_{O1} \\ 0^\top & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & l_{OF}\hat{\mathbf{z}} \\ 0^\top & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\alpha) & 0 \\ 0^\top & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_x(\beta) & 0 \\ 0^\top & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & l_{FO2}\hat{\mathbf{z}} \\ 0^\top & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

Дифференцируя уравнения (3.19) и (3.58) по времени, получим:

$$\mathbf{v}_{O1} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{R}_2(l_{FO2}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{p}) + \mathbf{R}_2\mathbf{v}, \quad \mathbf{v}_{O2} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{R}_2(l_{FO2}\hat{\mathbf{z}}). \quad (3.59)$$

Угловые скорости $\boldsymbol{\omega}_1$ и $\boldsymbol{\omega}_2$ и линейные скорости \mathbf{v}_{O1} и \mathbf{v}_{O2} определяют скорости верхней и нижней подвижных платформ относительно основания. Далее можно выполнить анализ скоростей для верхнего и нижнего модулей по отдельности.

Сперва рассмотрим верхний модуль. Пусть \mathbf{v}_{Ai} и \mathbf{v}_{Bi} — скорости точек A_i и B_i i -й цепи, $i = 1, \dots, 4$. Дифференцируя уравнение (3.8) по времени, получим следующие выражения для этих скоростей:

$$\mathbf{v}_{Ai} = \dot{h}_i\hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{v}_{Bi} = \mathbf{v}_{O1} + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{R}_1\mathbf{r}_{Bi}. \quad (3.60)$$

Расстояние между точками A_i и B_i постоянно, поэтому проекции их скоростей на прямую A_iB_i должны быть равны друг другу:

$$\mathbf{v}_{Ai} \cdot \mathbf{p}_{BiAi} = \mathbf{v}_{Bi} \cdot \mathbf{p}_{BiAi}, \quad (3.61)$$

где $\mathbf{p}_{BiAi} = \mathbf{p}_{Ai} - \mathbf{p}_{Bi}$.

Подставляя выражения (3.60) в уравнение (3.61), вычислим скорость \dot{h}_i :

$$\dot{h}_i = \frac{\mathbf{v}_{Bi} \cdot \mathbf{p}_{BiAi}}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{p}_{BiAi}}. \quad (3.62)$$

Знаменатель в формуле (3.62) равен нулю, если векторы $\hat{\mathbf{z}}$ и \mathbf{p}_{BiAi} ортогональны. В этом случае рычаг A_iB_i i -й цепи ортогонален направляющей i -й

каретки, и каретка не может передать движение на выходное звено верхнего модуля. Тогда платформа теряет одну поступательную степень свободы, и верхний модуль находится в особом положении.

Далее проведем анализ скоростей нижнего модуля. Сначала выразим скорости \mathbf{v}_{Cj} и \mathbf{v}_{Ej} точек C_j и E_j j -й цепи, $j = 1, 2$, используя выражения (3.30):

$$\mathbf{v}_{Cj} = \dot{\theta}_j \mathbf{R}_C \hat{\mathbf{a}}_j, \quad \mathbf{v}_{Ej} = \mathbf{v}_{O2} + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{R}_2 \mathbf{r}_{Ej}, \quad (3.63)$$

где $\hat{\mathbf{a}}_j = [-\sin(\theta_j) \quad \cos(\theta_j) \quad 0]^T$ – единичный вектор, касательный к круговой направляющей в точке C_j (Рисунок 3.1б).

Опираясь на тот факт, что проекции скоростей точек C_j и E_j на направление $\hat{\mathbf{a}}_j$ пропорциональны расстояниям от оси круговой направляющей до этих точек, получим следующий результат:

$$\dot{\theta}_j = \frac{\mathbf{v}_{Ej} \cdot \hat{\mathbf{a}}_j}{d_j}, \quad (3.64)$$

где $d_j = \sqrt{x_{Ej}^2 + y_{Ej}^2}$ – кратчайшее расстояние от точки E_j до оси круговой направляющей.

Знаменатель в выражении (3.64) равен нулю, если точка E_j лежит на оси круговой направляющей. В этом случае каретка не может передать движение на выходное звено нижнего модуля. Платформа теряет одну вращательную степень свободы, и нижний модуль находится в особом положении.

Таким образом, скорости \dot{h}_i и $\dot{\theta}_j$ были выражены через параметры $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{v} . На этом анализ скоростей рассматриваемой системы завершается.

Рассмотрим численный пример, проведенный на основе предложенного алгоритма. Геометрические параметры системы соответствуют ее компьютерной модели (Рисунок 2.4), а их значения представлены ранее в численном примере в разделе 3.1.1.

В качестве примера предположим, что верхняя платформа должна двигаться относительно нижней платформы по следующей траектории:

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} \rho(t)\cos(\gamma(t)) \\ \rho(t)\sin(\gamma(t)) \\ z(t) \end{bmatrix}, \mathbf{R}(t) = [\hat{\mathbf{b}}(t) \quad \hat{\mathbf{t}}(t) \quad \hat{\mathbf{n}}(t)], 0 \leq t \leq T,$$

$$\rho(t) = \sqrt{r^2 - z(t)^2}, \quad z(t) = z_1 + (z_2 - z_1)\frac{t}{T}, \quad \gamma(t) = \gamma_1 + (\gamma_2 - \gamma_1)\frac{t}{T}, \quad (3.65)$$

$$\hat{\mathbf{n}}(t) = \frac{p(t)}{r}, \quad \hat{\mathbf{t}}(t) = \begin{bmatrix} -\sin(\gamma(t)) \\ \cos(\gamma(t)) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{b}}(t) = \hat{\mathbf{t}}(t) \times \hat{\mathbf{n}}(t).$$

Согласно выражениям (3.65) точка O_1 верхней платформы движется вдоль кривой на сфере радиуса r с центром в точке O_2 . Параметры ρ , γ и z определяют цилиндрические координаты точки O_1 и зависят от времени t . Кривая начинается в точке $(\rho(0), \gamma_1, z_1)$ и заканчивается в точке $(\rho(T), \gamma_2, z_2)$ по мере изменения времени t от 0 до общего времени T . При этом ось O_1z_1 , определяемая вектором $\hat{\mathbf{n}}$, проходит через точку O_2 и остается перпендикулярной поверхности сферы. Ось O_1y_1 , определяемая вектором $\hat{\mathbf{t}}$, остается касательной к сфере и параллельной плоскости $O_1x_1y_1z_1$. Линейную скорость $\mathbf{v}(t)$ и угловую скорость $\boldsymbol{\omega}(t)$ можно найти с помощью следующих выражений: $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{p}}(t)$ и $[\boldsymbol{\omega}(t)] = \dot{\mathbf{R}}(t)\mathbf{R}(t)^T$.

В рассматриваемом примере используются следующие значения параметров траектории: $T = 10$ с, $r = 100$ мм, $z_1 = 90$ мм, $z_2 = 50$ мм, $\gamma_1 = -60^\circ$ и $\gamma_2 = 60^\circ$. На Рисунке 3.27 показана рассматриваемая траектория, где трехцветные триэдры обозначают ориентацию системы координат $O_1x_1y_1z_1$ вдоль кривой.

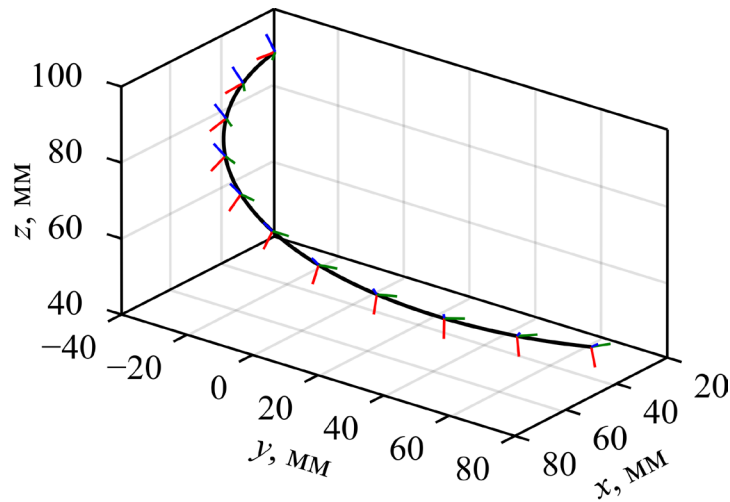


Рисунок 3.27 – Траектория относительного движения для кинематического анализа

На Рисунке 3.28 приведены результаты кинематического анализа, алгоритм которого реализован на языке программирования Julia [111]. Синие линии соответствуют перемещениям кареток, полученным при решении обратной задачи кинематики. Значения h_1, \dots, h_4 уменьшаются по мере спуска верхней платформы относительно нижней. Значения θ_1 и θ_2 также уменьшаются: каретки нижнего модуля вращаются по часовой стрелке, компенсируя вращение верхней платформы против часовой стрелки, заданное в выражениях (3.65). Разрыв в графике θ_2 обусловлен работой функции atan2 . Красные линии представляют скорости кареток, вычисленные согласно предложенному методу. Скорости $\dot{\theta}_1$ и $\dot{\theta}_2$ остаются постоянными, поскольку параметр $\gamma(t)$ зависит от времени t линейным образом. Наконец, зеленые точки показывают скорости кареток, полученные численным дифференцированием перемещений. Численные результаты совпадают с аналитическими результатами предложенного алгоритма, что подтверждает его корректность.

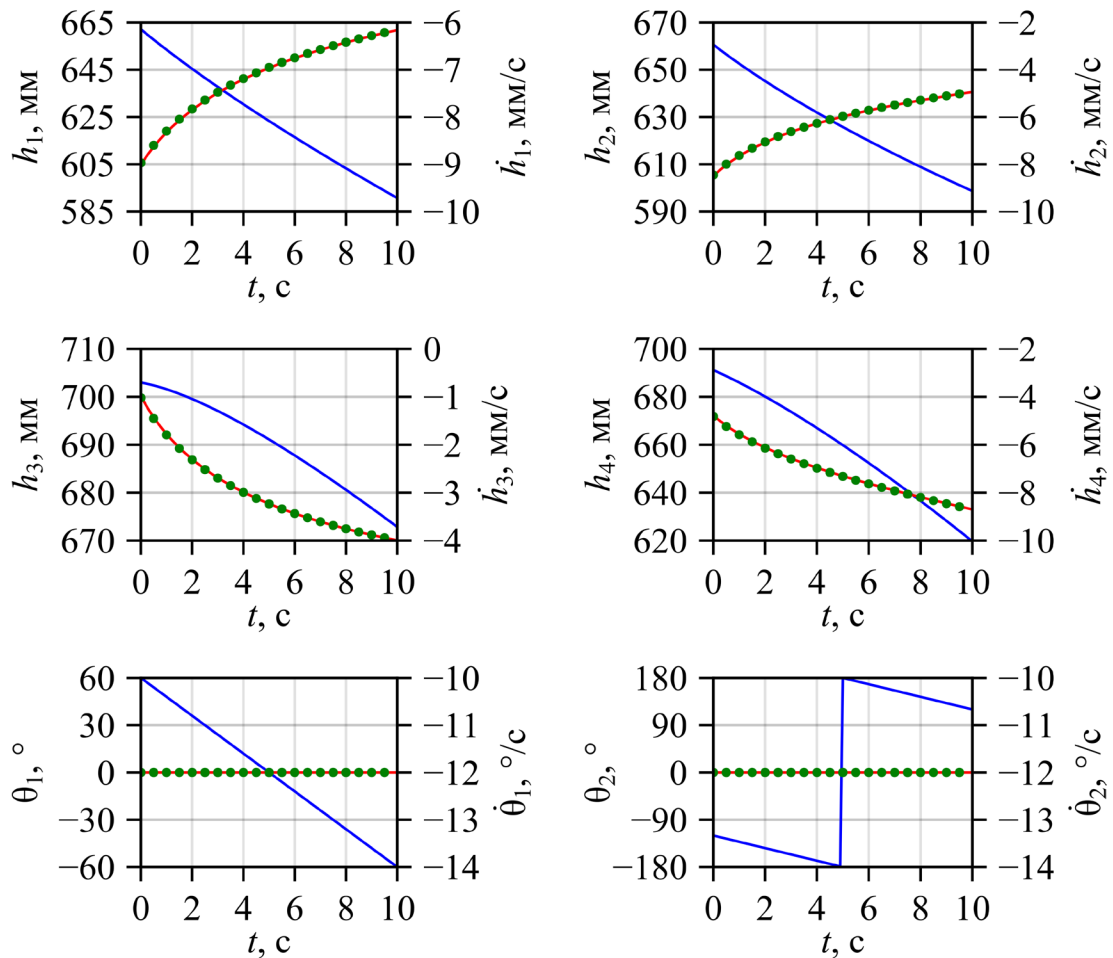


Рисунок 3.28 – Результаты кинематического анализа: синие линии — перемещения h_i и θ_j ; красные линии — скорости \dot{h}_i и $\dot{\theta}_j$, полученные согласно предложенному алгоритму; зеленые точки — скорости \dot{h}_i и $\dot{\theta}_j$, полученные численным дифференцированием перемещений

3.3.2 Алгоритм расчета для системы с двухподвижным нижним модулем 2-RUU/1-U и решение численного примера

Алгоритм анализа скоростей для данной комбинации механизмов рассмотрен в работе [119]. Рассмотрим механизм, изображенный на Рисунке 2.5, структурная схема которого представлена на Рисунке 3.4.

Так как в данной комбинации механизмов верхний модуль не претерпевает изменений, то алгоритм определения скоростей дельта-робота остается без изменений и формулы (3.52) – (3.62) являются актуальными и для данной механической системы. Используя решение задачи обратной кинематики для

нижнего модуля, описанное в разделе 3.1.2 и полученные значения угла θ_j в уравнении (3.16) переходим к анализу скоростей нижнего модуля.

Используя выражение (3.66), выразим скорости \mathbf{v}_{Ej} и \mathbf{v}_{Cj} точек E_j и C_j j -й цепи, $j = 1, 2$, получим уравнения (3.67):

$$\mathbf{p}_{Ej} = \begin{bmatrix} R \cos(\theta_j) \\ R \cos(\theta_j) \\ z_{Ej} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_{Cj} = \mathbf{p}_{O2} + \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} x'_{Cj} \\ y'_{Cj} \\ z'_{Cj} \end{bmatrix}, \quad (3.66)$$

где R и z_{Ej} – радиальное положение и координата z точки E_j в системе $Oxyz$; $x'_{Cj}, y'_{Cj}, z'_{Cj}$ – координаты точки C_j в системе $O_2x_2y_2z_2$. Данные параметры зависят от геометрии механизма и имеют известные и постоянные значения.

$$\mathbf{v}_{Ej} = \dot{\theta}_j R \hat{\mathbf{a}}_j, \quad \mathbf{v}_{Cj} = \mathbf{v}_{O2} + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} x'_{Cj} \\ y'_{Cj} \\ z'_{Cj} \end{bmatrix}, \quad (3.67)$$

где $\hat{\mathbf{a}}_j = [-\sin(\theta_j) \quad \cos(\theta_j) \quad 0]^T$ – единичный вектор, касательный к круговой направляющей.

Расстояние между точками E_j и C_j постоянно, а проекции их скоростей на прямую E_jC_j должны быть равны друг другу:

$$\mathbf{v}_{Ej} \cdot \mathbf{p}_{CjEj} = \mathbf{v}_{Cj} \cdot \mathbf{p}_{CjEj}, \quad (3.68)$$

где $\mathbf{p}_{CjEj} = \mathbf{p}_{Ej} - \mathbf{p}_{Cj}$.

Подставляя выражения (3.67) в уравнение (3.68), вычислим искомую скорость $\dot{\theta}_j$:

$$\dot{\theta}_j = \frac{\mathbf{v}_{Cj} \cdot \mathbf{p}_{CjEj}}{R \hat{\mathbf{a}}_j \cdot \mathbf{p}_{CjEj}}. \quad (3.69)$$

Знаменатель в формуле (3.69) равен нулю, если векторы $\hat{\mathbf{a}}_j$ и \mathbf{p}_{CjEj} ортогональны. В этом случае звено E_jC_j j -й цепи ортогонально круговой

направляющей, и j -я каретка не может передать свое движение на нижнюю платформу. Платформа теряет одну степень свободы, и нижний модуль находится в особом положении.

Рассмотрим численный пример, рассчитанный на основе предложенного алгоритма.

Геометрические параметры механизма соответствуют его компьютерной модели (Рисунок 2.5) и имеют следующие значения (в метрах):

- $x_{A1} = 0,256, y_{A1} = 0, x_{A2} = 0,1, y_{A2} = -0,256, x_{A3} = -0,1, y_{A3} = -0,256, x_{A4} = -0,256, y_{A4} = 0;$
- $x'_{B1} = 0,084, y'_{B1} = 0, x'_{B2} = 0,05, y'_{B2} = -0,084, x'_{B3} = -0,05, y'_{B3} = -0,084, x'_{B4} = -0,084, y'_{B4} = 0, z'_{B1} = \dots = z'_{B4} = 0;$
- $x'_{C1} = 0,1, y'_{C1} = 0,045, x'_{C2} = -0,100, y'_{C2} = 0,045, z'_{C1} = z'_{C2} = -0,03;$
- $l_{A1B1} = \dots = l_{A4B4} = 0,372, l_{OD} = 0,395, l_{DO2} = 0,03, l_{C1E1} = l_{C2E2} = 0,26, z_{E1} = z_{E2} = 0,17, R = 0,197.$

В качестве траектории принята кривая, выраженная уравнениями (3.65) и представленная графически на Рисунке 3.27. На Рисунке 3.29 приведены результаты кинематического анализа, реализованного на языке программирования Julia. Синие линии отображают перемещения кареток, полученные при решении обратной задачи кинематики. Значения h_1, \dots, h_4 уменьшаются по мере спуска верхней платформы относительно нижней. Значения θ_1 и θ_2 также уменьшаются: каретки нижнего модуля смещаются по ходу часовой стрелки, компенсируя вращение верхней платформы против хода часовой стрелки, заданное в выражениях (3.65). Красные линии обозначают скорости кареток, вычисленные согласно предложенному методу. Скорости $\dot{\theta}_1$ и $\dot{\theta}_2$ остаются постоянными, поскольку параметр $\gamma(t)$ линейно зависит от времени t . Наконец, зеленые точки показывают скорости кареток, полученные численным дифференцированием перемещений. Численные результаты совпадают с результатами предложенного алгоритма, что подтверждает его корректность.

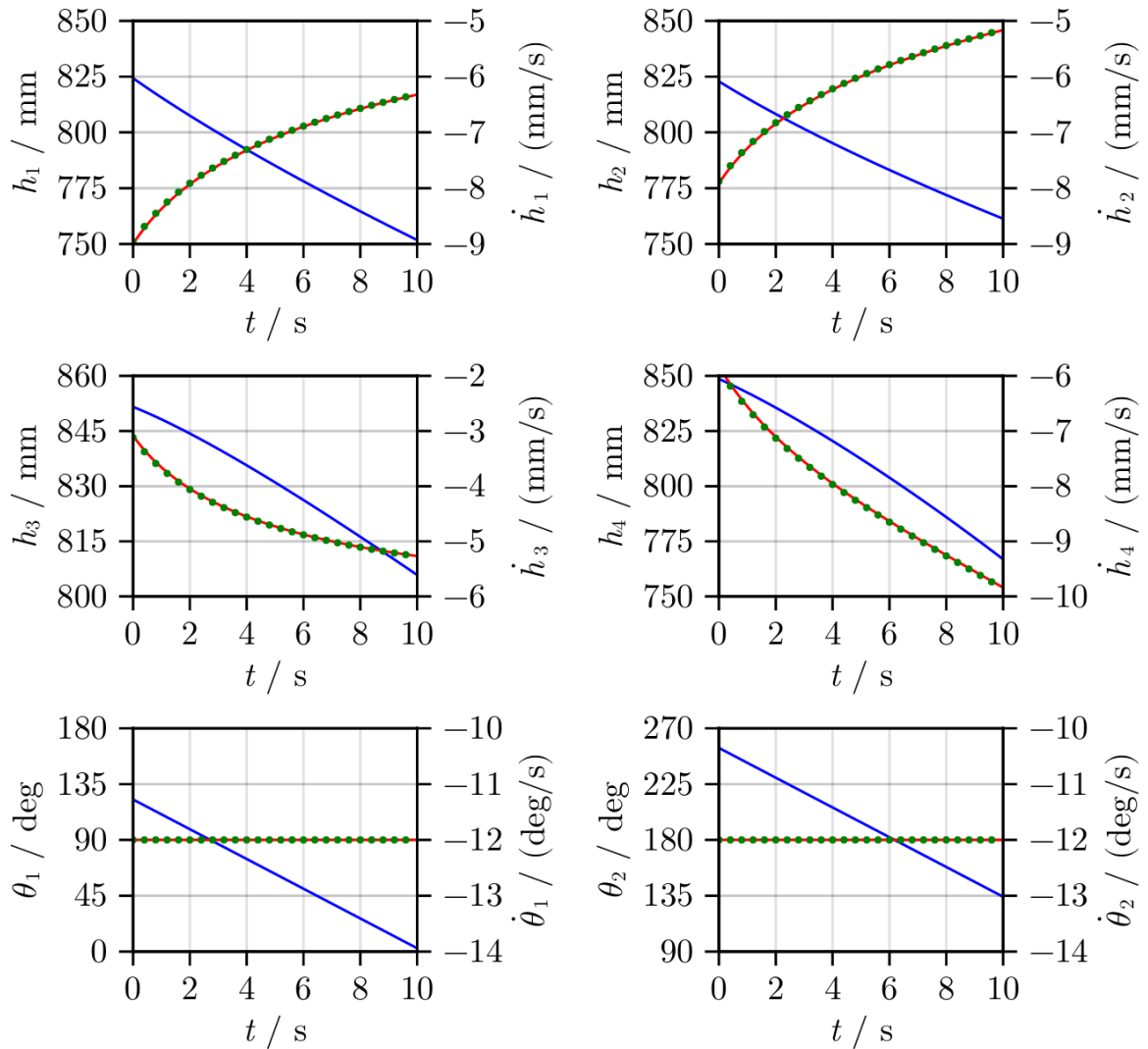


Рисунок 3.29 – Результаты кинематического анализа: синие линии — перемещения h_i и θ_j ; красные линии — скорости \dot{h}_i и $\dot{\theta}_j$, полученные согласно предложенному алгоритму; зеленые точки — скорости \dot{h}_i и $\dot{\theta}_j$, полученные численным дифференцированием перемещений

3.4 Выводы по главе 3

1. Разработаны аналитические алгоритмы решения обратной кинематической задачи для синтезированных механических систем относительного манипулирования, включающих верхний модуль параллельной структуры типа «Дельта» и нижний модуль с двумя степенями свободы. Получены аналитические соотношения, связывающие координаты выходных звеньев модулей. Предложенные алгоритмы решения обратной кинематической задачи учитывают

относительное движение верхнего и нижнего модулей и позволяют определять конфигурации обоих модулей относительно неподвижной системы координат при заданном положении и ориентации выходных звеньев.

2. Разработанные алгоритмы решения обратной кинематики продемонстрированы на численных примерах для двух комбинаций механической системы относительного манипулирования. Рассчитаны приводные координаты при заданных траекториях относительного движения модулей, включая случаи с изменяющейся ориентацией выходных звеньев друг относительно друга.

3. Разработан алгоритм расчета рабочей зоны механической системы относительного манипулирования с учетом относительного движения модулей. Алгоритм основан на дискретизации параметров положения и ориентации выходных звеньев и учитывает все основные конструктивные ограничения механической системы. Учтены ограничения в шарнирах верхнего и нижнего модулей, а также пересечение их звеньев. Для проверки столкновений звеньев использован алгоритм Гилберта — Джонсона — Кирти с представлением звеньев в виде выпуклых многогранников, что позволило корректно определить допустимые области рабочей зоны.

4. Получены данные анализа рабочих зон постоянной ориентации и постоянного положения для различных относительных конфигураций модулей. Показано, что учет пересечения звеньев существенно влияет на форму и размеры рабочей зоны и является необходимым условием ее корректной оценки.

5. Разработан алгоритм анализа скоростей механической системы относительного манипулирования при рассмотрении относительного движения модулей. Получены выражения для вычисления скоростей выходных звеньев и приводных координат. Алгоритм реализован на численных примерах для двух комбинаций модулей.

ГЛАВА 4. ВИРТУАЛЬНОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ ПРОТОТИПИРОВАНИЕ НОВОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТНОСИТЕЛЬНОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ

4.1 Разработка виртуального прототипа механической системы

Рассмотренные в главе 2 и исследованные в главе 3 системы относительного манипулирования (Рисунки 2.4 и 2.5) включают модули параллельной структуры с круговой направляющей (Рисунки 2.3а,б). Конструктив данных модулей значительно усложняет анализ, однако позволяет учесть те нюансы, которые не берутся во внимание при исследовании систем последовательной структуры или в которых отсутствует круговая направляющая. Также круговая направляющая в нижнем модуле способствует появлению особого положения, возникающего в относительном манипулировании, за счет того, что горизонтальная ось вращения совпадает с осью вращения верхнего модуля, что ведет к потере степени свободы.

При этом с точки зрения изготовления и сборки физических прототипов, круговая направляющая является дорогостоящим комплектующим и трудоемка в производстве. Поэтому для изготовления физического прототипа в качестве нижнего модуля был выбран механизм последовательной структуры, представленный на Рисунке 2.2в. Он, как и механизмы с круговой направляющей, реализует неограниченное вращение, однако в нем присутствует меньшее количество шарниров и звеньев, что делает его конструкцию более жесткой. Его использование позволяет значительно расширить функциональные возможности верхнего модуля, выполненного в виде четырехподвижного дельта-робота, за счет дополнительных углов наклона и неограниченного угла поворота, что может быть актуально при применении системы относительного манипулирования для операций по механической обработке, сварке и аддитивного производства деталей машин сложной формы [120].

Далее рассмотрим виртуальное (компьютерное) прототипирование шестиподвижной механической системы относительного манипулирования с

применением в качестве верхнего модуля механизма семейства «Дельта», а в качестве нижнего – двухподвижного механизма, схема которого показана на Рисунке 2.2в. Создание виртуального прототипа (сборочной компьютерной модели) данной системы позволит заранее определиться со спецификацией деталей, входящих в состав сборки механизма, определить способы изготовления деталей нестандартной геометрии, подготовить управляющие программы для фрезерных, токарных и аддитивных операций, необходимые для изготовления данных деталей. Кроме того, при разработке виртуального прототипа появляется возможность верификации отсутствия пересечения и соударения звеньев при относительном движении модулей, проверки физической возможности их сборки и проработки технологичности модулей с точки зрения входящих в их состав элементов. На Рисунке 4.1 представлена сборочная компьютерная модель данной механической системы относительного манипулирования.

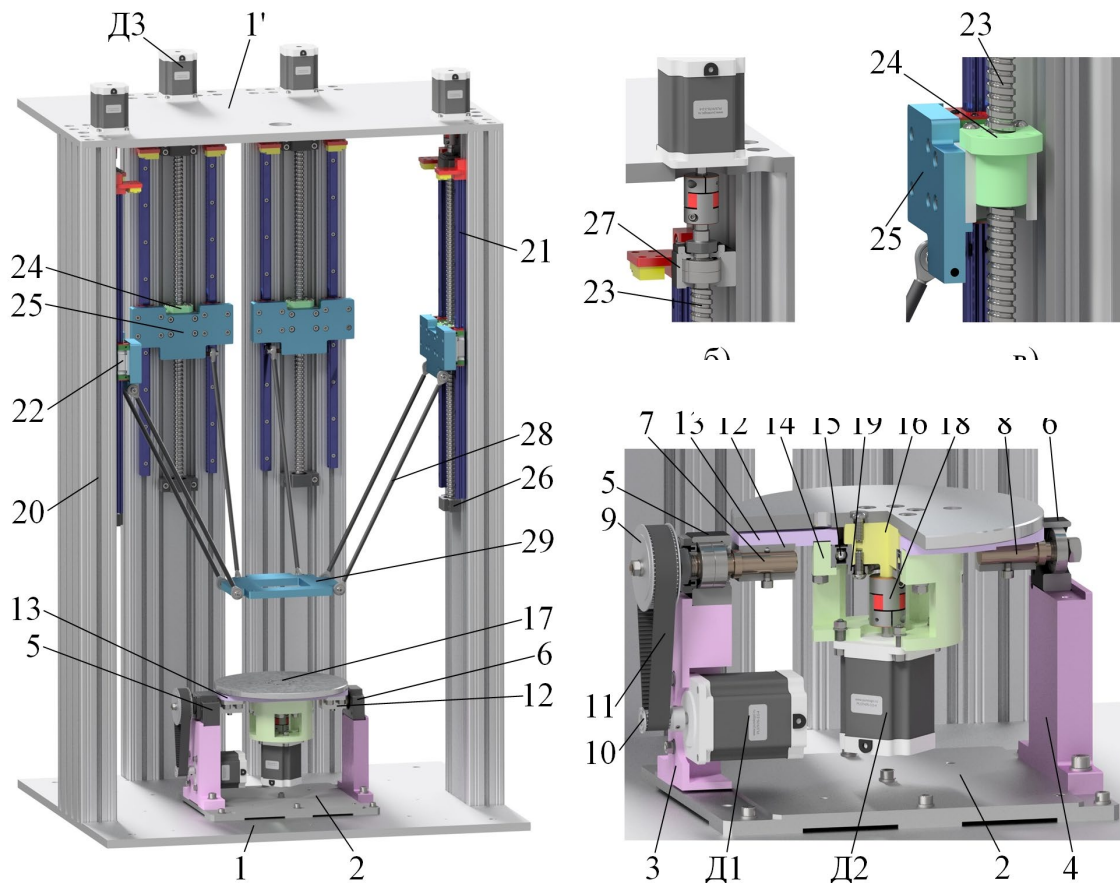


Рисунок 4.1 – Виртуальный прототип (сборочная компьютерная модель) шестиподвижного механизма относительного манипулирования с применением дельта-робота и механизма последовательной структуры

Рассмотрим конструкцию механизма. Нижний модуль установлен на неподвижном основании 1. При этом обеспечено совпадение центров нижнего модуля с центром станины верхнего модуля. За центр станины верхнего модуля принимается середина расстояния между осями двигателей ДЗ верхнего модуля, расположенных слева и справа. При таком расположении механизмов достигается наибольшая рабочая зона в относительном манипулировании. На неподвижном основании 1 предусмотрены отверстия для базирования и закрепления нижнего модуля. Базирующие отверстия подобраны для базирующих штифтов $\text{Ø}8\text{h}6$ для обеспечения переходной посадки с натягом в системе отверстия (Рисунок 4.2). Таким образом, диаметр отверстий подобран $\text{Ø}8\text{H}7$. Резьба крепежных отверстий подбиралась исходя из условий работы механизма под нагрузками от процессов резания.

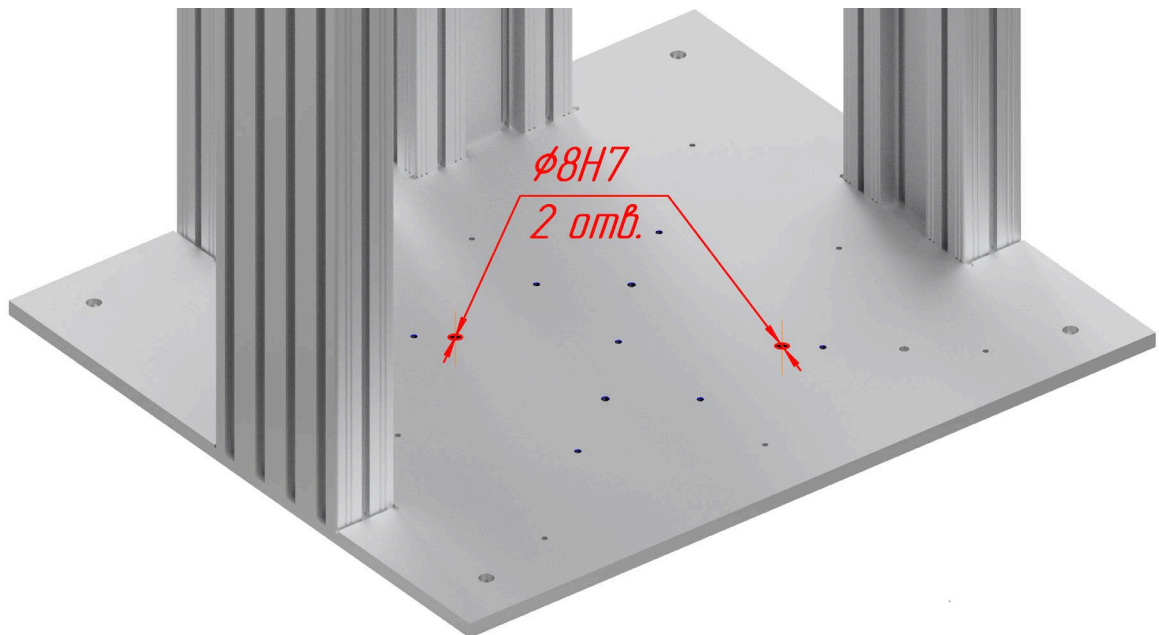


Рисунок 4.2 – Отверстия для крепления и базирования нижнего модуля на основании системы относительного манипулирования

Нижний модуль имеет собственную плиту основания 2 с предусмотренными отверстиями для базирования и закрепления модуля на основании 1, на которой размещены стойки 3 и 4. Высота стоек определена при непосредственном компьютерном моделировании таким образом, чтобы обеспечить возможность расположения привода нижнего модуля вертикально, так как высота верхнего

модуля позволяет не сокращать габаритные размеры вдоль вертикальной оси, в то время как влияние ширины нижнего модуля на максимальную рабочую зону велико. По этой причине двигатель Д1 монтируется с внутренней стороны опоры 3 для уменьшения габаритных размеров механизма и увеличения максимальной рабочей зоны.

На стойках 3 и 4 размещены подшипниковые опоры 5 и 6, в которых закрепляются валы 7 и 8. При этом вал 7 размещается в опоре 5 без возможности осевого смещения в то время, как вал 8 размещен в подшипниковой опоре 6 с возможностью осевого смещения для обеспечения упрощенной сборки механизма и отсутствия заклиниваний в процессе эксплуатации в результате тепловых расширений деталей механизма. Вал 7 сопрягается с зубчатым шкивом 9, который через ремень 11 соединяется со шкивом 10 меньшего диаметра на двигателе Д1. Диаметры шкивов подобраны исходя из требуемого крутящего момента, посчитанного в САПР КОМПАС 3D для поворота выходного звена нижнего модуля вокруг горизонтальной оси. При этом с целью унификации деталей, входящих в состав проектируемой механической системы, в качестве приводных шаговых двигателей принималась одна модель как для механизма нижнего модуля, так и для дельта-робота. Приводимый в вращательное движение вал двигателя Д1 передает момент через опору вала 12, с которой он сопряжен по посадке с натягом и дополнительно зафиксирован винтом, на вал-плиту 13, на которой через кронштейн 14 закреплен шаговый двигатель Д2. Он (двигатель Д2) передает момент на выходное звено, плиту 17, через вал 16, соединенный с двигателем через муфту 18. Вращение выходного звена в сборе относительно вал-плиты 13 осуществляется при помощи подшипника 15, установленного с натягом на вал 16 и дополнительно поджатым шайбой 19. Для обеспечения удобства сборки и ремонта механизма в плите 17 предусмотрены технологические отверстия для установки/снятия винтов, соединяющих кронштейн и вал-плиту. В кронштейне обзорные окна сделаны таким образом, чтобы была возможность затянуть фиксирующий винт на муфте и зафиксировать гайки для крепления шагового двигателя Д2 и гайки, необходимые для соединения кронштейна с вал-плитой.

На основании 1 установлены колонны из алюминиевого профиля 20 при помощи болтового соединения. При моделировании основания механизма разработаны пазы для базирования конструкционных профилей по схеме базирования «в угол», при разработке крепежных отверстий предусмотрены углубления для того, чтобы утопить шляпки болтов. Также в процессе проектирования основания реализована возможность изготовления скрытых отверстий для прокладки проводов системы управления путем скрытого монтажа через профиль колонн верхнего модуля (Рисунок 4.3).

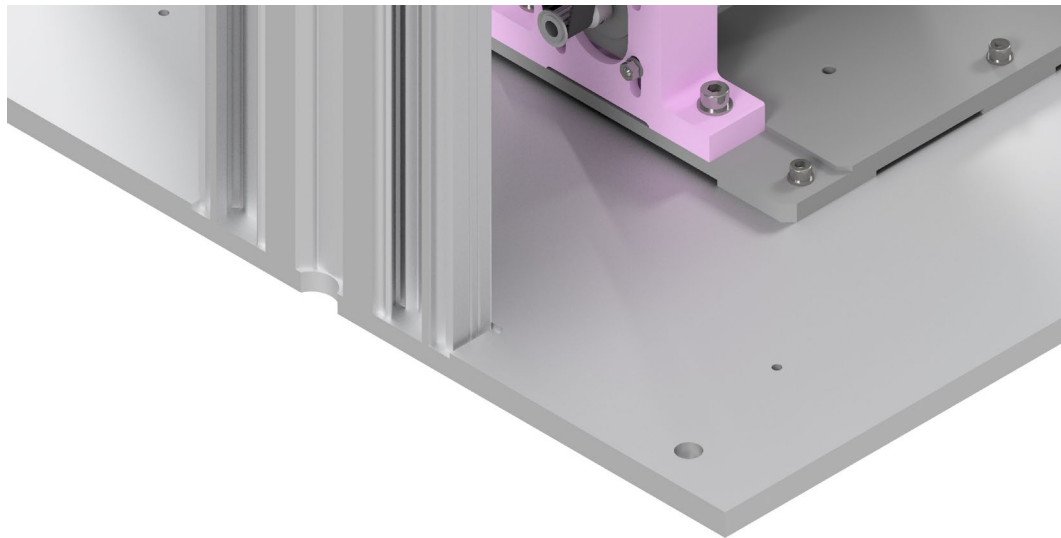


Рисунок 4.3 – Сопряжение профиля верхнего модуля с основанием механизма

На профилях при помощи болтов М4 закреплены направляющие 21 при помощи сухарей (Рисунок 4.4), смонтированных в пазы профиля. Решение крепления направляющих на пазовые сухари упрощает процесс сборки конструкции и уменьшает вероятность разбалтывания соединения в процессе эксплуатации механизма.

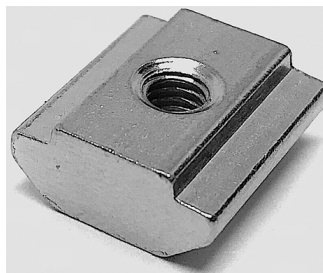


Рисунок 4.4 – Пазовые сухари крепления направляющих

На рельсы смонтированы каретки 22. На каждой паре кареток жестко установлена пластина суппорта 25, поступательное движение которой осуществляется за счет шарико-винтовой передачи через винт 23 и гайку 24. Базирование кареток и опоры гайки осуществляется также за счет фрезерованных карманов на пластине суппорта. Монтаж кареток и опоры гайки проводится за счет болтов М5. Моделирование данного узла позволяет избежать ошибок проектирования и упростить процесс сборки. При разработке данного узла принято решение осуществлять узловую сборку суппортов механизма отдельно для их последующего монтажа на закрепленные направляющие (Рисунок 4.5).

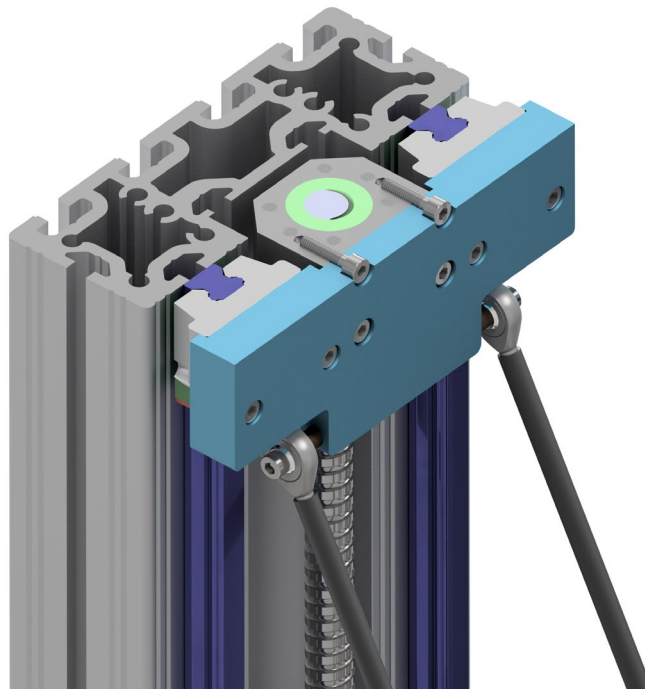


Рисунок 4.5 – Сопряжение суппорта с направляющими и винтом ШВП верхнего модуля

В разрабатываемой конструкции не предусматривается наличие элементов, позволяющих провести базирование опор винтов 23 на колоннах верхнего модуля, поэтому предполагается, что опоры винтов необходимо затягивать постепенно, прокатывая при сборке суппорт по направляющим и винту в случае, когда уже реализовано сопряжение гайки с пластиной суппорта через опоры гайки (Рисунок 4.6). Таким образом, опоры самоцентрируются и при дальнейшей работе

механизма не возникает избыточных усилий на приводах винтов 23.

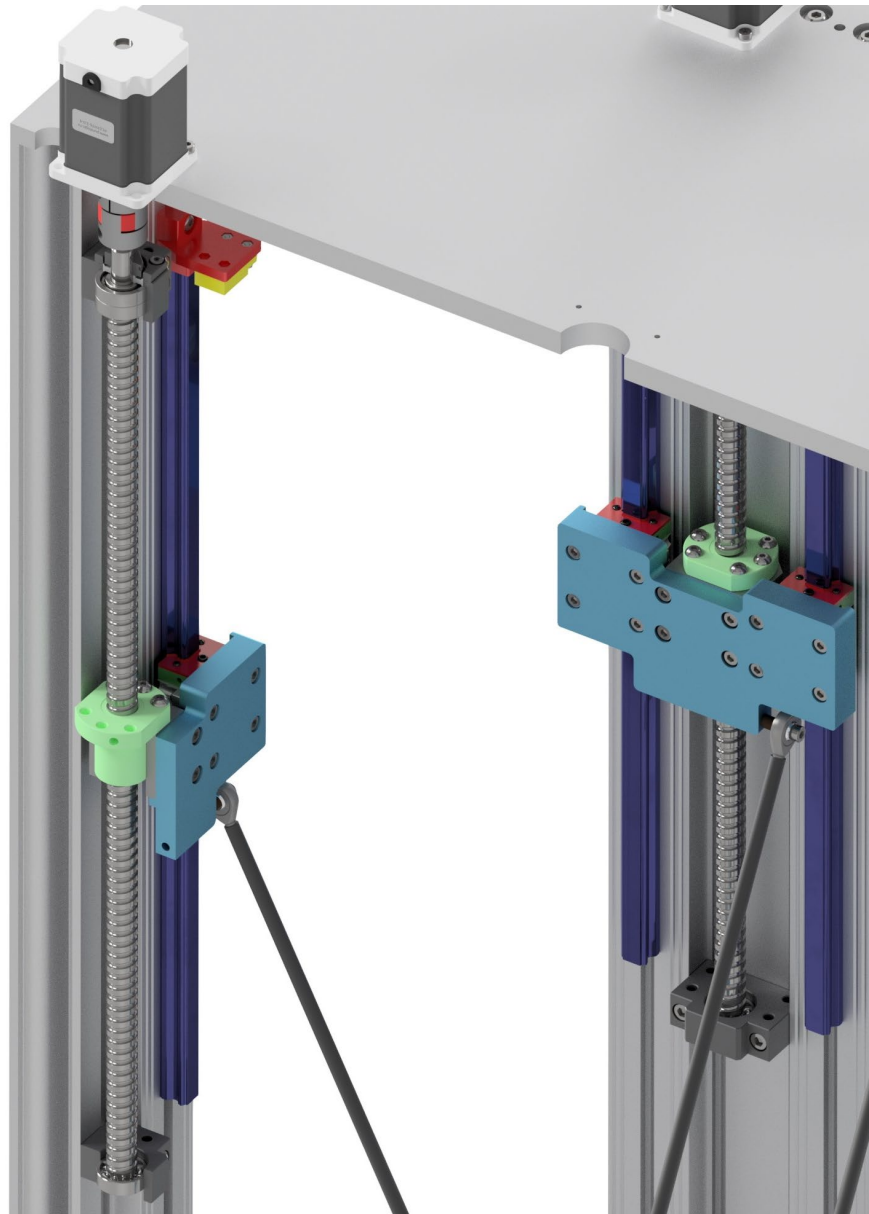


Рисунок 4.6 – Узел монтажа опор винта ШВП

Сам привод реализуется за счет двигателей ДЗ, смонтированных на верхней пластине модуля и соединенных с винтами через муфты. Верхняя платформа 27 (выходное звено механизма верхнего модуля) связана с пластиной суппорта 25 штангами 26, которые сопряжены с выходным звеном и суппортами при помощи сферических шарниров. При этом на боковых колоннах к пластине суппорта 25 крепятся по две штанги, в то время как на задних колоннах к каждой пластине суппорта монтируется лишь одна штанга для обеспечения механизму верхнего

модуля четырех степеней свободы.

При разработке верхней пластины механизма предусмотрены карманы для базирования профилей, крепежные и монтажные отверстия аналогично пластине основания. Кроме того, в верхней пластине в процессе компьютерного проектирования предусмотрены посадочные отверстия для шаговых двигателей для обеспечения посадки с небольшим натягом для однозначного определения положения осей приводов относительно пластины.

Таким образом, разработанная сборочная компьютерная модель механизма позволяет на ее основе изготовить физический прототип, используя как стандартные элементы деталей машин, так и изготавливаемые отдельно уникальные детали, массогабаритные параметры которых подобраны и учтены с учетом всей конструкции.

4.2 Изготовление и сборка физического прототипа

Физический прототип был изготовлен согласно разработанной трехмерной модели, изображенной на рисунке 4.1 [121], а также в соответствии с подготовленными чертежами его основных узлов и элементов (Приложение А).

При изготовлении применялась широкая номенклатура как покупных, так и уникальных деталей, которые производились из дюралюминиевого сплава Д16Т операциями фрезерной обработки, конструкционной стали на токарном оборудовании, карбоновых трубок отрезными операциями, а также PLA пластика методом трехмерной печати. В конструкции использовались стандартные детали машин (метизы, сферические шарниры, винты ШПВ и другие детали).

Основные уникальные элементы прототипа были изготовлены из сплава алюминия Д16Т путем фрезерной обработки на станках с ЧПУ. Прототип проектировался под изготовление на трехосевом станке, что определило общий форм-фактор плоских деталей и форму всех пазов на модели. Физический прототип, собранный из двух модулей, механической системы относительного манипулирования имеет массу 72,4 кг и представлен на Рисунках 4.7 и 4.8.

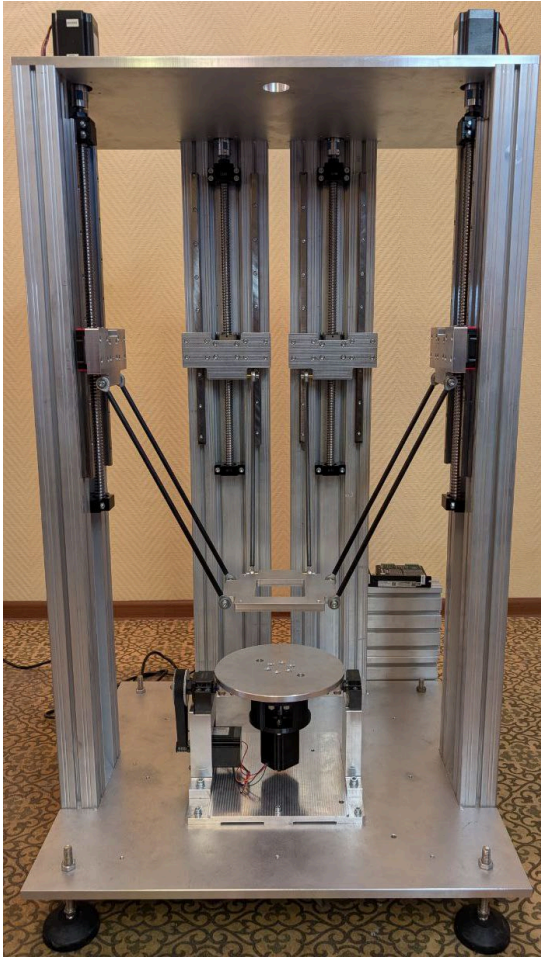


Рисунок 4.7 – Физический прототип механической системы относительного манипулирования

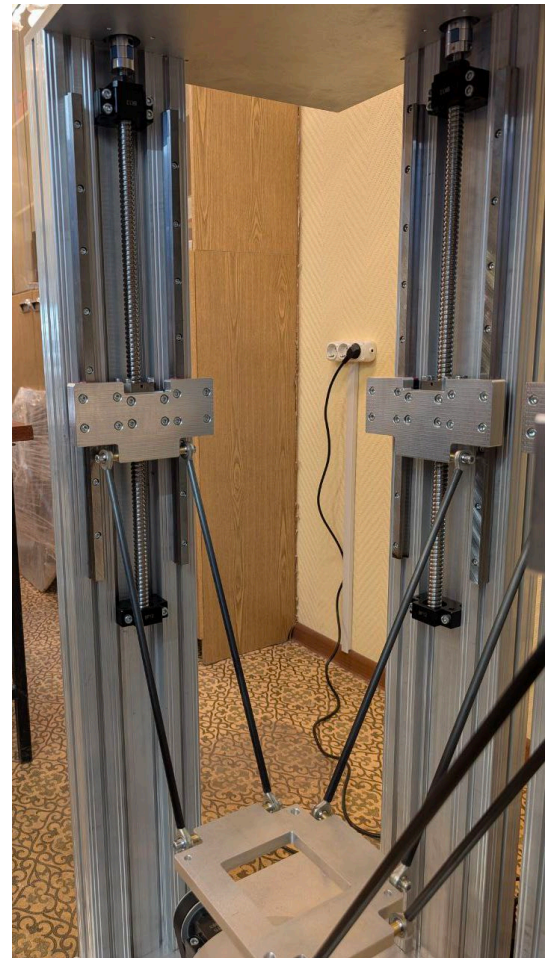


Рисунок 4.8 – Колонна верхнего модуля в сборе

Далее подробно рассмотрены основные элементы, узлы и сопряжения деталей физического прототипа. Проведена узловая сборка механической системы относительного манипулирования. В качестве первого собранного узла была колонна в сборе (Рисунок 4.8).

На алюминиевый профиль длиной 1100 мм монтировались рельсовые направляющие LHA GHR 15 длиной 500 мм при помощи винтов M4×20 через специальные пазовые сухари, описанные в предыдущем разделе. Также на профиль были установлены шарико-винтовые передачи PL1605-1-600, закрепляемые через подшипниковые опоры BF12 и BK12 (Рисунок 4.9а). На смонтированные рельсовые направляющие и шарико-винтовую пару устанавливался суппорт в

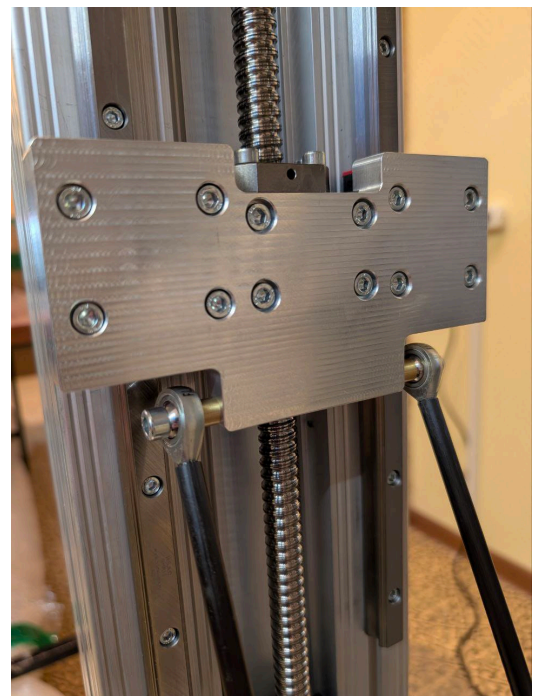
сборе.

Сборка данного узла осложнена отсутствием в алюминиевом профиле базирующих поверхностей для монтажа рельсовых направляющих и подшипниковых опор. В связи с этим при сборке узла было необходимо осуществлять затяжку крепежных винтов не сразу, а постепенно, перемещая суппорт вдоль направляющих и винта с целью предотвращения возможных заклиниваний при дальнейшей работе механизма.

Предварительная сборка суппорта (Рисунок 4.9б) осуществлялась путем монтажа опорных модулей HSAC GHW15CC на пластину суппорта с базированием по заранее спроектированным поверхностям «в угол» при помощи винтов M5×20. Аналогичным образом на пластину суппорта монтировался держатель гайки ШВП DSG1605/1610.



(a)



(б)

Рисунок 4.9 – Монтаж подшипниковой опоры (а) и установка суппорта (б) на алюминиевой колонне верхнего модуля

Верхний и нижний модули установлены на общей алюминиевой плите основания. Базирование колонн верхнего модуля выполнено по системе «в угол»

(Рисунок 4.10а), что однозначно определяет их положение относительно плиты. Крепление колонн осуществлено через отверстия в основании при помощи винтов М8×40, установленных в профиль колонны.

Проводка шаговых двигателей верхнего модуля проходит через отверстия в верхней и нижней плитах, через алюминиевую колонну и выводится под механизм (Рисунок 4.10б).

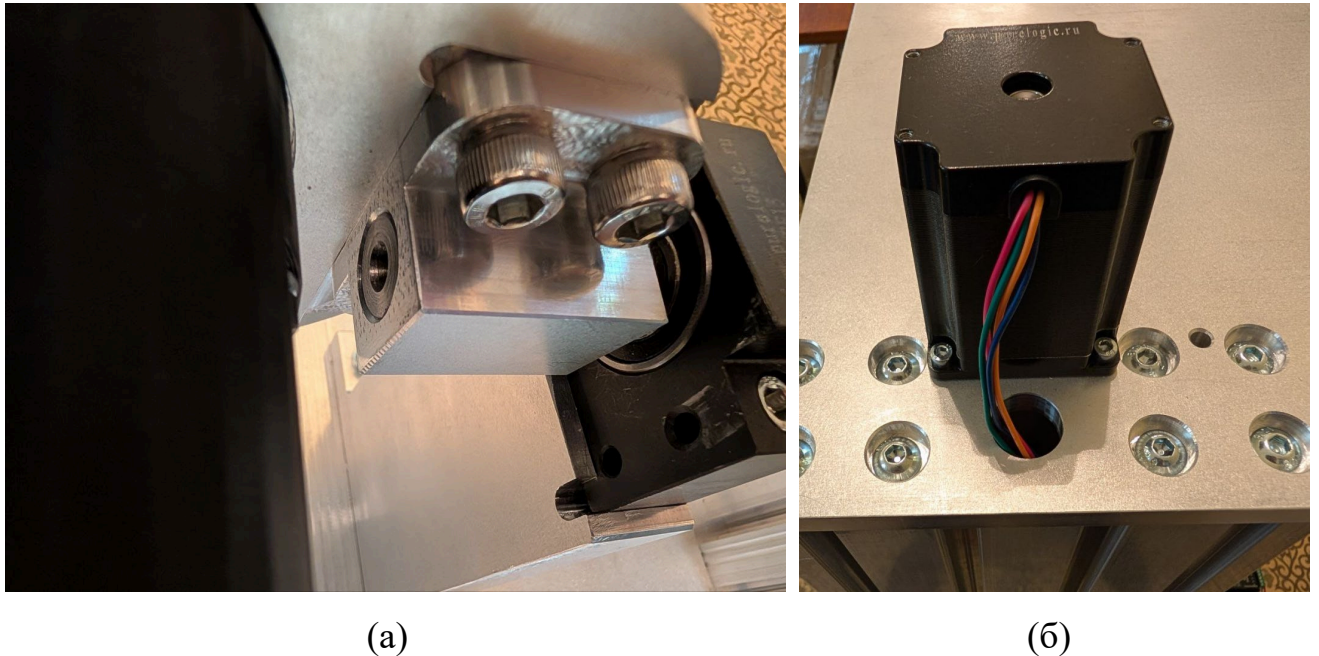


Рисунок 4.10 – Принцип базирования элемента «в угол» (а), принципиальная схема закрепления колонны и отверстия для проводки шаговых двигателей верхнего модуля (б)

Принцип монтажа верхней пластины механизма верхнего модуля к колоннам аналогичен: базирование в угол и закрепление винтами М8×40. В данную деталь установлено четыре шаговых двигателя с фланцем NEMA23 PL57H76-D8, базирясь по цилиндрическим отверстиям Ø38,1H7 и закрепляясь при помощи винтов М4×16 в тело пластины. Двигатели сопрягаются с винтами ШВП через соединительную муфту BF-25-8-10.

Отдельно были собраны тяги верхнего модуля: карбоновая трубка была отрезана длиной 350 мм и по шаблону в нее вклеены шарнирные наконечники GASW6 Fluro.

После сборки колонн с суппортами, верхней и нижней пластин были установлены собранные карбоновые тяги, которые соединяют суппорты верхнего модуля с его выходным звеном через латунные втулки. На этом механическая сборка верхнего модуля была завершена.

Сборка нижнего модуля до его монтажа на плиту основания верхнего модуля выполнялась отдельно. На первом этапе стальные валы были запрессованы в дюралевые опоры и установлены в подшипниковые опоры, фиксируясь гайкой с противоположной стороны. При этом на один из валов после установки опоры был смонтирован зубчатый шкив ВЛА-60-3М-15-А-Р8 с натягом и дополнительно фиксирован гайкой.

Параллельно осуществлена сборка центрального вала, передающего крутящий момент от шагового двигателя к выходному звену (Рисунок 4.11).

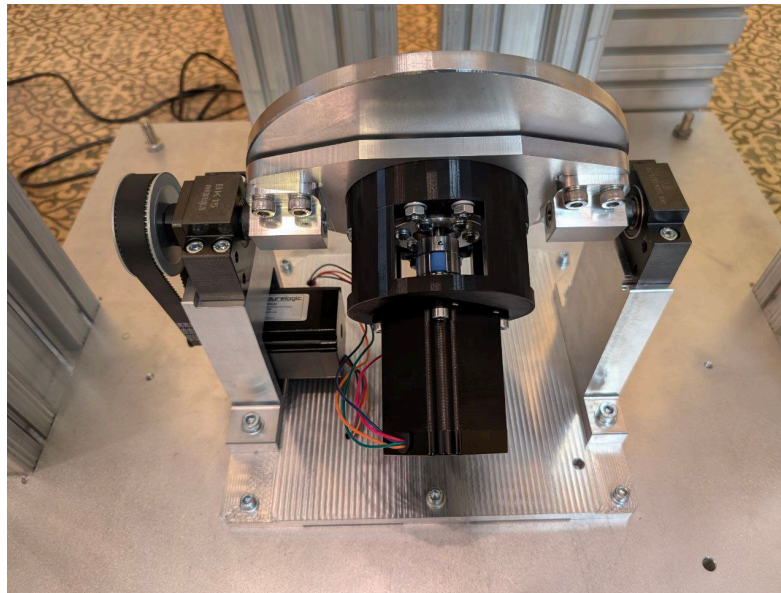


Рисунок 4.11 – Поворотный стол нижнего модуля в сборе

На вал напрессовывался радиально-упорный подшипник МП 36110 00-ЗГ-01519 и дополнительно поджимался дюралевой пластиной. Вал в сборе монтировался в кронштейн шагового двигателя, после чего данная конструкция устанавливалась в вал-плиту и фиксировалась винтами М6×35 с использованием гаек и шайб. На центральный вал устанавливался дюралевый диск, являющийся выходным звеном нижнего модуля, который центрировался по переходной посадке

на валу и закреплялся винтами М6×16. На кронштейн монтировался шаговый двигатель с установленной на его валу муфтой и сопрягался с центральным валом. К полученной конструкции при помощи винтов М8×16 крепились ранее собранные стальные валы с опорами.

На платформу нижнего модуля с базированием по системе «в угол» были установлены стойки нижнего модуля. В одну из стоек монтирован шаговый двигатель, сопряженный с зубчатым шкивом BSY-15-3M-15-C-P8. На стойки установлена ранее собранная конструкция поворотного стола. Подшипниковые опоры базированы по выступам на стойках и закреплены винтами М6×50. Между шкивами установлен зубчатый ремень, натяжение которого осуществляется за счет изменения положения нижнего шагового двигателя, смонтированного в опоре (Рисунок 4.12).

Базирование нижнего модуля на основании реализовано по двум отверстиям, выполненным как в плите основания, так и в опорной пластине нижнего модуля (Рисунок 4.13). Закрепление нижнего модуля осуществлено через крепежные отверстия с резьбой М6.

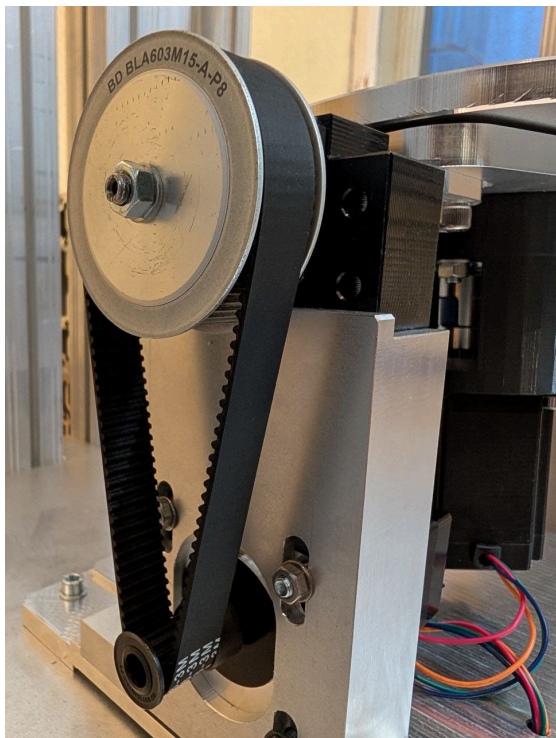


Рисунок 4.12 – Система натяжения приводного ремня

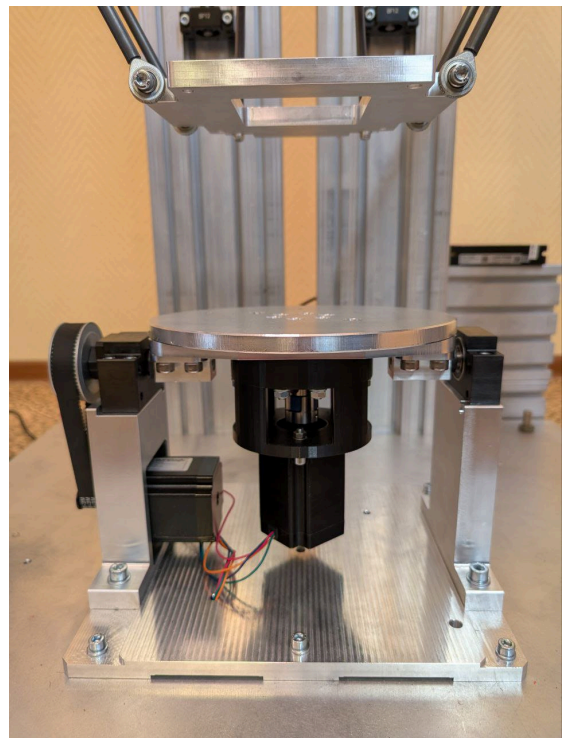


Рисунок 4.13 – Смонтированный нижний модуль

Проводка шаговых двигателей нижнего модуля проложена через специально выполненные отверстия в нижней плите, что позволяет минимизировать длину кабеля в рабочей зоне механизма. Нижний модуль в сборе установлен на плиту основания верхнего модуля, после чего сборка физического прототипа механической системы относительного манипулирования считается завершенной.

4.3 Экспериментальные исследования разработанной механической системы относительного манипулирования

В рамках данного исследования был проведен эксперимент, направленный на оценку повторяемости ориентации разработанной механической системы относительного манипулирования. В эксперименте использовался инерциальный модуль МГ-1 производства «Лаборатория Микроприборов», в состав которого входят трехосевой датчик угловой скорости, трехосевой акселерометр, трехосевой магнитометр, барометр и вычислитель (Рисунок 4.14).

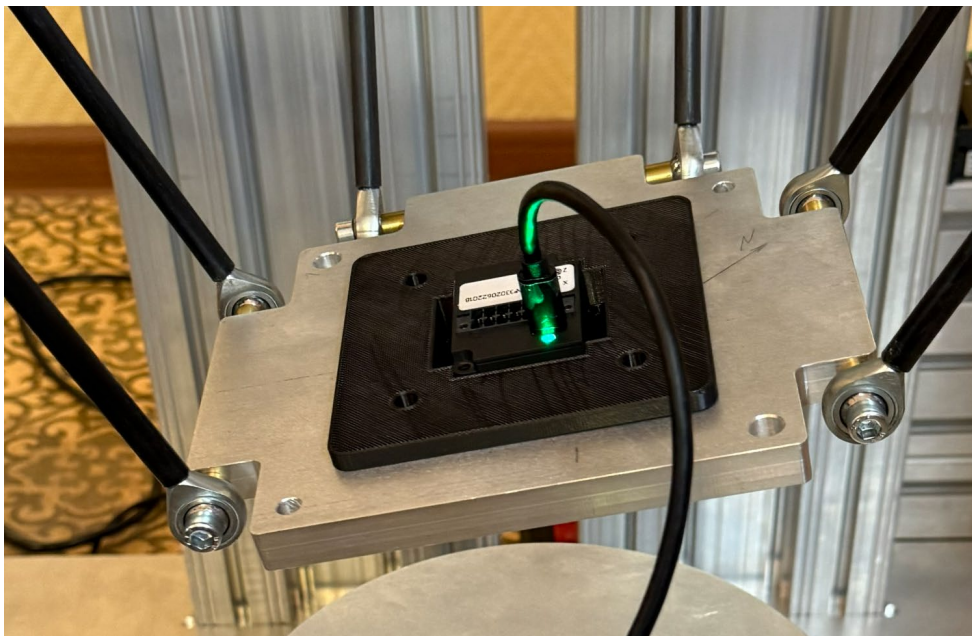


Рисунок 4.14 – Датчик в оправке, установленной на выходном звене верхнего модуля механической системы относительного манипулирования

Использование данного модуля после предварительной настройки и калибровки по магнитному полю Земли позволяет определять углы тангажа, крена

и рысканья, однако не обеспечивает достаточной точности при определении линейных перемещений датчика в пространстве. В связи с этим в рамках эксперимента было проведено исследование повторяемости замера угла наклона выходного звена верхнего модуля механической системы относительного манипулирования.

Для проведения эксперимента была изготовлена оправка, в которую установлен инерциальный модуль. Оправка спроектирована таким образом, чтобы центр датчика находился точно по середине выходного звена исследуемого модуля. Данная оправка с легким натягом установлена в выходное звено верхнего модуля, точно центрируясь в его системе координат.

Дальнейшее исследование проводилось для трех заданных положений выходного звена, расположенных в различных точках рабочей зоны. При этом выходное звено осуществляло поворот вокруг оси Oy между двумя заданными ориентациями. Для каждого положения было выполнено 20 измерений: по 10 измерений для каждого угла наклона.

Угол наклона выходного звена фиксировался с помощью специализированного программного обеспечения, обеспечивающего регистрацию данных инерциального модуля. Примеры получаемых временных зависимостей углов наклона приведены на Рисунках 4.15 и 4.16.

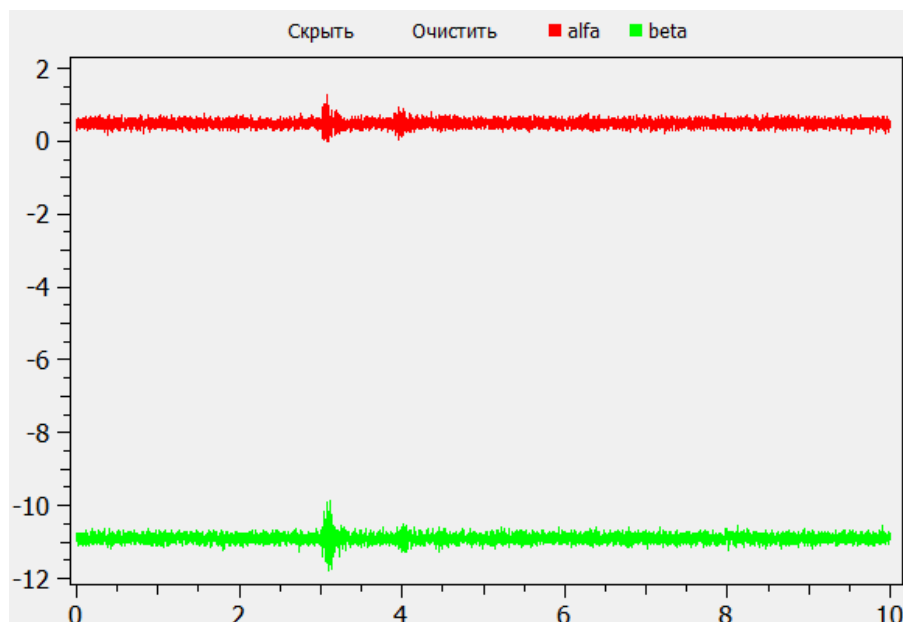


Рисунок 4.15 – График углов крена и тангажа, генерируемых программой

The screenshot shows the QInertsys 1.9.3.1 software interface. At the top, there are menu items: 'Окно', 'Действия', and 'Параметры'. Below that, a toolbar contains buttons for 'Очистить полностью', 'Скриншот', 'Счетчик синфлов', 'Статус', 'Обновлять график', 'Если скрыт', and 'Обработка за: 10 с'. The main area displays a table with the following data:

	val	min	max	delta	ave	std
alfa	0.657576	-0.128657	1.28027	1.40893	0.605148	0.101358
beta	5.27757	4.90543	5.75639	0.850958	5.31901	0.0901942

Рисунок 4.16 – Таблица значений углов крена и тангажа, генерируемых программой

В таблице 4.1 представлены значения координат заданных положений выходного звена верхнего модуля и исследуемые углы его наклона для трех рассматриваемых случаев. В рамках данного эксперимента предельные углы наклона механической системы относительного манипулирования не использовались.

Таблица 4.1 – Исследуемые положения выходного звена

№ положения	x, мм	y, мм	z, мм	Ориентация	
				$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
1	0	0	350	10	-10
2	0	60	350	11	-10
3	45	0	350	9	-20

Для количественной оценки повторяемости ориентации выходного звена по результатам измерений вычислялись среднее значение угла наклона ($\bar{\varphi}$) среднеквадратичное отклонение (σ_φ) и размах значений ($\Delta\varphi$). Среднее значение определяется формулой (4.1) и характеризует номинальную ориентацию, достигаемую системой. Среднеквадратичное отклонение определяется формулой (4.2) и позволяет оценить рассеяние результатов и уровень повторяемости. Размах значений, определяемый формулой (4.3), отражает максимальное отклонение измеренных значений в пределах серии измерений.

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi_i, \quad (4.1)$$

где N – количество проводимых измерений для заданного угла, φ_i – значение угла наклона в i -ом измерении.

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}. \quad (4.2)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{\max} - \varphi_{\min}, \quad (4.3)$$

где φ_{\max} и φ_{\min} – максимальное и минимальное значения измеряемого угла среди N измерений.

Для положения №1 была выполнена серия измерений углов φ_1 и φ_2 , соответствующих двум заданным ориентациям выходного звена при повороте вокруг горизонтальной оси (Рисунок 4.17).

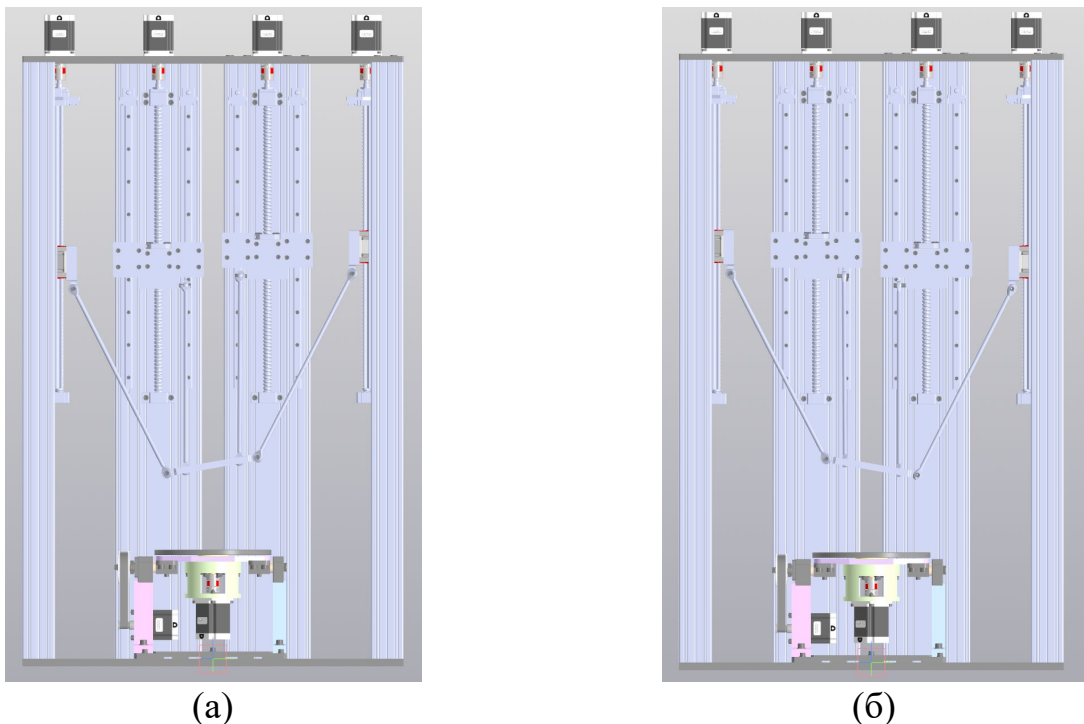


Рисунок 4.17 – Экспериментальное исследование повторяемости для положения №1, ориентация с углом φ_1 (а) и ориентация с углом φ_2 (б)

На Рисунках 4.18 – 4.20 представлена экспериментальная установка. Результаты десяти повторений для каждой ориентации приведены в таблице 4.2 для положения №1.

По данным таблицы 4.2 получены следующие значения: для угла φ_1 среднее значение составило $10,8627^\circ$, среднеквадратичное отклонение — $0,0373^\circ$, размах — $0,108^\circ$. Для угла φ_2 среднее значение составило $-9,8230^\circ$, среднеквадратичное отклонение — $0,0894^\circ$, размах — $0,271^\circ$. Для ориентации φ_2 наблюдается большее рассеяние измерений по сравнению с φ_1 . Полученные результаты сведены в Таблицу 4.3.



Рисунок 4.18 – Исследование повторяемости для положения №1 с ориентацией при φ_1

Таблица 4.2 – Результаты измерений углов φ_1 и φ_2 для положения №1

№	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
1	10,7955	-9,91087

2	10,8532	-9,86261
3	10,8849	-9,82339
4	10,8012	-9,65202
5	10,8994	-9,68942
6	10,8713	-9,84069
7	10,8789	-9,81508
8	10,8601	-9,81836
9	10,9034	-9,89435
10	10,8795	-9,92334

Таблица 4.3 – Статистические показатели для углов φ_1 и φ_2 положения №1

Параметр	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
Среднее значение, $\bar{\varphi}$	10,8627	-9,8230
Среднеквадратичное отклонение, σ_φ	0,0373	0,0894
Размах, $\Delta\varphi$	0,108	0,271

Аналогично проведенному эксперименту, для положений №2 и №3 были выполнены серии измерений углов φ_1 и φ_2 , соответствующих двум заданным ориентациям выходного звена при наклоне вокруг горизонтальной оси. Результаты десяти измерений для каждой ориентации приведены в таблицах 4.4 и 4.6. Результаты статистических показателей указаны в таблицах 4.5 и 4.7.

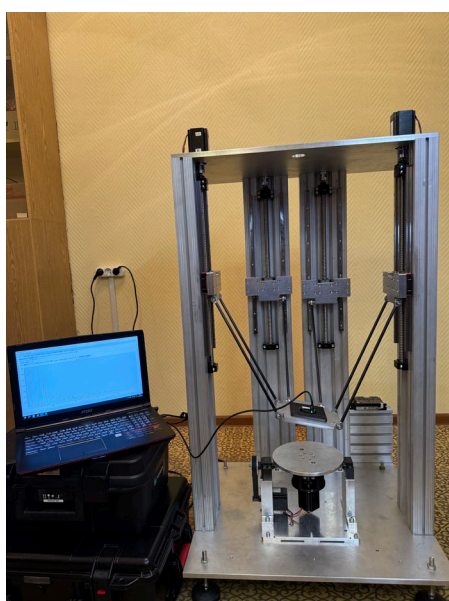
Таблица 4.4 – Результаты измерений углов φ_1 и φ_2 для положения №2

№	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
1	11,8038	-9,91093
2	11,6165	-9,72509
3	11,6418	-9,77563
4	11,7039	-9,70243
5	11,6995	-9,73625
6	11,8240	-9,70029
7	11,8216	-9,73248

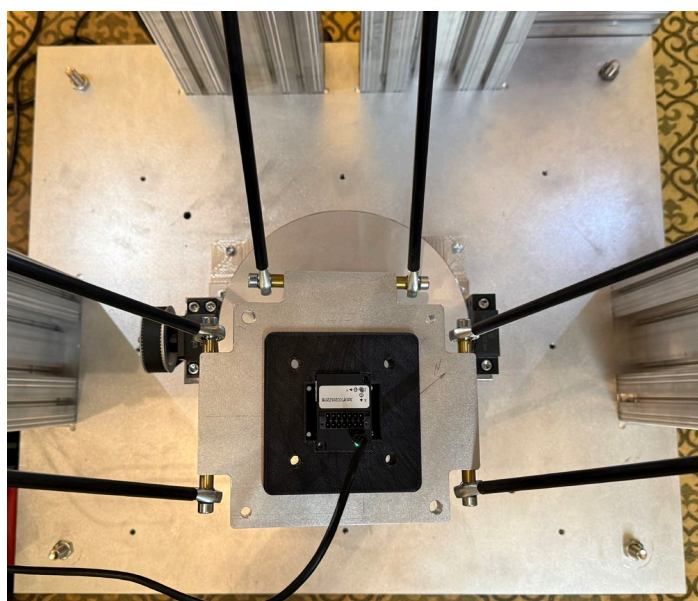
8	11,8772	-9,7923
9	11,7964	-9,77934
10	11,7838	-9,81861

Таблица 4.5 – Статистические показатели для углов φ_1 и φ_2 положения №2

Параметр	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
Среднее значение, $\bar{\varphi}$	11,7569	-9,7677
Среднеквадратичное отклонение, σ_φ	0,0896	0,0716
Размах, $\Delta\varphi$	0,261	0,211



(a)



(б)

Рисунок 4.19 – Исследование повторяемости для положения №2 и ориентации при φ_2 : общий вид (а) и вид сверху на выходное звено (б)

Таблица 4.6 – Результаты измерений углов φ_1 и φ_2 для положения №3

№	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
1	9,17319	-19,4163
2	9,30789	-19,6526
3	9,34026	-19,7406
4	9,36021	-19,7241
5	9,37791	-19,7215

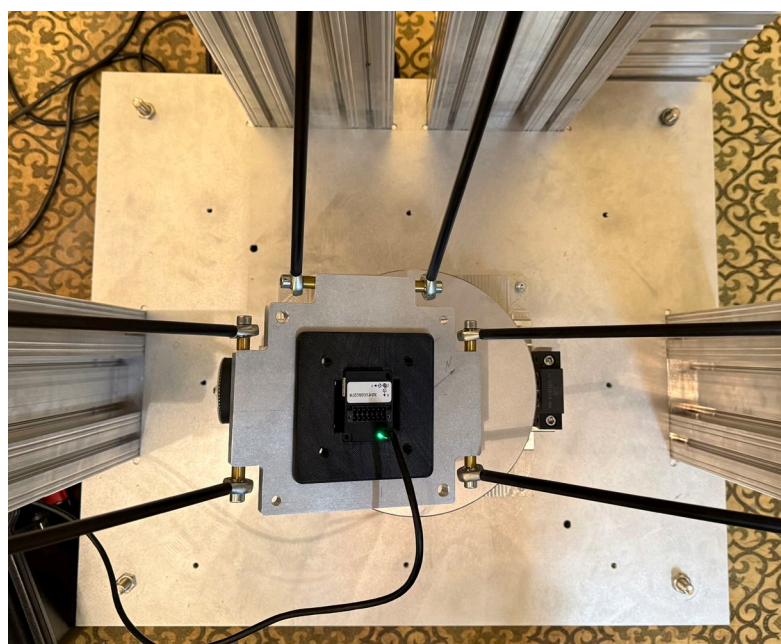
6	9,33511	-19,6911
7	9,41097	-19,7868
8	9,37549	-19,7596
9	9,41734	-19,8227
10	9,45198	-19,9131

Таблица 4.7 – Статистические показатели для углов φ_1 и φ_2 положения №3

Параметр	$\varphi_1, ^\circ$	$\varphi_2, ^\circ$
Среднее значение, $\bar{\varphi}$	9,3554	-19,7728
Среднеквадратичное отклонение, σ_φ	0,0863	0,1569
Размах, $\Delta\varphi$	0,279	0,497



(a)



(б)

Рисунок 4.20 – Исследование повторяемости для положения №3 и ориентации при φ_2 : вид спереди (а) и вид сверху на выходное звено (б)

По результатам проведенных экспериментов сформирована сводная таблица 4.8 показателей повторяемости.

Таблица 4.8 – Сводная таблица показателей повторяемости

Положение	Угол	Среднее значение $\bar{\varphi}$, °	Среднеквадратичное отклонение σ_{φ} , °	Размах $\Delta\varphi$, °
№1	φ_1	10,8627	0,0373	0,108
№1	φ_2	-9,8230	0,0894	0,271
№2	φ_1	11,7569	0,0896	0,261
№2	φ_2	-9,7677	0,0716	0,211
№3	φ_1	9,3554	0,0863	0,279
№3	φ_2	-19,7228	0,1569	0,497

По результатам экспериментальных исследований повторяемости изменения ориентации выходного звена для трех заданных положений установлено, что разработанная механическая система относительного манипулирования обеспечивает воспроизводимое позиционирование по углу наклона при многократных перемещениях между заданными конфигурациями.

Во всех рассмотренных случаях значения среднеквадратичного отклонения не превышают $0,16^\circ$, а размах измеренных значений не превышает $0,5^\circ$. Наименьшее рассеяние наблюдается для ориентации φ_1 в положении №1 ($\sigma_{\varphi} = 0,037^\circ$), наибольшее — для ориентации φ_2 в положении №3 ($\sigma_{\varphi} = 0,157^\circ$), что может быть обусловлено различной загрузкой звеньев, влиянием люфтов в передачах, изменением направления движения при переходе между ориентациями или неточностью калибровки выходного звена.

Полученные результаты свидетельствуют о достаточной повторяемости ориентации выходного звена физического прототипа для экспериментальной отработки разработанных моделей и алгоритмов, а также подтверждают возможность использования механической системы относительного манипулирования для задач, требующих воспроизводимого позиционирования с заданной точностью (механическая обработка деталей машин, полировка поверхностей и др.).

Следует отметить, что представленные результаты характеризуют повторяемость системы и не отражают ее абсолютную точность, оценка которой требует применения внешних средств пространственных измерений.

4.4 Выводы по главе 4

1. Разработан виртуальный прототип шестиподвижной механической системы относительного манипулирования, включающей верхний четырехподвижный модуль параллельной структуры типа «Дельта» и нижний двухподвижный модуль последовательной структуры с возможностью неограниченного поворота вокруг вертикальной оси. Виртуальная модель позволила проработать компоновку узлов, спецификацию деталей и технологию сборки, а также проверить отсутствие недопустимых пересечений звеньев при относительном движении модулей.

2. На основе виртуального прототипа изготовлен физический прототип механической системы относительного манипулирования с использованием стандартных элементов деталей машин и специально спроектированных уникальных деталей, полученных фрезерной обработкой, токарной обработкой и аддитивными технологиями. Подтверждена реализуемость теоретически синтезированной конструкции и возможность ее сборки в условиях лаборатории.

3. Разработана и реализована экспериментальная методика оценки повторяемости ориентации выходного звена верхнего модуля с использованием инерциального измерительного модуля МГ-1. Исследование проведено для трех различных положений выходного звена в рабочей зоне и двух заданных ориентаций для каждого положения.

4. По результатам экспериментальных исследований установлено, что среднеквадратичное отклонение угла наклона выходного звена во всех рассмотренных случаях не превышает $0,16^\circ$, а размах измеренных значений не превышает $0,5^\circ$, что свидетельствует о достаточной повторяемости ориентации выходного звена при многократных перемещениях между заданными

конфигурациями.

5. Полученные экспериментальные результаты подтверждают работоспособность физического прототипа и возможность использования разработанной механической системы относительного манипулирования для экспериментальной отработки кинематических моделей и алгоритмов управления, а также для задач, требующих воспроизводимого позиционирования выходного звена с заданной точностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена разработке новых механических систем относительного манипулирования на основе механизмов семейства «Дельта» и анализу их функциональных свойств. В работе представлены новые шестиподвижные механические системы с двумя модулями, один из которых представляет собой четырехподвижный механизм семейства «Дельта», а второй – двухподвижный модуль различных конфигураций. Для класса разработанных механических систем получены алгоритмы комплексного кинематического расчета, включающие в себя решение обратной кинематической задачи для всей механической системы в относительном манипулировании двух модулей, расчет рабочей зоны с учетом взаимодействия модулей, ограничением в шарнирах и анализом возможных интерференций звеньев механизмов-модулей. Также разработан алгоритм решения задачи о скоростях, который продемонстрирован для нескольких разработанных механических систем относительного манипулирования. На основе проведенных теоретических расчетов разработаны виртуальный и физический прототипы шестиподвижной механической системы относительного манипулирования с проведением экспериментального исследования повторяемости движения.

С учетом решения поставленных в работе задач, были получены следующие **основные результаты:**

1. Получены данные анализа технических решений существующих механических систем относительного манипулирования и методов их комплексного кинематического исследования. Разработаны структурные схемы новых двухмодульных механических систем относительного манипулирования, включающие четырехподвижный верхний модуль на основе механизма семейства «Дельта» и двухподвижный нижний модуль с возможностью неограниченного вращения. Показано, что предложенные комбинации модулей обеспечивают шесть степеней свободы относительного движения модулей.

2. Разработаны аналитические алгоритмы решения обратной кинематической задачи о положениях для синтезированных механических систем относительного

манипулирования с учетом совместного движения верхнего и нижнего модулей. Получены аналитические зависимости, устанавливающие взаимосвязь между координатами выходного звена и управляемыми перемещениями в приводах обоих модулей.

3. Разработаны алгоритмы анализа скоростей, позволяющие определить линейные и угловые скорости выходных звеньев модулей механической системы относительного манипулирования и выявить особенности распределения скоростей в различных конфигурациях механизмов-модулей.

4. Разработан аналитический итерационный алгоритм построения рабочей зоны механической системы относительного манипулирования, учитывающий ограничения в шарнирах верхнего и нижнего модулей, а также интерференцию их звеньев при относительном движении. Доказано, что учет относительного движения модулей и учет пересечения их звеньев позволяет более корректно оценивать достижимые области пространственных положений и ориентаций выходного звена.

5. Определены особые (сингулярные) конфигурации исследуемых механических систем относительного манипулирования, при которых происходит потеря управляемости при сохранении подвижности отдельных модулей, что имеет важное значение для практического применения и планирования траекторий движения.

6. Разработаны сборочные компьютерные модели (виртуальные прототипы) синтезированных механических систем относительного манипулирования, на основе которых проведена верификация результатов кинематического анализа. Подтверждена корректность разработанных алгоритмов решения кинематических задач и построения рабочей зоны.

7. Изготовлен физический прототип механической системы относительного манипулирования, проведены экспериментальные исследования, результаты которых подтвердили адекватность теоретических моделей и возможность практической реализации предложенной конструкции.

По результатам работы сформулированы следующие **выводы**:

1. Использование четырёхподвижного механизма семейства «Дельта» с возможностью поворота вокруг горизонтальной оси в сочетании с двухподвижными модулями позволило синтезировать новые, ранее не исследованные системы относительного манипулирования, обеспечивающие шесть степеней свободы и пригодные как для реализации формообразующих операций, так и для интеграции в существующие технологические процессы при выполнении неформообразующих операций в гибких производственных системах и автоматических линиях.

2. На основе разработанных алгоритмов решения обратной кинематической задачи, построения рабочей зоны и анализа скоростей установлено, что предложенные шестиподвижные системы относительного манипулирования обеспечивают заданные угловые и линейные перемещения и скорости выходных звеньев модулей в пределах исследованной рабочей зоны с постоянной и наклонной ориентациями выходного звена. На примере разработанных систем относительного манипулирования показано, что использование средств автоматизированного проектирования позволяет верифицировать теоретические алгоритмы кинематического анализа (алгоритмы решения задач о положениях, скоростях и построении рабочей зоны).

3. При решении задачи об определении параметров рабочей зоны механической системы относительного манипулирования учет ограничений в шарнирах модулей и интерференций их звеньев оказывает существенное влияние на фактическую рабочую зону и приводит к результатам, принципиально отличающимся от оценок, получаемых традиционным методом определения рабочей зоны как области пересечения рабочих зон отдельных модулей.

4. Спроектированная сборочная компьютерная модель и изготовленный на ее основе физический прототип подтвердили работоспособность предложенной теоретической модели механической системы относительного манипулирования, наличие требуемого числа степеней свободы и наличие особых (сингулярных) положений, в которых механическая система теряет заявленное число степеней свободы при сохранении степеней свободы модулей, входящих в её состав.

5. Проведённые экспериментальные исследования позволили оценить повторяемость движения верхнего модуля разработанной механической системы относительного манипулирования. Установлено, что среднеквадратичное отклонение угла наклона выходного звена во всех рассмотренных случаях не превышает $0,16^\circ$, а размах измеренных значений не превышает $0,5^\circ$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang B., Li P., Yang C., Hu X., Zhao Y. Robotica: Decoupled elastostatic stiffness modeling of hybrid robots // *Robotica*. – 2024. – Т. 42. – № 7. – С. 2309-2327.
2. Kumar S., Mueller A., Kirchner F. Biologically inspired series-parallel hybrid robots: Design, analysis, and control. – Academic Press, London. – 2024.
3. Крайнев А. Ф., Глазунов В. А. Новые механизмы относительного манипулирования // *Проблемы машиностроения и надёжности машин*. – 1994. – № 5. – С. 106-117.
4. Van Toan N., Khoi P. B. A control solution for closed-form mechanisms of relative manipulation based on fuzzy approach // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2019. – Т. 16. – № 2. – С. 1729881419839810.
5. Глазунов В. А., Ласточкин А. Б., Шалюхин К. А., Данилин П. О. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования // *Проблемы машиностроения и надёжности машин*. – 2009. – № 4. – С. 81-85.
6. Wu Y., Wang H., Lin Z. Quotient kinematics machines: concept, analysis, and synthesis // *Journal of Mechanisms and Robots*. – 2011. – Т. 3. – № 4. – С. 041004-1–041004-11.
7. Huang H., Deng Z., Li B., Liu R. Analysis and synthesis of a kind of mobility reconfigurable robot with multi-task capability // *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*. – 2011. – Т. 5. – № 2. – С. 87-102.
8. Carbonari L., Callegari M., Palmieri G., Palpacelli M. C. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines // *Mechanism and Machine Theory*. – 2014. – Т. 79. – С. 173-183.
9. Liu Q., Liu H., Xiao J., Tian W., Ma Y., Li B. Open-architecture of CNC system and mirror milling technology for a 5-axis hybrid robot // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2023. – Т. 81. – С. 102504.
10. Ma S. J., Xiao J. L., Liu H. T., Liu S. J., Tian Y. Modeling and analysis for time-varying dynamics of thin-walled workpieces in mirror milling considering material

removal // *Science China Technological Sciences*. – 2023. – Т. 66. – № 7. – С. 1883-1898.

11. Крайнев А. Ф., Глазунов В. А., Муницына Н. В. Механизмы перемещения заготовки и инструмента для станка нетрадиционной компоновки // *Станки и инструмент*. – 1995. – № 7. – С. 10-13.

12. Dogar M., Spielberg A., Baker S., Rus D. Multi-robot grasp planning for sequential assembly operations // *Autonomous Robots*. – 2019. – Т. 43. – № 3. – С. 649-664.

13. He Y., Wu M., Liu S. A cooperative optimization strategy for distributed multi-robot manipulation with obstacle avoidance and internal performance maximization // *Mechatronics*. – 2021. – Т. 76. – С. 102560.

14. Son S., Kim T., Sarma S. E., Slocum A. A hybrid 5-axis CNC milling machine // *Precision Engineering*. – 2009. – Т. 33. – № 4. – С. 430-446.

15. Zhao D., Zhu G., He J., Guo W. An initial feasibility study into ray-based slicing for revolving thin-wall parts using a rotary 3D printer // *Rapid Prototyping Journal*. – 2023. – Т. 29. – № 1. – С. 128-144.

16. Saeidi H., Opfermann J. D., Kam M., Wei S., Leonard S., Hsieh M. H., Kang J. U., Krieger A. Autonomous robotic laparoscopic surgery for intestinal anastomosis // *Science Robotics*. – 2022. – Т. 7. – № 62. – С. eabj2908.

17. Asadizeidabadi A., Hosseini S., Vetshev F., Osminin S., Hosseini S. Comparison of da Vinci 5 with previous versions of da Vinci and Sina: a review // *Laparoscopic, Endoscopic and Robotic Surgery*. – 2024. – Т. 7. – № 2. – С. 60-65.

18. Wu Y., Carricato M. Symmetric subspace motion generators // *IEEE Transactions on Robotics*. – 2018. – Т. 34. – № 3. – С. 716-735.

19. Lu Y., Hu B. Analyzing kinematics and solving active/constrained forces of a 3SPU+ UPR parallel manipulator // *Mechanism and Machine Theory*. – 2007. – Т. 42. – № 10. – С. 1298-1313.

20. Song J., Lu Y., Wang Y., Lu Y. Stiffness and elastic deformation of 4-DoF parallel manipulator with three asymmetrical legs for supporting helicopter rotor // *Journal of Robotics*. – 2020. – Т. 2020. – № 1. – С. 8571318.

21. Hu J., Yan X., Ma J., Qi C., Francis K., Mao H. Dimensional synthesis and kinematics simulation of a high-speed plug seedling transplanting robot // *Computers and Electronics in Agriculture*. – 2014. – Т. 107. – С. 64-72.

22. Vasilic G., Zivanovic S., Kokotovic B., Dimic Z., Milutinovic M. Configuring a class of machines based on reconfigurable 2DOF planar parallel mechanism // *Proceedings of the International Conference of Experimental and Numerical Investigations and New Technologies*. – 2021. – С. 179-197.

23. Zhao D., Li T., Shen B., Jiang Y., Guo W., Gao F. A multi-DOF rotary 3D printer: machine design, performance analysis and process planning of curved layer fused deposition modeling (CLFDM) // *Rapid Prototyping Journal*. – 2020. – Т. 26. – № 6. – С. 1079-1093.

24. Wu Y., Li Z., Ding H., Lou Y. Quotient kinematics machines: Concept, analysis and synthesis // *Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. – 2008. – С. 1964-1969.

25. Liu X. J., Tang X., Wang J. A novel 2-DOF parallel mechanism based design of a new 5-axis hybrid machine tool // *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. – 2003. – Т. 3. – С. 3990-3995.

26. Li Q., Wu W., Xiang J., Li H., Wu C. A hybrid robot for friction stir welding // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. – 2015. – Т. 229. – № 14. – С. 2639-2650.

27. Ласточкин А. Б. Разработка и исследование систем механизмов параллельной структуры для их совместного относительного манипулирования: дис. канд. техн. наук. – Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук. – 2009.

28. Khalapryan S. Y., Rybak L. A., Gaponenko E. V., Kholoshevskaya L. R. Interaction algorithm of the mechanisms of relative manipulation in a 6-DOF robot control system // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2021. – Т. 1064. – № 1. – С. 012019.

29. Bi W., Xie F., Liu X.-J., Luo X. Optimal design of a novel 4-degree-of-freedom parallel mechanism with flexible orientation capability // *Proceedings of the Institution*

of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture. – 2019. – T. 233. – № 2. – C. 632-642.

30. López-Estrada L., Fajardo-Pruna M., Sánchez-González L., Pérez H., Fernández-Robles L., Vizán A. Design and implementation of a stereo vision system on an innovative 6DOF single-edge machining device for tool tip localization and path correction // Sensors. – 2018. – T. 18. – № 9. – C. 3132.

31. Fan C., Zhao G., Zhao J., Zhang L., Sun L. Calibration of a parallel mechanism in a serial-parallel polishing machine tool based on genetic algorithm // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2015. – T. 81. – № 1. – C. 27-37.

32. Yang S. H., Lee D. M., Lee H. H., Lee K. I. Sequential measurement of position-independent geometric errors in the rotary and spindle axes of a hybrid parallel kinematic machine // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2020. – T. 21. – № 12. – C. 2391-2398.

33. Pateloup S., Chanal H., Duc E. Process parameter definition with respect to the behaviour of complex kinematic machine tools // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2013. – T. 69. – № 5. – C. 1233-1248.

34. Pateloup S., Chanal H., Duc E. Geometric and kinematic modelling of a new Parallel Kinematic Machine Tool: the Tripteor X7 designed by PCI // Advanced Materials Research. – 2010. – T. 112. – C. 159-169.

35. Bonnemains T., Chanal H., Bouzgarrou B. C., Ray P. Dynamic model of an overconstrained PKM with compliances: The Tripteor X7 // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. – 2013. – T. 29. – № 1. – C. 180-191.

36. Pateloup S., Chanal H., Duc E. Process definition of preformed part machining for taking benefit of parallel kinematic machine tool kinematic performances // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2012. – T. 58. – № 9. – C. 869-883.

37. Zhu L., Yang S., Shen J., Wang C., Song A. A force-sensing retractor for robot-assisted transoral surgery // International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery. – 2022. – T. 17. – № 11. – C. 2001-2010.

38. Pisla D., Popa C., Pusca A., Ciocan A., Gherman B., Mois E., Cailean A.-D., Vaida C., Radu C., Chablat D., Hajjar N. A. On the control and validation of the PARA-SILSROB surgical parallel robot // *Applied Sciences*. – 2024. – T. 14. – № 17. – C. 7925.
39. Li S., Su C., Huang L., Huang S., Xie L. Personalized passive training control strategy for a lower limb rehabilitation robot with specified step lengths // *Intelligent Service Robotics*. – 2025. – T. 18. – № 1. – C. 137-156.
40. Ellassal A., Abdelaal M., Osama M., Elhnydy H. Low-cost parallel delta robot for a pick-and-place application with the support of the vision system // *e-Prime-Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. – 2024. – T. 8. – C. 100518.
41. Dang H.-V., Bui T.M., Nguyen T.V.A., Nguyen D.H. Experimental validation of dynamic models for high-speed Delta robots // *International Journal of Dynamics and Control*. – 2025. – T. 13. – № 4. – C. 146.
42. Zhang H., Su T., Wu S., Zheng J., Wang Y. Simultaneous path planning and trajectory optimization for high-speed sorting system // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2018. – T. 15. – № 5. – C. 1729881418797870.
43. Cheng H., Li W. Reducing the frame vibration of delta robot in pick and place application: an acceleration profile optimization approach // *Shock and Vibration*. – 2018. – T. 2018. – № 1. – C. 2945314.
44. Nasution B., Alfaris L., Siagian R. C. Inverse kinematic algorithm with Newton-Raphson method iteration to control robot position and orientation based on R programming language // *Indonesian Journal of Computing and Cybernetics Systems*. – 2023. – T. 17. – № 2. – C. 161-170
45. Lynch K. M., Park F. C. *Modern robotics*. – Cambridge University Press. – 2017.
46. Russo M., Ceccarelli M. A geometrical formulation for the workspace of parallel manipulators // *Robotica*. – 2022. – T. 40. – № 8. – C. 2581-2591.
47. Ennaiem F., Chaker A., Sandoval J., Mlika A., Romdhane L., Bennour S., Zeghloul S., Laribi M. A. A hybrid cable-driven parallel robot as a solution to the limited rotational workspace issue // *Robotica*. – 2023. – T. 41. – № 3. – C. 850-868.

48. Li Q., Yang C., Xu L., Ye W. Performance analysis and optimization of parallel manipulators. – Springer, Singapore. – 2023. – T. 565.
49. Erastova K. Effective workspaces of parallel robots // *Robotica*. – 2022. – T. 40. – № 12. – C. 4308-4325.
50. Rosyid A., El-Khasawneh B., Alazzam A. Performance measures of parallel kinematics manipulators // *Mechanical Sciences*. – 2020. – T 11. – № 1. – C. 49-73.
51. Tsai L.-W., Joshi S. Kinematic analysis of 3-DOF position mechanisms for use in hybrid kinematic machines // *Journal of Mechanical Design*. – 2002. – T. 124. – № 2. – C. 245-253.
52. Kucuk S. Dexterous workspace optimization for a new hybrid parallel robot manipulator // *Journal of Mechanisms and Robotics*. – 2018. – T. 10. – № 6. – C. 064503.
53. Chaudhury A. N., Ghosal A. Optimum design of multi-degree-of-freedom closed-loop mechanisms and parallel manipulators for a prescribed workspace using Monte Carlo method // *Mechanism and Machine Theory*. – 2017. – T. 118. – C. 115-138.
54. Zhang D., Wei B. Modelling and optimisation of a 4-DOF hybrid robotic manipulator // *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. – 2017. – T. 30. – № 11. – C. 1179-1189.
55. Ye H., Wang D., Wu J., Yue Y., Zhou Y. Forward and inverse kinematics of a 5-DOF hybrid robot for composite material machining // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2020. – T. 65. – C. 101961.
56. Smits J., Reynaerts D., Vander Poorten E. Synthesis and methodology for optimal design of a parallel remote center of motion mechanism: Application to robotic eye surgery // *Mechanism and Machine Theory*. – 2020. – T. 151. – C. 103896.
57. Pisla D., Szilaghyi A., Vaida C., Plitea N. Kinematics and workspace modeling of a new hybrid robot used in minimally invasive surgery // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2013. – T. 29. – № 2. – C. 463-474.
58. Rastegarpanah A., Rakhodaei H., Saadat M., Rastegarpanah M., Marturi N., Borboni A., Loureiro R. Path-planning of a hybrid parallel robot using stiffness and workspace for foot rehabilitation // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2018. – T. 10. – № 1. – C. 1687814017754159.

59. Schreiber L. T., Gosselin C. Kinematically redundant planar parallel mechanisms: Kinematics, workspace and trajectory planning // *Mechanism and Machine Theory*. – 2018. – T. 119. – C. 91-105.
60. Xu P., Cheung C. F., Wang C., Zhao C. Novel hybrid robot and its processes for precision polishing of freeform surfaces // *Precision Engineering*. – 2020. – T. 64. – C. 53-62.
61. Zhang H., Fang H., Fang Y., Jiang B. Workspace analysis of a hybrid kinematic machine tool with high rotational applications // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2018. – T. 2018. – № 1. – C. 2607497.
62. Qin Z., Liu Z., Liu Y., Gao H., Sun C., Sun G. Workspace analysis and optimal design of dual cable-suspended robots for construction // *Mechanism and Machine Theory*. – 2022. – T. 171. – C. 104763.
63. Chawla I., Pathak P. M., Notash L., Samantaray A. K., Li Q., Sharma U. K. Workspace analysis and design of large-scale cable-driven printing robot considering cable mass and mobile platform orientation // *Mechanism and machine theory*. – 2021. – T. 165. – C. 104426.
64. Haviland J., Corke P. Manipulator differential kinematics: Part I: Kinematics, velocity, and applications [Tutorial] // *IEEE Robotics & Automation Magazine*. – 2023. – T. 31. – № 4. – C. 149-158.
65. Antonov A. V., Fomin A. S. A screw theory approach for instantaneous kinematic analysis of parallel–serial manipulators // *Journal of Mechanisms and Robotics*. – 2025. – T. 17. – № 3. – C. 031009.
66. Zhao J. S., Wei S. T., Ji J. Kinematics of a screw linkage // *SN Applied Sciences*. – 2021. – T. 3. – № 12. – C. 876.
67. Medrano-Hermosillo J., Lozoya-Ponce R., Rodriguez-Mata A. E., Baray-Arana R. Phase-space modeling and control of robots in the screw theory framework using geometric algebra // *Mathematics*. – 2023. – T. 11. – № 3. – C. 572.
68. Gallardo-Alvarado J., Rodriguez-Castro R., Caudillo-Ramirez M., Perez-Gonzalez L. An application of screw theory to the jerk analysis of a two-degrees-of-freedom parallel wrist // *Robotics*. – 2015. – T. 4. – № 1. – C. 50-62.

69. Tchon K., Karpinska J., Janiak M. Approximation of Jacobian inverse kinematics algorithms // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. – 2009. – T. 19. – № 4. – C. 519.

70. Lin J., Lin C. C., Lo H. S. Pseudo-inverse Jacobian control with grey relational analysis for robot manipulators mounted on oscillatory bases // *Journal of Sound and Vibration*. – 2009. – T. 326. – № 3-5. – C. 421-437.

71. Hernandez-Barragan J., Plascencia-Lopez J., Lopez-Franco M., Arana-Daniel N., Lopez-Franco C. Inverse kinematics of robotic manipulators based on hybrid differential evolution and jacobian pseudoinverse approach // *Algorithms*. – 2024. – T. 17. – № 10. – C. 454.

72. Sariyildiz E., Temeltas H. Performance analysis of numerical integration methods in the trajectory tracking application of redundant robot manipulators // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2011. – T. 8. – № 5. – C. 63.

73. Moreno L. A. O., Ramírez E. D. V. Automatic differential kinematics of serial manipulator robots through dual numbers // *Transactions on Energy Systems and Engineering Applications*. – 2024. – T. 5. – № 2. – C. 1-17.

74. Zhang Z., Jiang F., Zhang D., Tang K. Geometric error measuring, modeling, and compensation for CNC machine tools: A review // *Chinese Journal of Aeronautics*. – 2024. – T. 37. – № 2. – C. 163-198.

75. Zheng F., Feng Q., Zhang B., Li J., Zhao Y. Effect of detector installation error on the measurement accuracy of multi-degree-of-freedom geometric errors of a linear axis // *Measurement Science and Technology*. – 2020. – T. 31. – № 9. – C. 094018.

76. Jia P., Zhang B., Feng Q., Zheng F. Simultaneous measurement of 6DOF motion errors of linear guides of CNC machine tools using different modes // *Sensors*. – 2020. – T. 20. – № 12. – C. 3439.

77. Clavel R. Device for the movement and positioning of an element in space. U.S. Patent 4 976 582. – appl. Sep. 6, 1989; publ. Dec. 11, 1990.

78. Clavel R. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté : дис. – Ecole Polytechnique Federale de Lausanne (EPFL). – 1991.

79. Laryushkin P., Fomin A., Antonov A. Kinematic and singularity analysis of a 4-DOF Delta-type parallel robot // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. – 2023. – T. 45. – № 4. – C. 218.

80. Pierrot F., Marquet F., Company O., Gil T. H4 parallel robot: modeling, design and preliminary experiments // *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. – 2001. – T. 4. – C. 3256-3261.

81. Krut S., Benoit M., Ota H., Pierrot F. I4: A new parallel mechanism for Scara motions // *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. – 2003. – T. 2. – C. 1875-1880.

82. Wu G., Zou P. Comparison of 3-DOF asymmetrical spherical parallel manipulators with respect to motion/force transmission and stiffness // *Mechanism and Machine Theory*. – 2016. – T. 105. – C. 369-387.

83. Laryushkin P., Antonov A., Fomin A., Glazunov V. Novel reconfigurable spherical parallel mechanisms with a circular rail // *Robotics*. – 2022. – T. 11. – № 2 – C. 30.

84. Xu C. C., Xue C., Duan X. C. A novel 2R parallel mechanism for alt-azimuth pedestal // *IOP conference series: materials science and engineering*. – 2018. – T. 428. – № 1. – C. 012053.

85. He S., Duan X., Qu X., Xiao J. Kinematic modeling and motion control of a parallel robotic antenna pedestal // *Robotica*. – 2023. – T. 41. – № 11. – C. 3275-3295.

86. Dunlop G. R., Jones T. P. Position analysis of a two DOF parallel mechanism—the Canterbury tracker // *Mechanism and Machine Theory*. – 1999. – T. 34. – № 4. – C. 599-614.

87. Kong X. Forward displacement analysis and singularity analysis of a special 2-DOF 5R spherical parallel manipulator // *Journal of Mechanisms and Robotics*. – 2011. – № 3(2): 024501.

88. Li W., He K., Qu Y., Zhang J., Du R. Hemisphere, a fully decoupled parallel 2-DOF spherical mechanism // *Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on Robotics, Control & Manufacturing Technology*. – 2007. – C. 301-306.

89. Yu S., Zhang J., Li W., Yang X. New decoupled 2-dof parallel mechanism with fully spherical workspace // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Т. 1575. – № 1. – С. 012104.

90. Carricato M., Parenti-Castelli V. A novel fully decoupled two-degrees-of-freedom parallel wrist // *The International Journal of Robotics Research*. – 2004. – Т. 23. – № 6. – С. 661-667.

91. Duan X., Yang Y., Cheng B. Modeling and analysis of a 2-DOF spherical parallel manipulator // *Sensors*. – 2016. – Т. 16. – № 9. – С. 1485.

92. Патент № 2804502 Российская Федерация, МПК F16H 21/46, B25J 1/00. Пространственный механизм относительного манипулирования с двух- и четырехподвижными модулями параллельной структуры: № 2023103780: заявл. 20.02.2023: опубл. 02.10.2023 / А. С. Фомин, П. А. Ларюшкин, Д. В. Петелин, К. С. Мухин; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук.

93. Патент № 2804666 Российская Федерация, МПК F16H 21/00. Шестиподвижное пространственное устройство параллельной структуры относительного манипулирования: № 2023103781: заявл. 20.02.2023: опубл. 03.10.2023 / А. С. Фомин, К. С. Мухин; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук.

94. Mukhin K., Antonov A., Fomin A. Mechanism design and inverse kinematics of a 6-DOF hybrid robot with two parallel modules // *Proceedings of the 8th IFToMM International Symposium on Robotics and Mechatronics*. – 2024. – С. 309-318.

95. Laryushkin P., Antonov A., Fomin A., Glazunov V. Inverse and forward kinematics of a reconfigurable spherical parallel mechanism with a circular rail // *Proceedings of the 24th Symposium on Robot Design, Dynamics and Control*. – 2022. – С. 246-254.

96. Мухин К. С., Антонов А. В., Фомин А. С. Решение обратной кинематической задачи шестиподвижного робота относительного

манипулирования, состоящего из двух модулей параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2025. – № 8. – С. 3–11.

97. Waldron K. J., Schiedeler J. Kinematics // Springer handbook of robotics. – Springer International Publishing, Cham. – 2016. – С. 11-36.

98. Mukhin K., Antonov A., Fomin A. Workspace analysis of a 6-degree-of-freedom hybrid robot with two parallel modules // Robotica. – 2025. – С. 1-29.

99. Мухин К. С., Брем И. В., Антонов А. В., Фомин А. С. Шестиподвижный робот относительного манипулирования, состоящий из модулей параллельной структуры // Материалы XVIII Всероссийской мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2025): в 3 т. – 2025. – Т. 1. – С. 75–78.

100. Cao Y., Huang Z., Zhou H., Ji W. Orientation workspace analysis of a special class of the Stewart–Gough parallel manipulators // Robotica. – 2010. – Т. 28. – № 7. – С. 989-1000.

101. Bonev I. A., Gosselin C. M. Analytical determination of the workspace of symmetrical spherical parallel mechanisms // IEEE Transactions on Robotics. – 2006. – Т. 22. – № 5. – С. 1011-1017.

102. Zhou Y., Niu J., Liu Z., Zhang F. A novel numerical approach for workspace determination of parallel mechanisms // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2017. – Т. 31. – № 6. – С. 3005-3015.

103. Jiménez Schlegl P., Thomas F., Torras C. 3D collision detection: a survey // Computers & Graphics. – 2001. – Т. 25. – № 2. – С. 269-285

104. Kockara S., Halic T., Iqbal K., Bayrak C., Rowe R. Collision detection: A survey // Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. – 2007. – С. 4046-4051.

105. Gilbert E. G., Johnson D. W., Keerthi S. S. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space // IEEE Journal on Robotics and Automation. – 2002. – Т. 4. – № 2. – С. 193-203.

106. Bergen G. A fast and robust GJK implementation for collision detection of convex objects // Journal of Graphics Tools. – 1999. – Т. 4. – № 2. – С. 7-25.

107. Ericson C. Real-time collision detection. – CRC Press. – 2004.

108. Montaut L., Le Lidec Q., Petrik V., Sivic J., Carpentier J. Collision detection accelerated: An optimization perspective // arXiv preprint arXiv:2205.09663. – 2022.
109. Merlet J.-P. Parallel robots. – Springer, Dordrecht. – T. 128. – 2nd ed. – 2006.
110. Bonev I. A., Zlatanov D., Gosselin C. M. Advantages of the modified Euler angles in the design and control of PKMs // Proceedings of the Third Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, Parallel Kinematic Machines International Conference. – 2002. – C. 171–187.
111. Bezanson J., Edelman A., Karpinski S., Shah V. B. Julia: A fresh approach to numerical computing // SIAM Review. – 2017. – T. 59. – № 1. – C. 65-98.
112. Gilbert E. G., Foo C. P. Computing the distance between general convex objects in three-dimensional space // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 1990. – T. 6. – № 1. – C. 53-61.
113. Cameron S. Enhancing GJK: Computing minimum and penetration distances between convex polyhedra // Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. – 1997. – T. 4. – C. 3112-3117.
114. Montanari M., Petrinic N., Barbieri E. Improving the GJK algorithm for faster and more reliable distance queries between convex objects // ACM Transactions on Graphics (TOG). – 2017. – T. 36. – № 3. – C. 1-17.
115. Montaut L., Le Lidec Q., Petrik V., Sivic J., Carpentier J. Gjk++: Leveraging acceleration methods for faster collision detection // IEEE Transactions on Robotics. – 2024. – T. 40. – C. 2564-2581.
116. Kolte A. M., Ramesh S., Bandyopadhyay S. Analytical derivation of singularity-free tubes in the constant-orientation workspace of 6-6 Stewart platform manipulators // Robotica. – 2024. – T. 42. – № 11. – C. 3839-3866.
117. Conconi M., Carricato M. A new assessment of singularities of parallel kinematic chains // IEEE Transactions on Robotics. – 2009. – T. 25. – № 4. – C. 757-770.
118. Мухин К. С., Брем И. В., Антонов А. В., Фомин А. С. Анализ скоростей шестиподвижного манипулятора гибридной структуры, образованного двумя модулями с параллельной кинематикой // Машиностроение и инженерное образование. – 2026. – № 1.

119. Mukhin K., Antonov A., Fomin A. Velocity analysis of a 6-DOF hybrid manipulator with two parallel modules // Proceedings of the CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics. – 2025. – C. 176-187.

120. Krasko A. S., Kovalev A. A., Filin M. A., Mukhin K. S., Baranova N. S. Optimization of workpiece maintenance discipline through simulation modeling of the functioning of automated technological complexes // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2023. – T. 52. – № Suppl 2. – C. S194-S202.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В приложение А входят:

1. Эскиз шестиподвижной механической системы относительного манипулирования в сборе.
2. Эскиз стойки в сборе.
3. Эскиз стойки.
4. Эскиз винта ШВП.
5. Эскиз тяги в сборе.
6. Эскиз плиты каретки.
7. Эскиз выходного звена верхнего модуля в сборе.
8. Эскиз суппорта правой центральной колонны в сборе.
9. Эскиз суппорта левой центральной колонны в сборе.
10. Эскиз суппорта боковой колонны в сборе.
11. Эскиз втулки.
12. Эскиз основания нижнего модуля в сборе.
13. Эскиз поворотного стола в сборе.
14. Эскиз вала №1.
15. Эскиз вала №2.
16. Эскиз вала поворота.
17. Эскиз кронштейна двигателя.
18. Эскиз кронштейна наклона.
19. Эскиз крышки поджима подшипника.
20. Эскиз рельсовой направляющей.
21. Эскиз опоры вала.
22. Эскиз основания нижнего модуля.
23. Эскиз платформы поворотного стола.
24. Эскиз стойки №1.
25. Эскиз стойки №2.

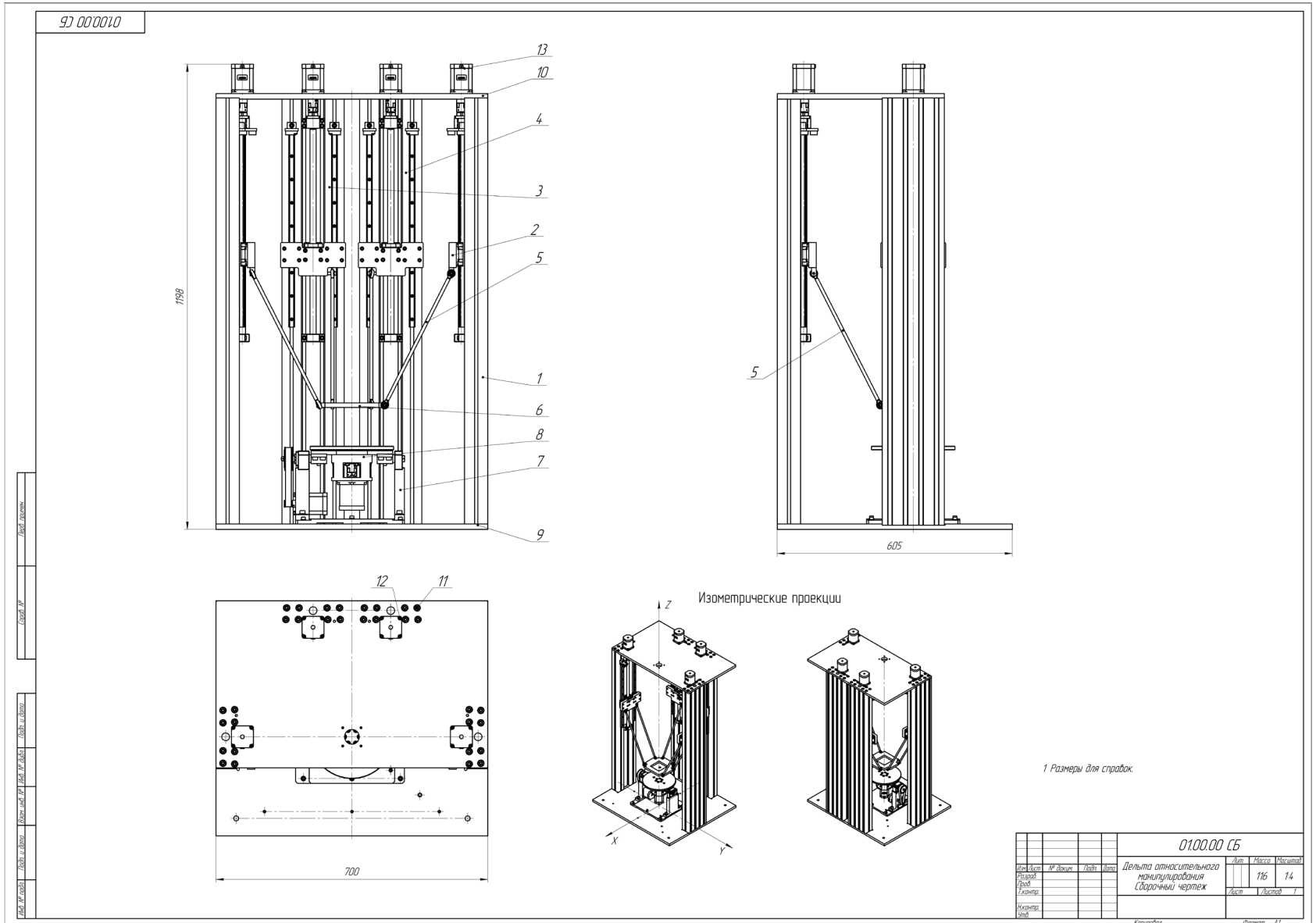


Рисунок А.1 – Эскиз шестиподвижной механической системы относительного манипулирования в сборе

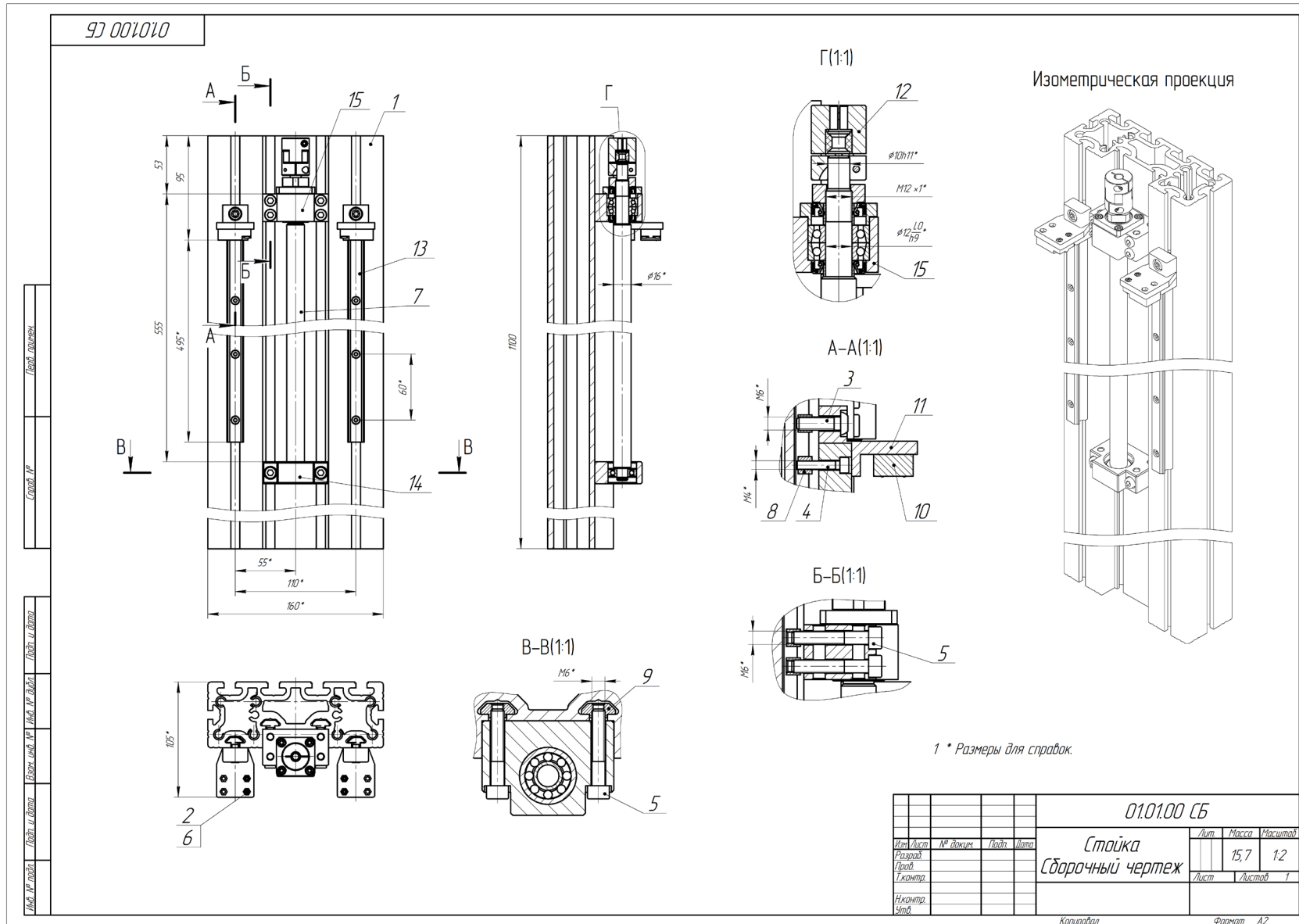


Рисунок А.2 – Эскиз стойки в сборе

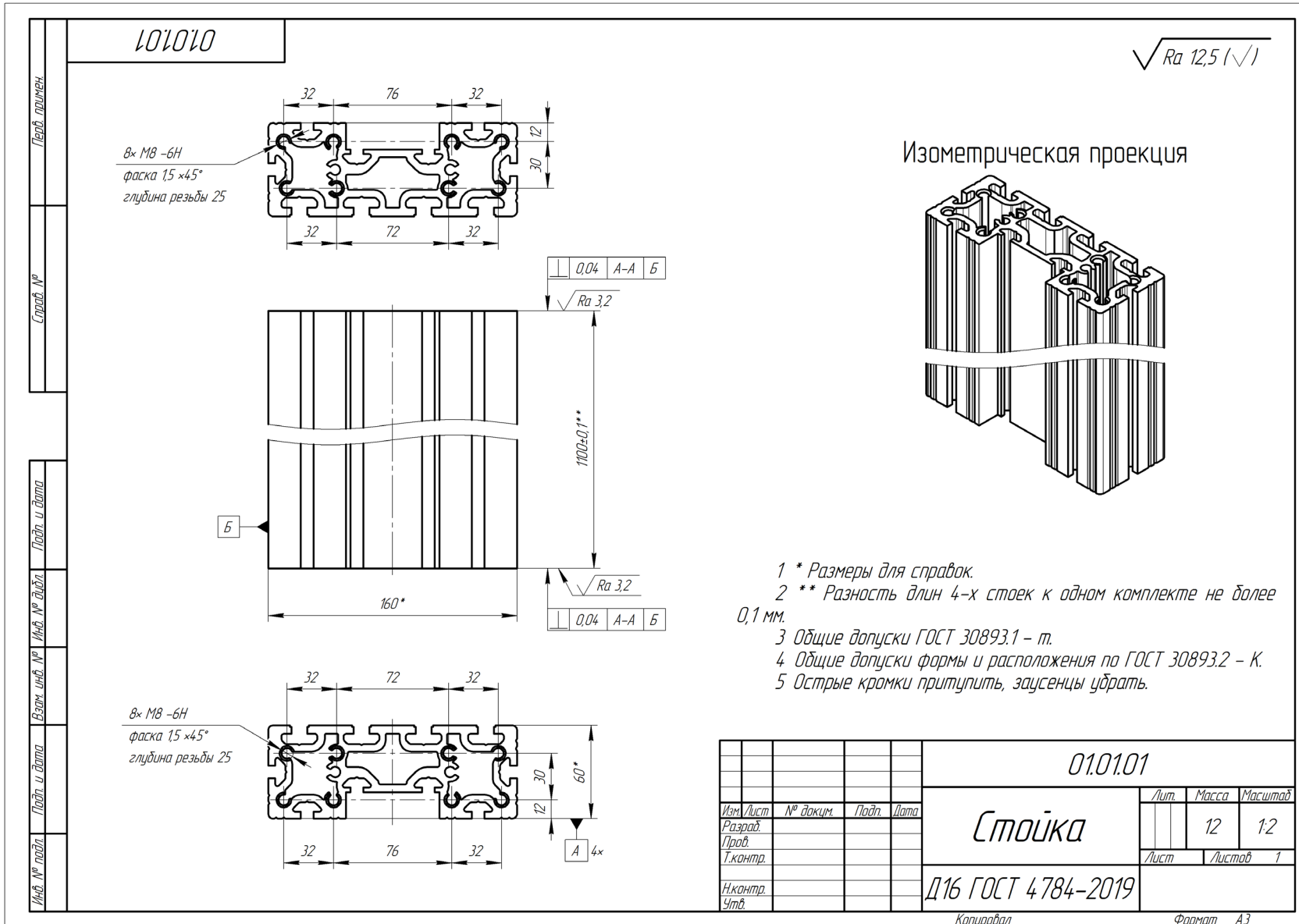


Рисунок А.3 – Эскиз стойки

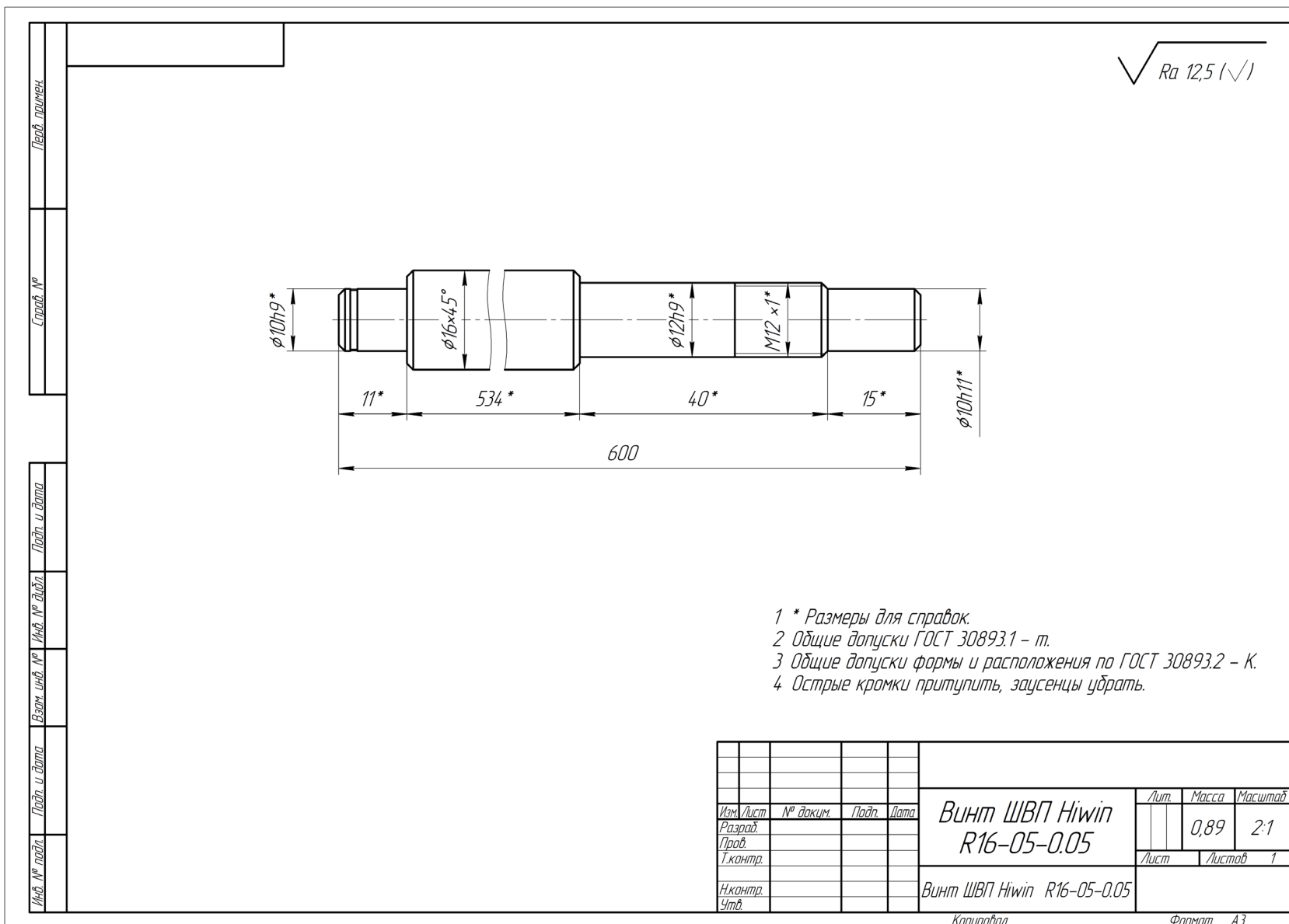


Рисунок А.4 – Эскиз винта ШВП

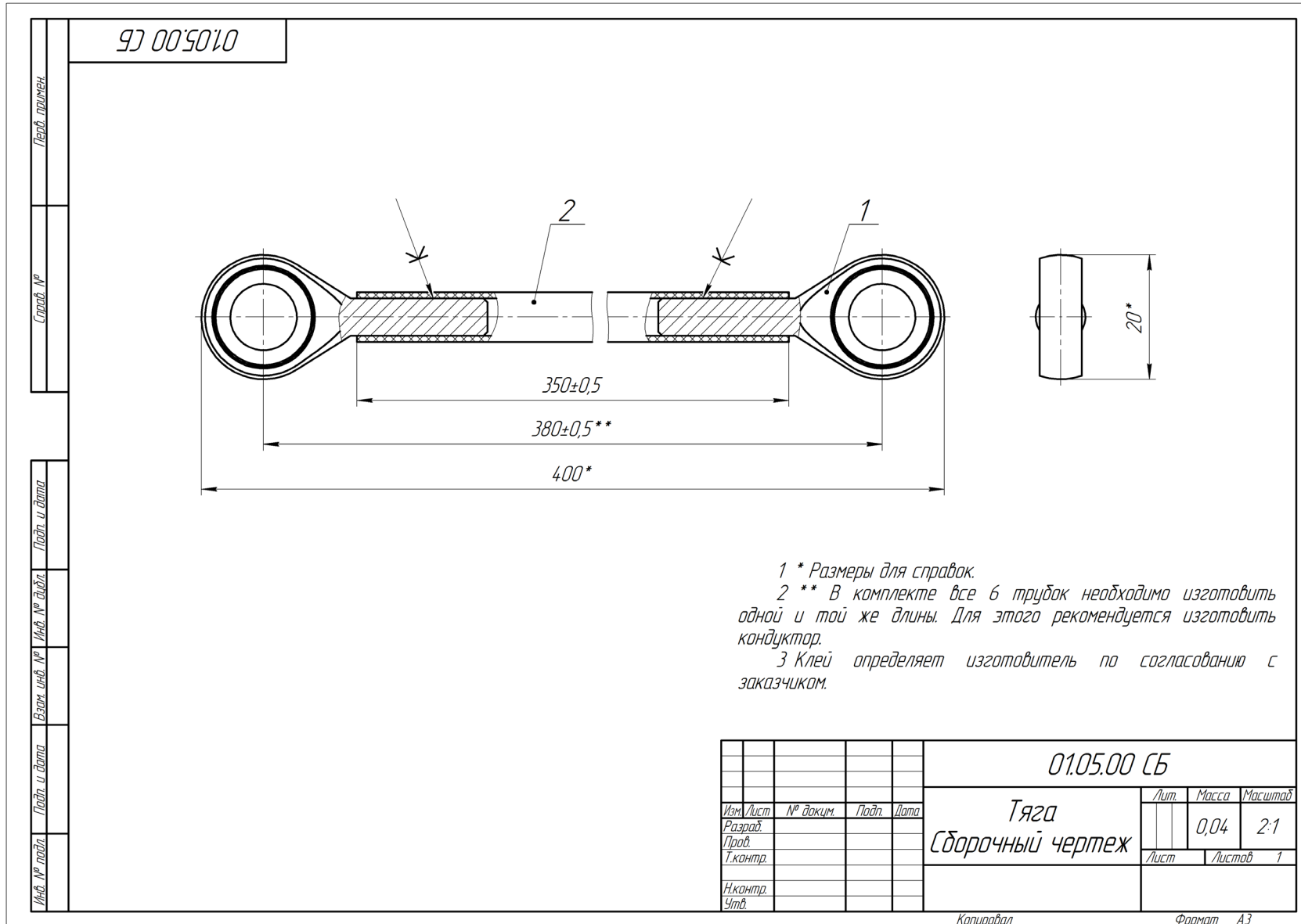


Рисунок А.5 – Эскиз тяги в сборе

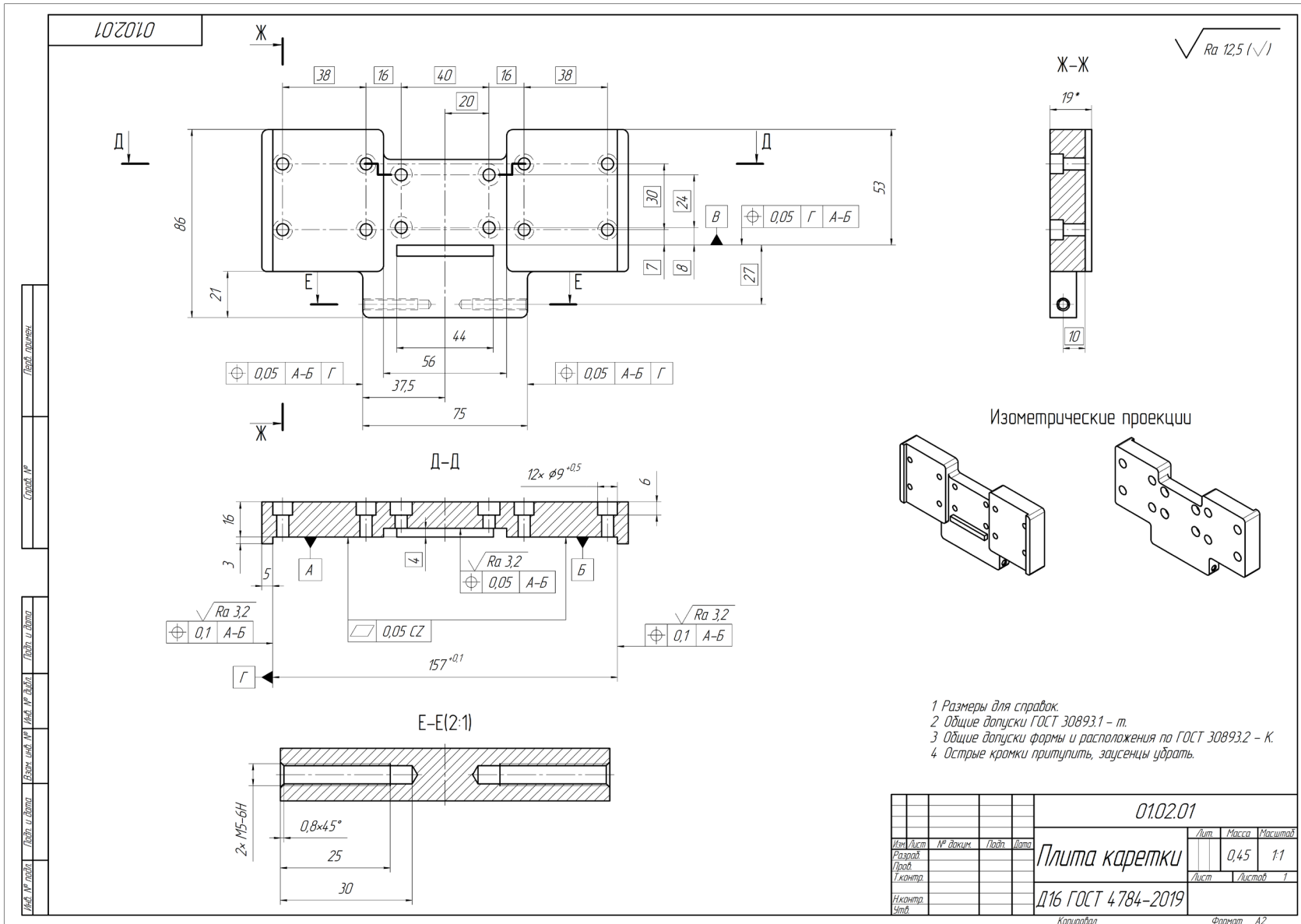


Рисунок А.6 – Эскиз плиты каретки

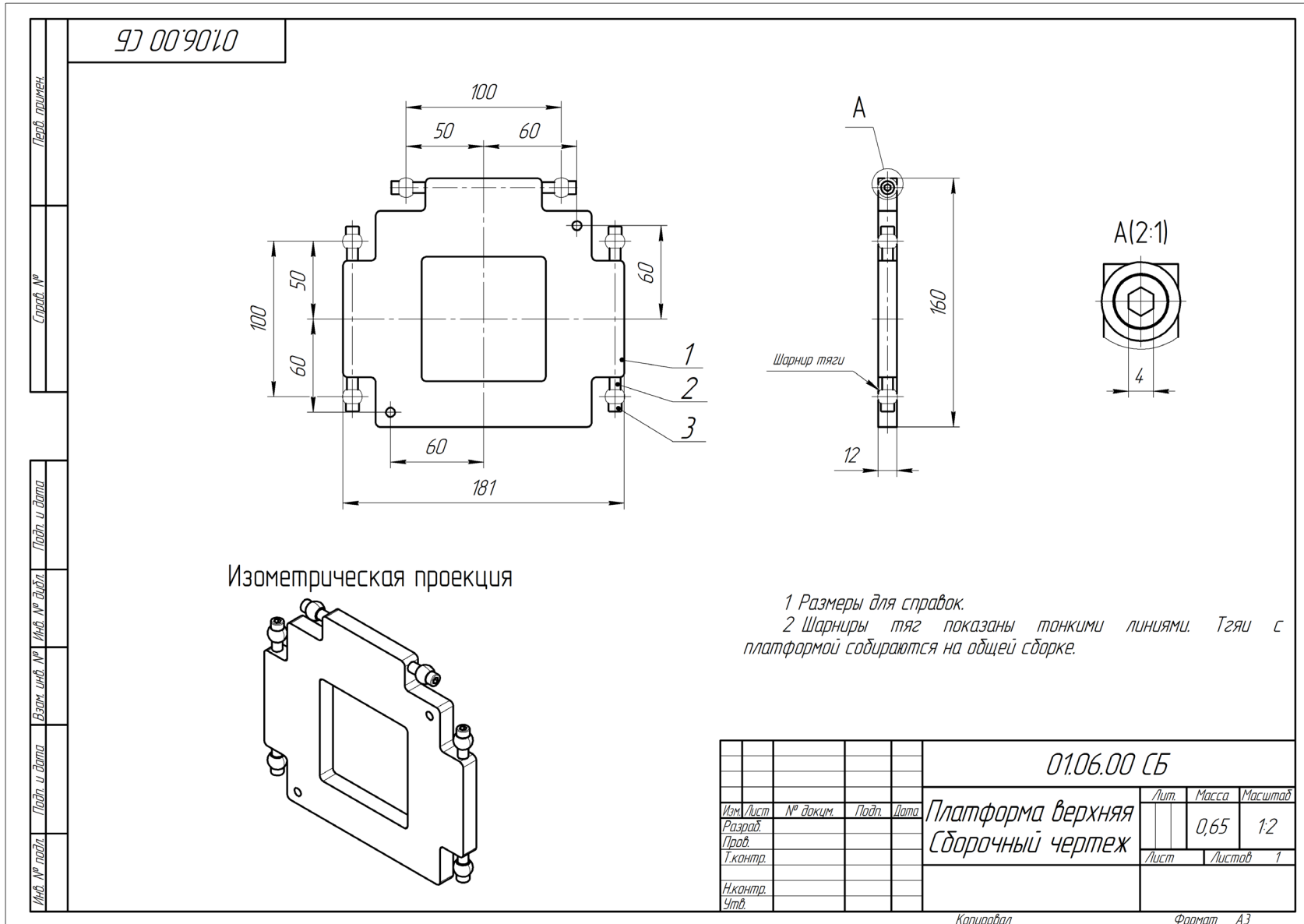


Рисунок А.7 – Эскиз выходного звена верхнего модуля в сборе

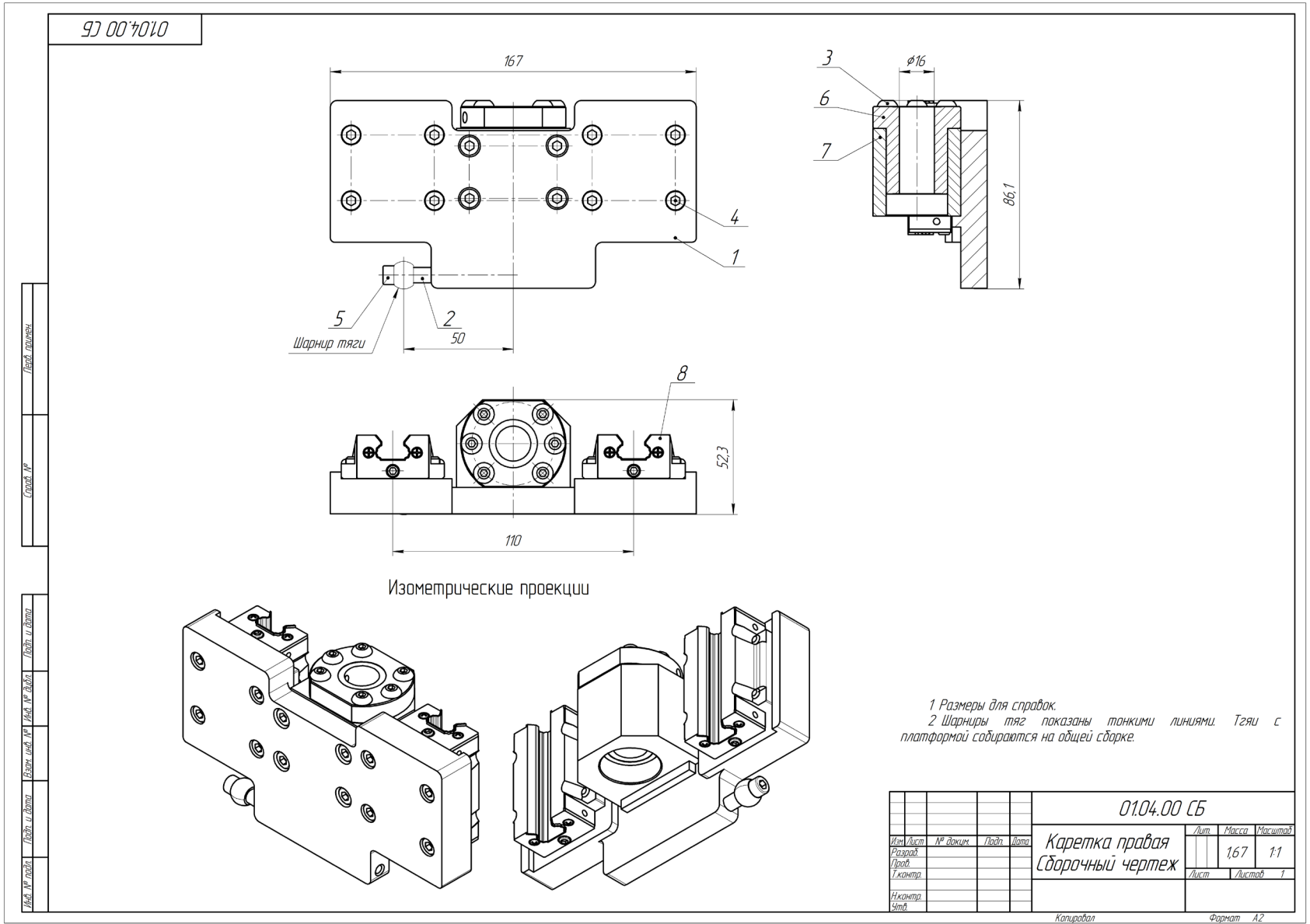


Рисунок А.8 – Эскиз суппорта правой центральной колонны в сборе

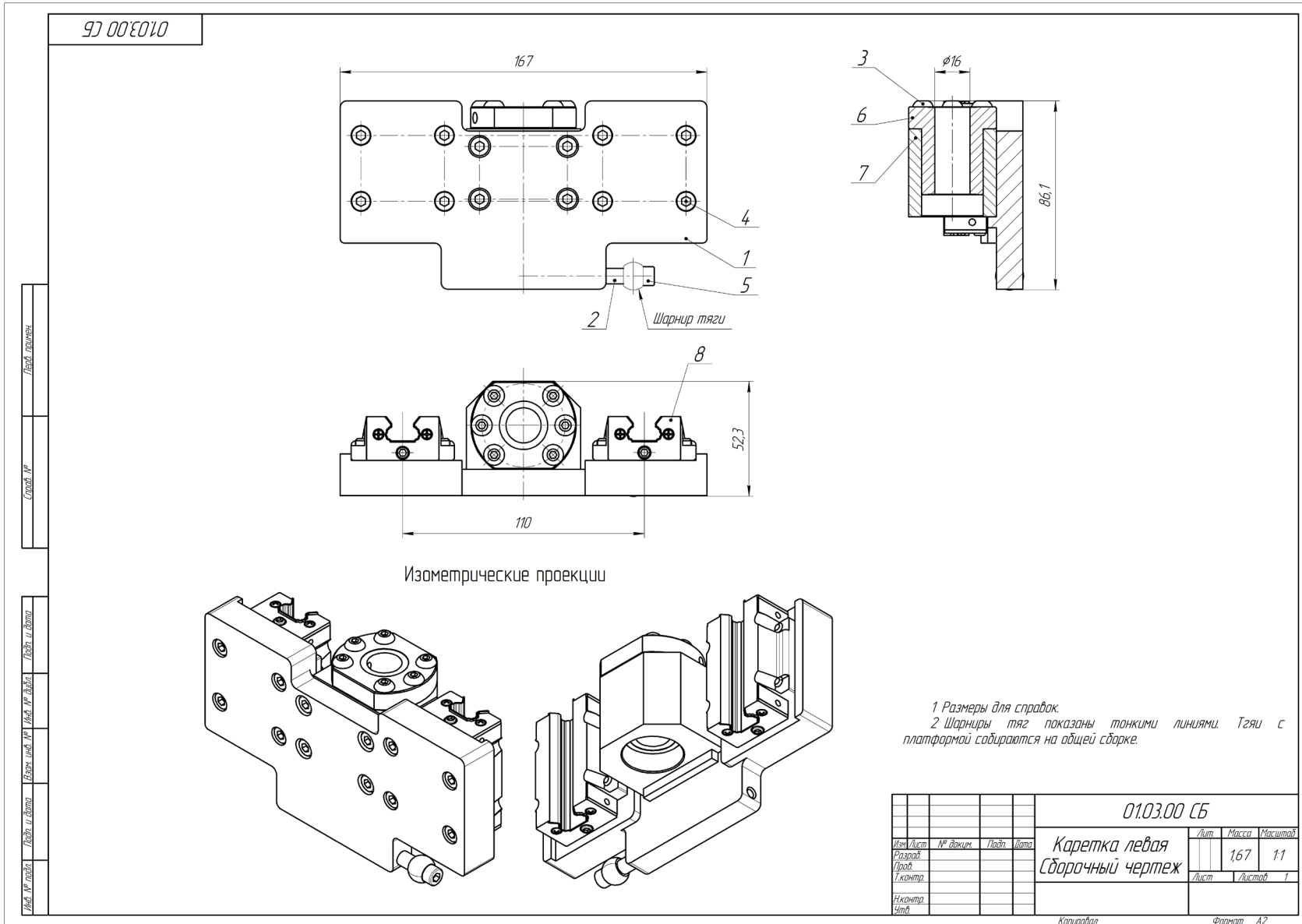


Рисунок А.9 – Эскиз суппорта левой центральной колонны в сборе

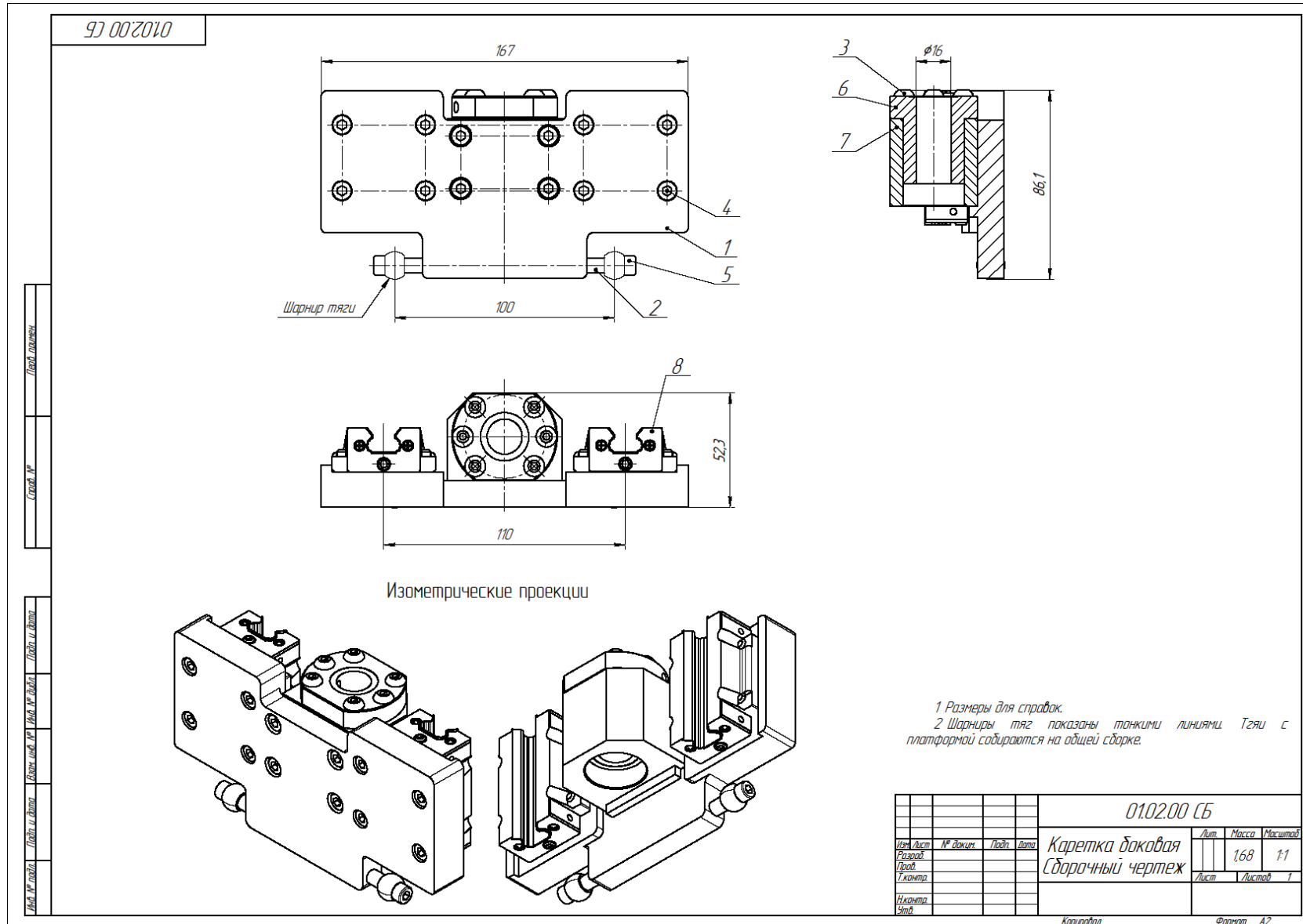


Рисунок А.10 – Эскиз суппорта боковой колонны в сборе

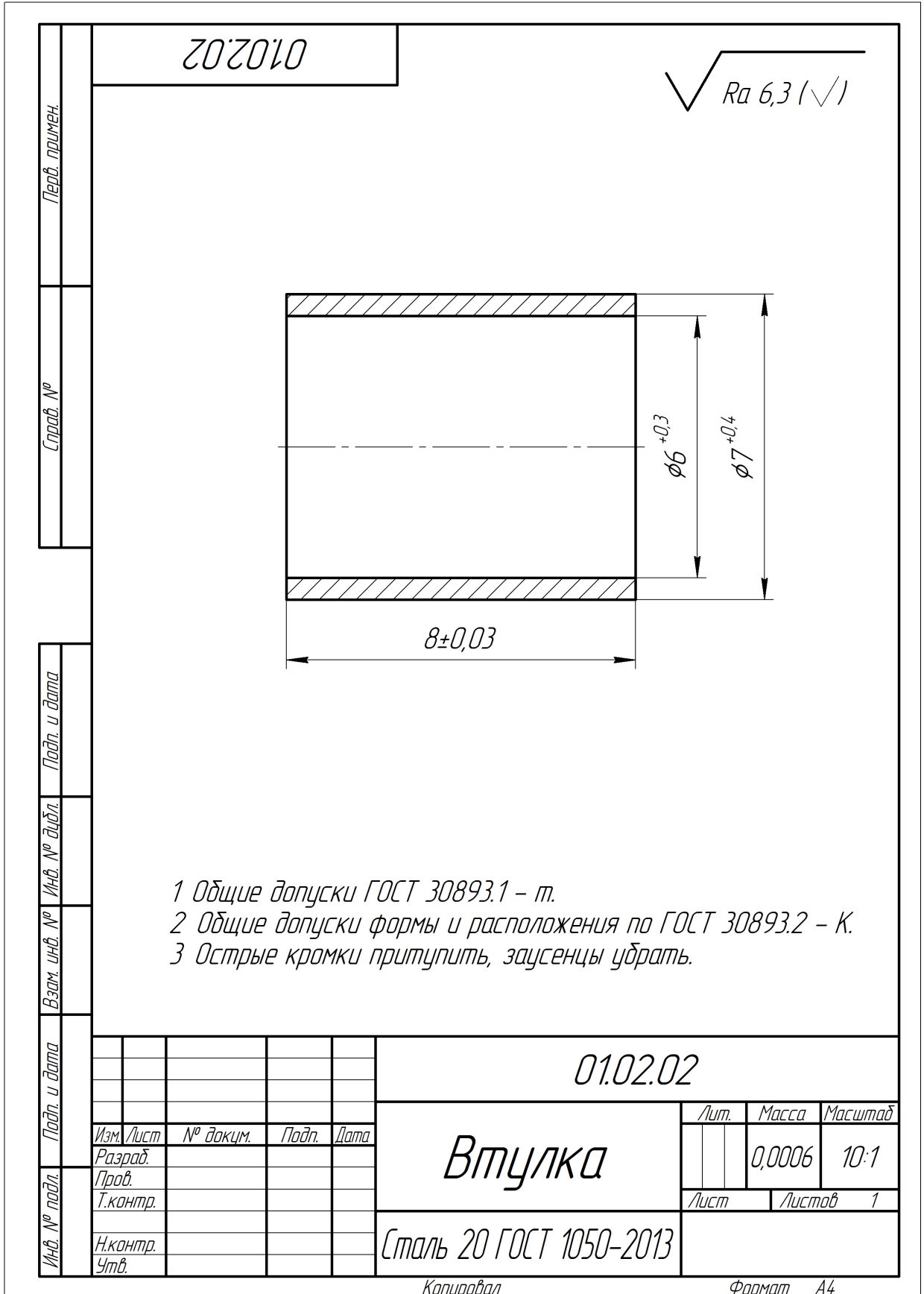


Рисунок А.11 – Эскиз втулки

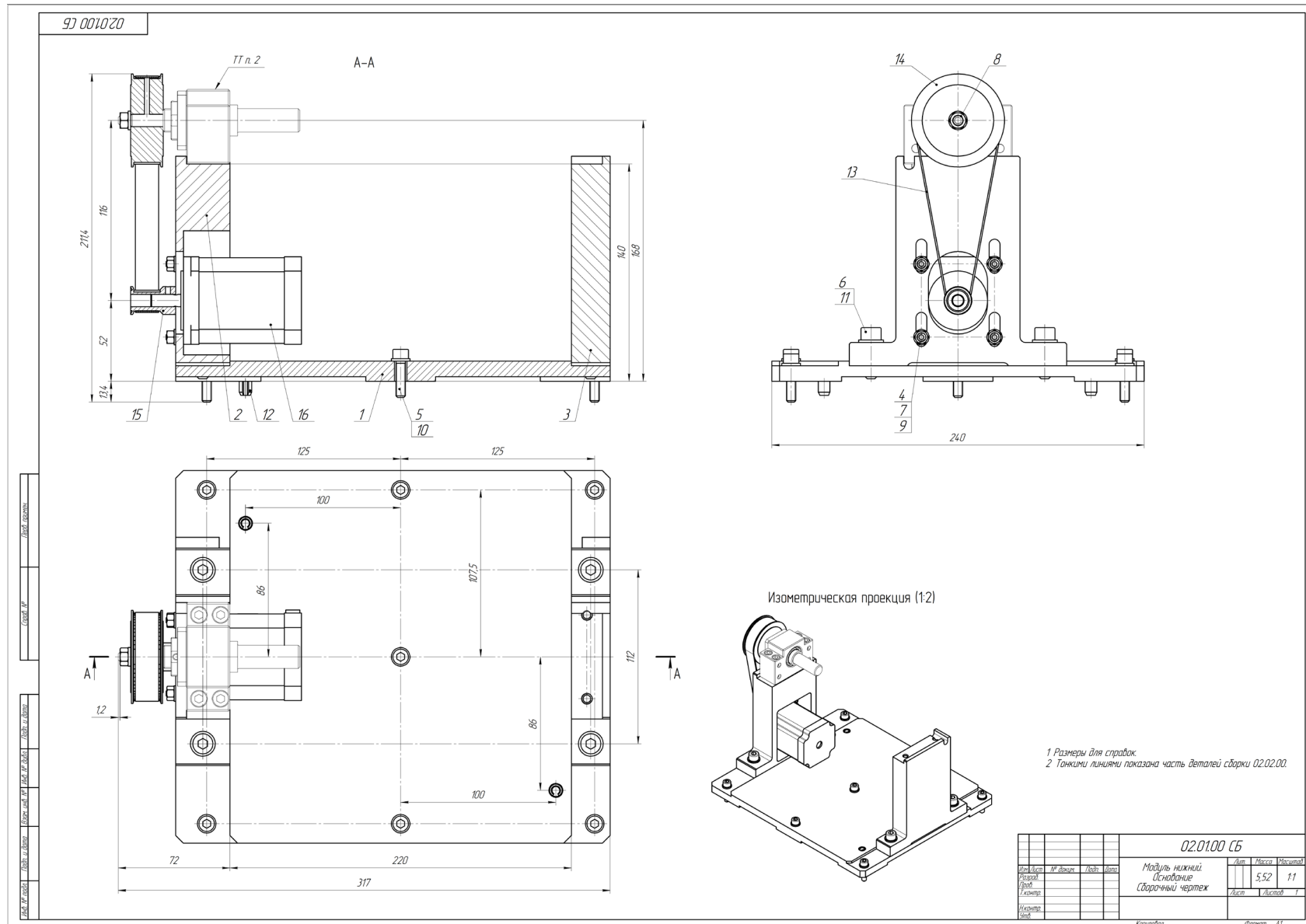


Рисунок А.12 – Эскиз основания нижнего модуля в сборе

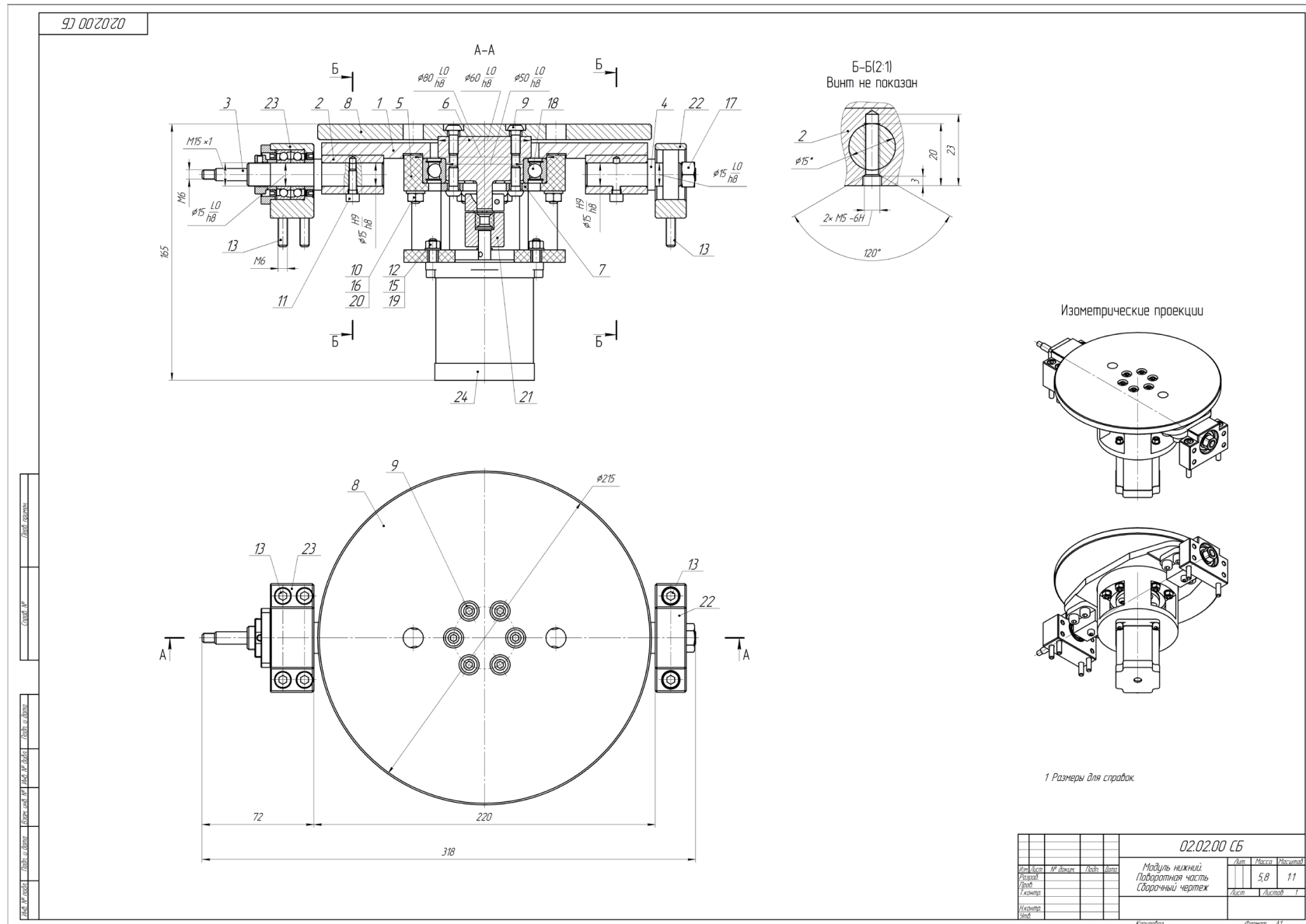


Рисунок А.13 – Эскиз поворотного стола в сборе

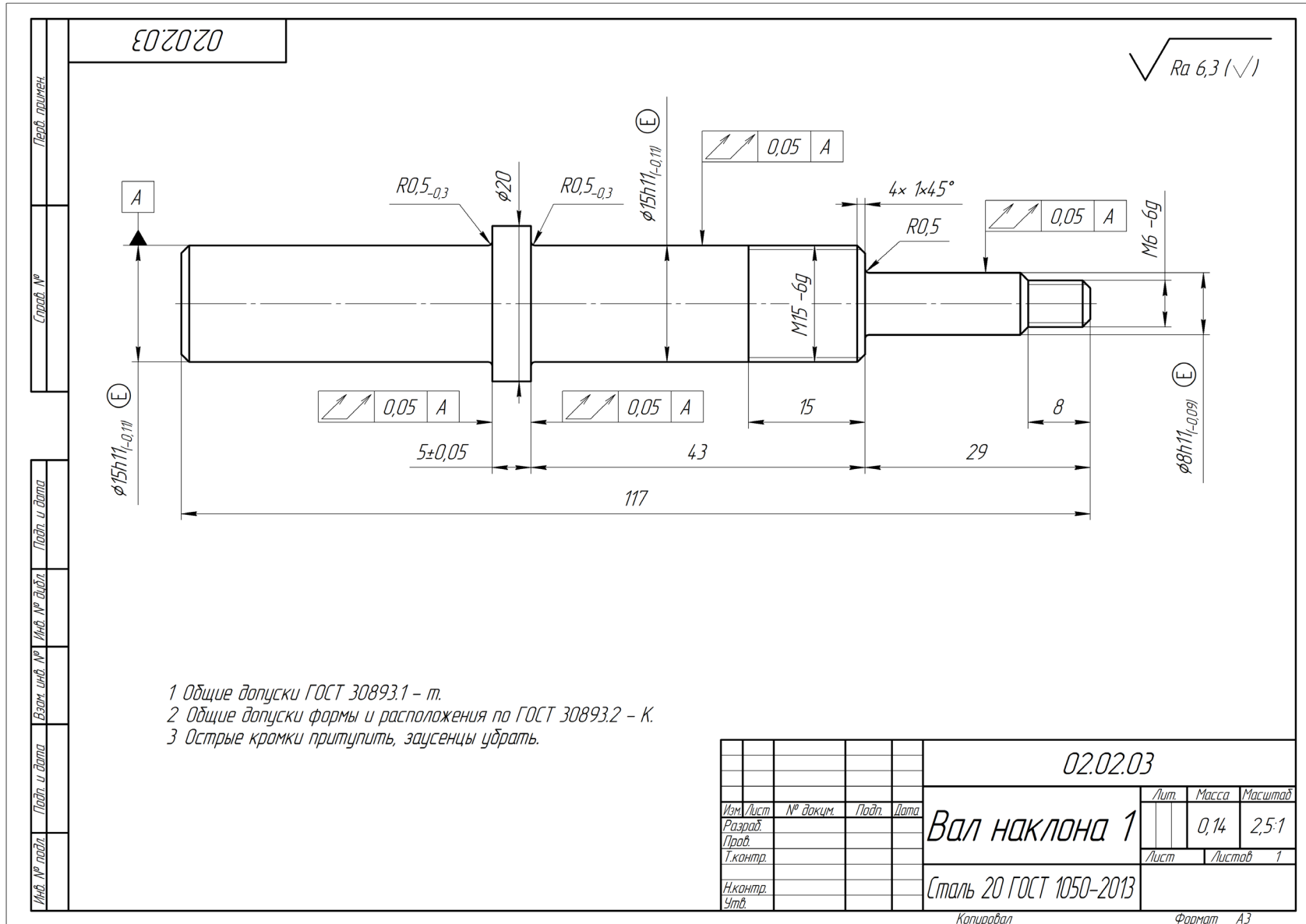


Рисунок А.14 – Эскиз вала №1

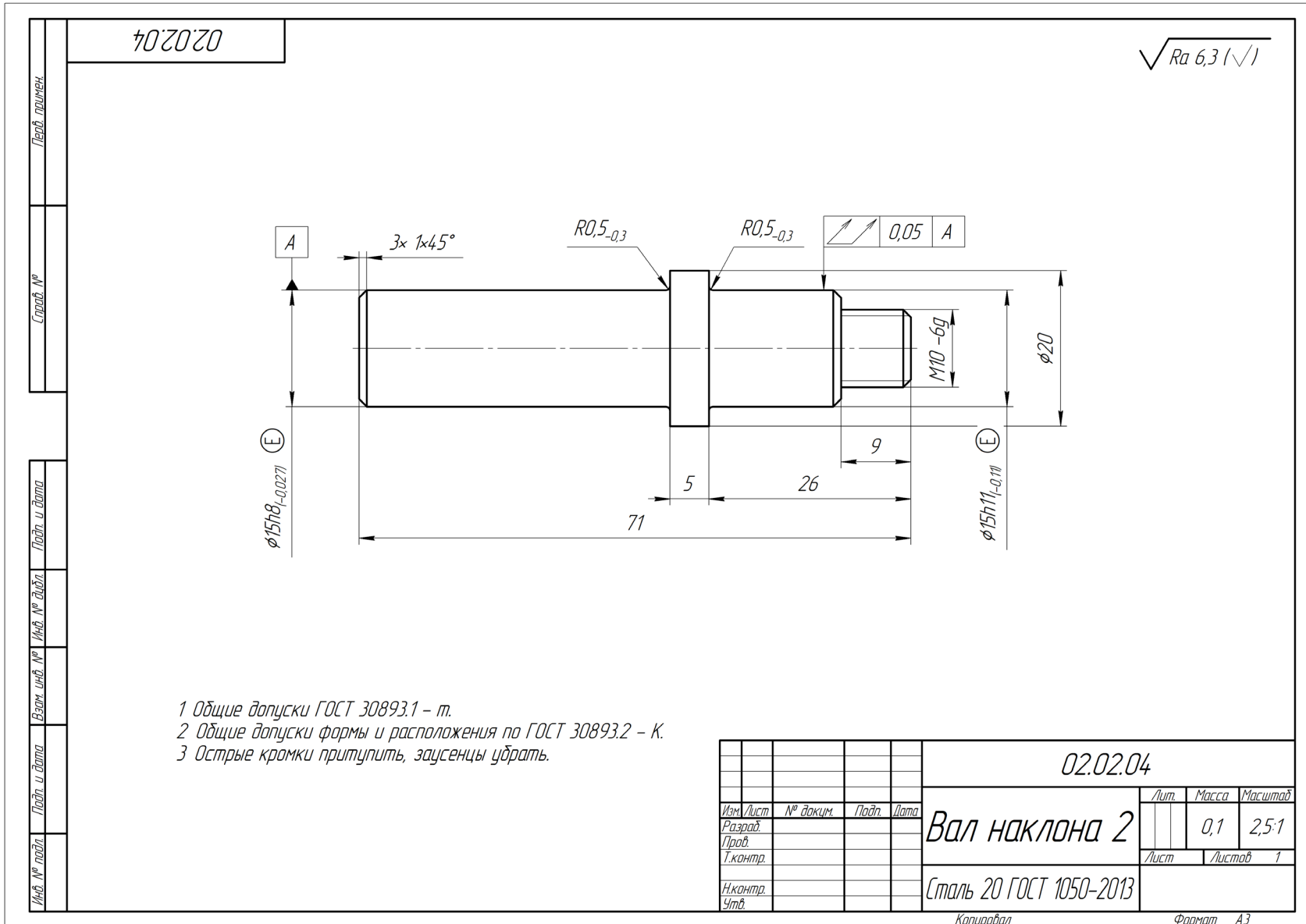
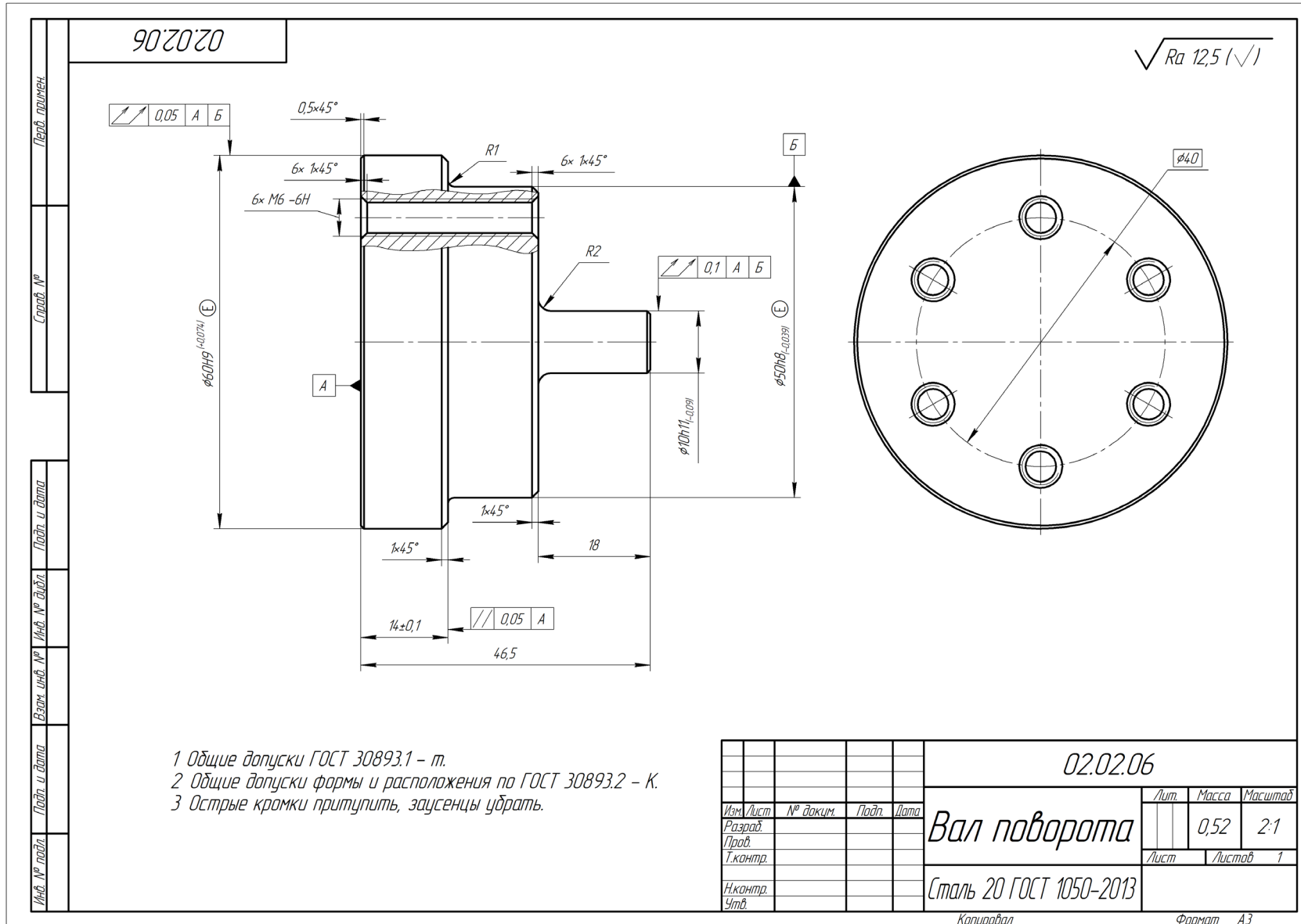


Рисунок А.15 – Эскиз вала №2



- 1 Общие допуски ГОСТ 30893.1 – т.
- 2 Общие допуски формы и расположения по ГОСТ 30893.2 – К.
- 3 Острые кромки притупить, заусенцы убрать.

Рисунок А.16 – Эскиз вала поворота

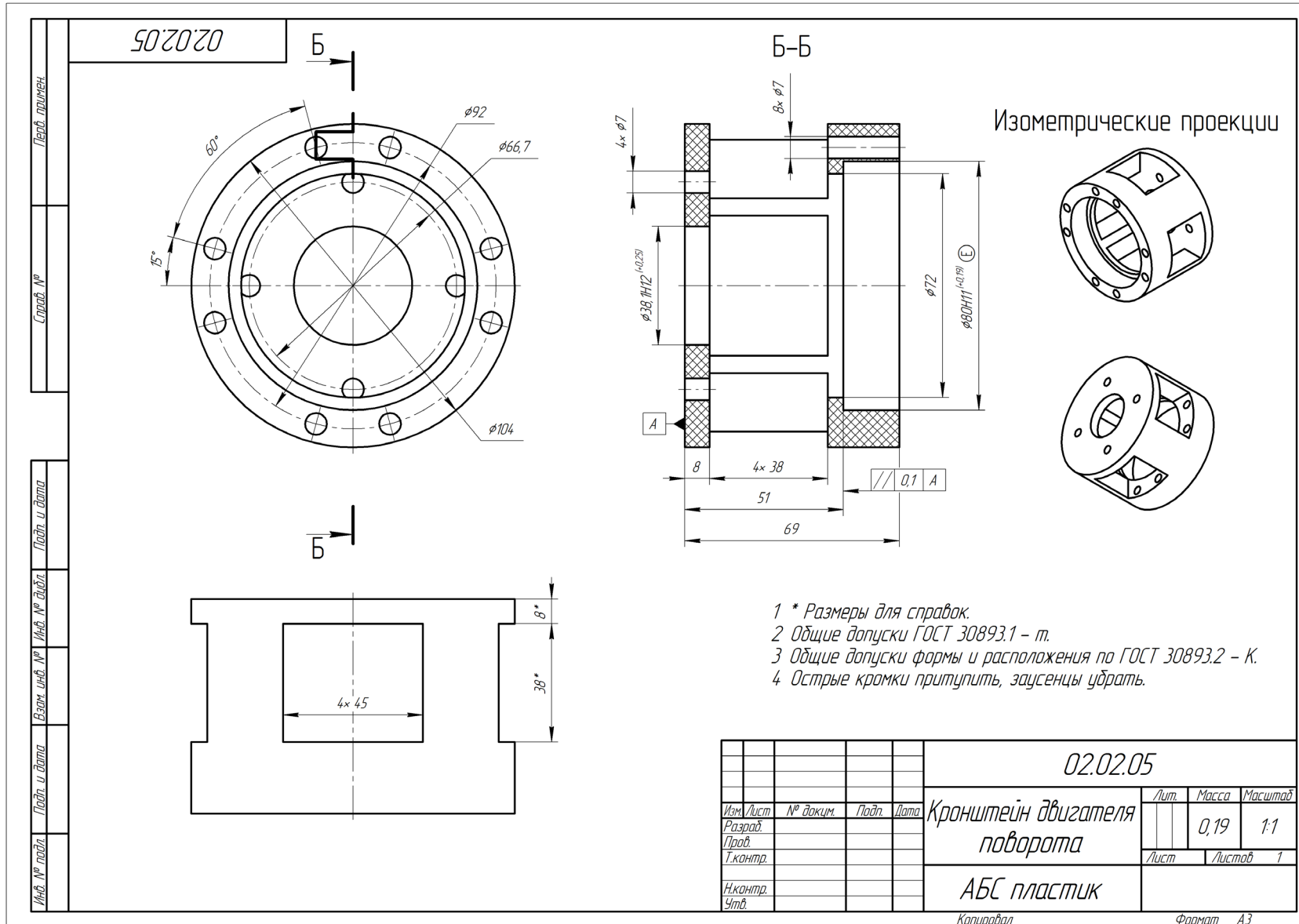


Рисунок А.17 – Эскиз кронштейна двигателя

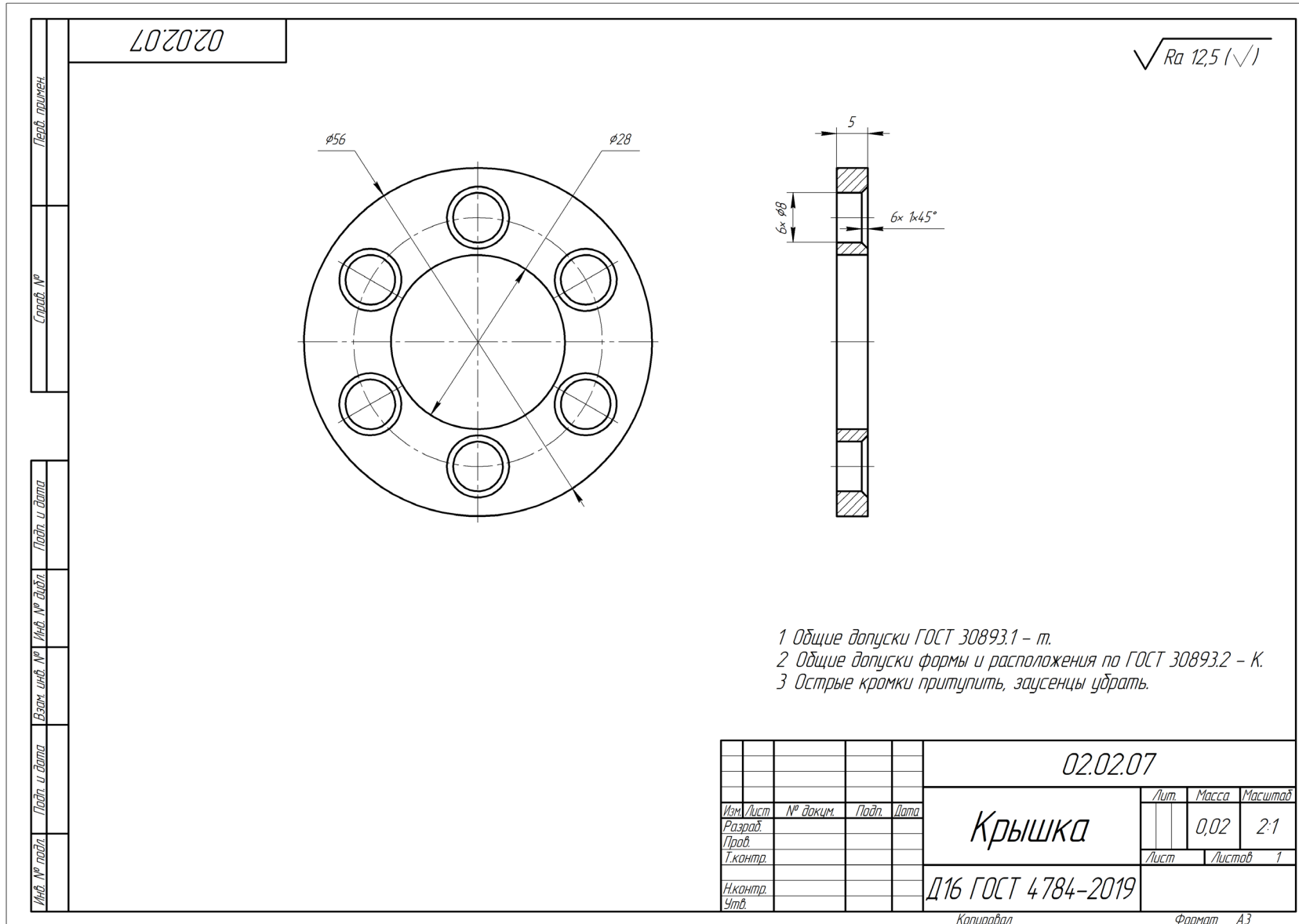


Рисунок А.19 – Эскиз крышки поджима подшипника

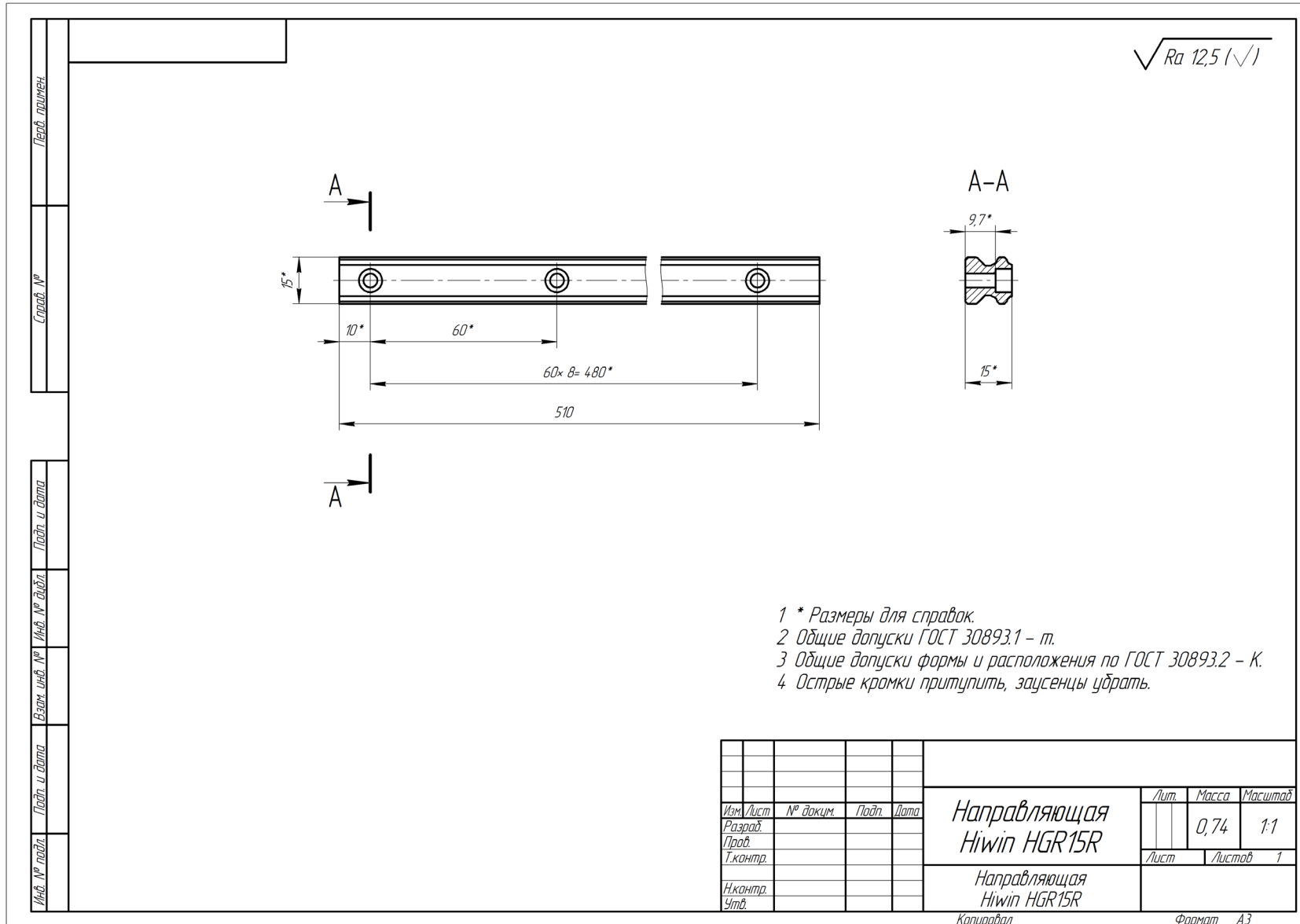


Рисунок А.20 – Эскиз рельсовой направляющей

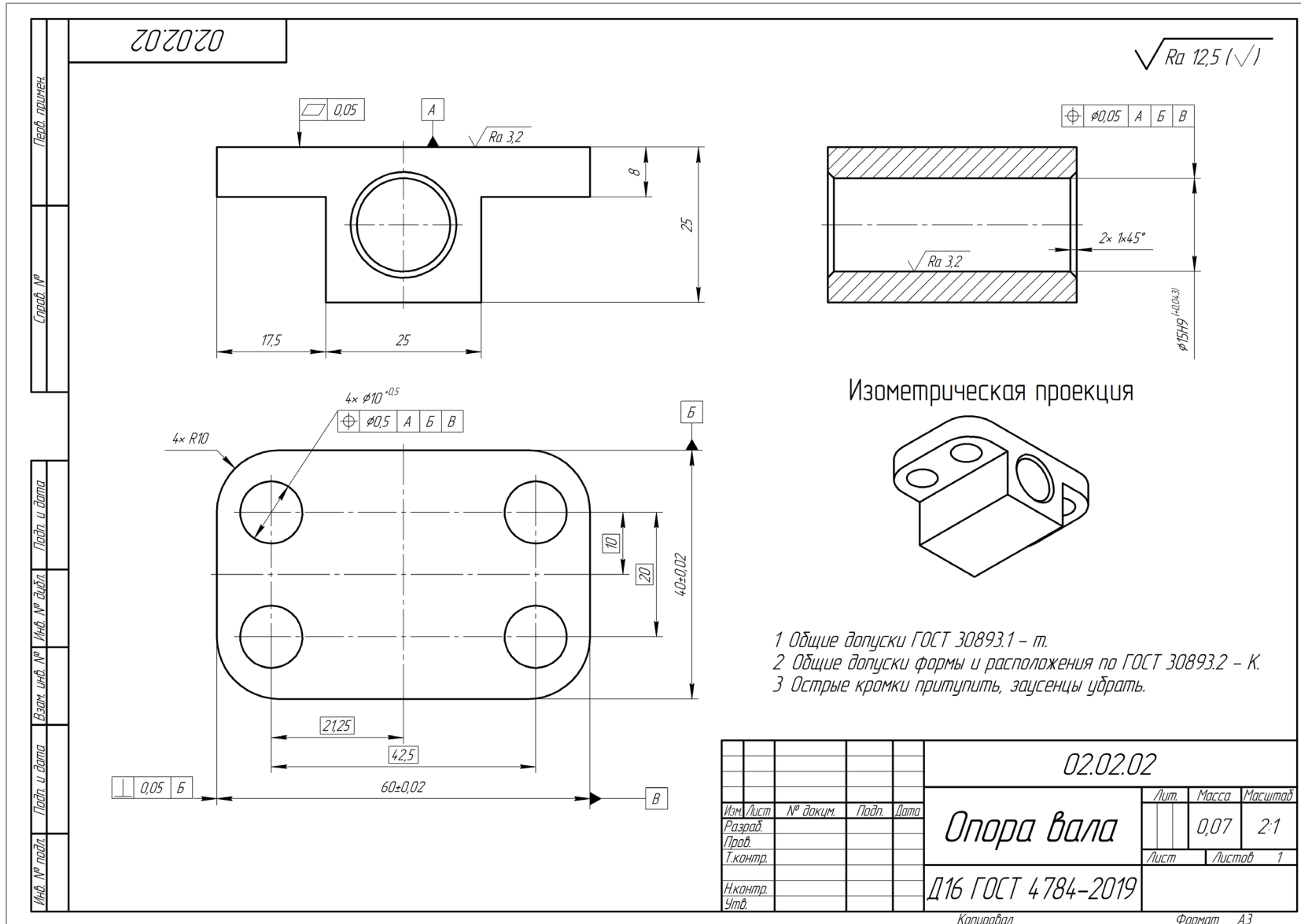


Рисунок А.21 – Эскиз опоры вала

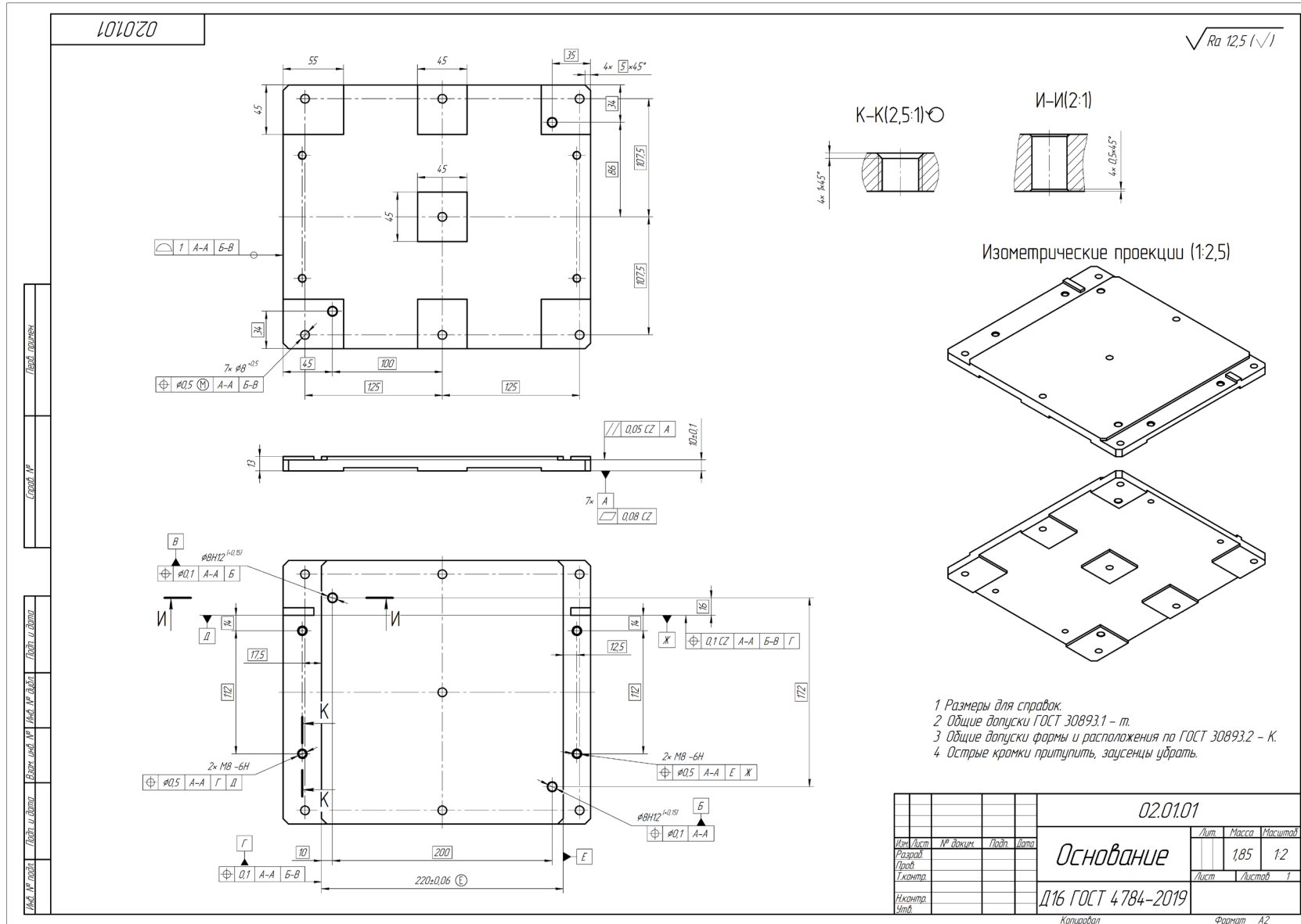


Рисунок А.22 – Эскиз основания нижнего модуля

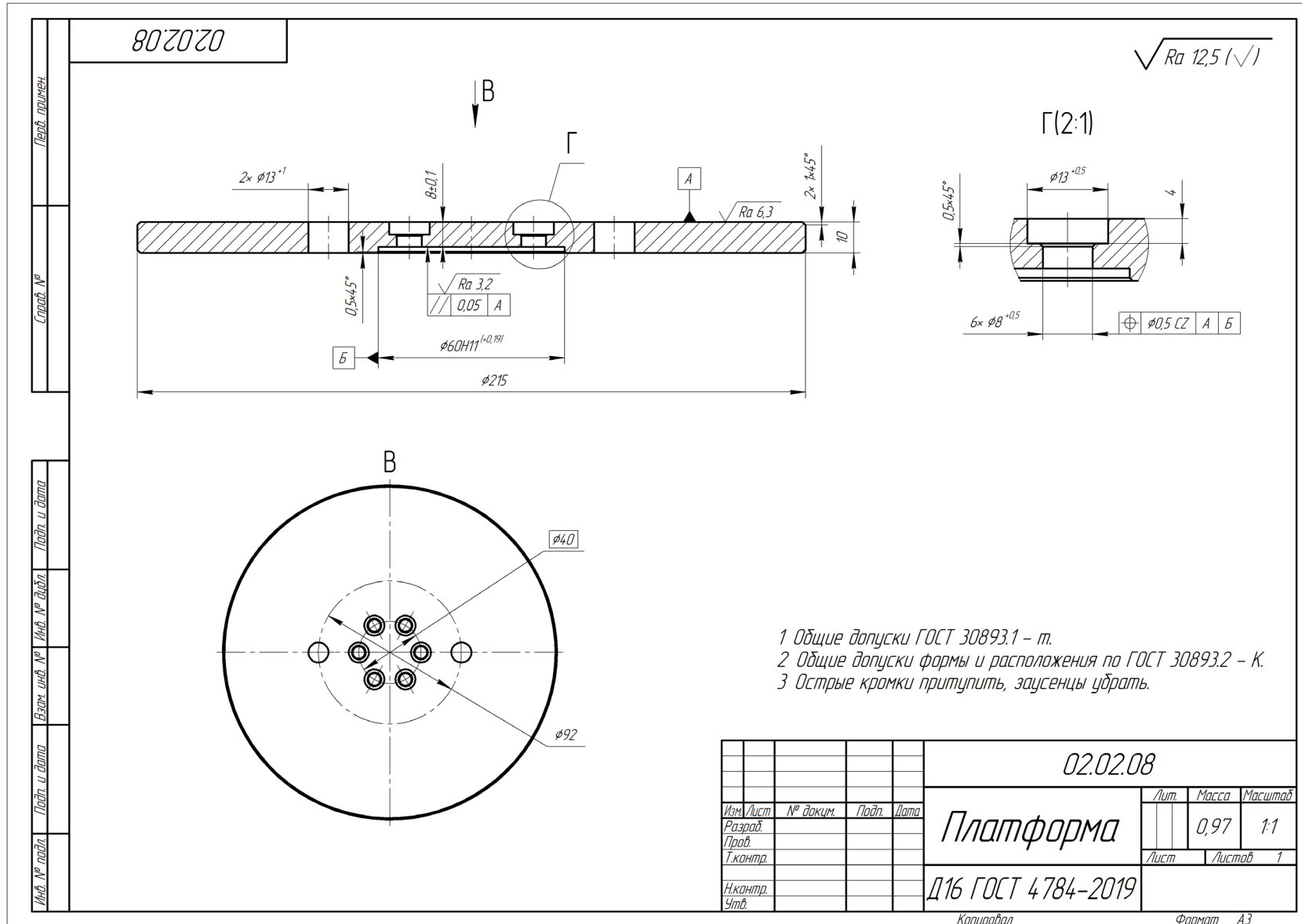


Рисунок А.23 – Эскиз платформы поворотного стола

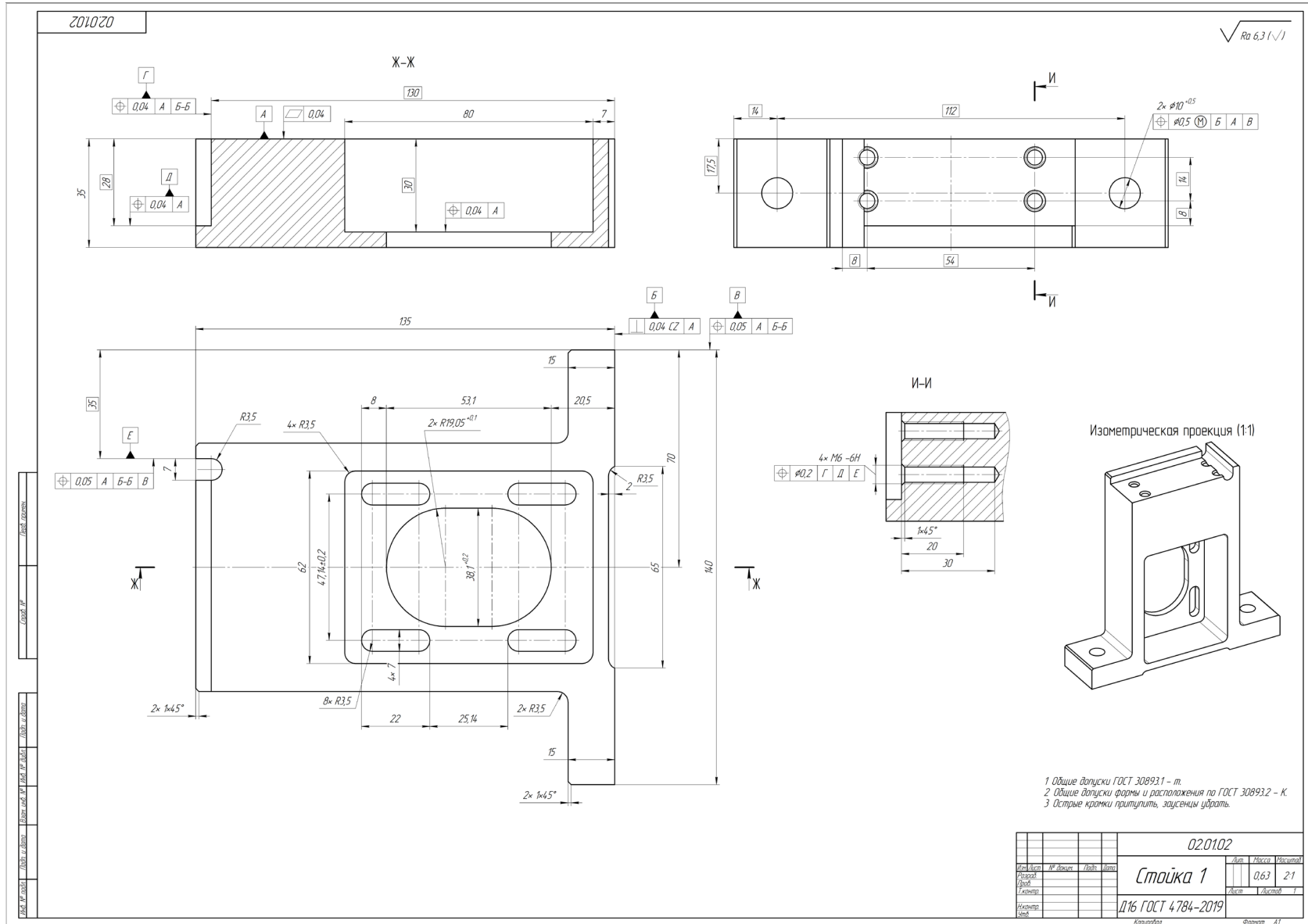


Рисунок А.24 – Эскиз стойки №1

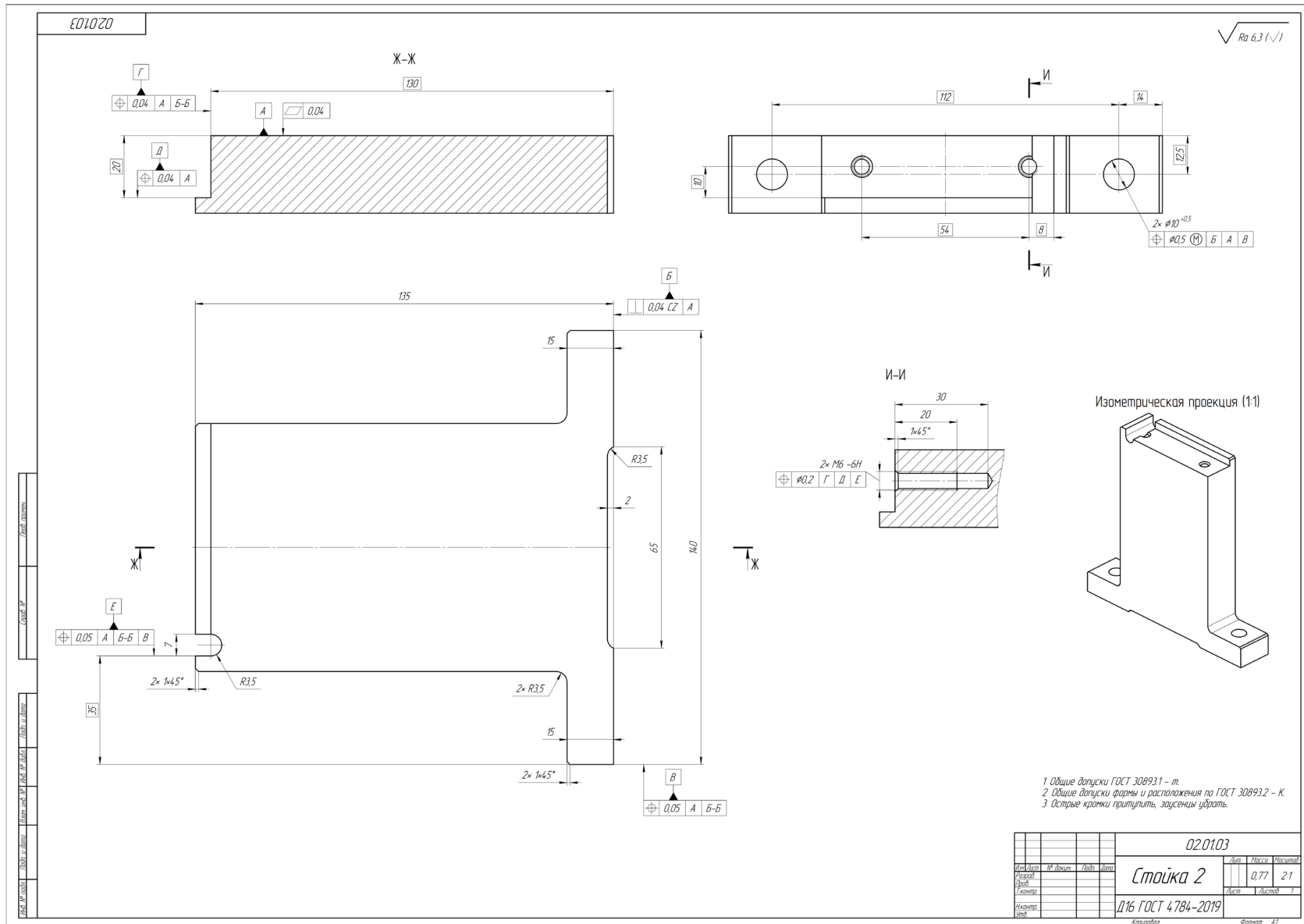


Рисунок А.25 – Эскиз стойки №2

Приложение Б1

УТВЕРЖДАЮ:

Генеральный директор АО "НПО "Пульс"



М. В. Пасюкова

«20» мая 2025 г.



М.П.

АКТ

**о принятии к внедрению конструкции робота
относительного манипулирования и программ его расчета
при модернизации производства металлических изделий**

Настоящим актом подтверждаем, что при участии сотрудников Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН (г. Москва, Россия), Фомина А. С. и Мухина К. С., была разработана конструктивная модель двухмодульного робота относительного манипулирования с применением в нем механизма типа «Дельта» для интеграции в производственный процесс АО "НПО "Пульс" (г. Липки, Россия) на участки сварки и покраски.

Предварительный анализ показал, что использование разработанной конструкции робота позволит снизить трудозатраты и себестоимость производства деталей, выпускаемых предприятием. Это обеспечивается: многоподвижностью робота, воспроизводящего шести-осевое движение, что позволит изготавливать сложные многопрофильные детали за один установ; значительной рабочей зоной по вертикальному габариту и возможностью непрерывного вращения закрепленной на нижнем модуле заготовки, что позволит производить нанесение покрытия на цилиндрические детали вытянутой формы как снаружи, так и внутри за один установ с высокой точностью позиционирования сопла относительно заготовки. Данный функционал робота позволит обеспечивать автоматизированное нанесение покрытий, а также позволит осуществлять сварку цилиндрических поверхностей без изменения базирования и закрепления деталей.

По предварительному расчету увеличение производительности участка нанесения покрытий составит 8-12%, уменьшение брака участка сварки составит 7-15%. Интеграция разработанного робота относительного манипулирования в производство позволит сократить количество рабочего персонала, что будет способствовать расширению производственных мощностей.

Также к внедрению приняты оригинальные программы расчета характеристик движения и рабочей зоны робота.

Заместитель директора по развитию

И.С. Кузнецов

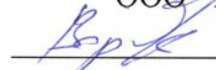
Ведущий конструктор

П.В. Клочков



Приложение Б2

УТВЕРЖДАЮ:

Генеральный директор
ООО "ТОННЕЛИОН" К. В. Вербовенко«06» сентября 2026 г.

**о принятии к производственному внедрению конструктивных схем
шестиподвижных устройств по патентам РФ № 2804502 и № 2804666
при модернизации установки для смешивания реагентов химического
производства**

В период с 12.01.26 по 06.02.26 была проведена экспертиза технического состояния установки по смешиванию реагентов химического производства на ООО "ТОННЕЛИОН", г. Москва, организованная с целью определения путей модернизации установки. Установка состоит из неподвижной тары для размещения смеси и расположенного сверху манипулятора для ее перемешивания.

По результатам проведенной экспертизы выявлено, что время получения заданных характеристик смеси и затраты энергопотребления при работе установки сокращаются, если обеспечиваются наклоны тары в процессе перемешивания.

В связи с этим, было предложено установить тару на подвижное основание. В качестве прототипа данной конструкции к внедрению приняты технические решения, разработанные в патентах РФ № 2804502 ("Пространственный механизм относительного манипулирования с двух- и четырехподвижным модулями параллельной структуры") и № 2804666 ("Шестиподвижное пространственное устройство параллельной структуры относительного манипулирования") к.т.н., с.н.с. Фоминым А. С. и м.н.с. Мухиным К. С. на базе Института машиноведения имени А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН).

С учетом предложенного технического решения экономия электроэнергии за один цикл подготовки смеси составляет 15-17% при сокращении времени работы на 10-12%. При этом увеличивается гомогенизация (повышается однородность) получаемой смеси за счет большего перемещения граничных слоев смеси к центру в результате дополнительных наклонов тары.

Главный технолог

 Я. А. Тарануха

Начальник производства

И. О. Тарануха

Приложение Б3

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе
МГТУ им. Н. Э. Баумана
к. т. н., доцент С. В. Альков



«21» 01 2026 г.
М.П.



СПРАВКА

об использовании результатов диссертационной работы

Мухина Кирилла Сергеевича

«Разработка и исследование механических систем относительного манипулирования с применением механизмов семейства «Дельта»»

Настоящая справка подтверждает, что результаты диссертационной работы Мухина Кирилла Сергеевича используются в учебном процессе ФГАОУ ВО «Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» на кафедре МТ1 «Металлорежущие станки» в рамках курса «Научно-исследовательская работа» и при подготовке выпускных квалификационных работ магистров, обучающихся по направлению 15.04.01 «Машиностроение».

Также результаты диссертационной работы используются в курсе «Теория точности станков», «Кинематика металлорежущего оборудования».

Алгоритмы решения кинематических задач для систем относительного манипулирования, разработанные в диссертационной работе К. С. Мухина, применяются студентами при исследовании рабочих зон, анализе скоростей и решении обратной кинематики станочного оборудования, обеспечивающего относительное манипулирование инструмента и заготовки.

Заведующий кафедрой
МТ1 «Металлорежущие станки»,
д. т. н., профессор



В. М. Утенков

Приложение Б4

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора ИМАШ РАН

по инновациям и стратегическому

развитию, д.т.н., профессор


 А. В. Олейник


 30 марта 2026 г.

М.П.

СПРАВКА

**об использовании результатов диссертационной работы аспиранта
Мухина К. С. в научном и образовательном процессе Института
машиноведения имени А. А. Благонравова РАН (ИМАШ РАН)**

Настоящей справкой подтверждаем, что результаты диссертационной работы аспиранта Мухина Кирилла Сергеевича «Разработка и исследование механических систем относительного манипулирования с применением механизмов семейства «Дельта»» используются в научно-исследовательской работе сотрудников Института машиноведения имени А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН), в учебном процессе при подготовке аспирантов, обучающихся по специальностям 2.5.4. Роботы, мехатроника и робототехнические системы и 2.5.2. Машиноведение, использованы при проведении занятий по программе повышения квалификации «Методы анализа и синтеза новых классов механизмов и технологических процессов для машин новых поколений» в 2025 году.

Главный научный сотрудник,
д. т. н., профессор


 М. Н. Ерофеев

Старший научный сотрудник,
д. т. н., доцент


 П. А. Ларюшкин

Научный сотрудник, к. т. н.


 П. А. Скворцов

Приложение В1

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2804666**ШЕСТИПОДВИЖНОЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ
УСТРОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ
ОТНОСИТЕЛЬНОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ**

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) (RU)*

Авторы: *Фомин Алексей Сергеевич (RU), Мухин Кирилл Сергеевич (RU)*

Заявка № 2023103781

Приоритет изобретения **20 февраля 2023 г.**

Дата государственной регистрации

в Государственном реестре изобретений

Российской Федерации **03 октября 2023 г.**

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает **20 февраля 2043 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2804502**ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ МЕХАНИЗМ
ОТНОСИТЕЛЬНОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ С
ДВУХ- И ЧЕТЫРЕХПОДВИЖНЫМ МОДУЛЯМИ
ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ**

Патентообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт машиноведения им. А.А.
Благодярова Российской академии наук (ИМАШ РАН) (RU)*

Авторы: *Фомин Алексей Сергеевич (RU), Ларюшкин Павел
Андреевич (RU), Петелин Даниил Викторович (RU), Мухин
Кирилл Сергеевич (RU)*

Заявка № **2023103780**

Приоритет изобретения **20 февраля 2023 г.**

Дата государственной регистрации

в Государственном реестре изобретений

Российской Федерации **02 октября 2023 г.**

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает **20 февраля 2043 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Ю.С. Зубов

