

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
“Ижевский государственный технический университет  
имени М.Т. Калашникова”

На правах рукописи



КЛЕНОВ АНАТОЛИЙ ИГОРЕВИЧ

**Динамический синтез и анализ механизма,  
реализующего движение локомотивной  
мобильной платформы в жидкости**

05.02.18 – Теория механизмов и машин

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., профессор  
Килин Александр Александрович

Ижевск – 2019

# Оглавление

Введение . . . . .	5
<b>Глава 1. Структурный анализ механизмов приведения в движение локомоционных мобильных платформ . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1. Введение . . . . .	12
1.2. Перемещение в жидкости с использованием гребных винтов . . . . .	13
1.3. Перемещение в жидкости за счёт изменения формы тела . . . . .	16
1.3.1. Перемещение за счёт махового движения лопастей, имитирующих движение черепахи . . . . .	17
1.3.2. Перемещение за счёт ускоренного сведения лопастей, имитирующих движение осьминога . . . . .	18
1.3.3. Перемещение за счёт махов боковых плавников, имитирующих движение ската . . . . .	19
1.3.4. Перемещение в жидкости подобно змее . . . . .	21
1.3.5. Перемещение в жидкости подобно рыбе . . . . .	23
1.4. Перемещение в жидкости реактивным методом . . . . .	25
1.5. Перемещение в жидкости за счёт изменения плавучести . . . . .	27
1.6. Прочие методы . . . . .	29
1.6.1. Комбинированный метод перемещения в жидкости - изменение формы и гребной винт . . . . .	29
1.6.2. Перемещение в жидкости с использованием ротора Флетнера . . . . .	30
1.7. Перемещение в жидкости за счёт действия внутреннего механизма . . . . .	32
1.7.1. Перемещение в жидкости за счёт изменения кинетического момента системы . . . . .	32
1.7.2. Перемещение в жидкости за счёт изменения распределения масс . . . . .	34

1.8.	Определение критериев синтеза механизма . . . . .	46
<b>Глава 2. Управление движением локомоционной мобильной платформы в жидкости за счёт изменения распределения масс . .</b>		
2.1.	Математическая модель движения мобильной платформы в жидкости в двухмерной постановке . . . . .	48
2.1.1.	Уравнения движения . . . . .	48
2.1.2.	Исследование управляемости . . . . .	51
2.1.3.	Определение законов движения внутренних масс . . . . .	53
2.2.	Математическая модель движения мобильной платформы в трёхмерной постановке . . . . .	59
2.2.1.	Уравнение движения . . . . .	61
2.2.2.	Определение внешних сил и моментов . . . . .	63
2.2.3.	Определение сил и моментов, действующих на киль . . . . .	66
2.2.4.	Исследование динамической модели . . . . .	69
<b>Глава 3. Синтез механизма изменения положения центра масс локомоционной мобильной платформы . . . . .</b>		
3.1.	Структурный синтез механизма . . . . .	75
3.2.	Кинематический синтез механизма . . . . .	83
3.3.	Определение параметров локомоционной мобильной платформы . . . . .	89
3.3.1.	Определение присоединенных масс . . . . .	90
3.3.2.	Определение коэффициентов сопротивления . . . . .	108
3.4.	Разработка системы управления . . . . .	109
<b>Глава 4. Экспериментальная оценка движения локомоционной мобильной платформы в жидкости . . . . .</b>		
4.1.	Описание лабораторного стенда и методики эксперимента . . . . .	114
4.2.	Сравнение результатов натурального эксперимента с результатами моделирования задачи в двухмерной постановке . . . . .	114

4.3. Исследование поля скорости жидкости вокруг движущейся локо- моционной мобильной платформой . . . . .	116
4.4. Сравнение результатов натурального эксперимента с результатами моделирования задачи в трёхмерной постановке . . . . .	122
<b>Заключение</b> . . . . .	125
Основные результаты работы и выводы . . . . .	125
<b>Список литературы</b> . . . . .	128

# Введение

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время существенный интерес проявляется к разработке автономных робототехнических систем, предназначенных для передвижения в жидкости. Как правило, такие устройства приводятся в движение с использованием гребных винтов или подвижных лопастей. Также встречаются и другие устройства, реализующие «нетрадиционные» способы передвижения. Один из таких типов устройств — это локомотионные мобильные платформы с внутренним механизмом, у которых в процессе движения внешняя оболочка остаётся неизменной, и отсутствуют приводные элементы, взаимодействующие непосредственно с жидкостью или воздухом над её поверхностью. При этом движение осуществляется за счёт работы внутреннего механизма, изменяющего положение центра масс системы и (или) гидростатический момент.

Данный тип мобильной платформы обладает рядом преимуществ по сравнению с другими «традиционными» конструкциями: изолированность рабочих узлов от жидкости, возможность полной гидроизоляции, низкий уровень гидродинамического шума при передвижении, повышенная маневренность. Эти особенности локомотионных мобильных платформ с внутренними механизмами позволяют применять их для исследования и мониторинга в жидкости с высокими экологическими нормами, в легковоспламеняющихся средах, в условиях высокого гидростатического давления.

Данный способ передвижения в жидкости является новым как с точки зрения гидродинамики, так и мобильной робототехники, что подтверждается наличием небольшого количества теоретических работ в данном направлении. Теоретические исследования движения таких систем, с периодически изменяющимся положением центра масс, в идеальной среде и в среде с заданным законом сопротивления представлены в работах академика РАН В.В. Козлова, академика РАН Ф.Л. Черноусько, докторов наук С.М. Рамоданова, Д.А. Они-

пченко, С.Ф. Яцуна. В немногочисленных работах S. Childress, S.E. Spagnolie, T. Tokieda, В.А. Тененева, С.М. Рамоданова рассматривались вопросы численного моделирования гидродинамики движущегося тела с изменяемым центром масс на основе совместного численного решения уравнений Навье-Стокса и уравнений динамики твёрдого тела в двумерной постановке.

Работы, посвященные созданию натуральных образцов таких систем и их экспериментальному исследованию, практически отсутствуют. Поэтому вопросы синтеза механизма, обеспечивающего передвижение локомотивной мобильной платформы в жидкости, и математического моделирования нестационарного движения в жидкости тел с изменяемым центром масс являются актуальными для создания подобных систем и управления ими.

В связи с изложенным выше тема диссертационной работы представляется актуальной.

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью диссертационной работы является синтез и исследование механизма, обеспечивающего движение локомотивной мобильной платформы в жидкости за счёт изменения распределения масс.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Определение критериев синтеза механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы.
2. Разработка динамической математической модели движения локомотивной мобильной платформы в жидкости и исследование влияния параметров механизма на характер движения мобильной платформы.
3. Разработка методики динамического синтеза механизма осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы.
4. Синтез механизма, реализующего изменение распределения масс системы, и создание макета локомотивной мобильной платформы.
5. Разработка лабораторного стенда и методики определения гидродинамических параметров локомотивной мобильной платформы.

6. Проведение натурных экспериментов, исследование влияния режимов работы механизма на динамику локомотивной мобильной платформы и сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования.

**Методы исследования.** Для решения поставленных в рамках диссертационного исследования задач использовались методы теории машин и механизмов, методы теоретической механики, аналитические и численные методы решения уравнений динамики. Для измерения гидродинамических параметров локомотивной мобильной платформы разработан лабораторный стенд и методика, позволяющая определить величины присоединённых масс и коэффициенты гидродинамического сопротивления. При проведении экспериментальных исследований движения локомотивной мобильной платформы использовались современные технологии захвата движения (Motion Capture). Обработка результатов экспериментов проводилась с использованием программного комплекса Matlab. Программное обеспечение для управления локомотивной мобильной платформой разрабатывалось на языке Си для микроконтроллеров серии STM32F303 с ядром Cortex-M4 в среде Keil uVision4.

**Достоверность и обоснованность.** Разработанные математические модели основываются на классических утверждениях и теоремах и не противоречат известным результатам. Для исследования и моделирования полученных уравнений используются апробированные аналитические и численные методы решения. Достоверность подтверждается согласованностью математической модели с результатами натурных экспериментов. Для проведения экспериментальных исследований использовались современные измерительные комплексы, прошедшие поверку.

**Научная новизна** диссертационного исследования заключается в том, что:

1. Разработана методика динамического синтеза механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платфор-

мы.

2. Синтезирован механизм, осуществляющий изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы.
3. Синтезирована конструкция локомотивной мобильной платформы, перемещающейся в жидкости за счёт изменения распределения масс.
4. Проведена экспериментальная верификация разработанной математической модели, на основе которых сделана оценка возможности её использования для синтеза механизма и управления локомотивной мобильной платформой в жидкости с переменным распределением масс.

**Теоретическая значимость работы** состоит в разработке методики динамического синтеза и анализа механизма, обеспечивающего движение водной локомотивной мобильной платформы за счёт изменения распределения масс.

**Практическая значимость работы** обусловлена тем, что результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для проектирования и модернизации мобильных устройств, перемещающихся в жидкости. Разработанные математические модели движения могут использоваться для определения оптимальных параметров механизмов подобных локомотивных мобильных платформ, перемещающихся в жидкости, и построения систем управления. Разработанная методика определения гидродинамических сил позволяет вычислять присоединённые массы и коэффициенты гидродинамического сопротивления тел, движущихся в жидкости.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Методика динамического синтеза механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы и реализующего её продвижение в жидкости. Данная методика основана на использовании универсальной структурной системы при структурном синтезе механизма и динамической математической модели движения мобильной платформы при кинематическом синтезе механизма.
2. Механизм реализующий продвижение локомотивной мобильной платфор-

мы в жидкости.

3. Разработанные лабораторные стенды и методики определения гидродинамических параметров тел методом их буксировки в жидкости и проверки разработанной методики динамического синтеза, совмещающей в себя систему определения траектории движения исследуемого объекта Vicon Motion Capture и систему определения поля скорости жидкости вокруг исследуемого объекта Particle Image Velocimetry LaVision.
4. Результаты экспериментальной проверки методики динамического синтеза механизма.

**Личный вклад автора.** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Апробация работы.** Основные результаты работы обсуждались на семинарах Института компьютерных исследований ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет», кафедры «Мехатронные системы» ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова» и международном семинаре по ТММ имени И.И. Артоболевского ИМАШ РАН.

Кроме того, результаты исследований, изложенные в диссертации, докладывались на российских и международных конференциях:

- Всероссийская научная конференция «Дни регулярной и хаотической динамики» (Ижевск, 2015 г.)
- Шестая международная конференция «Geometry, Dynamics, Integrable Systems – GDIS 2016» (Ижевск, 2016 г.)
- Машиноведение и инновации. Конференция молодых учёных и студентов (МИКМУС-2017) (Москва, 2017 г.)

По результатам диссертационного исследования поданы заявки в Феде-

ральный институт промышленной собственности (Роспатент) на регистрацию авторских прав на следующие результаты интеллектуальной деятельности:

1. Патент на полезную модель. А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, Ю.Л. Караваев, Е.В. Ветчанин, А.И. Кленов. Безвинтовой надводный робот. Патент на полезную модель №153711 (03 июля 2015г.)
2. Свидетельство о регистрации электронного ресурса. Е.В. Ветчанин, В.А. Тененев, Л.Ф. Илалетдинов, А.И. Кленов. Решатель “KirchhoffSolver”. Хроники объединенного фонда электронных ресурсов Наука и образование. 2015. № 11 (78). С. 32.
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, Ю.Л. Караваев, Е.В. Ветчанин, А.И. Кленов. Программа для управления безвинтовым надводным роботом. № 2015615728 22 мая 2015г.
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин, Ю.Л. Караваев, Е.В. Ветчанин, А.И. Кленов. Программа для получения и обработки данных, определяющих положение и ориентацию мобильного робота. № 2015615732 от 22 мая 2015г.

### **Публикации**

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в журналах входящих в Web of Science:

A.I. Klenov, A.A. Kilin. Influence of vortex structures on the controlled motion of an above-water screwless robot. Regular and Chaotic Dynamics. 2016. Т. 21. № 7-8. С. 927-938.

в журналах из перечня ВАК:

1. А.И. Кленов, Е.В. Ветчанин, А.А. Килин. Экспериментальное определение присоединенных масс тела методом буксировки. Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2015. Т. 25. № 4. с. 568-582.

2. А.И. Кленов, А.А. Килин. Экспериментальное исследование динамики безвинтового надводного робота. Машиностроение и инженерное образование. 2018. № 1 (54). С. 2-7.
3. А.А. Килин, А.И. Кленов, В.А. Тененев. Управление движением тела с помощью внутренних масс в вязкой жидкости. Компьютерные исследования и моделирование. 2018 Том 10 № 4 с. 445 - 460.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация изложена на 127 страницах и состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка используемых источников (96 наименования).

## Глава 1

# Структурный анализ механизмов приведения в движение локомотионных мобильных платформ

В данной главе представлен обзор надводных и подводных транспортных средств, применяемых для передвижения в жидкости. Приведена их классификация по способу перемещения в жидкости. Описаны конструктивные особенности и проведен структурный анализ кинематических схем. Выявлены объективные преимущества локомотионных мобильных платформ, перемещающихся в жидкости за счёт изменения распределения масс, создаваемого действием внутреннего механизма. Данные мобильные платформы могут перемещаться в жидкости без изменения внешней формы оболочки и приводных элементов, взаимодействующих непосредственно с жидкостью или воздухом над её поверхностью. В разделе 1.7.1 проведен анализ теоретических работ, подтверждающих возможность данного способа передвижения в жидкости, в ходе которого выявлено, что изменение распределения масс можно реализовать различными способами: с использованием плоских механизмов с поступательными, вращательными приводами и зубчатых механизмов, которые передвигают некоторую массу. В данной работе для изменения распределения масс системы будем использовать зубчатый механизм, обеспечивающий движение двух внутренних масс по окружности. Такое техническое решение наиболее компактно по сравнению с другими и наиболее просто в изготовлении. Также в данной главе сформулированы основные критерии, предъявляемые к синтезируемому механизму.

### 1.1. Введение

В настоящее время активно ведутся работы по созданию новых средств передвижения в жидкости. Это связано с насущной необходимостью увеличения

их маневренности, надежности и использования их в специфических условиях, например, в условиях высокого гидростатического давления, во взрывоопасных или агрессивных средах, или, наоборот, в условиях с высокими экологическими нормами.

Для перемещения в жидкости можно выделить следующие методы:

1. Перемещение в жидкости с использованием гребных винтов.
2. Перемещение в жидкости за счёт изменения формы тела.
3. Перемещение в жидкости реактивным методом.
4. Прочие методы (комбинированный, ротор Флетнера).
5. Перемещение в жидкости за счёт действия внутренних механизмов.

Все эти наиболее известные способы передвижения в жидкости сведены в таблицу 1.1. Далее рассмотрим каждый из способов передвижения более подробно.

## **1.2. Перемещение в жидкости с использованием гребных винтов**

Как правило, большинство устройств, перемещающихся в жидкости, для передвижения использует гребные винты. Эта схема является классической для подводных и надводных аппаратов (судов). Теория передвижения таких аппаратов достаточно хорошо изучена [1–3]. Она основывается на стандартных уравнениях движения твердого тела под действием управлений и внешних гидродинамических сил. При этом данные силы, как правило, приближенно определяются из эмпирических зависимостей с помощью численного моделирования либо экспериментально.

Гребные винты в качестве движителя применяют, как правило, по следующим схемам:

1. Гребной винт и управляемый руль (см. рисунок 1.1). В данной схеме гребной винт служит для создания тяги, а руль изменяет её направление, что

позволяет изменять курс судна.



Рис. 1.1. Гребной винт и управляемый руль

2. Несколько гребных винтов, расположенных под разными углами. Управление каждым винтом по отдельности позволяет изменять вектор тяги [4]. Такая схема наиболее часто применяется в подводных аппаратах. По данному принципу построен обитаемый автономный подводный аппарат «Платформа», разработанный в дальневосточном отделении РАН (рисунок, 1.2).



Рис. 1.2. Необитаемый автономный подводный аппарат «Платформа», ДВО РАН [5]

3. Винто-рулевые колонки (ВРК) (см. рисунок 1.3)

ВРК состоят из высокомоментного электродвигателя, расположенного в отдельном корпусе, который закреплен вне корпуса судна с помощью шарнирного механизма, способного вращаться вокруг вертикальной оси на

360°. Эта схема позволяет изменять вектор тяги, что обеспечивает хорошую маневренность судна по сравнению со стационарными гребными винтами.

Подвижная ВРК позволяет отказаться от подруливающих устройств, потому что вектор тяги для изменения курса судна создаётся непосредственно на движителе. Исследование динамики и эффективности ВРК при различных углах поворота машины представлены в работе [6].



Рис. 1.3. Винто-рулевая колонка

Основное преимущество использования ВРК - это то, что гребной винт установлен непосредственно на валу электродвигателя, что позволяет передавать вращающий момент с двигателя непосредственно на винт, минуя промежуточные валы или редуктор. А отказ от промежуточных элементов системы позволяет исключить потери энергии, возникающие при передаче энергии с вала двигателя на винт.

В качестве элементов, генерирующих тягу в приведенных выше схемах, используется гребной винт. Методы проектирования гребных винтов хорошо изучены. Основные этапы расчета гребных винтов, включая определение периодических сил и давлений на лопастях, винте в целом и на корпусе с учетом неоднородности натекающего потока, представлены в работе [7]. Наиболее актуальными вопросами в данной сфере являются снижение износа винта и

гидродинамических шумов. Физическая природа шумов, излучаемых гребными винтами, рассмотрена в работах [8, 9], где показаны особенности моделирования кавитационного и кромочного шумов и низкочастотного излучения системы «гребной винт - корпус».

Преимущества использования гребных винтов в качестве движителя:

1. Относительная простота конструкции преобразования энергии от двигателя в тяговое усилие винта. Гребной винт устанавливается напрямую на вал двигателя или с использованием механизмов, изменяющих момент и частоту оборотов (коробки передач или редуктора).
2. Использование гребного винта позволяет развить «хорошую» скорость.

Недостатки использования гребных винтов в качестве движителя:

1. Выход вала, который передаёт вращательный момент на гребной винт, требует герметизации. Помимо этого, наличие данного узла, как правило, требует системы откачки воды, находящийся в «прочном корпусе» или блока компенсации внешнего гидростатического давления при маслозаполненном корпусе аппарата.
2. Наличие вращающегося элемента, который повреждает окружающую микрофлору и не позволяет использовать данные средства в ряде мест.
3. Низкая мобильность.
4. Наличие гидродинамических шумов, возникающих при вращении винта.

### **1.3. Перемещение в жидкости за счёт изменения формы тела**

С целью совершенствования способов перемещения в жидкости возникает интерес к биологическим движениям. Различные вопросы, касающиеся движения водоплавающих организмов, описаны в книге Лайтхилла [10]. В другой, тоже классической, книге [11] описывается механика плавания и полета животных и насекомых.

В последнее время чрезвычайно активно развивается направление, связанное с конструированием биоподобных автономных локомоционных роботов. Данный тип роботов передвигается в жидкости за счёт движения лопастей и изменения формы подобно тому, как двигают плавниками рыбы и другие водные существа.

### **1.3.1. Перемещение за счёт махового движения лопастей, имитирующих движение черепахи**

В качестве примера механической системы, перемещающейся в жидкости за счёт махового движения лопастей, рассмотрим робот U-CAP Таллиннского технологического института [12, 13] (рисунок 1.4). Робот перемещается в жидкости за счёт движения четырёх лопастей, расположенных под углом к корпусу так, что векторы тяги лопастей неколлинеарны. Каждая лопасть может колебаться независимо в любом направлении вокруг своей оси. В качестве привода, вращающего лопасти, используется сервопривод. Такая конфигурация робота обеспечивает его подвижность во всех шести степенях свободы.



Рис. 1.4. Необитаемый автономный подводный робот U-CAT

По аналогичному принципу построен и робот AQUA ([14]), перемещающийся в жидкости за счёт шести колеблющихся жестких лопастей.

В обоих представленных аппаратах корпус и лопасть образуют вращательную кинематическую пару, приводимую в движение сервоприводом.

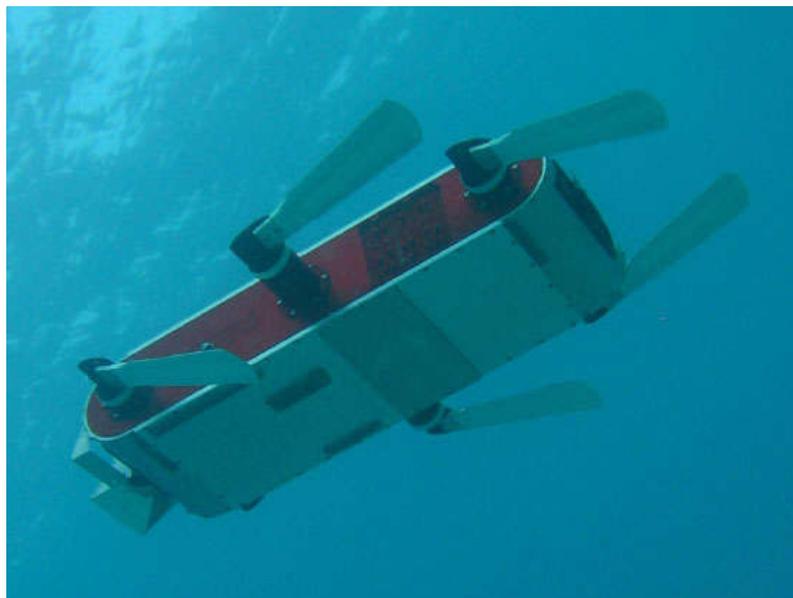


Рис. 1.5. Необитаемый автономный подводный робот AQUA

### **1.3.2. Перемещение за счёт ускоренного сведения лопастей, имитирующих движение осьминога**

В ряде работ предприняты попытки создания подводного аппарата, перемещающегося в жидкости подобно осьминогу. В работе [15] рассмотрен процесс плавания осьминога и разработан лабораторный стенд для определения тяговой силы макета, имитирующего движение щупальцев осьминога. Данный макет состоит из двух шарнирных рычагов, образующих с неподвижным корпусом вращательную кинематическую пару. Каждый рычаг длиной 200 мм и диаметром у основания 20 мм совершает колебания с амплитудой  $\pm 10^\circ$  и  $\pm 20^\circ$  относительно начального смещения от  $\pm 25^\circ$  до  $\pm 35^\circ$  с разными скоростями сведения и разведения (разводит медленнее). Для получения наибольшей тяги от такого движителя в работе [16] определены оптимальные углы и оптимальные скорости движения выходных звеньев, имитирующих щупальца осьминога.

Далее в работах [17, 18] представлен прототип робота с восемью шарнирами. Каждый шарнир приводится в движение сервоприводом и совершает пе-

риодические колебания. Процесс передвижения такого робота представлен на рисунке 1.6.

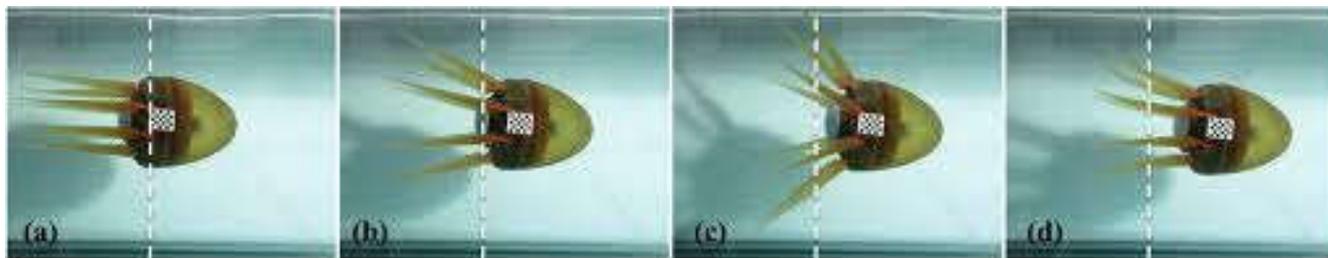


Рис. 1.6. Процесс передвижения робота - осьминога

### 1.3.3. Перемещение за счёт махов боковых плавников, имитирующих движение ската

Морские скаты перемещаются в жидкости, взмахивая большими крылообразными грудными плавниками. В работе [23] представлен подводный робот - скат «Mantabot», перемещающийся в жидкости за счёт колебания боковых плавников. Перемещение плавников осуществляется с использованием пневматических приводов (см. рисунок 1.7).

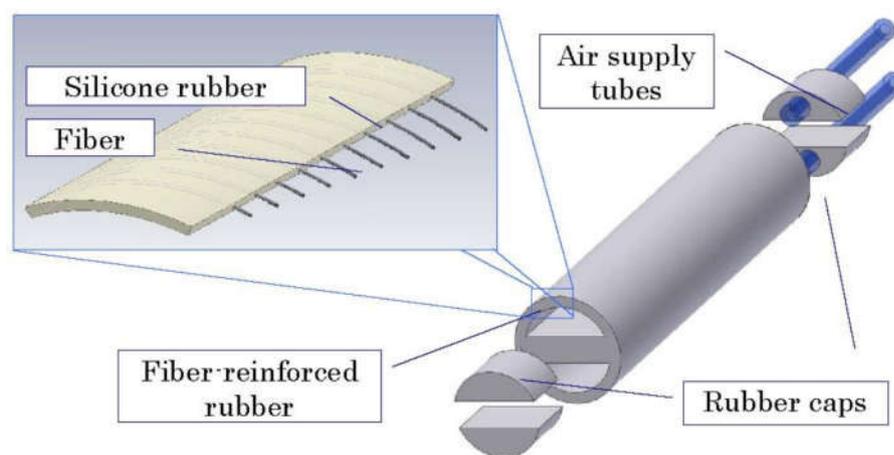


Рис. 1.7. Конструкция гибкого пневматического привода с двумя степенями свободы

Внутри пневматического привода расположены две камеры. Периодически создавая в них различные давления, удаётся добиться движения, напоминающего взмах плавника ската (см. рисунок 1.8). Данный принцип создания движения

называют искусственными мышцами. В работе [23] определены оптимальные поперечные сечения пневматических приводов и перемещения незакрепленного края в зависимости от давления, создаваемого в каждой камере.

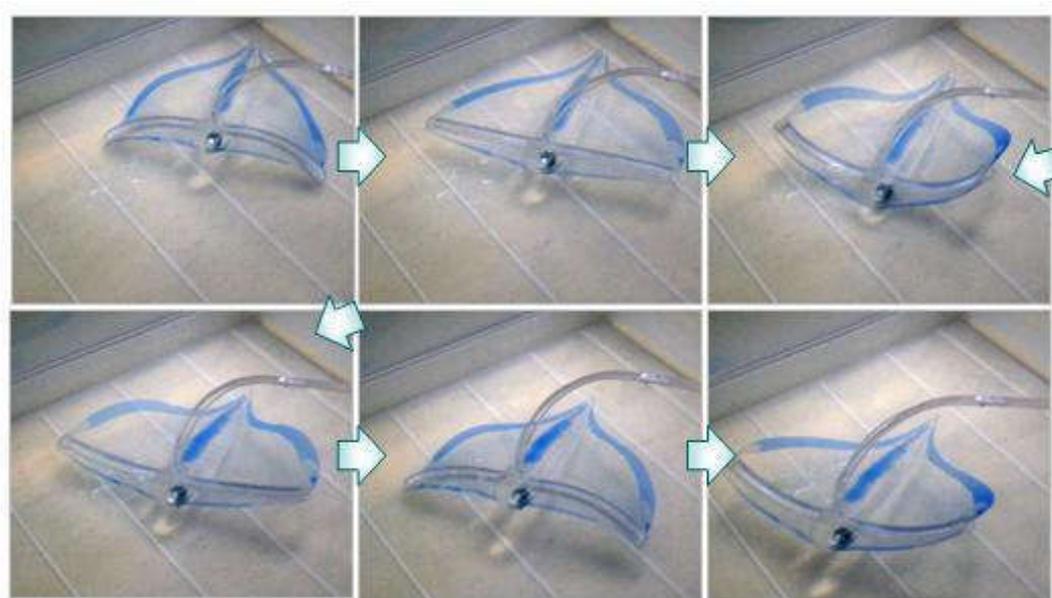


Рис. 1.8. Передвижение робота - ската

Аналогичный по типу перемещения в жидкости аппарат MantaDroid разработан в Национальном университете Сингапура, внешней формой также напоминающий ската (см. рисунок 1.9).



Рис. 1.9. Подводный робот - MantaDroid

Для передвижения MantaDroid использует гибкие «грудные плавники», которые приводятся в движение сервоприводом. Плавники робота изготовлены из

поливинилхлорида и имеют жесткий передний край и гибкую заднюю часть, что обеспечивает пассивную гибкость плавника. Пассивная гибкость плавника является ключевым фактором, увеличивающим скорость передвижения по сравнению с маханием жестким плавником. Данный эффект изучался в работе [24]. В работе также экспериментальным путём определено влияние амплитуды и частоты колебательного движения «плавника» на тягу. В результате чего подобраны оптимальные параметры движения «плавников».

#### 1.3.4. Перемещение в жидкости подобно змее

Подводные роботы - змеи имеют большой интерес в подводной робототехнике, что связано с формой тела. Структура таких роботов обеспечивает возможность доступа в узкие места и передвижения их в ограниченных пространствах, что особо необходимо при обследовании затонувших кораблей. Локомоция змееподобных роботов рассматривалась в работах [25–28], где представлена модель движения многозвенника, состоящего из вращательных кинематических пар. В работе [29] представлена математическая модель движения и проведен анализ управляемости и устойчивости змееподобного плавающего робота. Предложенная математическая модель учитывает эффект присоединенных масс и силы гидродинамического сопротивления. В работе [30] представлен макет змееподобного робота, имеющего модульную структуру. Каждый модуль представляет собой трёхзвенный механизм с двумя вращательными кинематическими парами (см. рис. 1.10), движение в которых осуществляется с использованием сервоприводов. В работе [30] использовался робот с 18 модулями, монтируемыми с чередованием плоскостей вращения (горизонтально, вертикально). Сверху все сочленения покрыты кожухом для обеспечения водонепроницаемости (см. рис. 1.11).



Рис. 1.10. Модуль робота - змеи



Рис. 1.11. Подводный робот-змея

В работе [31] представлено экспериментальное исследование динамики робота и проведено сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования по уточненной математической модели, представленной в работе [29]. Эксперименты показали приемлемость разработанной математической модели для описания движения роботов - змей под водой. В статье также рассмотрена взаимосвязь параметров траектории, скорости продвижения и потребляемой энергии. Получена зависимость скорости продвижения от амплитуды синусоидального движения и определен оптимальный закон движения робота для передвижения по прямой.

### 1.3.5. Перемещение в жидкости подобно рыбе

В лаборатории компьютерных наук Массачусетского технологического института и лаборатории искусственного интеллекта (CSAIL) разработан робот, перемещающийся в воде подобно рыбе (см. рис. 1.12), «виляя» хвостовым плавником.

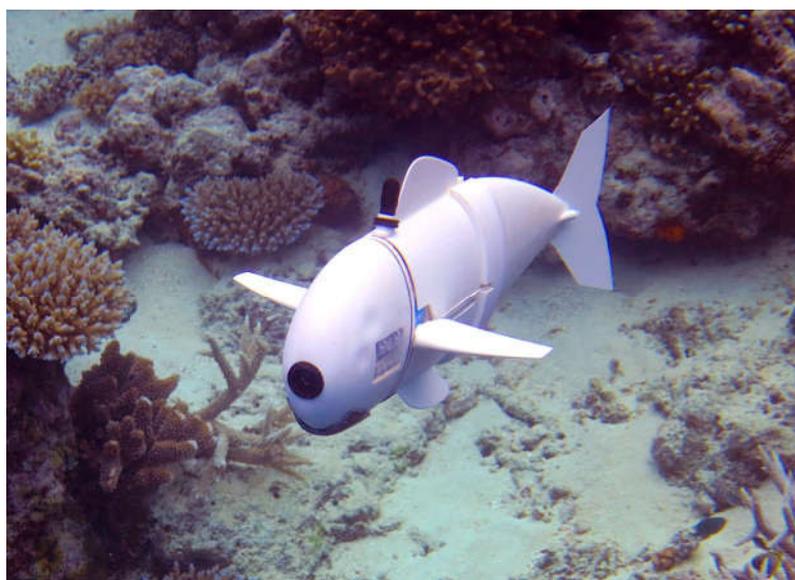


Рис. 1.12. Робот-рыбы SoFi [32]

Хвостовой плавник выполнен из эластичного материала и изменяет свою форму за счёт гидравлического привода [33] (см. рисунки 1.13, 1.14). Внутри хвоста выполнено несколько контуров, в которых гидравлический насос попеременно создаёт давление. Разница давлений в двух контурах вызывает деформацию хвостового плавника.

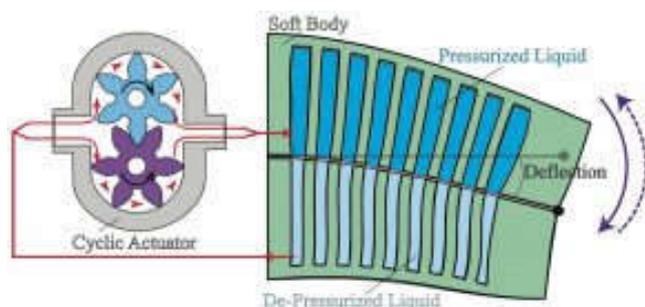


Рис. 1.13. Схема гидравлического привода робота-рыбы SoFi

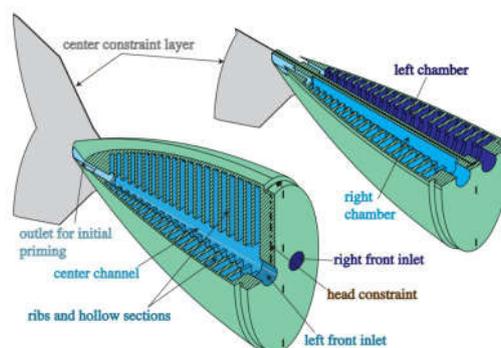


Рис. 1.14. Хвост робота-рыбы SoFi, состоящий из двух жидкостных камер

В работе [34] представлен рыбоподобный робот, у которого в качестве привода, изменяющего геометрию хвоста, используется материал памяти формы SMA, который изменяет свою форму в зависимости от нагрева. На рисунке 1.15 представлен макет данного робота.

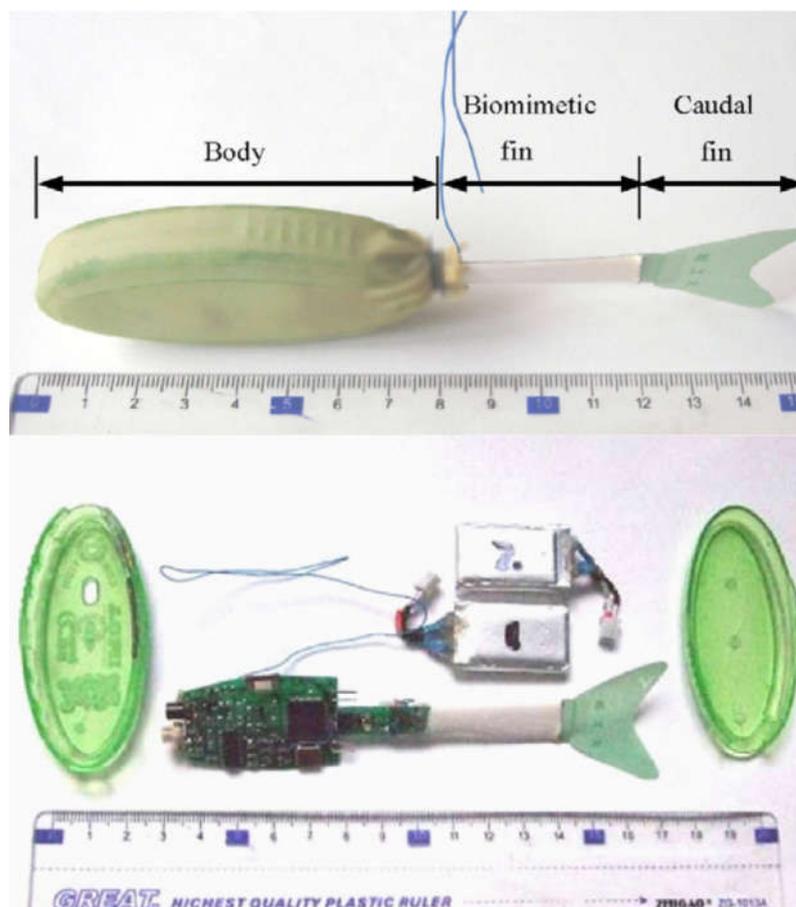


Рис. 1.15. Прототип робота-рыбы с искусственными мышцами

Робот состоит из тела, где расположена система управления, биометрического плавника и хвостового плавника. Биометрический плавник состоит из эластичного материала и поперечных мускул - SMA проводов. При пропускании тока в SMA проводниках происходит их нагрев, вследствие чего они уменьшают свои геометрические размеры. При отсутствии тока в SMA проводниках они остывают и восстанавливают свои начальные размеры, а за счёт упругого основания плавник возвращаются в исходное положение. Хвостовой плавник используется для увеличения поверхности соприкосновения биометрического плавника с жидкостью, что увеличивает тягу.

Преимущества перемещения в жидкости за счёт изменения геометрии:

1. Возможность интегрироваться в окружающую среду.
2. Низкий уровень шума при передвижении.

Недостатки перемещения в жидкости за счёт изменения геометрии:

1. Сложность управления, тяговое усилие не постоянно.
2. Герметизация узла, приводящего в движение лопасти.
3. Наличие приводных элементов, движущихся в жидкости (лопасти).
4. Относительно невысокая скорость.

## 1.4. Перемещение в жидкости реактивным методом

Реактивный метод перемещения в жидкости основывается на законе сохранения импульса. При этом движущая сила создаётся выталкиваемой из движителя струей воды. Этот принцип передвижения в живой природе можно встретить у кальмаров, осьминогов, каракатиц, медуз, морских гребешков и других водных обитателей.

Идея создания реактивного движителя возникла еще в XVII веке, но получила достаточно широкое распространение во второй половине XIX века, когда стала успешно конкурировать с другими типами движителей. Большой вклад в эту теорию внес российский ученый Н. Е. Жуковский, который впервые записал выражение для тяги водометного движителя в современном виде.

Данный тип движителя применялся на речных судах начиная с 50-х годов, 20-го века в Советском Союзе (например см. рис. 1.16).

В настоящее время реактивные движители используются в небольших судах, обладающих скоростью свыше 25 узлов. При таких скоростях водометы обеспечивают более высокий пропульсивный коэффициент по сравнению с обычными гребными винтами.



Рис. 1.16. Теплоход типа «Заря» проекта 946 с водометным движителем

В работе [35] представлены результаты разработки и испытания конструктивной схемы толкающего водометного движительного комплекса, расположенного в кормовой части судна (см. рисунок 1.17).

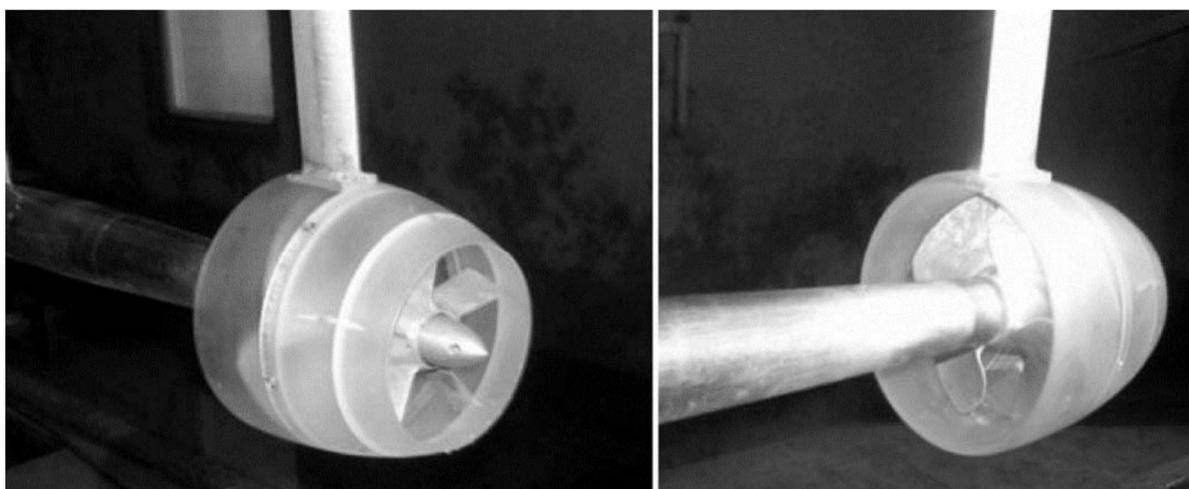


Рис. 1.17. Модель блока водометного движительного блока

На основании модельных испытаний выполнены расчеты основных размеров и параметров натурального водометного движительного комплекса, которые сравнены с аналогичными характеристиками движительного комплекса с гребным винтом той же мощности. При одинаковых тяговых усилиях габаритные размеры водометного движительного комплекса меньше по сравнению с движущей колонной с тянущим гребным винтом.

Преимущества перемещения в жидкости реактивным способом:

1. Возможность передвигаться по мелководью.
2. Безопасность — импеллер находится внутри и неопасен для людей, находящихся рядом в воде.
3. Высокая скорость передвижения (при этом на больших скоростях КПД выше, чем у гребных винтов).
4. Меньший гидродинамический шум в сравнении с винтовыми движителями, что очень важно для подводных лодок.

Недостатки перемещения в жидкости реактивным способом:

1. На малых скоростях КПД привода меньше, чем у гребных винтов.
2. Потери мощности из-за трения воды о стенки трубопровода и турбулентных завихрений в каналах водомёта.
3. Увеличение массы судна за счёт воды, находящейся в трубопроводе (в качестве рабочего тела).
4. Водозабор работает так же, как помпа и может затянуть со дна камни, песок, мусор. Это может забить систему охлаждения либо повредить импеллер и водовод.

## **1.5. Перемещение в жидкости за счёт изменения плавучести**

Подводный глайдер - автономный необитаемый подводный аппарат, приводимый в движение гидродинамическими силами за счет изменения плавучести. Глайдеры перемещаются по специфической «пилообразной» траектории в заданном диапазоне глубин.

В работах [19, 20] разработана базовая модель динамики подводного глайдера, включающая гидродинамические силы, эффекты плавучести и присоединенных масс, а также нелинейное взаимодействие глайдера и перемещающихся внутренних масс.

Как правило, корпус такого устройство имеет вытянутую обтекаемую форму с плавниками, напоминающими крылья летательных аппаратов. Внутри корпуса имеется оборудование, необходимое для выполнения поставленных задач, аппаратура управления, а также система изменения плавучести аппарата. На рисунке 1.18 представлен подводный глайдер, разработанный в Санкт-Петербургском государственном морском техническом университете [21].



Рис. 1.18. Подводный глайдер разработанный в Санкт-Петербургском государственном морском техническом университете

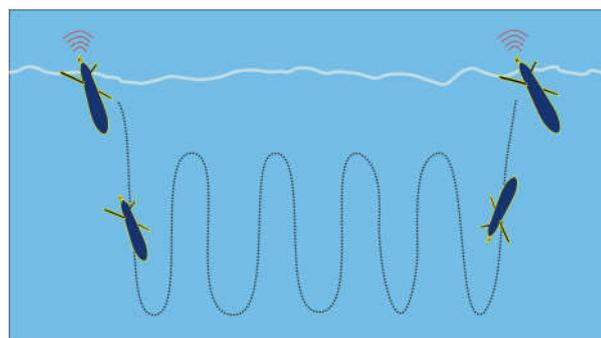


Рис. 1.19. Траектория движения глайдера

Перемещение глайдеров осуществляется по периодической траектории вниз-вверх (см. рис. 1.19). При движении вниз создаётся отрицательная плавучесть, а центр тяжести смещается вперед (на нос), обеспечивая отрицательный угол атаки, и за счёт этого глайдер переходит в режим планирования. При движении вверх создаётся положительная плавучесть, центр масс смещается на корму, в результате чего глайдер задирает нос и движется вверх. Для изменения курса используются управляемые плавники. Современные глайдеры способны совершать планирование и инфлексию в коридоре по глубине всего 4 м .

Такой принцип движения позволяет резко сократить расход энергии, что, в свою очередь, позволяет принципиально увеличить дальность плавания, хотя и с небольшой скоростью.

Также встречаются гибридные глайдеры (с убираемым (складным) гребным винтом), способные действовать в режиме традиционного АНПА, что ре-

шает проблему недостаточной скорости, увеличивает мореходность и повышает функциональность аппарата.

Преимущества:

1. Низкое энергопотребление.
2. Большая дальность хода и большая автономность (более 4 месяцев).
3. Низкий уровень шума при передвижении.

Недостатки:

1. Малая скорость передвижения.
2. Периодическая траектория (движение вверх - вниз).

## 1.6. Прочие методы

### 1.6.1. Комбинированный метод перемещения в жидкости - изменение формы и гребной винт

В некоторых аппаратах применяют комбинированный метод при проектировании движителей. Так, например, подводный роботизированный аппарат BioSwimmer [22] (рисунок 1.20). Он имеет форму рыбы и обладает повышенной подводной мобильностью. Для передвижения на хвостовой части установлен гребной винт, создающий тягу. Для выполнения маневров он использует гибкую (управляемую) хвостовую часть и управляемые плавники бокового, спинного и брюшного исполнения, которые изменяют углы крена и тангажа.



Рис. 1.20. Необитаемый автономный подводный робот «BioSwimmer»,  
«Advanced Systems Group Boston Engineering Corporation»

### 1.6.2. Перемещение в жидкости с использованием ротора Флетнера

Ротор Флетнера - это судовой движитель, использующий энергию ветра или жидкости на основе эффекта Магнуса. Эффект Мангуса заключается в следующем: при обтекании воздушным (или жидкостным) потоком вращающегося тела образуется сила, перпендикулярная направлению потока и воздействующая на тело. Используя данный эффект Антон Флеттнер спроектировал парусный движитель («турбопарус»), гораздо более легкий и простой в управлении, чем обычный парус. В настоящее время в эксплуатации находится несколько грузовых кораблей, оборудованных роторами Флеттнера (см. рис. 1.21).



Рис. 1.21. Грузовое судно E-SHIP1 с четырьмя роторами Флеттнера

В работе [36] авторами было предложено использовать ротор Флеттнера для создания подъемной силы за счет набегающего потока жидкости. Для проверки этого предположения разработана экспериментальная установка, которая представляет собой тело в форме тора с укрепленным в его центре легким стержнем, который благодаря электроприводу может вращаться вокруг своей оси (рис. 1.22).

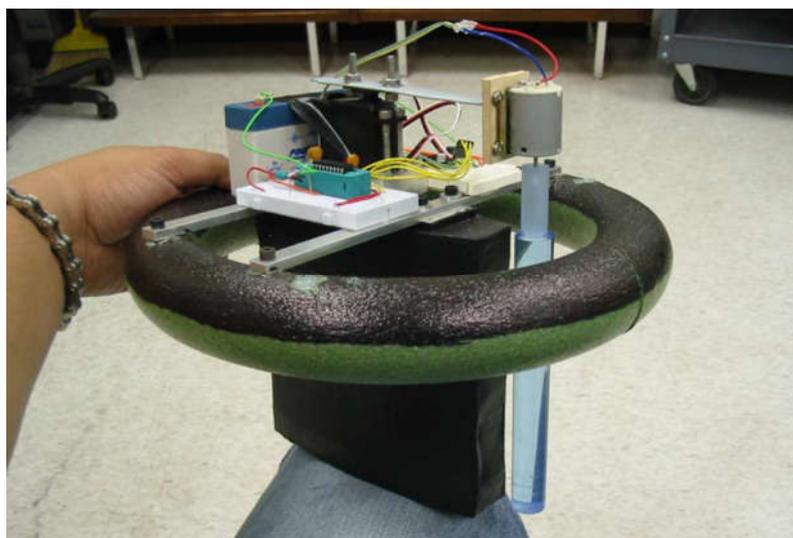


Рис. 1.22. Экспериментальная установка из работы [36]

Тело выполнено из достаточно легкого материала и способно плавать на поверхности жидкости. В процессе движения погруженный в воду стержень вращается вокруг своей оси, в результате чего на тело действует сила, ортогональная набегающему потоку. Один из недостатков этой экспериментальной установки — невозможность начать движение из состояния покоя. Для возникновения подъемной силы установке следует сообщить начальную скорость, а затем, как отмечается в работе [36], изменяя скорость и направление вращения ротора, можно переместиться в любую вперед заданную точку, двигаясь по дугам окружностей.

В работе [37] рассматривается усовершенствованная модель, в которой помимо ротора Флеттнера имеется маховик с осью вращения, параллельной оси вращения ротора. По сравнению с предыдущей траектория движения данной системы принимает упорядоченный вид и управления становятся близкими к периодическим с постоянной амплитудой. Результаты численного моделирования в данной работе показывают, что полученные управления с помощью маховика и вращения ротора обеспечивают движение объекта в заданном направлении в достаточно узком коридоре. С увеличением ширины коридора движение и управления становятся близкими к периодическим с почти постоянной амплитудой.

## 1.7. Перемещение в жидкости за счёт действия внутреннего механизма

В настоящее время активно обсуждаются возможности перемещения тела в жидкости без изменения внешней формы тела, а за счёт действия внутренних механизмов, не взаимодействующих с окружающей средой. Как правило, такие механизмы изменяют кинетический момент системы или изменяют распределение масс. Далее такие аппараты будем называть локомоционными мобильными платформами. Под локомоцией здесь понимается передвижение управляемой механической системы, при котором конфигурация системы изменяется периодическим образом.

### 1.7.1. Перемещение в жидкости за счёт изменения кинетического момента системы

Исследованию возможности перемещения тела в жидкости за счёт изменения кинетического момента посвящены работы Н. Леонарды с соавторами [43–47], где рассмотрены вопросы стабилизации движения и положений равновесия подводного аппарата с помощью внутренних вращающихся маховиков. На рисунке (1.23) представлена схема стабилизации подводного транспортного средства с тремя внутренними роторами.

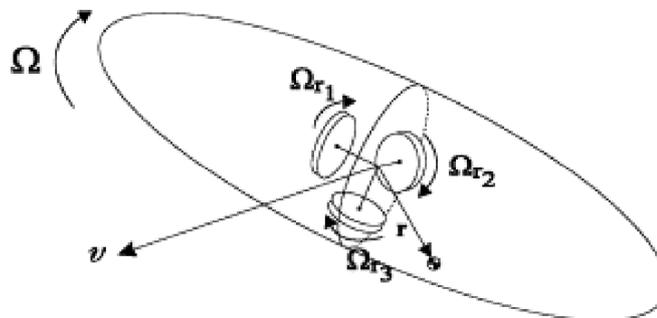


Рис. 1.23. Схема подводного транспортного средства с тремя внутренними роторами, каждый из которых состоит из двух жестко соединенных дисков

Эта идея была развита в работах [48, 49], где представлена модель безвин-

тового подводного робота эллиптической формы (см. рис 1.24), перемещающегося за счёт изменения кинетического момента системы. Изменение кинетического момента системы обеспечивается за счёт разгона и торможения внутренних роторов. На рисунке 1.25 представлена 3D модель системы роторов.

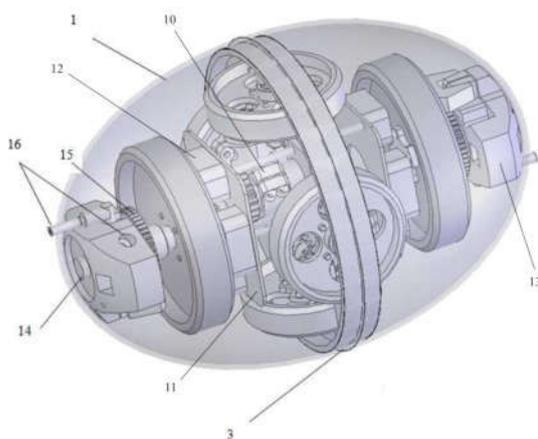


Рис. 1.24. Конструкция экспериментальной модели безвинтового подводного робота

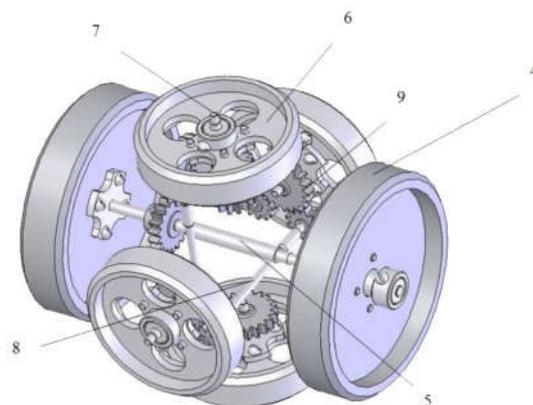


Рис. 1.25. Конструктивное исполнение системы роторов

Внутри корпуса робота установлены три пары роторов под углом  $90^0$  по отношению друг к другу. Ось одной из пар роторов направлена вдоль оси вращения эллипсоида, а две другие пары расположены в экваториальной плоскости. Система роторов (см. рис. 1.24 и 1.25) подводного робота включает пару роторов большего размера (4), установленных симметрично относительно платформы (3) на одном общем валу (5), и двух других пар роторов меньшего размера (6), расположенных (по направлениям осей) перпендикулярно первой паре и перпендикулярно друг другу в экваториальной плоскости. Валы (7) малых роторов выполнены отдельно для каждого маховика и установлены соосно на некотором расстоянии друг от друга. Малые роторы кинематически соединены попарно с помощью промежуточных (дополнительных) валов (8) и зубчатых пар (9) таким образом, что их вращение происходит так же, как если бы они располагались на одном общем валу.

В работах Ф. Таллапрагада с соавторами [50–52] представлена модель водного робота (1.26), перемещающегося в жидкости за счёт переменного вращения (колебания) ротора.

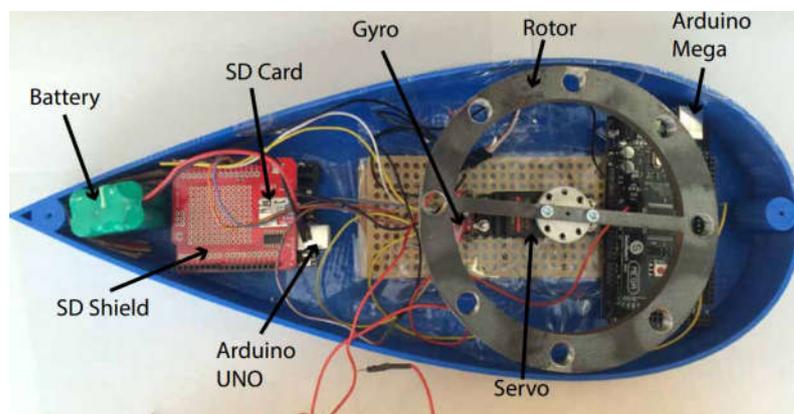


Рис. 1.26. Конфигурация водного робота

Данная модель состоит из корпуса, формы профиля Жуковского и подвижного ротора, который совершает периодические колебания в различные стороны, создавая тем самым изменение кинематического момента системы. Для описания данного метода передвижения используется полуфеноменологическая модель идеальной жидкости. В частности, постулируется образование вихрей за движущимся телом через равные промежутки времени при условии сохранения интегралов импульса и момента импульса системы «тело+жидкость». При этом движение в промежутках между образованием вихрей происходит в соответствии с классической моделью движения в идеальной жидкости.

### 1.7.2. Перемещение в жидкости за счёт изменения распределения масс

В работах Ф.Черноусько [53–55] рассматривается локомотивная система особой формы, перемещающаяся в жидкости за счёт поступательного перемещения внутренней массы в сопротивляющейся среде с квадратичным законом сопротивления.(см. рис. 1.27).

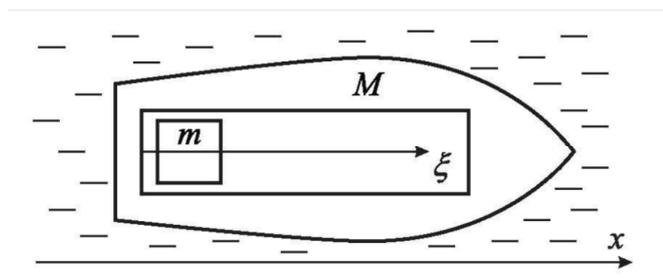


Рис. 1.27. Механическая модель

Данная система состоит из корпуса  $M$  и поступательной кинематической пары, обеспечивающей периодическое перемещение внутренней массы  $m$  по оси  $\xi$ . Перемещение в жидкости осуществляется за счёт ускоренного перемещения внутренних масс в присутствии внешних сил вязкого сопротивления следующим образом: силы, приложенные к внутренним телам, вызывают силы реакции, приложенные к корпусу. В связи с тем, что форма корпуса создаёт различные сопротивления движению вперед-назад, силы реакции изменяют скорость корпуса относительно среды, вызывая изменение силы сопротивления среды движению корпуса. Таким образом, управляя движением внутренних тел относительно корпуса за счет внутренних сил, создаваемых приводами, можно изменять внешнюю силу, действующую на корпус, управляя тем самым движением системы.

Данный принцип продвижения реализован в «Вибрационном водном роботе» [56] (см. рис. 1.28). Перемещение внутренних масс осуществляется двигателем, представляющим собой двигатель постоянного тока (2) с речной передачей (звено 3 и 4), преобразующей угловое перемещение вала реверсивного двигателя постоянного тока в линейное поступательное движение свободно закрепленного на конце рейки инерционного элемента - металлического цилиндра (5) с возможностью скольжения в направлении движения рейки. В качестве управляющей переменной используется ускорение внутреннего тела относительно корпуса.

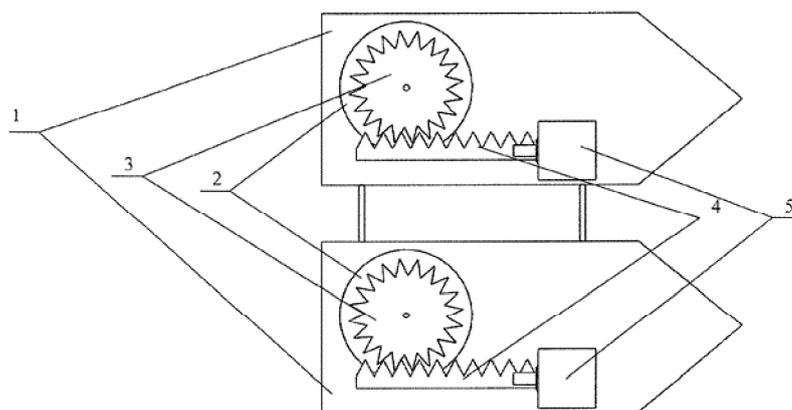


Рис. 1.28. Механическая модель

Корпуса движущих секций выполнены таким образом, что сила сопротивления жидкости при перемещении движущей секции вперед ниже, чем сила сопротивления жидкости при перемещении движущей секции назад и представляют собой цилиндр с коническим наконечником. Такая форма корпусов движущих секций позволяет возникнуть асимметричным силам сопротивления жидкости при перемещении инерционного элемента с определенной скоростью, что позволяет вибрационному водному роботу двигаться в водной среде. Независимое регулирование скорости перемещения инерционного элемента каждой секции позволяет получить различный характер асимметрии сил трения и, следовательно, различную скорость для каждой движущей секции, осуществляя тем самым поворот в ту либо иную сторону. Скорость поворота определяется разницей в скоростях движущих секций.

Аналогичная задача продвижения тела в сопротивляющейся среде с квадратичным законом сопротивления за счёт поступательного перемещения внутренних масс рассмотрена в работах [57–59]. Система состоит из замкнутого клиновидного цилиндрического корпуса (рисунок 1.29), внутренней массы, совершающей периодические гармонические колебания посредством поступательной кинематической пары. В силу несимметрии формы корпуса при смещении вперед вершиной и вперед основанием вызывается различная реакция внешней среды и обеспечивается направленное поступательное движение системы в жидкости.

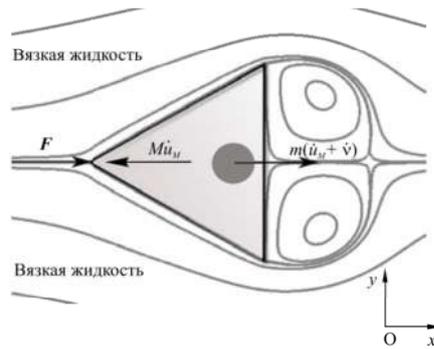


Рис. 1.29. Механическая модель

При линейном перемещении внутренних масс система может двигаться только в вязкой среде при условии, что форма корпуса обеспечивает различное сопротивление движению вперед - назад.

В работе [60] представлена модель плавающего робота, способного перемещаться по криволинейной траектории в жидкой среде за счет линейного перемещения двух внутренних масс и внешней силы вязкого сопротивления. Различие сил сопротивления движению осуществляется за счёт взаимодействия жидкости с четырьмя опорными поплавками, способными изменять свою ориентацию (см. рис.1.30).

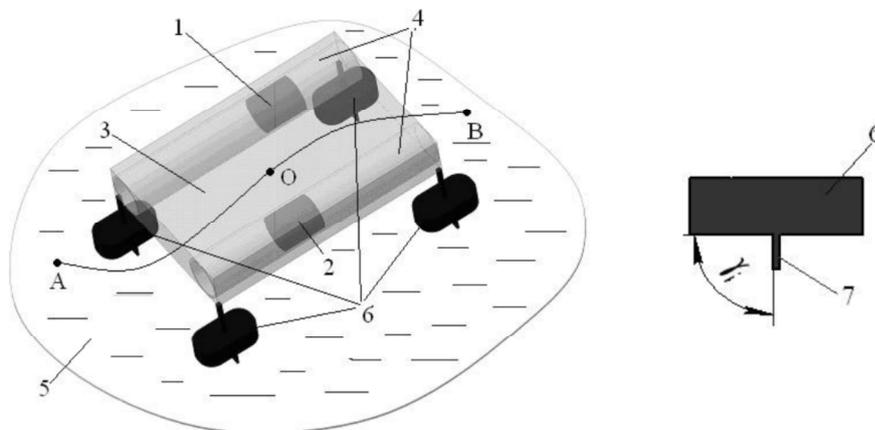


Рис. 1.30. Общий вид плавающего робота и схема поплавка: 1,2 - внутренние массы, 3 - корпус, 4 — направляющие, 5 — окружающая среда, 6 — поплавки, 7 — элемент поплавка, управляющий силой трения

В работе исследованы различные режимы управляемого движения плавающего робота в жидкой среде с вязким сопротивлением при перемещении двух внутренних масс. Предложена модель взаимодействия робота с жидкой средой, изучено влияние угла наклона поплавков, амплитуды, частоты и начальной фазы колебаний внутренних масс на характер движения робота и его среднюю скорость.

В работах В.В. Козлова и С.М. Рамоданова [38, 39] авторами рассмотрено движение твердого тела, которое происходит за счёт заданного перемещения материальной точки относительно тела. Записана математическая модель движения системы («твердое тело + внутренняя масса + жидкость») на основе уравнений Кирхгофа и доказан частный случай управляемости. В частности, доказана управляемость на нулевом уровне интегралов движения (импульса и момента импульса системы). Показано, что необходимым условием для управляемости твердого тела за счёт движения внутренних масс является анизотропия инерционных сил (присоединенных масс), действующих на тело со стороны жидкости. Далее в работах [40–42] для аналогичной модели приводятся частные случаи законов перемещения внутренних масс, обеспечивающих в среднем направленное движение тела в жидкости. Так например, для прямолинейного движения тела в жидкости необходимо перемещать центр масс системы по самопересекающейся траектории типа гладкой восьмерки (см. рис. 1.31).

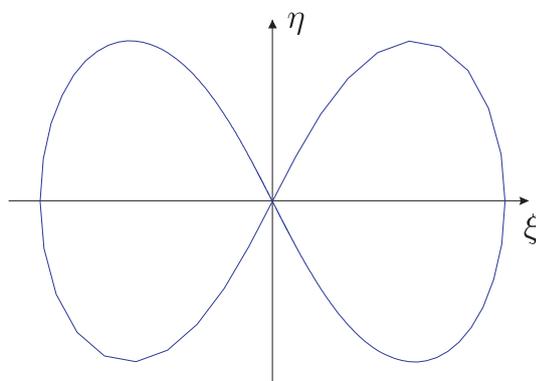


Рис. 1.31. Траектория движения центра масс [40]

Для реализации изменения положения центра масс можно использовать

плоские механизмы с поступательными приводами. На рисунке 1.32 представлен механизм, изменяющий положение некоторой массы, закрепленной на подвижной платформе. Платформа приводится в движения за счёт изменения длины двух штанг. В качестве штанг может использоваться любой линейный привод (построенный на различных передачах: винт - гайка, шариковинтовая пара, реечная передача), линейный электрический двигатель, пневмоцилиндр, гидроцилиндр. Оба конца штанг закреплены в подвижных шарнирах. Изменения распределения центра масс можно также добиться перемещением двух внутренних масс в ортогональном направлении, рисунок 1.32. Для перемещения подвижной массы может также использоваться штанга, способная изменять длину.

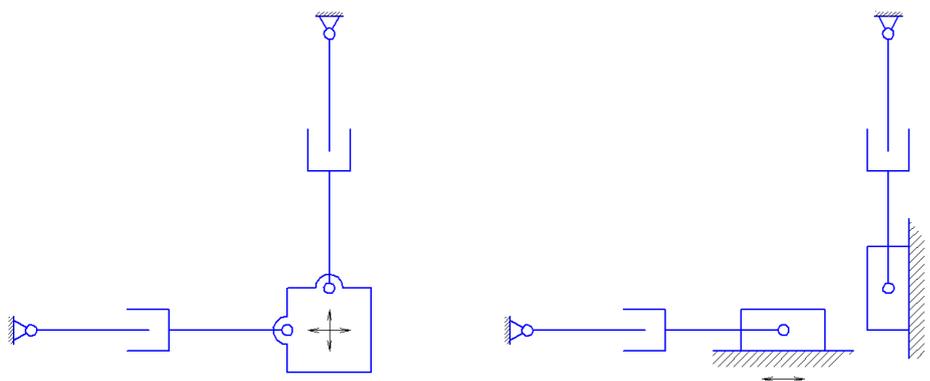


Рис. 1.32. Плоские механизмы с поступательными приводами для изменения распределения масс системы

Другой способ изменить положение центра масс - это вращение двух внутренних масс по окружности. Теоретическая возможность передвижения твердого тела в невязкой жидкости, несущего две материальные точки, которые движутся по круговым траекториям по заранее заданному закону, рассмотрена в работе [61]. В данной работе доказана полная управляемость системы твердого тела с двумя подвижными вращающимися массами на нулевом уровне первых интегралов. Определены законы перемещения внутренних масс для реализации элементарных маневров – гейтов (разворот на месте и в среднем поступательное движение), комбинируя которые можно реализовать перемещение тела из

одной точки в другую. В работах [62, 63] рассмотрены вопросы оптимального управления движением такой системы с помощью генетических алгоритмов.

В качестве преимуществ использования внутренних механизмов для перемещения в жидкости можно выделить:

1. Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих непосредственно с жидкостью или воздухом над ее поверхностью.
2. Возможность сделать корпус полностью герметичным.
3. Низкий уровень гидродинамических шумов.
4. Повышенная маневренность.

Недостатки использования внутренних механизмов для передвижения в жидкости:

1. Метод недостаточно изучен.
2. Наличие вибрации.

Таблица 1.1. Сравнительная таблица методов передвижения в жидкости

Тип	Двигатель	Реализация	Плюсы	Минусы
Винт	Винт и управляемый руль	Двигатель – гребной винт; двигатель - руль	Относительная простота конструкции (преобразование энергии в тяговое усилие) Хорошие скоростные характеристики	Низкая мобильность Наличие дополнительного элемента - руля Гидродинамические шумы Наличие вращающегося элемента – винта, который представляет опасность для водных обитателей (невозможность интегрироваться в изучаемую среду). Невозможность движения на мелководье Наличие узла, требующего герметизации, наличие системы откачки воды или компенсации гидростатического давления Гидродинамические шумы возникающие при вращении винта.
Несколько винтов, расположенных под разными углами	Двигатель – гребной винт	Вектор тяги изменяется за счёт изменения частоты вращения каждого винта Хорошие скоростные характеристики	Сложность системы управления (несколько двигателей) Наличие узла, требующего герметизации Наличие системы откачки воды или компенсации гидростатического давления Наличие вращающегося элемента, повреждает окружающую микрофлору Наличие гидродинамических шумов возникающих при вращении винта	

Таблица 1.1 – Продолжение

Тип	Двигатель	Реализация	Плюсы	Минусы
	Винто-рулевая колонка	Двигатель – рулевая колонка. Двигатель – гребной винт	Высокая мобильность по сравнению с другими движителями, использующими гребной винт, за счёт вращающейся винто-рулевой колонки Хорошие скоростные характеристики	Наличие узла, требующего герметизации Наличие системы откачки воды или компенсации гидростатического давления Наличие вращающегося элемента повреждает окружающую микрофлору Наличие гидродинамических шумов, возникающих при вращении винта
Изменение формы тела	Использование лопастей, имитирующих плавники водных обитателей	Двигатель - вращательная кинематическая пара – лопасть	Низкая шумность передвижения Отсутствие винтов, возможность интегрироваться в окружающую среду Низкое возмущающее воздействие на среду	Периодичность тяговых усилий Сложность системы управления Относительно невысокая скорость Герметизация узла, приводящего в движение лопасти Наличие приводных элементов движущихся в жидкости (лопасти)
		Пневматические искусственные мышцы	Низкий уровень шума при передвижении Отсутствие винтов, возможность интегрироваться в окружающую среду Низкое возмущающее воздействие на среду	Сложность системы управления Периодичность тяговых усилий Относительно не высокая скорость
	Изменение самой формы тела	Кинематическая цепь, состоящая из нескольких вращательных пар (многозвеник)	Низкий уровень шума при передвижении Отсутствие винтов, возможность интегрироваться в окружающую среду Низкое возмущающее воздействие на среду	Сложность системы управления Периодичность тяговых усилий Относительно невысокая скорость

Таблица 1.1 – Продолжение

Тип	Двигатель	Реализация	Плюсы	Минусы
		Гидравлические и-кусственные мышцы. Искусственные мышца – материал памяти формы SMA	Низкий уровень шума при передвижении Отсутствие винтов, возможность интегрироваться в окружающую среду Низкое возмущающее воздействие на среду	Сложность системы управления Периодичность тяговых усилий Относительно невысокая скорость Недолговечность
Реактивный двигатель	Водяной насос	Двигатель - вращательная кинематическая пара – крыльчатка насоса. Двигатель – вращательная кинематическая пара - сопло	Передвижение по мелководью Высокая скорость Безопасность (крыльчатка находится внутри насоса) Низкий гидродинамический шум Хорошая защищенность от механических повреждений и возможность избежать кавитации	Всё засасывает Невысокая мобильность Наличие дополнительного механизма, регулирующего положение сопла Потери на трение внутри полости насоса (трубе) На малых скоростях невысокий КПД Потери мощности из-за трения воды о стенки трубопровода и турбулентных завихрений потока воды в каналах водомёта Увеличение инертной массы судна за счёт воды в системе
Ротор Флеттнера	Ротор Флеттнера	Преобразование энергии потока воздуха (жидкости) Двигатель – вращательная кинематическая пара – ротор	Способность использовать энергию потока для передвижения	Необходимо наличие набегающего потока воздуха (жидкости)

Таблица 1.1 – Продолжение

Тип	Движитель	Реализация	Плюсы	Минусы
Внутренний механизм	Изменение гиростатического момента	Двигатель – вращательная кинематическая пара – ротор	Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой Экологичность Бесшумность Возможность интегрироваться в изучаемую среду Возможность полной герметичности	Ограниченная длительность возмущающего воздействия (во время разгона) Сложность системы управления
	Изменение кинетического момента	Двигатель – вращательная кинематическая пара – ротор	Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой Экологичность Бесшумность Возможность интегрироваться в изучаемую среду Возможность полной герметичности	Сложность системы управления
Внутренний механизм	Поступательное перемещение внутренней массы	Двигатель – преобразователь вращательного движения в поступательное – внутренняя масса особой форма корпуса	Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой Экологичность Бесшумность Возможность интегрироваться в изучаемую среду Возможность полной герметичности	Сложность системы управления Периодичность движения вперед-назад Невысокая скорость передвижения
	Поступательное перемещение внутренней массы	Двигатель – преобразователь вращательного движения в поступательное – внутренняя масса особой форма корпуса	Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой Экологичность Бесшумность Возможность интегрироваться в изучаемую среду Возможность полной герметичности	Сложность системы управления Периодичность движения вперед-назад Невысокая скорость передвижения

Таблица 1.1 – Продолжение

Тип	Движитель	Реализация	Плюсы	Минусы
	Изменение распределения центра масс - вращение внутренних масс	Двигатель – вращающаяся кинематическая пара –внутренняя масса	Отсутствие приводных элементов, взаимодействующих со средой Экологичность Бесшумность Простота системы управления Возможность интегрироваться в изучаемую среду Возможность полной герметичности	Неисследованность метода

## 1.8. Определение критериев синтеза механизма

Для разработки внутреннего механизма, обеспечивающего продвижение локомотивной мобильной платформы за счёт изменения распределения масс системы, зададимся следующими критериями синтеза:

1. Управляемость системы. Мобильная платформа должна быть полностью управляема. Она должна иметь возможность перемещаться из точки А в точку Б по любой произвольной траектории.
2. Максимальная скорость передвижения. Конструктивно параметры внутреннего механизма должны обеспечивать максимальную скорость передвижения при заданных параметрах мобильной платформы.

## Глава 2

# Управление движением локомотионной мобильной платформы в жидкости за счёт изменения распределения масс

Данная глава посвящена разработке динамической математической модели движения локомотионной мобильной платформы в жидкости и исследованию характера движения в зависимости от параметров механизма.

В разделе 2.1 для определения законов движения выходных звеньев механизма движение локомотионной мобильной платформы в жидкости рассмотрено в двухмерной постановке на основе математической модели движения, предложенной В.В. Козловым и С.М. Рамодановым в работах [40–42]. В результате чего были определены законы движения выходных звеньев механизма для реализации прямолинейного движения и разворота локомотионной мобильной платформы. Для обеспечения прямолинейного движения выходные звенья механизма с закрепленными массами должны двигаться по следующему закону:  $(\beta_1 = -\pi/2 + 2\pi\omega t; \beta_2 = -\pi/2 - 2\pi\omega t)$ , для поворота на месте  $(\beta_1 = 2\pi\omega t; \beta_2 = \pi + 2\pi\omega t)$ . Но математическая модель, предложенная В.В. Козловым и С.М. Рамодановым, как будет показано далее в разделе 4.2, даёт только качественные совпадения характера движения мобильной платформы с движением натурального образца. Результаты численного моделирования отличаются от экспериментальных данных в 50 раз (в меньшую сторону). Поэтому данную модель нельзя использовать для определения параметров синтезируемого механизма.

В разделе 2.2 движение локомотионной мобильной платформы с двумя вращающимися массами рассмотрено в трёхмерной постановке с учётом внешних сил, действующих на платформу со стороны жидкости. В рамках разработан-

ной динамической математической модели была исследована динамика рассматриваемой системы. Изучена зависимость характера движения мобильной платформы от параметров механизма. Было выяснено, что существенный вклад в характер движения мобильной платформы вносят: величина подвижных масс  $m_k$ , радиус их вращения  $l$  и управляющее воздействие - частоты вращения выходных звеньев механизма  $\omega$ . Получена зависимость скорости движения платформы от параметров механизма  $V = f(m_k, l)$  (см. рис. 2.12 и выражение (2.42)). Зависимость скорости движения от управляющего воздействия  $V = f(\omega)$  представлено на рисунке 2.13.

## 2.1. Математическая модель движения мобильной платформы в жидкости в двухмерной постановке

### 2.1.1. Уравнения движения

Рассмотрим движение в безграничном объеме жидкости твердого гидродинамически несимметричного тела, несущего внутри себя две подвижные сосредоточенные массы, способные двигаться по окружностям (см. рис. 2.1).

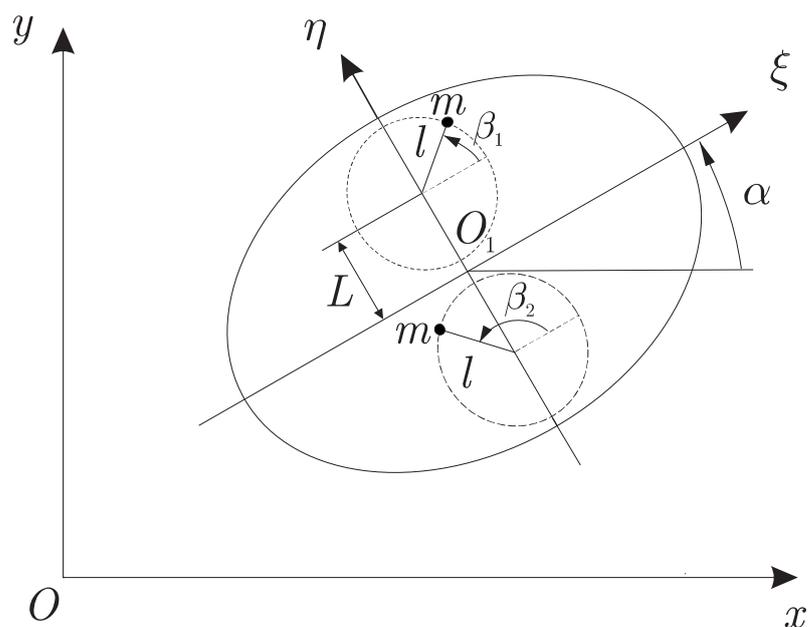


Рис. 2.1. Твердое тело с двумя материальными точками

При рассмотрении примем ряд допущений:

1. Тело обладает эллиптической формой, его центр масс совпадает с геометрическим центром.
2. Жидкость несжимаема, совершает безвихревые движения и покоится на бесконечности.
3. Движение рассматриваемой системы двумерное.
4. Внутренние материальные точки имеют одинаковую массу  $m$  (см. рис. 2.1) и движутся по окружностям радиуса  $l$ , центры которых лежат на малой оси эллипса на расстоянии  $L$  от центра масс тела. Положения тел на окружностях задаются известными функциями времени  $\beta_1(t)$ ,  $\beta_2(t)$ , играющими роль управлений. Данные углы откладываются от оси  $O_1\xi$  против часовой стрелки.

Для описания движения введем две системы координат: неподвижную  $Oxy$  и подвижную  $O_1\xi\eta$ , жестко связанную с телом. Начало подвижной системы координат совпадает с центром масс тела, а оси  $O_1\xi$ ,  $O_1\eta$  совпадают с геометрическими осями тела.

Движение подвижной системы координат описывается следующими кинематическими соотношениями:

$$\dot{x} = u \cos \alpha - v \sin \alpha, \quad \dot{y} = u \sin \alpha + v \cos \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega \quad (2.1)$$

где  $x$  и  $y$  – координаты начала подвижной системы координат относительно неподвижной,  $\alpha$  – угол между осями  $Ox$  и  $O\xi$ ,  $(u, v)$  – абсолютная скорость тела в проекциях на оси подвижной системы координат,  $\omega$  – угловая скорость вращения подвижной системы координат.

Уравнение движения рассматриваемой системы (тело с двумя материальными точками, помещенное в жидкость) можно записать в виде уравнений Кирхгофа [64], которые в данном случае имеют вид:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial u} \right) &= \omega \frac{\partial T}{\partial v}, \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right) &= -\omega \frac{\partial T}{\partial u}, \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) &= v \frac{\partial T}{\partial u} - u \frac{\partial T}{\partial v},
\end{aligned} \tag{2.2}$$

где,  $T$  – полная энергия системы (тело + жидкость + внутренние массы) имеет вид:

$$\begin{aligned}
T = \frac{1}{2} (a_1 u^2 + a_2 v^2 + b \omega^2) + \frac{m}{2} \left[ (u + \dot{\xi}_1 - \omega \eta_1)^2 + (v + \dot{\eta}_1 + \omega \xi_1)^2 + \right. \\
\left. + (u + \dot{\xi}_2 - \omega \eta_2)^2 + (v + \dot{\eta}_2 + \omega \xi_2)^2 \right]. \tag{2.3}
\end{aligned}$$

здесь  $a_1, a_2$  – коэффициенты, учитывающие массу тела и присоединенные массы,  $b$  – коэффициент, учитывающий момент инерции и присоединенный момент инерции тела,  $m$  – масса материальной точки,  $\xi_i$  и  $\eta_i$  – координаты  $i$ -й точки ( $i=1,2$ ) в подвижной системе координат  $O_1 \xi \eta$ , параметризуемые через углы  $\beta_i$  (см. рис. 2.1) следующим образом

$$\begin{aligned}
\xi_1 = l \cos \beta_1, \quad \xi_2 = l \cos \beta_2, \quad \eta_1 = l \sin \beta_1 + L, \quad \eta_2 = l \sin \beta_2 - L \\
\Omega_i = \dot{\beta}_i, \quad \dot{\xi}_i = -l \sin \beta_i, \quad \dot{\eta}_i = \Omega_i l \cos \beta_i, \quad i = 1, 2.
\end{aligned}$$

Уравнения (2.2) могут быть записаны в виде

$$\dot{P}_x = \omega P_y, \quad \dot{P}_y = -\omega P_x, \quad \dot{M} = v P_x - u P_y, \tag{2.4}$$

где  $P_x = \frac{\partial T}{\partial u}$ ,  $P_y = \frac{\partial T}{\partial v}$  – проекции полного импульса системы (тело + жидкость + внутренние массы) на оси подвижной системы координат,  $M = \frac{\partial T}{\partial \omega}$  – момент импульса системы.

Уравнения движения (2.1) и (2.4) допускают три первых интеграла [65]

$$\begin{aligned}
P_1 = P_x \cos \alpha - P_y \sin \alpha = c_1, \\
P_2 = P_x \sin \alpha - P_y \cos \alpha = c_2, \\
P_3 = x P_1 - y P_2 + M = c_3.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Рассмотрим случай когда движение начинается из состояния покоя. В этом случае значения первых интегралов  $c_i$  равны нулю, следовательно

$$P_x = 0, \quad P_y = 0, \quad M = 0. \quad (2.6)$$

Подставив явные выражения для  $P_x, P_y$  и  $M$  в (2.6) и разрешив полученные уравнения относительно  $u, v, \omega$  [66], получим:

$$\begin{aligned} u &= \frac{mr}{G_1} \left( (S\Phi_1 + \sin \beta_1)\Omega_1 + (S\Phi_2 + \sin \beta_2)\Omega_2 \right), \\ v &= -\frac{mr}{G_2} \left( (C\Phi_1 + \cos \beta_1)\Omega_1 + (C\Phi_2 + \cos \beta_2)\Omega_2 \right), \\ \omega &= \Phi_1\Omega_1 + \Phi_2\Omega_2, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где

$$\begin{aligned} G_i &= a_i + 2m, \quad S = \sin \beta_1 + \sin \beta_2, \quad C = \cos \beta_1 + \cos \beta_2, \\ \Phi_i &= \frac{-G_1 G_2 m r (l - (-1)^i L \cos \beta_i) + G_1 m^2 l^2 C \cos \beta_i + G_2 m^2 l^2 S \sin \beta_i}{G_1 G_2 \left( b + 2m(l^2 + L^2) + 2mlL(\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \right) - G_2 m^2 l^2 S^2 - G_1 m^2 l^2 C^2}. \end{aligned}$$

Подставив выражения (2.7) в (2.1), получим уравнения управляемого движения твердого тела из состояния покоя

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{mr}{G_1} \left( (S\Phi_1 + \sin \beta_1)\Omega_1 + (S\Phi_2 + \sin \beta_2)\Omega_2 \right) \\ -\frac{mr}{G_2} \left( (C\Phi_1 + \cos \beta_1)\Omega_1 + (C\Phi_2 + \cos \beta_2)\Omega_2 \right) \\ \Phi_1\Omega_1 + \Phi_2\Omega_2 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

В данных уравнениях в качестве управлений выступают угловые скорости внутренних масс  $\Omega_1, \Omega_2$ .

### 2.1.2. Исследование управляемости

Представим уравнения (2.8) в стандартном для теории управления виде:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{V}_1\Omega_1 + \mathbf{V}_2\Omega_2 \quad (2.9)$$

где  $\mathbf{z} = (x, y, \alpha, \beta_1, \beta_2)$  - вектор в пятимерном конфигурационном пространстве; векторные поля  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$  имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= (X_1, Y_1, \Phi_1, 1, 0), \quad \mathbf{V}_2 = (X_2, Y_2, \Phi_2, 0, 1), \\ X_i &= \frac{mr}{a_1} \left( S\Phi_i + \sin \beta_i \right) \cos \alpha + \frac{mr}{a_2} \left( C\Phi_i + \cos \beta_i \right) \sin \alpha, \\ Y_i &= \frac{mr}{a_1} \left( S\Phi_i + \sin \beta_i \right) \sin \alpha - \frac{mr}{a_2} \left( C\Phi_i + \cos \beta_i \right) \cos \alpha, \end{aligned}$$

в качестве управлений выступают угловые скорости  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ .

Для доказательства управляемости системы (2.9) рассмотрим пять векторных полей

$$\mathbf{V}_1, \quad \mathbf{V}_2, \quad \left[ \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2 \right], \quad \left[ \mathbf{V}_1, \left[ \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2 \right] \right], \quad \left[ \mathbf{V}_2, \left[ \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2 \right] \right], \quad (2.10)$$

где  $[, ]$  - коммутатор векторных полей. Согласно теореме Рашевского-Чжоу [67], если среди полей  $\mathbf{V}_i$  и полей, составленных из них последовательным применением операции коммутирования, можно указать пять независимых векторных полей, то из любой точки области можно пройти в любую другую, смещаясь конечное число раз по траекториям полей  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ .

Условие линейной независимости векторов (2.10) состоит в том, чтобы определить матрицу  $5 \times 5$ , составленную из компонент, отличных от нуля. Значение этого определителя с точностью до умножения на положительную функцию равно

$$\left( a_1 - a_2 \right) Q \left( \beta_1, \beta_2, m, r, R, \tilde{b}, a_1, a_2 \right), \quad (2.11)$$

где  $Q$  - функция достаточно сложного вида. Поскольку мы рассматриваем гидродинамически несимметричное тело, то  $a_1 - a_2 \neq 0$ . Таким образом, при заданных параметрах системы уравнение

$$Q \left( \beta_1, \beta_2, m, r, R, \tilde{b}, a_1, a_2 \right) = 0 \quad (2.12)$$

задаёт в конфигурационном пространстве область управляемого движения по Рашевскому-Чжоу, в которых  $Q > 0$  или  $Q < 0$

Для доказательства управляемости системы (2.9) во всех точках конфигурационного пространства покажем, что существуют управления, позволяющие перевести систему из области  $Q > 0$  в область  $Q < 0$ , а также из этих областей на их границу  $Q = 0$ .

Выберем в качестве начальных условий уравнения (2.9) произвольную точку  $z_0$ , лежащую на поверхности (2.12). Из последних двух уравнений (2.9) следует, что с помощью управлений  $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2)$  можно реализовать движение по траектории с любой наперед заданной зависимостью  $\beta_i(t)$ . Так как функция  $Q$  зависит только от  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , то для любой точки  $z_0$  границы (2.12) существуют постоянные управления  $\Omega_+$  и  $\Omega_-$ , с помощью которых систему за заданное время можно перевести в области  $Q > 0$  и  $Q < 0$  соответственно. Очевидно, данные управления, взятые с обратным знаком, переводят систему из областей  $Q > 0$  ( $Q < 0$ ) в произвольную точку на границе (2.12). Кроме того, комбинация данных управлений, взятых с нужными знаками, переводит систему из области  $Q > 0$  в область  $Q < 0$  (или наоборот). Таким образом, рассматриваемая система вполне управляема.

Таким образом, гидродинамически несимметричное твердое тело, движущееся в несжимаемой жидкости, можно перевести из начального в любое конечное положение с помощью движения двух внутренних материальных точек по окружностям одинакового радиуса. При этом начальное и конечное положения этих материальных точек на окружностях могут быть произвольными.

### 2.1.3. Определение законов движения внутренних масс

Несмотря на то, что движение полностью управляемо теоретически, на практике такие управления построить достаточно сложно. Поэтому определим некоторые стандартные маневры, с помощью которых можно реализовать любую траекторию.

Рассмотрим замкнутые кривые на плоскости управляемых параметров  $(\beta_1, \beta_2)$ . Каждой точке такой кривой соответствует траектория в пространстве

позиционных перемещений, которые обеспечивают наиболее «удачные» элементарные движения, которые принято называть гейтами. Например, разворот на месте или почти поступательное движение в каком-либо направлении. Найдя для конкретной задачи ряд гейтов, можно конструировать из них более сложные движения, решая тем самым задачи управления и оптимизации [68].

Рассмотрим два закона управления

$$1. \beta_1 = \beta_0 + 2\pi\Omega t; \quad \beta_2 = \beta_0 - 2\pi\Omega t, \quad (2.13)$$

$$2. \beta_1 = 2\pi\Omega t; \quad \beta_2 = \beta_0 + 2\pi\Omega t, \quad (2.14)$$

где  $\beta_0 \in [0 \pi]$  - угол смещения внутренней массы в начальный момент времени.

Для каждой кривой на плоскости  $(\beta_1, \beta_2)$  с помощью уравнений (2.9) найдем траекторию перемещения тела  $x(t), y(t)$  и угол поворота  $\alpha(t)$ . Для этого зададимся следующими параметрами системы  $m = 0.05, a_1 = 3, a_2 = 2, r = 0.03, R = 0.04, \Omega = 60$ . При этом скорость прохождения кривой в плоскости  $(\beta_1, \beta_2)$  влияет лишь на скорость прохождения телом траектории, но не на ее форму.

Рассмотрим случай, когда в качестве управляющих воздействий задаются  $\beta_1 = \beta_0 + 2\pi\Omega t$  и  $\beta_2 = \beta_0 - 2\pi\Omega t$ . То есть в начальный момент времени внутренние массы имеют одинаковое положение  $\beta_0$  и начинают вращаться в противоположные стороны с одинаковыми по модулю угловыми скоростями.

На рисунке 2.2 представлена траектория движения центра масс системы, при  $\beta_0 = 0$  и  $\Omega = 60$  об/мин.

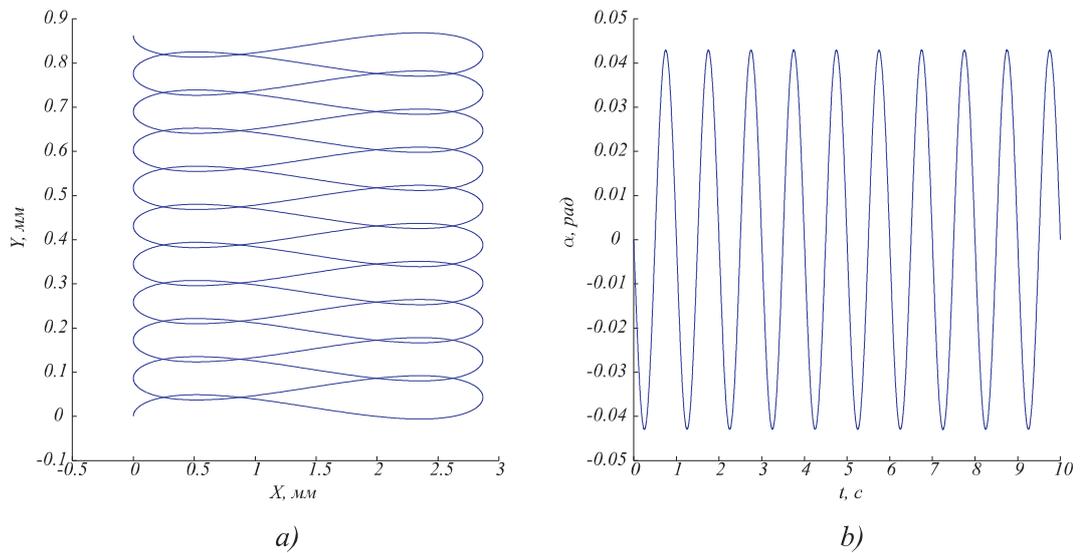


Рис. 2.2. Траектория движения центра тела (а) и зависимость  $\alpha(t)$  (b) при  $\beta_0 = 0, m = 0.05$  кг,  $a_1 = 3, a_2 = 2, r = 0.03$  м,  $R = 0.04$  м,  $\Omega = 60$  об/мин

Из рисунка видно, что тело совершает периодические колебания с амплитудой  $A = 2,867$  мм по оси  $Ox$  и за один поворот внутренних масс перемещается вдоль оси  $Oy$  на расстояние  $l = 0.0862$  мм (далее шаг продвижения). На достаточно большом интервале времени данное движение можно считать прямолинейным. Угол  $\alpha$  при таком движении изменяется по периодическому закону с амплитудой  $0.043$  рад., но в конце каждого периода вращения внутренних масс  $\alpha = 0$ . Отметим, что направление смещения центра масс существенно зависит от начального положения внутренних масс  $\beta_0$ , но при этом ориентация тела остаётся неизменной. Траектория движения центра масс системы при  $\beta_0 = \pi/18$  и  $\Omega = 60$  об/мин. представлена на рисунке 2.3.

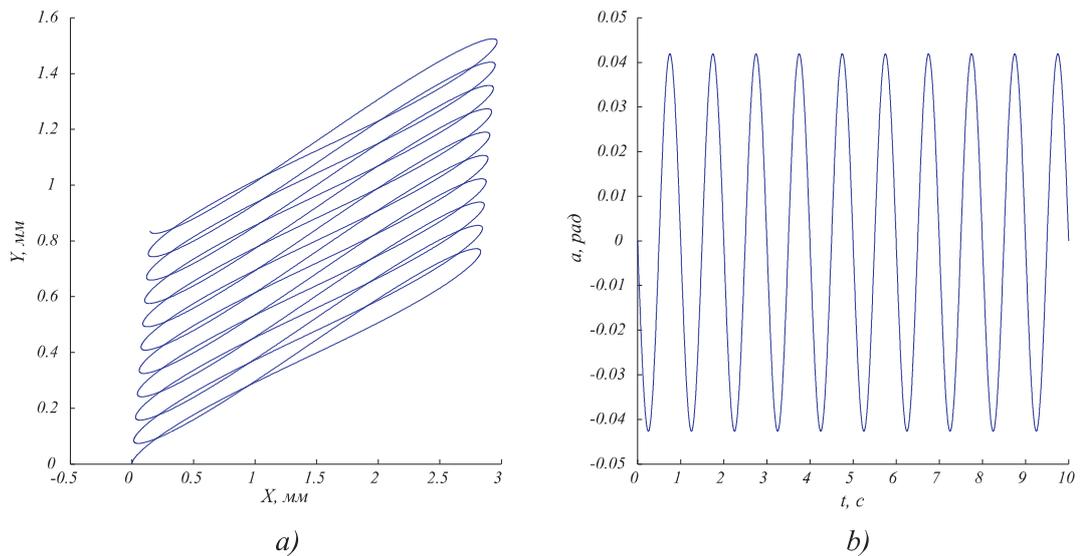


Рис. 2.3. Траектория движения центра тела (а) и зависимость  $\alpha(t)$  (b) при  $\beta_0 = \pi/18$ ,  $m = 0.05$  кг,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 2$ ,  $r = 0.03$  м,  $R = 0.04$  м,  $\Omega = 60$  об/мин

На рисунке 2.4 представлена зависимость величины перемещения центра масс системы  $\Delta z = \sqrt{(x(T) - x(0))^2 + (y(T) - y(0))^2}$  за один период  $T$  и направление среднего движения  $\Psi = \arctan \frac{y(T) - y(0)}{x(T) - x(0)}$  от угла начального положения обоих внутренних масс  $\beta_0$ . Угол  $\beta_0$  откладывается от оси  $O_1\xi$  против часовой стрелки.

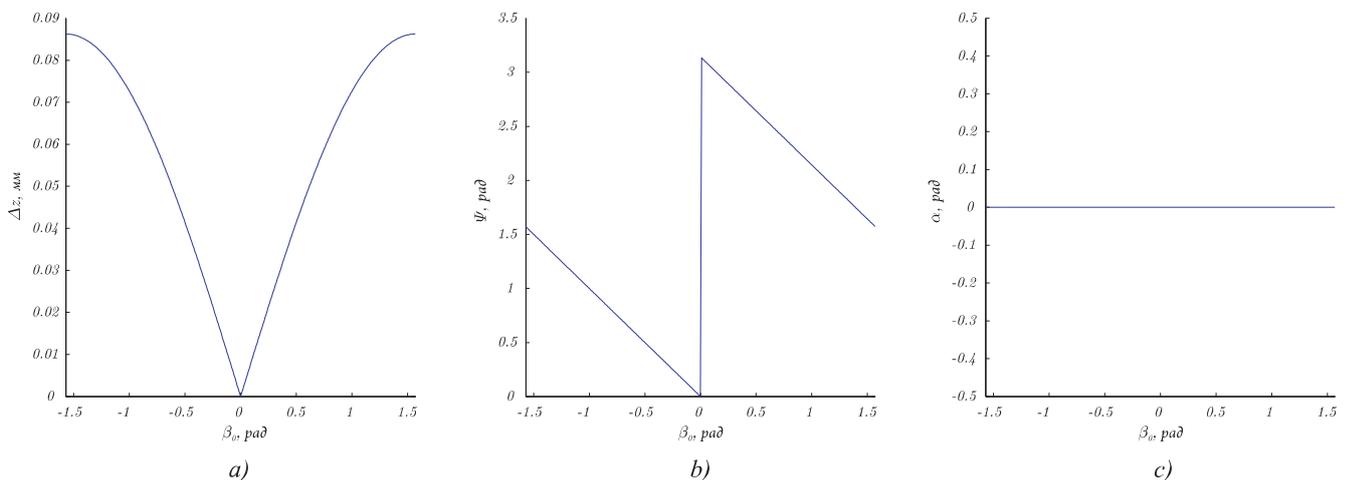


Рис. 2.4. Перемещение за один оборот внутренних масс  $\Delta z$  (а), направление перемещения  $\Psi$  (b) и ориентация системы  $\alpha$  в зависимости от  $\beta_0$  при  $\beta_1 = \beta_0 + 2\pi\Omega t$  и  $\beta_2 = \beta_0 - 2\pi\Omega t$   $m = 0.05$  кг,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 2$ ,  $r = 0.03$  м,  $R = 0.04$  м,  $\Omega = 60$  об/мин

Из графика видно, что подбирая начальное значение ориентации внутрен-

них масс можно задавать направление движения тела, при этом ориентация тела остаётся постоянной. Также важно отметить, что наиболее эффективным гейтом при данном законе управления является движение по прямой (квази прямой). Эта траектория достигается при начальной ориентации внутренних масс  $(\beta_1, \beta_2)$ , принадлежащим плоскости  $(\beta_1 = -\pi/2 + 2\pi\Omega t, \beta_2 = -\pi/2 - 2\pi\Omega t)$ , и вращении их с одинаковой частотой в разные стороны.

Рассмотрим случай, когда внутренние массы движутся по следующему закону:  $\beta_1 = 2\pi\Omega t$  и  $\beta_2 = \beta_0 + 2\pi\Omega t$ . При данном управлении обе внутренние массы движутся в одну сторону, но первая внутренняя масса начинает движение из точки с нулевым смещением, а угол начального положения 2-й внутренней массы равен  $\beta_0$ . На рисунке (2.5) представлена траектория движения центра масс системы при  $\beta_0 = -\pi$ ,  $\Omega = 60$ . При данном управлении центр масс системы движется по окружности диаметром  $d = 2.915$  мм и за один оборот внутренних масс системы изменяет угол ориентации на  $\alpha = 0.2$  рад.

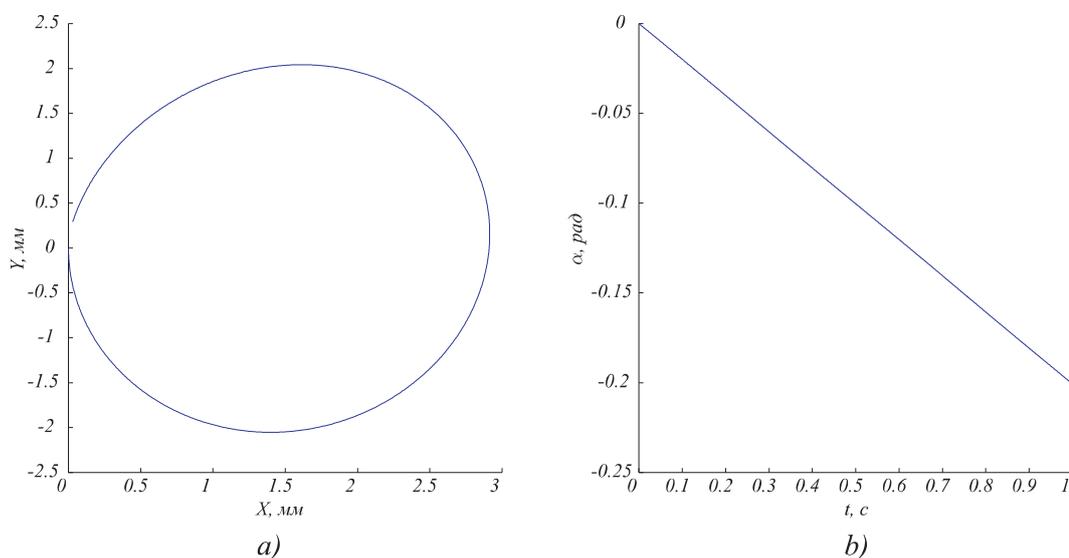


Рис. 2.5. Траектория движения центра масс (а) и зависимость  $\alpha(t)$  (б) при  $\beta_0 = -\pi$ ,  $m = 0.05$  кг,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 2$ ,  $r = 0.03$  м,  $R = 0.04$  м,  $\Omega = 60$  об/мин

На рисунке 2.6 представлена зависимость диаметра траектории движения центра масс системы  $d$  за один период вращения внутренних масс и ориентация тела  $\alpha$  от начального положения 2-й внутренней массы  $\beta_0$ .

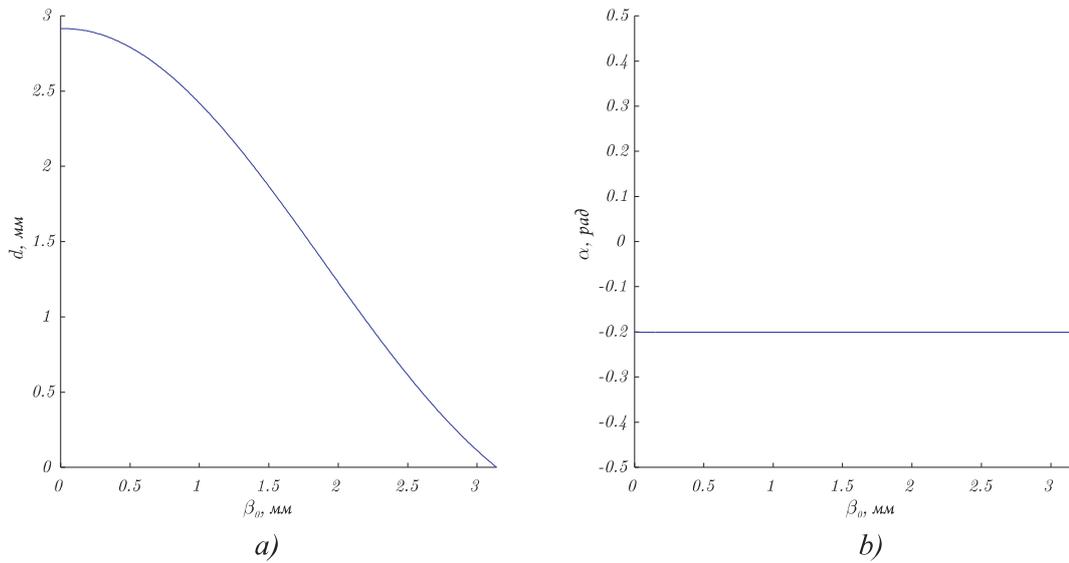


Рис. 2.6. Диаметр траектории движения системы (а) и угол ориентации  $\alpha$  (b)

в зависимости от  $\beta_0$  при  $\beta_1 = 2\pi\Omega t$  и  $\beta_2 = \beta_0 + 2\pi\Omega t$

$$m = 0.05 \text{ кг}, a_1 = 3, a_2 = 2, r = 0.03 \text{ м}, R = 0.04 \text{ м}, \Omega = 60 \text{ об/мин}$$

Из графика видно, что при вращении внутренних масс в одном направлении и независимо от их начального положения тело в конце каждого периода поворачивается на один и тот же угол  $\alpha = 0.2$  рад.

При этом при  $\beta_0 = \pi$  диаметр окружности, по которой движется тело, имеет минимальное значение, что делает этот закон движения наиболее эффективным для поворота и разворота на месте.

В результате исследования данной математической модели определены два управляющих воздействия, которые соответствуют двум элементарным маневрам системы: прямолинейное движение ( $\beta_1 = -\pi/2 + 2\pi\omega t$ ;  $\beta_2 = -\pi/2 - 2\pi\omega t$ ) и поворот на месте ( $\beta_1 = 2\pi\omega t$ ;  $\beta_2 = \pi + 2\pi\omega t$ ). Комбинируя эти элементарные траектории, можно построить управление для движения системы по любой произвольной траектории, что соответствует критерию управляемости системы. Данная математическая модель движения даёт качественные совпадения характера движения тела с двумя вращающимися массами с движением натурального образца, но, как будет показано далее, результаты численного моделирования существенно отличаются экспериментальных данных. Поэтому данную модель нельзя использовать для синтеза внутреннего механизма.

## 2.2. Математическая модель движения мобильной платформы в трёхмерной постановке

Для синтеза механизма и определения величины подвижных внутренних масс рассмотрим трёхмерную задачу о движении твердого тела с внутренним механизмом по поверхности жидкости (см. рисунок 2.7). При рассмотрении будем считать, что тело представляет собой однородный эллиптический цилиндр с килем, расположенным вдоль большей диагонали. Центр масс такого тела лежит на оси, проходящей через центр эллипса (в геометрическом центре цилиндра).

Для описания движения тела введём две системы координат: неподвижную  $(Oxyz)$  и подвижную  $(O_1\xi\eta\zeta)$ , жестко связанную с телом (рисунок 2.7). Начало подвижной системы координат лежит в центре масс тела, а оси направлены вдоль главных осей тела.

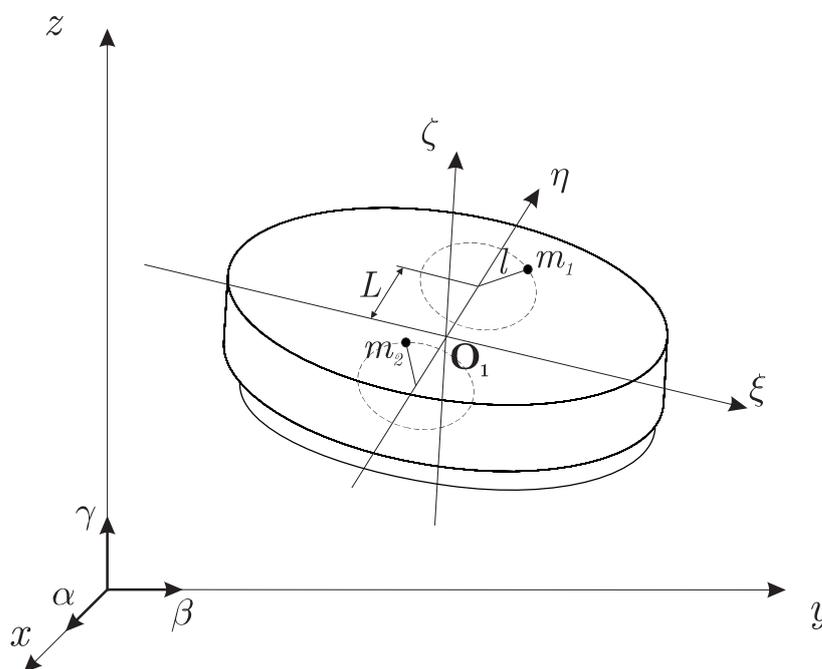


Рис. 2.7. Модель локомотивной мобильной платформы

Внутренний механизм представляет собой две одинаковые точечные массы  $m_1 = m_2$ , вращающиеся в противоположные стороны по окружности радиусом  $l$  с одинаковыми (по модулю) угловыми скоростями  $\omega$ . Центры данных окружно-

стей лежат на наименьшей диагонали эллипса на равном удалении от центра масс  $L$ . Начальные положения точечных масс на окружности задаются углами  $\vartheta_k$ ,  $k = 1, 2$ , которые отмеряются от оси  $O_1\xi$  против часовой стрелки.

Положение внутренних масс относительно подвижной системы координат  $(O_1\xi\eta\zeta)$  будем задавать радиус - вектором  $\mathbf{r}_k = (\xi_k, \eta_k, \zeta_k)^T$ . Тогда движение  $k$ -й внутренней массы в подвижной системе координат можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} r_k(t) &= r_{k0} + l \begin{pmatrix} \cos((-1)^{k+1}2\pi\omega t + \vartheta_k) \\ \sin((-1)^{k+1}2\pi\omega t + \vartheta_k) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \dot{r}_k(t) &= (-1)^{k+1}2\pi l\omega \begin{pmatrix} -\sin((-1)^{k+1}2\pi\omega t + \vartheta_k) \\ \cos((-1)^{k+1}2\pi\omega t + \vartheta_k) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

где вектора  $r_{k0}$  - положение центров окружностей, по которым движутся внутренние массы. В нашем случае  $r_{10} = (0 \ L \ 0)^T$  и  $r_{20} = (0 \ -L \ 0)^T$ .

Положение начала подвижной системы координат относительно неподвижной будем задавать радиус вектором  $\mathbf{R} = (x, y, z)^T$ . Обозначим через  $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}$  единичные вектора (см. рисунок 2.7), направленные вдоль осей  $Ox, Oy, Oz$  соответственно. Их проекции на оси подвижной системы координат образуют ортогональную матрицу перехода от неподвижной системы координат в подвижную:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Пара  $(\mathbf{R}, \mathbf{Q})$  однозначно определяет положение тела. Эволюция векторов  $\mathbf{R}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}$  во времени описывается следующими кинематическими соотношениями:

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{V}, \quad (2.17)$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\Omega} \quad (2.18)$$

где  $\mathbf{V} = (V_\xi, V_\eta, V_\zeta)^T$  и  $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_\xi, \Omega_\eta, \Omega_\zeta)^T$  – векторы поступательной и угловой скоростей тела. Здесь и далее все вектора и тензоры будем считать записанными относительно подвижной системы координат, если не оговорено обратное.

В данном случае матрицу  $\mathbf{Q}$  удобно представить в углах Крылова ( $\phi$  – угол крена;  $\psi$  – угол рыскания;  $\theta$  – угол тангажа). Тогда матрица вращения  $\mathbf{Q}$  определяется следующим образом:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \theta & -\sin \psi \cos \theta \\ -\sin \phi \sin \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi \sin \theta + \sin \phi \cos \psi \\ \sin \phi \sin \psi \sin \theta + \cos \phi \sin \psi & -\sin \phi \cos \theta & -\sin \phi \sin \psi \sin \theta + \cos \phi \cos \psi \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Мы будем рассматривать движение, при котором углы  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  изменяются в интервале  $(-\pi/2, \pi/2)$ . В этом интервале данные углы удобно представить через матрицу направляющих косинусов следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \phi &= -\arcsin \left( \frac{\beta_3}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \right), \\ \psi &= -\arcsin \left( \frac{\gamma_1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \right), \\ \theta &= \arcsin \beta_1; \end{aligned} \quad (2.20)$$

### 2.2.1. Уравнение движения

Движение произвольного тела в жидкости в предположении, что вязкие эффекты отсутствуют, описывается уравнениями Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{V}} \right) &= \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{V}} \times \boldsymbol{\Omega}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \right) &= \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \times \boldsymbol{\Omega} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{V}} \times \mathbf{V}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где  $\mathbf{T}$  - кинетическая энергия всей системы (оболочка + жидкость + внутренние массы).

Кинетическая энергия тела определяется выражением:

$$T_s = \frac{1}{2} m_s (\mathbf{V}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{I}_s \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}), \quad (2.22)$$

где  $m_s$  - масса твердого тела,  $\mathbf{I}_s$  - главный центральный тензор инерции тела.

Кинетическая энергия жидкости:

$$T_f = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Lambda}_V \mathbf{V}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Lambda}_\Omega \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}), \quad (2.23)$$

где для рассматриваемого тела в выбранной системе координат:

$\boldsymbol{\Lambda}_V = \text{diag} (\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33})$  - тензор присоединенных масс;  $\boldsymbol{\Lambda}_\Omega = \text{diag} (\lambda_{44}, \lambda_{55}, \lambda_{66})$  - тензор присоединенных моментов инерции без учёта влияния киля (учитывающий влияние плоского дна). Кинетическая энергия  $k$ -ой внутренней массы  $k = \overline{0}, \overline{K}$ :

$$T_k = \frac{1}{2} m_k (\mathbf{V} + \dot{r}_k + \boldsymbol{\Omega} \times r_k, \mathbf{V} + \dot{r}_k + \boldsymbol{\Omega} \times r_k). \quad (2.24)$$

Для удобства записи представим векторное произведение  $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$  в виде:

$$\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{G} \boldsymbol{\Omega}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & \zeta & -\eta \\ -\zeta & 0 & \xi \\ \eta & -\xi & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

где  $\xi, \eta, \zeta$  - компоненты вектора  $\mathbf{r}$ . С учетом этого суммарная кинетическая энергия системы с точностью до известной функции времени имеет вид:

$$T = T_s + T_f + \sum_{k=1}^K T_k = \frac{1}{2} (\mathbf{C} \mathbf{V}, \mathbf{V}) + (\mathbf{K}_1, \mathbf{V}) + (\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}) + (\mathbf{K}_2, \boldsymbol{\Omega}) \quad (2.26)$$

где матрицы  $\mathbf{C}, \mathbf{K}_1, \mathbf{B}, \mathbf{I}, \mathbf{K}_2$  имеют вид

$$\mathbf{C} = (m_s + 2m_k) \mathbf{E} + \boldsymbol{\Lambda}_V, \quad \mathbf{K}_1 = \sum_{k=1}^K m_k \dot{r}_k, \quad \mathbf{B} = \sum_{k=1}^K m_k \mathbf{G}_k,$$

$$\mathbf{I} = \boldsymbol{\Lambda}_\Omega + \mathbf{I}_s + \sum_{k=1}^K m_k \mathbf{G}^T \mathbf{G}, \quad \mathbf{K}_2 = \sum_{k=1}^K m_k \dot{r}_k \mathbf{G}.$$

где  $\mathbf{E}$  - единичная матрица;

Вычислим импульс и момент импульса системы:

$$\begin{aligned}\mathbf{P} &= \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mathbf{V}} = \mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{K}_1, \\ \mathbf{M} &= \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{K}_2;\end{aligned}\tag{2.27}$$

Подставив выражения (2.27) в уравнение (2.21), получим уравнения движения при отсутствии внешних сил

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{P} \times \boldsymbol{\Omega}, \\ \dot{\mathbf{M}} &= \mathbf{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V},\end{aligned}\tag{2.28}$$

где  $\mathbf{V}$  и  $\boldsymbol{\Omega}$  определяются из решения системы уравнений (2.27).

При наличии внешних сил  $\mathbf{F}$  и моментов сил  $\mathbf{N}$  уравнение движения запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{P} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{F}, \\ \dot{\mathbf{M}} &= \mathbf{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V} + \mathbf{N},\end{aligned}\tag{2.29}$$

Уравнения (2.29), (2.17), (2.18) образуют замкнутую систему, полностью описывающую движение твердого тела по поверхности жидкости за счёт перемещения внутренних масс.

### 2.2.2. Определение внешних сил и моментов

На рассматриваемую механическую систему материальных точек действуют внешние силы и связанные с ними моменты: сила сопротивления со стороны жидкости, сила тяжести и выталкивающая сила Архимеда. Поэтому суммарную силу, действующую на тела, можно определить следующим образом:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\nu + \mathbf{F}_f - \left( m_s + \sum_{k=1}^K m_k \right) g\boldsymbol{\gamma} + \rho_f g H \boldsymbol{\gamma},\tag{2.30}$$

где  $\mathbf{F}_\nu$  - сила, действующая со стороны жидкости на тело (связанная с обтеканием вязкой жидкостью),  $\mathbf{F}_f$  - сила, действующая на тело со стороны жидкости,

обусловленная наличием кия;  $\rho_f$  - плотность жидкости;  $H$  - объем погруженной части оболочки;  $g$  - ускорение свободного падения.

Полный момент внешних сил:

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_\nu + \mathbf{N}_f - g \left( \sum_{k=1}^K m_k \mathbf{r}_k \times \boldsymbol{\gamma} \right) + \rho_f g H (\mathbf{r}_A \times \boldsymbol{\gamma}), \quad (2.31)$$

где  $N_\nu$  - момент вязких сил,  $\mathbf{N}_f$  - момент сил, действующих на тело со стороны жидкости, обусловленный наличием кия,  $r_A$  - радиус вектор центра давления (точки приложения силы Архимеда).

Сделаем следующие предположения о характере действующих сил:

1. Сила  $\mathbf{F}_\nu$  и момент силы  $\mathbf{N}_\nu$ , действующие на тело со стороны жидкости, имеют характер вязких сил и квадратично зависят от линейных и угловых скоростей движения тела

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\nu &= -|\mathbf{V}| \begin{pmatrix} C_\xi & 0 & 0 \\ 0 & C_\eta & 0 \\ 0 & 0 & C_\zeta \end{pmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{N}_\nu &= -|\boldsymbol{\Omega}| \begin{pmatrix} C_{N\xi} & 0 & 0 \\ 0 & C_{N\eta} & 0 \\ 0 & 0 & C_{N\zeta} \end{pmatrix} \boldsymbol{\Omega} \end{aligned} \quad (2.32)$$

где  $C_\xi, C_\eta, C_\zeta$  - коэффициенты сопротивления по соответствующим осям  $\xi, \eta, \zeta$ , умноженные на плотность жидкости и миделево сечение;  $C_{N\xi}, C_{N\eta}, C_{N\zeta}$  - коэффициенты сопротивления вращению.

2. В рассматриваемом случае при вращении внутренних масс создаётся периодическое изменение положения центра масс вдоль оси  $O_1\eta$ . Вследствие чего тело совершает периодические колебания вокруг оси  $O_1\xi$ . Колебания вокруг оси  $O_1\eta$  незначительны. Поэтому будем считать, что  $C_{N\eta} = 0$ .
3. Движение вдоль  $O_1\zeta$  также мало по сравнению с остальными, поэтому  $C_\zeta = 0$ .
4. При определении силы  $F_f$  и момента  $N_f$  будем считать, что сила действует

на киль в направлении перпендикулярно к его плоскости:

$$\mathbf{F}_f = \begin{pmatrix} 0 \\ F_f \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Тогда соответствующий момент имеет вид:

$$\mathbf{N}_f = \begin{pmatrix} F_f r_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

где  $r_f$  - точка приложения силы, действующей на киль.

5. Будем считать, что сила  $F_f$  имеет две составляющие, определяющиеся эффектом присоединенных масс и вязкостью жидкости в рамках линейной по угловым скоростям модели:

$$\mathbf{F}_f = \mu_1 \dot{\Omega}_\xi + \mu_2 \Omega_\xi. \quad (2.35)$$

6. Процесс волнообразования мы также не учитываем. Колебания вдоль оси  $O_1\zeta$  незначительны и мало изменяют объем погруженной части тела. Поэтому будем считать что  $H = const$ .

Для определения коэффициентов  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  и  $r_f$ , связанных с действием гидродинамической силы  $F_f$ , было проведено численное моделирование движения кия в вязкой жидкости с использованием уравнения Навье - Стокса (см. главу 2.2.3). Коэффициенты  $C_\xi$ ,  $C_\eta$ ,  $C_{N\xi}$  определены из предварительных натуральных экспериментов (см. главу 3.3.2). Коэффициент  $C_{N\zeta}$  определялся на заключительном этапе моделирования методом минимизации среднего квадратичного отклонения теоретической траектории движения от экспериментальной. Радиус вектор центра давления  $r_A$  определен по 3-D модели в SolidWorks. В результате чего получено следующее значение:

$$\begin{aligned} r_A = 0.019m, \quad C_\xi = 1.5, \quad C_\eta = 7, \quad C_\zeta = 0; \\ C_{N\xi} = 0.0275 \quad C_{N\eta} = 0 \quad C_{N\zeta} = 0.1; \end{aligned} \quad (2.36)$$

В дальнейшем все численные расчёты будем проводить при параметрах системы, которые соответствуют реально созданному устройству [69]:

$$\begin{aligned}
m_s &= 0.8417 \text{ кг} \quad \mathbf{I}_s = \text{diag}(0.00185118 \ 0.00378528 \ 0.00294828) \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\
m_1 &= m_2 = 0.050 \text{ кг} \quad l = 0.033 \text{ м} \quad L = 0.042 \text{ м} \\
\mathbf{\Lambda}_V &= \text{diag}(0.9 \ 1.46 \ 0.9) \text{ кг} \quad \mathbf{\Lambda}_\Omega = \text{diag}(0.001 \ 0.0044 \ 0.001) \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

### 2.2.3. Определение сил и моментов, действующих на киль

Для определения силы  $F_f$  рассмотрим задачу обтекания килля, совершающего периодические колебания вокруг оси  $O_1\xi$ , с помощью уравнения Навье-Стокса в двумерной постановке. При этом изменения угла  $\phi$  имеет вид:

$$\phi(t) = \phi(0) \sin(2\pi\omega t) \tag{2.38}$$

Амплитуду колебаний возьмем  $\phi(0) = 0.1$  рад., что соответствует крену тела в положении равновесия при углах поворота внутренних масс  $\vartheta_1 = -\pi/2$  и  $\vartheta_2 = -\pi/2$ . Частота колебаний  $\omega$  соответствует частоте вращения внутренних масс и изменяется в интервале от 100 до 1000 об/мин.

Уравнения движения в подвижной системе координат имеют вид:

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{V}_f &= 0, \\
\frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} + \nabla ((\mathbf{V}_f - \mathbf{W}) \mathbf{V}_f) &= -\frac{\nabla p}{\rho_f} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}_f - \mathbf{\Omega} \times \mathbf{V}_f
\end{aligned} \tag{2.39}$$

где  $\mathbf{V}_f = (0, V_\eta, V_\zeta)^T$  - вектор абсолютной скорости жидкости;  $\mathbf{W} = \mathbf{\Omega} \times r = (0, -\Omega_\xi \zeta, \Omega_\xi \eta)$  - вектор переносной скорости частицы жидкости в точке  $r$ ;  $\mathbf{\Omega} = (\Omega_\xi, 0, 0)^T$  - вектор угловой скорости тела;  $p, \rho_f, \nu$  - давление, плотность и кинематический коэффициент вязкости.

Для системы уравнений (2.39) задавались граничные условия:

1. На поверхности килля

$$\begin{aligned}
\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} &= (\mathbf{\Omega} \times r_s) \cdot \mathbf{n} \\
\mathbf{n} \times \mathbf{V} &= \mathbf{n} \times (\mathbf{\Omega} \times r_s)
\end{aligned}$$

где  $r_s$  - радиус вектор точки кия на поверхности,  $n$  - внешняя нормаль для поверхности кия.

2. На бесконечности

$$V_f = 0$$

Силы реакции жидкости на тело и момент вязких сил определяются интегралами по поверхности:

$$\begin{aligned} F_f(t) &= \int_S [-p\mathbf{E} + \rho_f\nu (\nabla V_f + \nabla V_f^T)] \cdot n ds \\ N_f(t) &= \int_S r_s \times [-p\mathbf{E} + \rho_f\nu (\nabla V_f + \nabla V_f^T)] \cdot n ds \end{aligned} \quad (2.40)$$

Для решения уравнений (2.39) в криволинейной системе координат применялся проекционный метод [70]. Метод имеет второй порядок точности по времени и по пространственным координатам. При вращении внутренних масс со скоростью  $\Omega_\xi = 600$  об/мин картина течения около кия в плоскости  $(\eta, \zeta)$  в разные моменты времени показана на рисунке 2.8.

При решении дифференциального уравнения (2.39) были определены силы и момент сил (2.40), действующие на киль при изменении угла  $\phi$  относительно оси  $O_1\xi$ . На рисунках 2.9, 2.10 представлены зависимости силы, действующей на киль со стороны жидкости в зависимости от углового ускорения  $\dot{\Omega}_\xi$  и угловой скорости  $\Omega_\xi$ .

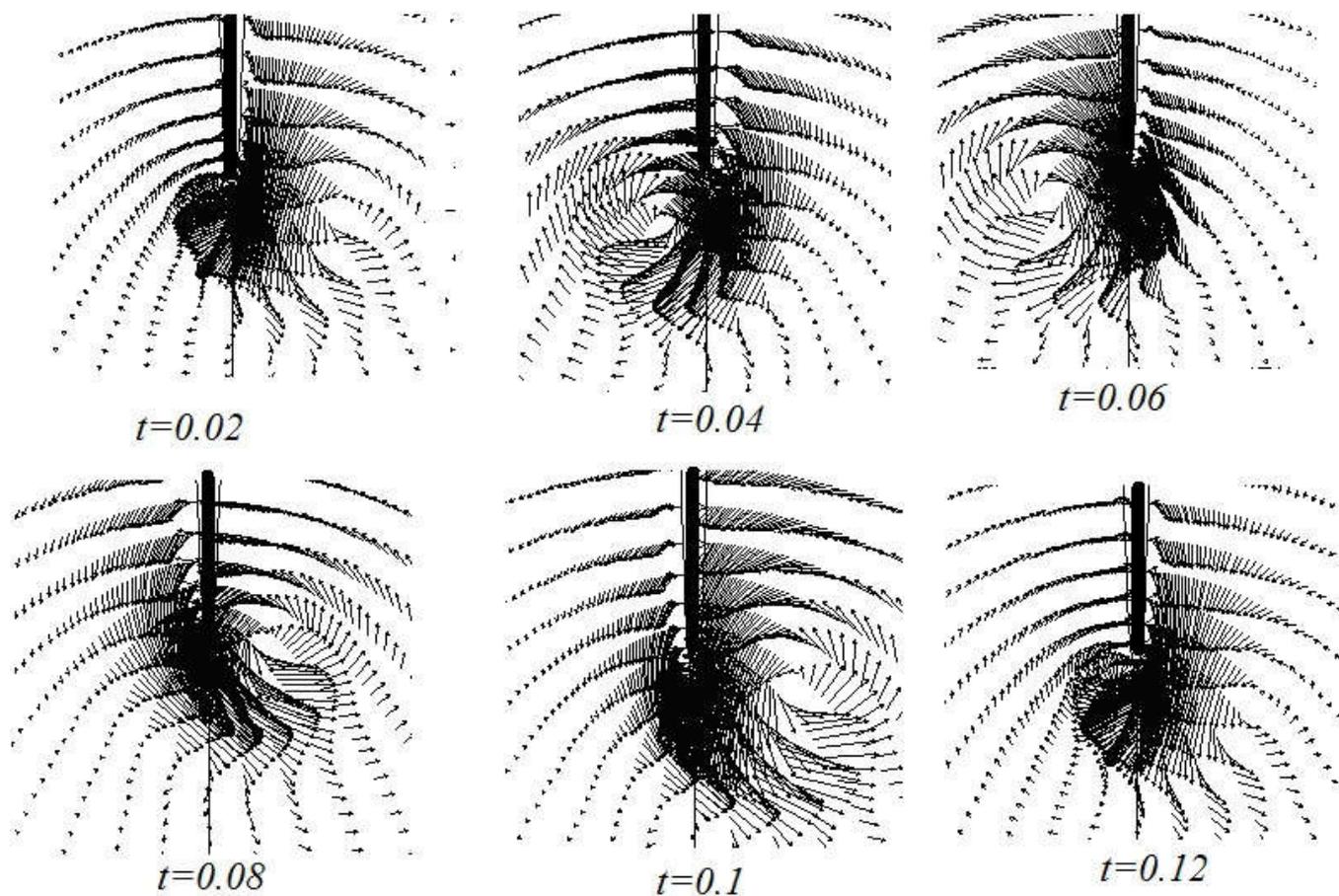


Рис. 2.8. Векторное поле течения в плоскости  $(\eta, \zeta)$

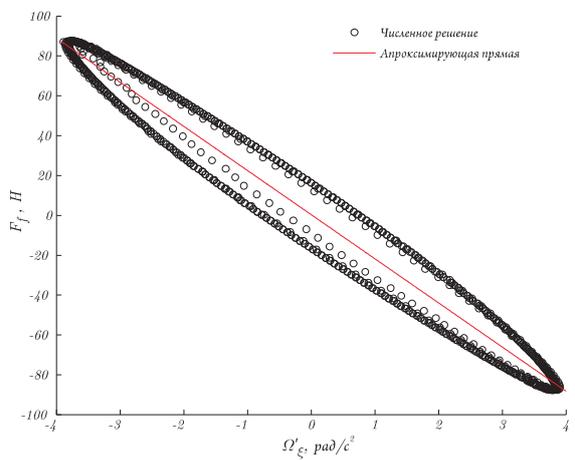


Рис. 2.9. Зависимость силы действующей на киль от углового ускорения

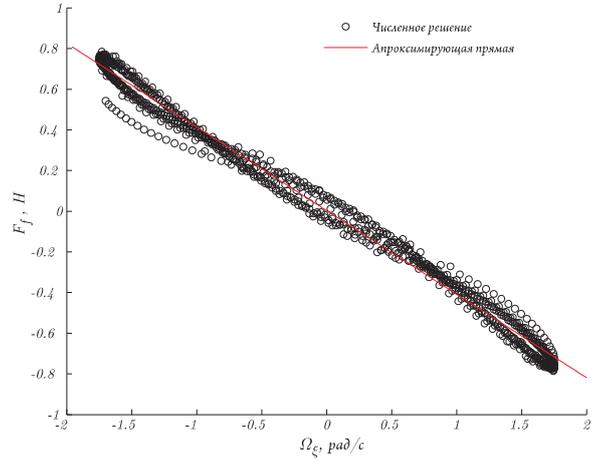


Рис. 2.10. Зависимость силы действующей на киль от угловой скорости

Данные зависимости были аппроксимированы соотношениями (2.35). Радиус силы действия  $r_f$  определен по формуле (2.34) при известных величинах

силы и момента. В результате численного моделирования получены следующие значения:

$$\mu_1 = -22.1 \quad \mu_2 = -0.409 \quad r_f = 0.035 \text{ м} \quad (2.41)$$

В дальнейшем для оперирования силу сопротивления киллю будем принимать  $\mathbf{F}_f = -22.1 \cdot \dot{\Omega}_\xi - 0.409 \cdot \Omega_\xi$ .

#### 2.2.4. Исследование динамической модели

В разделе 2.1.3 был определен закон движения внутренних масс, обеспечивающий прямолинейную траекторию движения системы. Рассмотрим поведение системы при этом же управляющем воздействии (векторах) в вязкой жидкости при средних числах Рейнольдса. При рассмотрении будем считать, что система обладает параметрами, представленными в выражениях (2.36), (2.37) (2.41), и движение начинается из состояния покоя. Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (2.29), (2.17) имеют вид:

$$\mathbf{P}(0) = 0, \quad \mathbf{M}(0) = \mathbf{K}_2(0), \quad r(0) = 0.$$

Начальные условия для векторов  $\alpha, \beta, \gamma$  находятся через углы, определяющие положение тела в пространстве:  $\phi, \psi, \theta$ .

Для осуществления прямолинейного движения системы внутренние массы должны двигаться по следующему закону: ( $\beta_1 = -\pi/2 + 2\pi\omega$ ;  $\beta_2 = -\pi/2 - 2\pi\omega$ ). При этом начальные углы смещения внутренних масс  $\vartheta_1 = -\pi/2$  и  $\vartheta_2 = -\pi/2$  обеспечивают углы ориентации тела (см. уравнение (2.20))  $\phi = \theta = \psi = 0$ . Подставив данные значения в (2.16), получим начальные условия для матрицы поворота  $\mathbf{Q}(0) = \mathbf{E}$ .

На рисунке 2.11 представлены траектория движения тела и зависимость угла  $\alpha$  от времени при указанном управлении  $\Omega = 100$  об/мин.

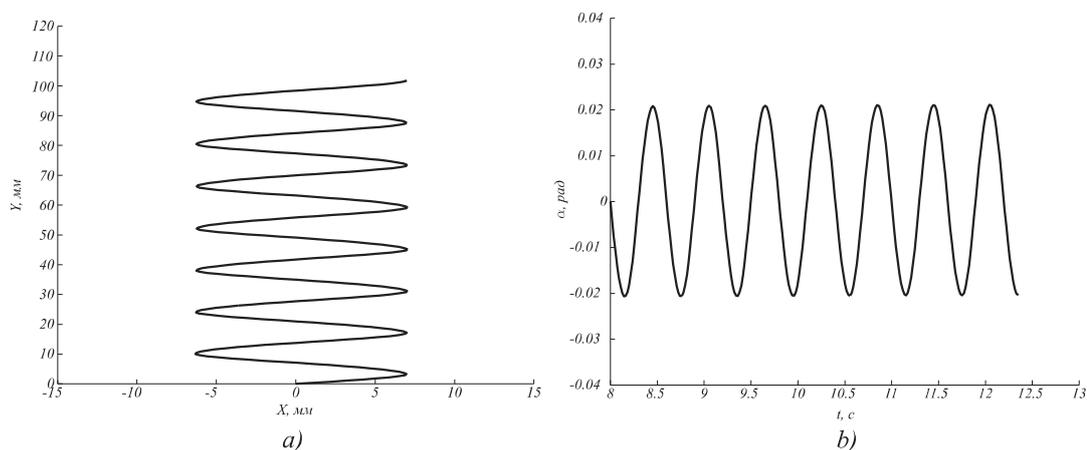


Рис. 2.11. Траектория движения локомотионной мобильной платформы при  $\Omega = 100$  об/мин а) перемещение центра масс, б) изменение угла ориентации  $\alpha$

Из рисунка видно, что тело совершает периодические колебания с амплитудой  $A = 13,28$  мм по оси  $Ox$  и за один оборот внутренних масс перемещается вдоль оси  $Oy$  на расстояние  $l = 22,08$  мм (шаг продвижения). Угол  $\alpha$  при таком движении изменяется по периодическому закону с амплитудой  $0,02$  рад., но в конце каждого периода вращения внутренних масс  $\alpha = 0$ .

В рамках трехмерной модели была исследована динамика рассматриваемой системы. Определено влияние параметров внутреннего механизма на характер движения локомотионной мобильной платформы. Было выяснено, что существенный вклад в характер движения локомотионной мобильной платформы вносят следующие параметры механизма: величина подвижных масс  $m_k$  и радиус их вращения  $l$ . На рисунке 2.12 представлен график зависимости скорости движения локомотионной платформы от величины подвижной массы  $m_k$  и радиуса их вращения  $l$  при следующих параметрах системы  $m_s = 0.8$  кг,  $\Lambda_V = \text{diag}(0.9 \ 1.46 \ 0.9)$  кг,  $\Lambda_\Omega = \text{diag}(0.001 \ 0.0044 \ 0.001)$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>,  $\mathbf{I}_s = \text{diag}(0.001851 \ 0.003785 \ 0.002948)$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>,  $\Omega = 300$  об/мин. При рассмотрении определялись максимально возможные скорости при заданных параметрах системы в предельном случае, когда радиус вращения подвижной массы равен расстоянию смещения оси вращения этой массы от оси симметрии эллипса, то есть  $L = l$ .

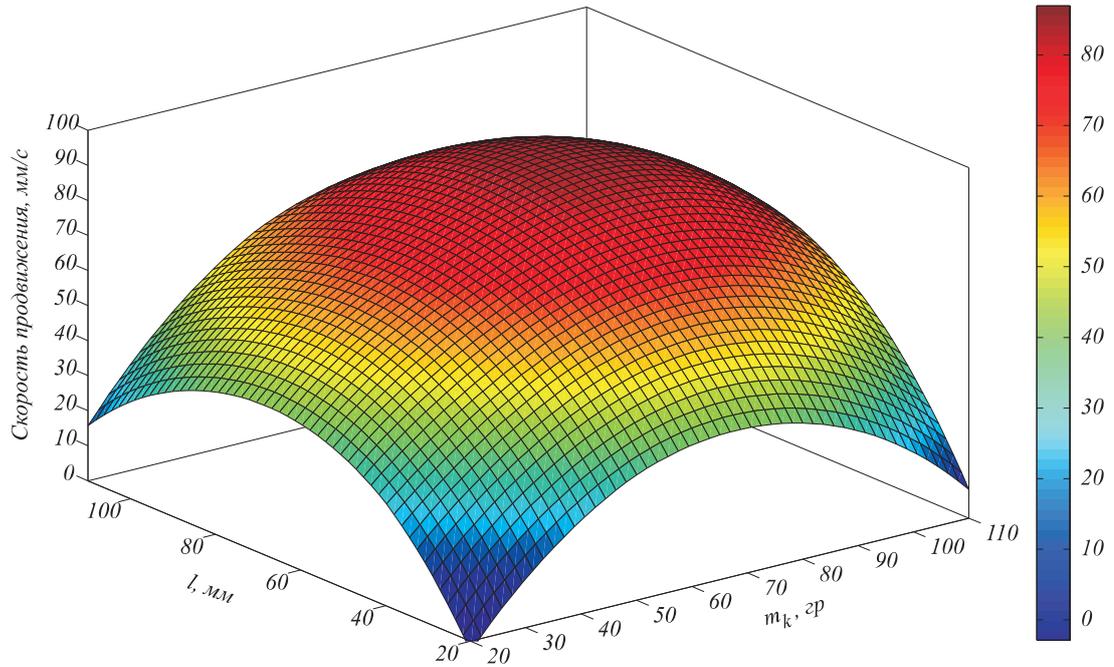


Рис. 2.12. Зависимость скорости движения локомотивной мобильной платформы от величины подвижных масс  $m_k$  и их радиуса вращения смещения  $l$

Из графиков видно, что система имеет максимальную скорость  $V = 86.93$  мм/с при  $l = 75.8$  мм и  $m_k = 80$  гр.

Для дальнейшего использования полученные данные были аппроксимированы полиномиальной поверхностью второго порядка. В результате чего была получена функция зависимости скорости передвижения мобильной платформы от величины подвижных масс  $m_k$  и радиуса окружности их вращения  $l$ :

$$V = 84 + 7.003 \cdot m + 6.838 \cdot l - 10.73 \cdot m^2 + 1.524 \cdot m \cdot l - 10.77 \cdot l^2 \quad (2.42)$$

Полученная зависимость в дальнейшем будет использоваться для подбора параметров выходных звеньев механизма и величин подвижных масс.

Для исследования влияния частоты вращения внутренних масс на скорость продвижения мобильной платформы проведем численный эксперимент при следующих параметрах системы  $m_s = 0.8$  кг,  $\mathbf{\Lambda}_V = \text{diag}(0.9; 1.46; 0.9)$ ,  $m_k = 0.05$  кг,  $L = 0.04$  м. Результаты эксперимента представлены на рисунке 2.13.

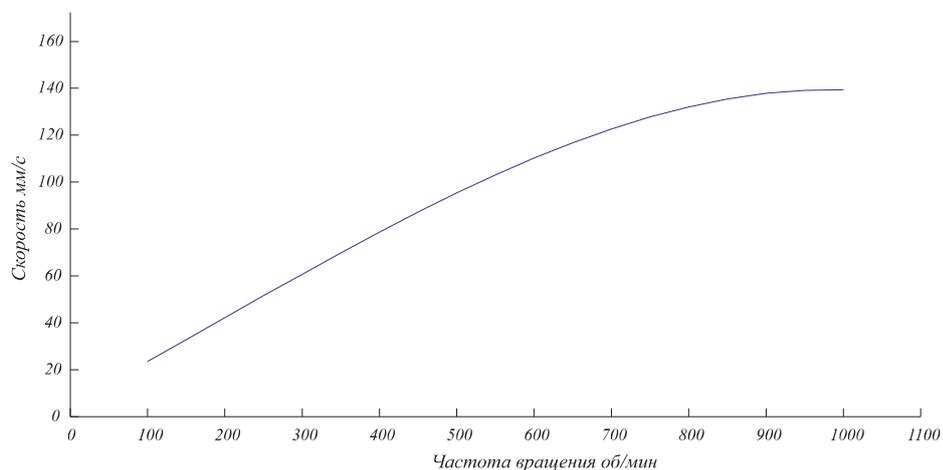


Рис. 2.13. Скорость продвижения локомотивной мобильной платформы в зависимости от частоты вращения внутренних масс

Из графика видно, что с ростом частоты вращения внутренних масс линейная скорость движения возрастает, причём нелинейно, и выходит на насыщение при  $\omega = 900$  об/мин.

# Синтез механизма изменения положения центра масс локомотионной мобильной платформы

Данная глава посвящена синтезу механизма, который сообщает движение двум подвижным массам, закрепленным на двух ведомых зубчатых колёсах, и реализует заданное изменение положение центра масс механической системы (в соответствии с зависимостями полученными в разделе 2.1) для обеспечения движения локомотионной мобильной платформы.

Синтез механизма состоит из трёх этапов: структурный синтез, кинематический синтез и определение параметров натурального образца.

Первый этап – структурный синтез механизма. На данном этапе выполняется обоснованный и рациональный выбор структурной схемы механизма исходя из целей и задач, которые он должен решать. Для структурного синтеза зубчатого механизма применяется метод, основанный на использовании универсальной структурной системы с применением структурных моделей зубчатых механизмов в виде плоских шарнирных механизмов с кинематическими парами IV и V классов.

Структурный синтез предполагает выполнение следующей последовательности действий:

1. Определение параметров механизма, необходимых для формирования структуры зубчатого механизма. Для этого необходимо:
  - а) задаться подвижностью будущего зубчатого механизма  $W$  и определить минимальное количество подвижных звеньев  $n_{min}$ , обеспечивающих необходимый алгоритм работы механизма;
  - б) определить количество кинематических пар каждого класса (3.1);
  - в) определить сложность базисного звена  $\tau$  (3.2);
  - г) с использованием универсальной структурной системы (3.3) опреде-

лить параметры для нескольких наборов значений  $n$ ; построить древо параметров структуры механизма и выбрать наиболее подходящий набор параметров.

2. На основе найденных значений параметров структуры синтезируем структурную схему плоского стержневого механизма с кинематическими параметрами IV и V классов.
3. Конвертирование полученных структурных схем в общепринятые графические изображения зубчатых механизмов.

Второй этап – кинематический синтез механизма. В результате выполнения структурного синтеза сформирована структурная схема механизма. Используя результаты динамической модели, представленной в разделе 2.2, и зависимость (2.42), определяем параметры выбранной схемы механизма (передаточные отношения, размеры выходных звеньев, расположения осей их вращения, величины подвижных масс) и подбираем двигатель под требуемые параметры. В разделе 3.2 представлен макет механизма и локомотивной мобильной платформы.

На третьем этапе определяем параметры натурального образца с использованием непосредственного измерения, математического моделирования и разработанных экспериментальных методик. Раздел 3.3.1 посвящен определению гидродинамических свойств мобильной платформы: присоединенных масс и коэффициентов гидродинамического сопротивления. Для этого спроектирован экспериментальный лабораторный стенд и разработана методика определения гидродинамических параметров мобильной платформы. Разработанная методика заключается в протягивании исследуемого тела в жидкости с известным усилием и фиксации его перемещения с использованием датчиков. Экспериментальный стенд позволяет определять присоединенные массы, присоединенные моменты тел в жидкости и коэффициенты гидродинамического сопротивления.

### 3.1. Структурный синтез механизма

В качестве формы для проектируемого транспортного средства выбран эллиптический цилиндр с килем, расположенным вдоль большей диагонали эллипса. Данная форма имеет две плоскости симметрии, а значит одинаковые величины гидродинамического сопротивления при движении вперед и назад. Также эллиптический цилиндр соответствует требованию о различии присоединенных масс в различных направлениях, выдвинутому в работе [38], а наличие киля лишь увеличивает эту разницу. Геометрические размеры проектируемого транспортного средства определены материально-техническим оснащением, оборудованием, доступным для изготовления и испытания макетного образца. Для изготовления макета транспортного средства использовался 3D принтер STRATASYS Dimension SST1200 с рабочей зоной печати  $254 \times 254 \times 305$  мм. Для исследования динамики движения тел в жидкости в техническом оснащении лаборатории имеется бассейн  $3 \times 1.5 \times 1.8$  м. Поэтому в качестве формы выбран эллиптический цилиндр с наружными размерами  $250 \times 180 \times 50$  мм. Высота цилиндра, толщина стенки уточнялась на этапе 3D моделирования в среде SolidWorks и этапе эскизного проектирования для обеспечения необходимой плавучести. По результатам быстрого прототипирования на 3D принтере и прочностного анализа определена оптимальная толщина стенки корпуса эллиптического цилиндра 4 мм.

В результате анализа математической модели, представленной в главе 2.1, определено, что для исследования прямолинейного движения локомотивной мобильной платформы необходим механизм, синхронно вращающий две массы в разные стороны с постоянной разностью фаз в начальном положении каждого периода, то есть с одинаковыми частотам вращения. Для реализации данного движения наиболее подходящим будет использование рядового зубчатого механизма, который преобразует вращательное движение двигателя во вращательное движение двух внутренних масс.

В данной работе к синтезируемому зубчатому механизму предъявляются следующие критерии:

- 1) максимальная сбалансированность относительно осей симметрии;
- 2) равноудаленность осей вращения выходных звеньев относительно центра масс мобильной платформы;
- 3) равномерность вращения выходных звеньев с одинаковой частотой.

С целью обеспечения сбалансированности всей системы предполагается, что двигатель будет устанавливаться в геометрическом центре мобильной платформы, а оси вращения выходных звеньев разнесены на одинаковое расстояние и находятся на наименьшей оси эллипса (см. рис.2.7).

Позиционирование выходных звеньев друг относительно друга будет обеспечиваться за счёт кинематической связи выходных звеньев, а равномерность их вращения будет достигаться за счёт одинакового передаточного отношения от ведущего звена к двум выходным.

Для обоснования и выбора структурной схемы механизма, обеспечивающего заданное движение двух масс по окружности, проведем структурный синтез, при этом будем учитывать следующие особенности зубчатых механизмов:

- 1) в плоскости зубчатых механизмов применяются только кинематические пары IV и V классов;
- 2) число подвижных звеньев в зубчатом механизме равняется числу кинематических пар пятого класса;
- 3) каждое подвижное звено зубчатого механизма должно иметь хотя бы одну кинематическую пару пятого класса.

В качестве модели зубчатого механизма при структурном анализе и синтезе будем использовать плоские шарнирные механизмы с высшими парами, так как они имеют аналогичную структурную формулу. В них так же, как и в зубчатых механизмах, звенья могут образовывать только кинематические пары IV и V классов. Такое представление позволяет получить более наглядное представление о структуре механизма (число и сложность звеньев), проследить связи

между звеньями, их взаимное расположение, вид кинематических пар и возможность выделения в механизме отдельных групп звеньев [71]. Использование структурной модели позволяет абстрагироваться от других свойств зубчатых механизмов таких как: вид зацепления, форма зуба и т.п..

Для решения задачи структурного синтеза механизма использован метод, основанный на применении универсальной структурной системы [72]. Данный метод позволяет находить все многообразие схем зубчатых механизмов по заданным структурным параметрам. Формирование полного многообразия структур производится путем последовательного выполнения трех взаимосвязанных этапов: [73]:

- 1) определение параметров, необходимых для формирования структур;
- 2) синтез полного множества вариантов структурных схем в виде плоских стержневых систем с кинематическими парами IV и V классов;
- 3) конвертирование полученных структурных схем в общепринятые графические изображения – в виде профильных проекций зубчатых механизмов.

На первом этапе определим параметры синтезируемой структуры зубчатого механизма: количество звеньев различной сложности, количество кинематических пар, необходимых для создания структурных схем. Для этого зададимся подвижностью будущего зубчатого механизма  $W$  и числом необходимых подвижных звеньев  $n$ . Для данной задачи подходит рядовой зубчатый механизм, который передаёт вращательное движение от электродвигателя к двум вращающимся выходным звеньям. Общее число условий связи таких механизмов  $m = 3$ , классы допустимых к использованию кинематических пар  $k = 4$  и 5, подвижность цепи  $W = 1$ . Для обеспечения заданного вращения двух выходных звеньев механизма (в разные стороны) необходимо минимум  $n_{min} = 4$  подвижных звеньев: одно ведущее, закрепленное на выходном валу электродвигателя, два ведомых, с установленными на них подвижными массами, и одно промежуточное звено, изменяющее движение одного выходного звена.

Зная величины  $W$  и  $n_{min}$ , можно определить минимальное количество кинематических пар четвертого  $p_4$  и пятого  $p_5$  классов:

$$\begin{cases} p_4 = n - W = 3 \\ p_5 = \frac{3n - W - p_4}{2} = 4 \end{cases} \quad (3.1)$$

Далее зададимся сложностью используемого базисного звена  $\tau$ . Максимальное значение  $\tau_{max}$  при заданном  $n = 4$  можно определить исходя из предположения, что кроме  $\tau$ -угольника в цепь будут входить звенья, добавляющие только одну кинематическую пару.

$$\begin{cases} \tau_{max} = n - W + 1 = 4, \\ \tau_{min} = 3 \text{ при } n \geq 3 \end{cases} \quad (3.2)$$

Для определения параметров синтезируемых структур зубчатых механизмов (количества звеньев различной сложности, количества кинематических пар, разрешенных к применению классов) воспользуемся универсальной структурной системой (УСС) проф. Л.Т. Дворникова [73], которая с учётом применимости к зубчатым механизмам может быть преобразована к виду: [74]:

$$\begin{cases} p = p_4 + p_5 = \tau + (\tau - 1)n_{\tau-1} + \dots + in_i + \dots + 2n_2 + n_1, \\ n = 1 + n_{\tau-1} + \dots + n_i + \dots + n_2 + n_1, \\ W = 3n - 2p_5 - p_4, \\ p_5 = n \end{cases} \quad (3.3)$$

где:  $p$  - общее число кинематических пар в цепи,  $p_k$  - число кинематических пар  $k$ -го класса,  $\tau$  - сложность базисного звена,  $n$  - общее число подвижных звеньев в цепи,  $n_i$  - число звеньев, добавляющих  $i$  пар в цепь,  $W$  - подвижность кинематической цепи;

Целочисленное решение универсальной структурной системы определяет номенклатуру звеньев и число кинематических пар IV и V классов.

С использованием универсальной структурной системы (3.3) определим параметры рассматриваемого зубчатого механизма при  $W = 1$  и  $n = 4, 5$  и  $6$ . В таблицах 3.1 и 3.2 приведены численные решения системы (3.3) при  $\tau = 3$  и  $4$  соответственно.

Таблица 3.1. Решение УСС при  $\tau = 3$

$n$	$n_2$	$n_1$	$p_4$	$p_5$
4	1	2	4	4
5	2	2	4	5
6	3	2	5	6

Таблица 3.2. Решение УСС при  $\tau = 4$

$n$	$n_4$	$n_2$	$n_1$	$p_4$	$p_5$
4	0	0	3	3	4
5	0	1	3	4	5
6	0	2	3	5	6
6	1	0	4	5	6

Параметры структурных схем взаимосвязаны, следовательно, выбор одного из них будет ограничивать или определять значения последующих. Последовательность выбора параметров структурных схем можно наглядно представить в виде древа формирования структуры механизма. На рисунке 3.1 представлено древо параметров структуры механизма, полученное на основе решения УСС.

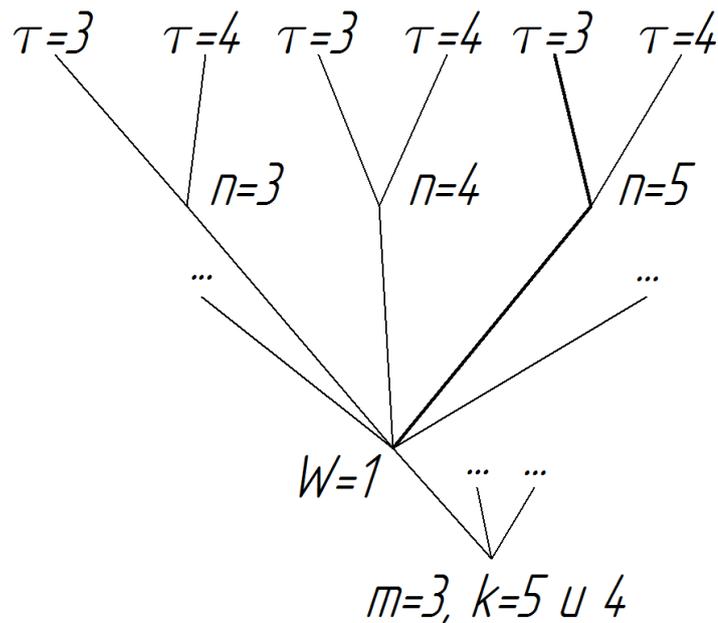


Рис. 3.1. Древо параметров структуры механизма

После определения параметров структуры переходим ко второму этапу структурного синтеза – формированию структурной схемы зубчатого механизма в виде плоских стержневых кинематических цепей. При этом к механизму будем предъявлять следующие требования:

- 1) каждое звено кинематической цепи должно иметь хотя бы одну пару пятого класса;
- 2) любая «ограничивающая сторона» структурной схемы, состоящая из двух участков, должна иметь хотя бы одну пару четвертого класса;
- 3) отсутствие замкнутых контуров.

При проектировании механизма необходимо учитывать, что выходные звенья должны обеспечивать вращение некоторых масс по окружности, поэтому выходные звенья должны быть связаны со стойкой кинематической парой V класса, а передача вращательного момента должна обеспечиваться кинематической парой IV класса (см. рис. 3.2).

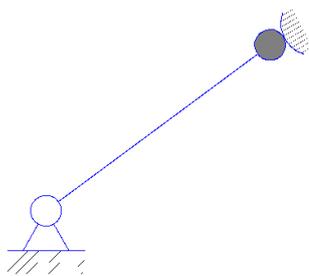


Рис. 3.2. Выходное звено механизма

Для обеспечения одинаковой частоты вращения выходных звеньев между приводным зубчатым колесом и выходными звеньями должно обеспечиваться одинаковое передаточное отношение. При этом оси вращения выходных звеньев должны быть расположены на одинаковом расстоянии от центра масс мобильной платформы на меньшей диагонали эллипса. Поэтому механизмы с числом подвижных звеньев  $n = 4$  и  $n = 5$  нам не подходят. При  $n = 4$  невозможно обеспечить одинаковое передаточное отношение при одинаковом расстоянии между осями, а  $n = 5$  не обеспечивает заданного движения выходных звеньев. Поэтому в дальнейшем для синтеза структурной схемы будут использоваться следующие параметры механизма  $W = 1$ ,  $\tau = 3$ ,  $n = 6$ ,  $n_2 = 3$ ,  $n_1 = 2$ ,  $p_4 = 5$ ,  $p_5 = 6$ .

На основе найденных значений параметров структуры построим структурную схему плоского шарнирного механизма (см. рис. 3.3).

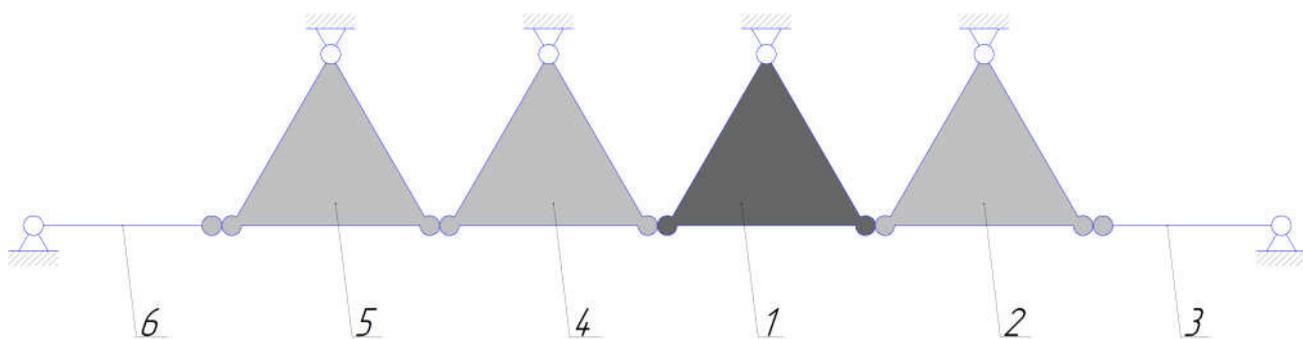


Рис. 3.3. Схема шестизвального плоского шарнирного механизма

На данной схеме звено 1 является приводным звеном. Приводное звено с помощью промежуточных звеньев 2, 4, 5 передаёт вращательное движение двум выходным звеньям 3 и 6.

На третьем этапе структурного синтеза полученную структурную схему зубчатого механизма в виде плоских стержневых цепей следует преобразовать в общепринятые графические изображения зубчатых механизмов. При конвертировании одну и ту же структурную схему плоской цепи с высшими парами можно преобразовать в различные схемы зубчатых механизмов. Поэтому при формировании схемы механизма будем использовать следующие критерии:

- 1) в зависимости от характера движения звеньев - рядовой механизм;
- 2) в зависимости от взаимного расположения плоскостей, в которых происходит зацепление зубчатых колес - плоский, однорядный;
- 3) в зависимости от вида зубчатого зацепления - с внешним зацеплением.

Полученную структурную схему зубчатого механизма в виде плоских стержневых цепей с высшими парами (см. рис. 3.3), конвертируем в схему плоского зубчатого механизма 3.4.

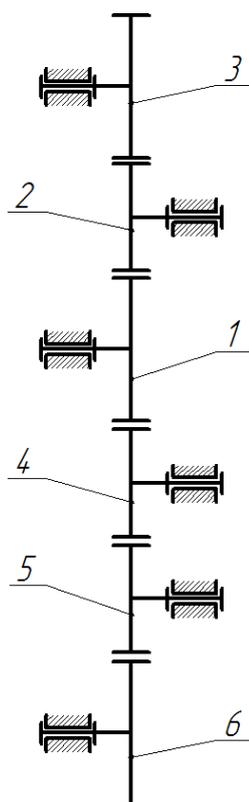


Рис. 3.4. Схема шестизвенного зубчатого механизма

## 3.2. Кинематический синтез механизма

Проанализировав результаты численного моделирования движения системы в трёхмерной постановке, представленные в разделе 2.2, рисунок 2.13, можно сделать вывод, что для исследования динамики локомотивной мобильной платформы целесообразно иметь возможность изменять частоты вращения выходных звеньев механизма в интервале  $\omega = [100\dots 1000]$  об/мин и обеспечивать её стабильное значение на всех частотах вращения.

В разделе 3.1 были определены габаритные размеры корпуса локомотивной мобильной платформы. При меньшей стороне корпуса мобильной платформы 180 мм и толщине стенки 4 мм, максимальная длина выходного звена механизма составляет  $l_{max} = 40$  мм, а смещение осей вращения выходных звеньев  $L = 42$  мм, что обеспечивает гарантированный зазор между выходным звеном и стенкой корпуса 4 мм. Используя результаты динамической модели, представленной в разделе 2.2, и зависимость (2.42), была определена величина подвижной массы  $m_k = 50$  гр. при величине радиуса вращения  $l = 40$  мм при скорости движения мобильной платформы  $V = 60$  мм/с.

С использованием программного комплекса САПР SolidWorks было спроектировано выходное звено механизма с закрепленной подвижной массой (см. рис. 3.5).

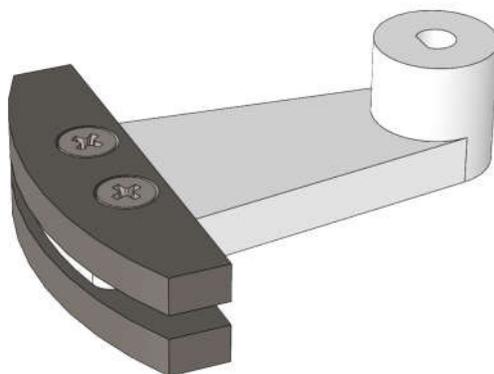


Рис. 3.5. Модель выходного звена механизма

По 3D-модели определены инерционно-массовые характеристики выходного звена: смещение центра масс звена от оси вращения  $l = 33$  мм, общая

масса звена 50 гр., момент инерции относительно оси вращения звена  $J = 0.00007345 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Основной нагрузкой для двигателя являются два вращающихся выходных звена с закрепленной массой. Для определения требуемого момента двигателя необходимо задаться минимальным временем разгона выходных звеньев на максимальную скорость. В данной работе будем считать, что двигатель должен обеспечивать разгон выходных звеньев механизма до частоты вращения  $\omega = 1000 \text{ об/мин}$  за время  $dt = 0.1 \text{ с}$ . Определим требуемый момент, необходимый для преодоления момента инерции двух выходных звеньев с закрепленными массами:

$$M = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = 2 \cdot 0.00007345 \cdot \frac{1000 \cdot 2\pi}{0.1 \cdot 60} = 0.154 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (3.4)$$

Исходя из полученных данных следует, что двигатель должен обеспечивать момент  $M_{min} = 0.154 \text{ Н} \cdot \text{м}$  при частотах вращения  $\omega = [100 \dots 1000] \text{ об/мин}$ . В качестве мотора выбираем двигатель постоянного тока фирмы Polulu со встроенным датчиком положения. Данный мотор имеет максимальную скорость 10000 об/мин и максимальный момент 0.035 Нм при 6V и 6.6A в обмотке. Для снижения частоты вращения и повышения механического момента между двигателем и приводным звеном зубчатого механизма установим редуктор.

Исходя из выбранного двигателя определим требуемое передаточное отношение всего механизма. Необходимый момент для разгона выходных звеньев на максимальную частоту вращения 1000 об/мин составляет 0.154 Нм. Максимальная частота вращения двигателя 10000 об/мин и момент 0.035 Нм. Поэтому разрабатываемый механизм должен обладать передаточным отношением  $U_{\text{механизма}} = 10$ .

Преобразованная схема зубчатого механизма с установленным редуктором представлена на рисунке 3.6. Данный механизм состоит из двухступенчатого редуктора (звено 1, 2, 3) и двух зубчатых рядов (звенья 3, 4, 5 и звенья 3, 6, 7, 8), которые обеспечивают синхронное вращение двух выходных звеньев (5 и 8)

и их жесткое позиционирование друг относительно друга.

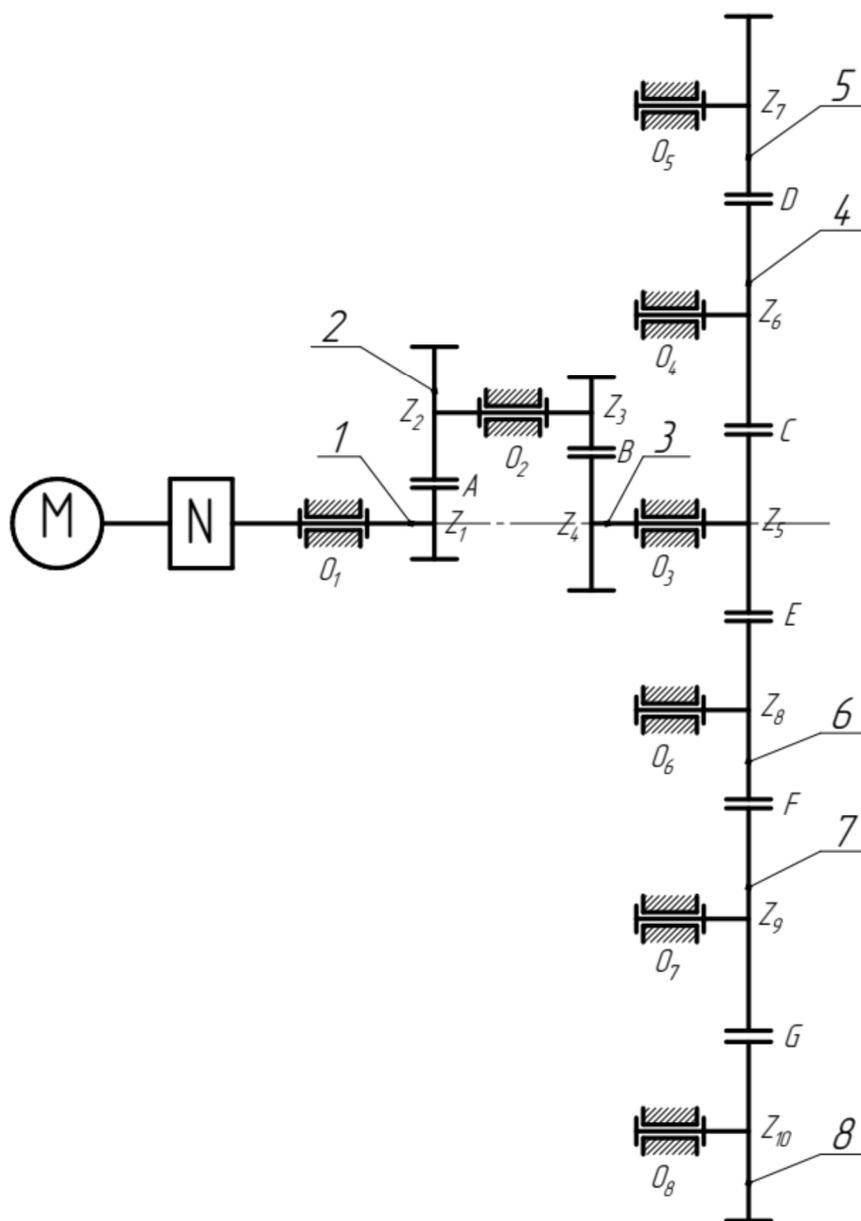


Рис. 3.6. Структурная схема многоступенчатого зубчатого механизма

Предложенный многоступенчатый механизм (рис. 3.6) содержит две простые зубчатые передачи внешнего зацепления ( $Z_1, Z_2; Z_3, Z_4$ ) и два зубчатых ряда ( $Z_5, Z_6; Z_6, Z_7$ ) и ( $Z_5, Z_8; Z_8, Z_9; Z_9, Z_{10}$ ). Механизм формируют 7 высших кинематических пар: А (колеса 1 и 2), В (колеса 3 и 4), С (колеса 5 и 6), D (колеса 6 и 7), Е (колеса 5 и 8), F (колеса 8 и 9), G (колеса 9 и 10) и 8 низших неподвижных кинематических пар в точках:  $O_1$  (звенья 1 и 0),  $O_2$  (звенья

2 и 0),  $O_3$  (звенья 3 и 0),  $O_4$  (звенья 4 и 0),  $O_5$  (звенья 5 и 0),  $O_6$  (звенья 6 и 0),  $O_7$  (звенья 7 и 0),  $O_8$  (звенья 8 и 0). При этом звенья 2 ( $Z_2, Z_3$ ), 3 ( $Z_4, Z_5$ ) образованы двумя зубчатыми колесами, вращающимися как одно целое колесо с одинаковой угловой скоростью. Следует отметить, что в механизме необходимо обеспечить соосность осей  $O_1$  и  $O_3$ , так как в целях обеспечения надежной работы механизма они должны быть расположены на одной прямой.

Проверим работоспособность механизма, воспользовавшись формой Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot P_5 - P_4 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 8 - 7 = 1 \quad (3.5)$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения выходных звеньев механизма (рис. 3.6) достаточно одной обобщенной координаты.

Определим передаточные отношения между входным звеном 1 и двумя выходными звеньями 5 и 8.

Передаточное отношение зубчатой передачи ( $Z_1, Z_2$ ) определится как отношение их скоростей:

$$U_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = -\frac{\omega_1}{U_{1,2}};$$

В соответствии с конструкцией механизма колеса 2 и 3 вращаются относительно оси  $O_2$  с одинаковыми угловыми скоростями, т.е.  $\omega_2 = \omega_3$ , следовательно

$$\begin{aligned}
\omega_2 = \omega_3 &= -\frac{\omega_1}{U_{1,2}}; \\
U_{3,4} = -\frac{\omega_3}{\omega_4} &\Rightarrow \omega_4 = \frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}} \\
\omega_4 &= \omega_5 \\
U_{5,6} = -\frac{\omega_5}{\omega_6} &\Rightarrow \omega_6 = -\frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}U_{5,6}} \\
U_{6,7} = -\frac{\omega_6}{\omega_7} &\Rightarrow \omega_7 = \frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}U_{5,6}U_{6,7}} = \frac{\omega_1}{U_{1,7}} \\
U_{5,8} = -\frac{\omega_5}{\omega_8} &\Rightarrow \omega_8 = -\frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}U_{5,8}} \\
U_{8,9} = -\frac{\omega_8}{\omega_9} &\Rightarrow \omega_9 = \frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}U_{5,8}U_{8,9}} \\
U_{9,10} = -\frac{\omega_9}{\omega_{10}} &\Rightarrow \omega_{10} = -\frac{\omega_1}{U_{1,2}U_{3,4}U_{5,8}U_{8,9}U_{9,10}} = -\frac{\omega_1}{U_{1,10}}
\end{aligned}$$

При этом для обеспечения синхронности вращения внутренних масс  $\omega_7 = \omega_{10}$ , поэтому  $U_{1,7} = U_{1,10} = U_{\text{механизма}}$

Для определения геометрических размеров зубчатых колес запишем передаточные отношения механизма относительно делительных диаметров зубчатых колес их образующих.

$$\begin{aligned}
U_{1,7} = U_{1,2}U_{3,4}U_{5,6}U_{6,7} &= \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_4}{d_3} \cdot \frac{d_6}{d_5} \cdot \frac{d_7}{d_6} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_4}{d_3} \cdot \frac{d_7}{d_5} = 10 \\
U_{1,10} = U_{1,2}U_{3,4}U_{5,8}U_{8,9}U_{9,10} &= \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_4}{d_3} \cdot \frac{d_8}{d_5} \cdot \frac{d_9}{d_8} \cdot \frac{d_{10}}{d_9} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{d_4}{d_3} \cdot \frac{d_{10}}{d_5} = 10
\end{aligned}$$

Из уравнения следует, что геометрические параметры зубчатых колес  $Z_6$ ,  $Z_8$ ,  $Z_9$  не оказывают влияния на периодическое отношение механизма. Для обеспечения унификации зубчатые колеса  $Z_6$  и  $Z_9$ ,  $Z_5$  и  $Z_8$  следует сделать одинаковыми. Выходные звенья  $Z_7$  и  $Z_{10}$  также должны быть одинаковыми, чтобы обладать одинаковыми инерционными свойствами. При смещении осей вращения выходных звеньев на  $L = 42$  мм.

$$\frac{d_5}{2} + d_6 + \frac{d_7}{2} = 42 \text{ мм}$$

С использованием зависимости скорости движения локомотивной мобильной платформы от величины подвижных масс  $m_k$ , радиуса траектории их вращения  $l$  (2.42) и разработанной структурной схемы 3.6 определено оптимальное расположение осей вращения внутренних масс, размеры зубчатых колес и их компоновка. На рисунке 3.7 изображены геометрические размеры локомотивной мобильной платформы.

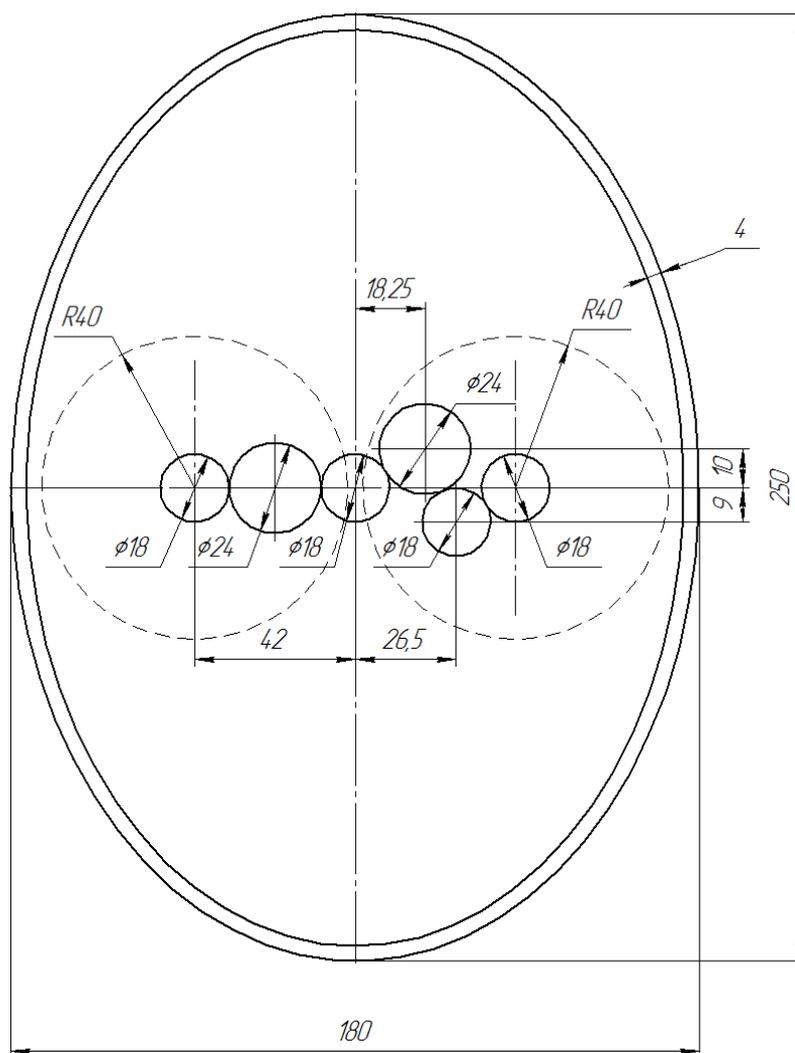


Рис. 3.7. Геометрические характеристики внутреннего механизма

В соответствии со структурной схемой, представленной на рисунке 3.6, и схемой компоновки зубчатых колес (рисунок 3.7) изготовлен макет внутреннего механизма локомотивной мобильной платформы [75], на выходных звеньях которого закреплены массы  $m_1 = m_2 = 50$  гр. (рис. 3.8).

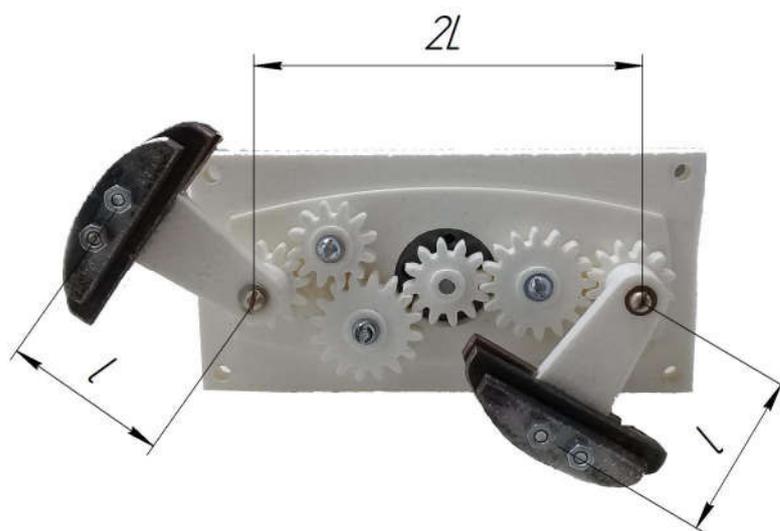


Рис. 3.8. Модель внутреннего механизма, изменяющего распределение масс локомотивной мобильной платформы

Корпус и наружные зубчатые колеса выполнены из ABS пластика методом 3D печати.

На рисунке 3.9 представлена конструкция локомотивной мобильной платформы.



Рис. 3.9. Модель локомотивной мобильной платформы

### 3.3. Определение параметров локомотивной мобильной платформы

Для апробации математических моделей движения локомотивной мобильной платформы в жидкости необходимо знать параметры системы. Все массо-

вые и линейные характеристики макета были измерены. Инерционные характеристики взяты из адаптированной к реальному образцу 3D модели. Гидродинамические свойства макета были определены с использованием разработанной экспериментальной методики, которая представлена в разделе 3.3.1.

Данный макет имеет следующие характеристики:

$$\begin{aligned}
 m_s &= 0.8417 \text{ кг} \quad \mathbf{I}_s = \text{diag}(0.00185118 \ 0.00378528 \ 0.00294828) \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\
 m_1 &= m_2 = 0.050 \text{ кг} \quad l = 0.033 \text{ м} \quad L = 0.042 \text{ м} \\
 \mathbf{\Lambda}_V &= \text{diag}(0.9 \ 1.46 \ 0.9) \text{ кг} \quad \mathbf{\Lambda}_\Omega = \text{diag}(0.001 \ 0.0044 \ 0.001) \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

### 3.3.1. Определение присоединенных масс

Присоединенная масса  $\lambda$  - это величина, характеризующая сопротивление жидкости при ускоренном движении тела. Данный коэффициент определяется геометрией тела, а при движении вблизи свободной поверхности еще и процессами волнообразования. Для тел простой формы (таких как цилиндр, эллипсоид вращения, шар), движущихся вблизи свободной поверхности, присоединенные массы известны и могут быть найдены по справочнику [76]. Для тел произвольной формы величина присоединенных масс определяется численным моделированием либо экспериментально. В рамках численного моделирования очень трудно учесть влияние свободной поверхности и волнообразования, поэтому для определения присоединенных масс локомотивной мобильной платформы целесообразно использовать экспериментальные методы.

Известны три различных экспериментальных метода определения коэффициентов присоединенных масс:

1. **Метод малых колебаний** [77–79], согласно которому исследуемое тело закрепляется на пружинном подвесе постоянной жесткости, погружается в жидкость и совершает свободные колебания. По измеренным перемещениям тела из дифференциального уравнения колебаний определяются присоединенные массы. К недостатку метода следует отнести невозмож-

ность определения присоединенных масс несимметричного тела.

2. **Метод аналогового электрического и магнитного моделирования**, заключающийся в использовании математической аналогии между потенциалом скорости и электрическим потенциалом [80, 81]. Главным недостатком данного метода является погрешность получаемых результатов вследствие невозможности полного описания задачи и несоответствия граничных условий, особенно при движении вблизи свободной поверхности.
3. **Метод разгона и торможения**, основанный на исследовании процесса нестационарного прямолинейного движения тела при известной тянущей силе [82]. Данный метод позволяет проводить исследования при различных числах Рейнольдса, а испытательный стенд достаточно прост в изготовлении. К недостаткам метода относится необходимость определения коэффициента лобового сопротивления, а также влияние на результаты измерений нестационарности гидродинамических процессов, сопровождающих движение тела.

В связи с тем что величина присоединенных масс необходима для моделирования движения в жидкости и учитывать в ней необходимо процессы, связанные именно с движением, в работе используется экспериментальный метод разгона и торможения.

## Математическая модель

Для определения присоединенных масс методом разгона и торможения необходимо протягивать тело в жидкости с известной тяговой силой. Для этого разработана экспериментальная установка (см. рис. 3.10), которая представляет собой подвижную платформу, обеспечивающую горизонтальное перемещение исследуемого тела. Платформа соединена нитью с буксировочным грузом массы  $m$  через систему роликов радиуса  $R$ , оси которых неподвижны. Перемещение платформы с телом осуществляется по направляющим посредством

тягового усилия, которое создается при свободном падении груза  $m$ .

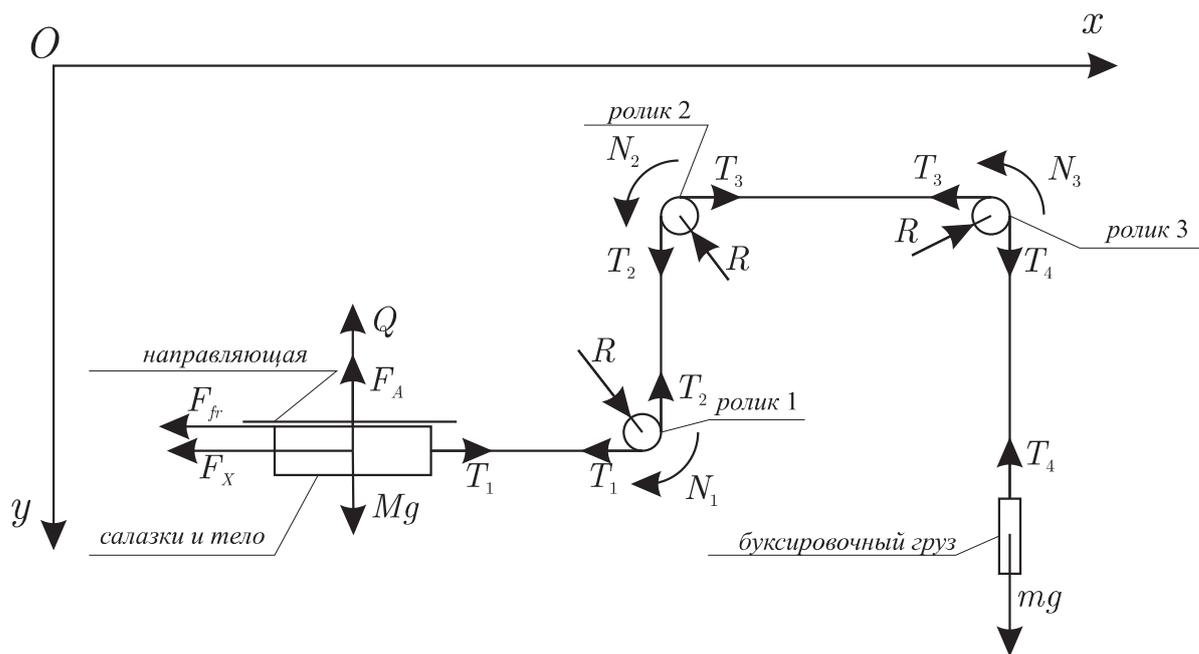


Рис. 3.10. Схема экспериментальной установки

Рассмотрим движение системы «тело + платформа» вдоль направляющих в сопротивляющейся среде. Обозначим  $x$  перемещение тела вдоль направляющей.

Основное уравнение динамики для платформы с закрепленным на ней телом может быть записано в виде

$$M_g \ddot{x} = T_1 - F_{fr} - F_X, \quad M_g = M_M + M_{pl} \quad (3.7)$$

где  $M_M$  – масса тела,  $M_{pl}$  – масса платформы,  $T_1$  – сила натяжения нити, действующая на платформу,  $F_{fr}$  – сила трения, обусловленная взаимодействием платформы с направляющей,  $F_X$  – сила сопротивления среды, которая в общем случае зависит от режима движения тела и глубины погружения.

Основное уравнение динамики для каждого из роликов можно записать в виде

$$J_i \ddot{\varphi}_i = R_i(T_{i+1} - T_i) - N_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad (3.8)$$

где  $\varphi_i$  – угол поворота  $i$  - го ролика,  $J_i$  и  $R_i$  – его момент инерции и радиус ролика,  $N_i$  – момент сил трения возникающих на оси ролика,  $T_i$  и  $T_{i+1}$  – сила натяжения нити до и после ролика

Основное уравнение динамики для буксирующего груза имеет вид

$$m\ddot{y} = mg - T_4. \quad (3.9)$$

где  $y$  – вертикальное перемещение буксирующего груза,  $g$  – ускорение свободного падения.

Будем считать, что используемая в конструкции нить является нерастяжимой и движется через блоки без проскальзывания, тогда углы поворота роликов связаны с перемещением платформы и груза соотношениями

$$\varphi_i = \frac{x}{R}; \quad y = x,$$

а уравнение (3.8) можно представить в виде

$$\frac{J_i}{R^2}\ddot{x} = T_{i+1} - T_i - \frac{N_i}{R}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.10)$$

Складывая уравнения (3.7), (3.9), (3.10), получим уравнение движения для платформы с телом

$$M\ddot{x} = mg - F_F - F_X, \quad (3.11)$$

$$M = M_M + M_{pl} + \frac{\sum_{i=1}^3 J_i}{R^2} + m, \quad F_F = F_{fr} + \frac{\sum_{i=1}^3 N_i}{R},$$

где  $M$  – эффективная масса движущихся элементов,  $F_F$  – эффективная сила трения.

Для полного описания рассматриваемой системы в уравнении (3.11) необходимо определить вид слагаемых  $F_F$  и  $F_X$ . Будем полагать, что эффективная сила трения обусловлена вкладами сухого и вязкого трения и описывается следующим уравнением

$$F_F = F_0 + K_0\dot{x}^2, \quad (3.12)$$

где  $F_0$  – составляющая, учитывающая сухое трение,  $K_0$  – коэффициент вязкого трения, учитывающий трение в подшипниках.

Силу сопротивления среды, учитывающую присоединенные массы и лобовое сопротивление жидкости, следуя [83], представим в виде

$$F_X = \lambda \cdot \ddot{x} + \frac{\rho \cdot C_X \cdot A \cdot \dot{x}^2}{2} \quad (3.13)$$

где  $\lambda$  – присоединенная масса,  $C_X$  – коэффициент лобового сопротивления,  $A$  – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную к направлению движения,  $\rho$  – плотность жидкости.

Поскольку используемая модель гидродинамического сопротивления является феноменологической, то она не в состоянии отразить нестационарность течений, связанных с образованием и отрывом вихрей. Кроме того, понятие присоединенной массы возникает в предположении потенциальности течения. Следовательно, измерения целесообразно проводить при режимах обтекания тела близких к потенциальному. Для определения характера течения жидкости вблизи тела на разных участках траектории мы использовали метод трассерной визуализации потока (PIV - Particle Image Velocimetry). Данная система состоит из следующих частей:

1. Светоотражающие частицы – трассеры, которые добавляются в исследуемый объем жидкости. В качестве трассеров мы использовали полые стеклянные шарики диаметром 1 мкм.
2. Спаренный импульсный лазер и система формирования светового ножа для подсветки некоторого сечения жидкости.
3. Специальная камера, снимающая свечение частиц. Камера, имеющаяся в нашем распоряжении, может снимать 15 пар кадров в секунду. Кадры каждой пары отделяются временным интервалом в несколько миллисекунд.
4. Специальное программное обеспечение, рассчитывающее поле скорости жидкости по каждой паре кадров.

## Конструкция стенда

В соответствии со схемой, представленной на рисунке 3.10, разработан стенд для определения присоединенных масс. Стенд состоит из буксируемой платформы, к которой жестко крепится исследуемое тело, двух цилиндрических направляющих, по которым перемещается платформа, системы блоков и буксирующего груза (см. рис. 3.11).

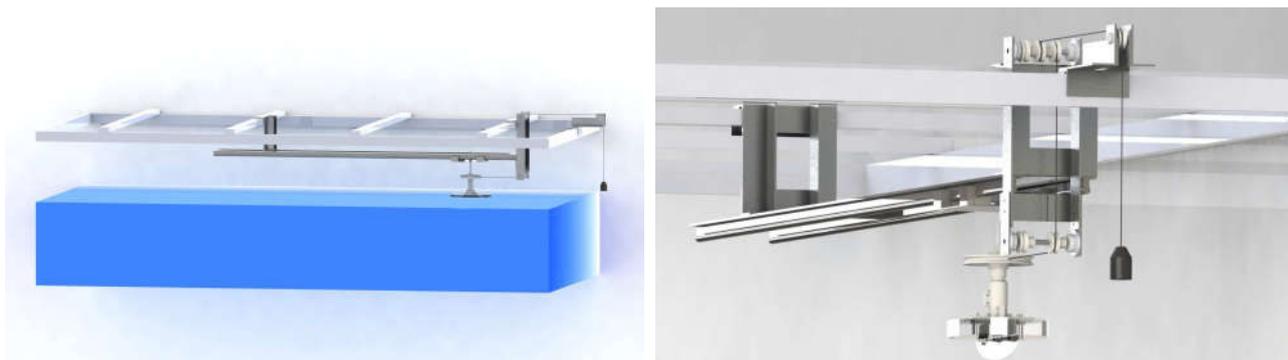


Рис. 3.11. Стенд для определения присоединенных масс

Перемещение тела осуществляется посредством системы блоков и буксирующего груза, который опускается под действием силы тяжести. Для отслеживания перемещения используется энкодер, механически связанный с одним из роликов посредством вала. Сбор информации осуществляется микропроцессорным устройством, входящим в состав лабораторного стенда.

## Методика эксперимента

Для определения присоединенных масс необходимо знать силу сухого трения  $F_0$  и коэффициент вязкого  $K_0$  трения. Поэтому разделим методику проведения эксперимента на следующие этапы:

### 1 Определение силы трения.

Для определения силы трения  $F_F$  проведем серию экспериментов в воздушной среде без взаимодействия тела с жидкостью (в этом случае  $F_X = 0$ ). Сила сухого трения  $F_0$  и коэффициент вязкого трения  $K_0$  существенно зависят

от силы реакции, действующей со стороны платформы с телом на направляющие. Поэтому для обеспечения одинаковой силы реакции в эксперименте на воздух и в жидкости заменим тело массой  $M_M$  на корректирующую массу  $M'_M$

$$M'_M = M_M - \frac{F_A}{g},$$

где  $F_A$  – сила Архимеда, действующая на исследуемое тело.

Уравнение (3.11) в этом случае принимает следующий вид

$$\left(M - \frac{F_A}{g}\right) \ddot{x} = mg - F_0 - K_0 \dot{x}^2. \quad (3.14)$$

Приведем данное уравнение к следующей форме

$$\ddot{x} + k_a \cdot \dot{x}^2 = f_a, \quad (3.15)$$

$$f_a = \frac{mg - F_0}{\left(M - \frac{F_A}{g}\right)}, \quad k_a = \frac{K_0}{\left(M - \frac{F_A}{g}\right)}$$

После установки корректирующей массы проведем серию экспериментов по её буксировке на воздухе без взаимодействия с жидкостью. В результате получим экспериментальную зависимость  $x_e(t)$  – передвижение платформы при такой буксировке. Далее методом наименьших квадратов вычислим коэффициенты  $f_a$  и  $k_a$ , при которых уравнение (3.15) наиболее точно описывает экспериментальную зависимость  $x_e(t)$ . Теперь, зная массовые характеристики стенда и коэффициенты  $f_a$  и  $k_a$ , можно вычислить силу сухого  $F_0$  и коэффициент вязкого трения  $K_0$  по следующим формулам.

$$F_0 = mg - f_a \cdot \left(M - \frac{F_A}{g}\right) \quad (3.16)$$

$$K_0 = k_a \cdot \left(M - \frac{F_A}{g}\right) \quad (3.17)$$

2 Определение присоединенной массы и коэффициента лобового сопротивления.

Для определения присоединенной массы и коэффициента лобового сопротивления проведем серию экспериментов по буксировке исследуемого тела в

жидкости. Уравнение (3.11) в данном случае примет следующий вид

$$(M + \lambda)\ddot{x} = mg - F_0 - K_0\dot{x}^2 - \frac{\rho \cdot C_X \cdot A}{2}\dot{x}^2. \quad (3.18)$$

и может быть приведено к виду, аналогичному уравнению (3.15)

$$\ddot{x} + k_f \cdot \dot{x}^2 = f_f \quad (3.19)$$

$$f_f = \frac{f_a \cdot (M - \frac{F_A}{g})}{M + \lambda}, \quad k_f = \frac{0.5C_X \cdot A \cdot \rho + k_a \cdot (M - \frac{F_A}{g})}{M + \lambda}$$

Параметры  $f_f$  и  $k_f$  вычисляются по экспериментальным данным  $x_e(t)$ , аналогично  $f_a$  и  $k_a$ . После этого значения присоединенной массы  $\lambda$  и коэффициента лобового сопротивления  $C_X$  выражаются из (3.19) с учетом (3.16) и (3.17) следующим образом:

$$\lambda = \frac{f_a}{f_f} \cdot \left( M - \frac{F_A}{g} \right) - M, \quad (3.20)$$

$$C_x = \frac{(k_f \cdot f_a + k_a \cdot f_f) \cdot (M - \frac{F_A}{g})}{0.5 \cdot \rho \cdot A \cdot f_f} \quad (3.21)$$

Таким образом, методику измерений присоединенной массы можно представить следующим образом:

1. С помощью взвешивания определяем массу тела в воде и воздухе и массу платформы. По 3D модели определяем моменты инерции вращающихся роликов.
2. Выбираем массу буксирующего груза. С помощью анализа потока жидкости определяем часть траектории (интервал времени), на котором течение можно считать потенциальным.
3. Проводим эксперименты по определению трения в системе, для этого буксируем тело массой  $M'_M$ , которая равна весу тела в жидкости. Определяем зависимость перемещения тела  $x_e(t)$ . Методом наименьших квадратов для каждого эксперимента серии вычисляем коэффициенты  $f_a$ ,  $k_a$ . Вычисляем средние значения  $\langle f_a \rangle$ ,  $\langle k_a \rangle$  по всем экспериментам. Корректность

полученных данных проверяем путем оценки распределения ошибки для каждого из коэффициентов.

4. Проводим серию экспериментов по определению силы сопротивления жидкости. Для этого крепим к буксируемой платформе тело массой  $M_M$  и определяем зависимость перемещения  $x_e(t)$ . Аналогично предыдущему пункту определяем коэффициенты  $f_f, k_f$  для каждого эксперимента серии и их средние значения  $\langle f_f \rangle, \langle k_f \rangle$ . Корректность полученных данных проверяем путем оценки распределения ошибки для каждого из коэффициентов.
5. По формулам (3.20) и (3.21) вычисляем присоединенную массу  $\lambda$  и коэффициент лобового сопротивления  $C_X$ .

Среднее значение определим по следующей формуле:

$$\langle \bar{x} \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (3.22)$$

где  $n$  - количество измерение.

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.23)$$

В каждом из пунктов 3, 4 мы проводили не менее 20 экспериментов с одинаковыми начальными условиями. После каждого протягивания тела в воде требовалось не менее двух минут для затухания волн и рассеяния вихревых структур, образовавшихся после прохода тела. Указанное время затухания получено экспериментально с помощью PIV системы. По истечению данного промежутка времени скорость фонового течения не превышает 1 мм/с.

### **Определение присоединенных масс эллипсоида вращения**

Для проверки адекватности методики был проведен эксперимент с телом, присоединенные массы которого известны. В качестве исследуемой модели взят

эллипсоид вращения (см. рис. 3.12) с полуосями:  $a = 0.15$  м. и  $b = 0.10$  м. Измерения присоединенных масс эллипсоида производились на глубине  $h = 0.16$  м. В качестве крепежа использовался цилиндрическая балка диаметром  $c = 0.025$  м.

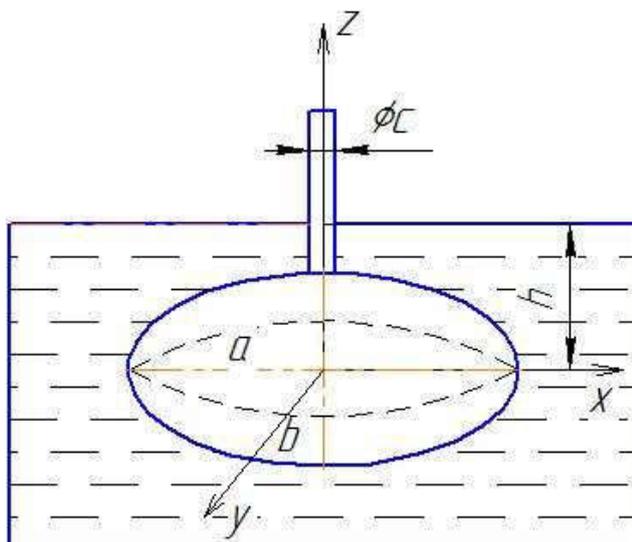


Рис. 3.12. Эллипсоид вращения

В соответствии с эмпирическими зависимостями, представленными в [84], значения присоединенных масс эллипсоида равны:

1. При движении вдоль оси  $x$ :  $\lambda_x = 2.780$  кг.
2. При движении вдоль оси  $y$ :  $\lambda_y = 6.126$  кг.

В соответствии с алгоритмом, представленным в разделе 3.3.1

1. Определим массовые характеристики системы: масса исследуемого тела в воздухе  $M_M = 0.9274$  кг., в воде  $M'_M = 0,2910$  кг., масса платформы  $M_{pl} = 0.7805$  кг., моменты инерции вращающихся роликов  $J_1 = 6.66 \cdot 10^{-6}$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>;  $J_2 = 9.58 \cdot 10^{-6}$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>;  $J_3 = 3.17 \cdot 10^{-6}$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>.

2. Выберем буксирующий груз массой  $m = 0.2680$  кг. и определим интервал перемещения, на котором обтекание эллипсоида вращения близко к потенциальному. Для определения характера течения в разные моменты движения проводилось PIV измерение поля скорости (линий токов) жидкости вблизи буксируемого тела на разных участках траектории (см. рис. 3.13).

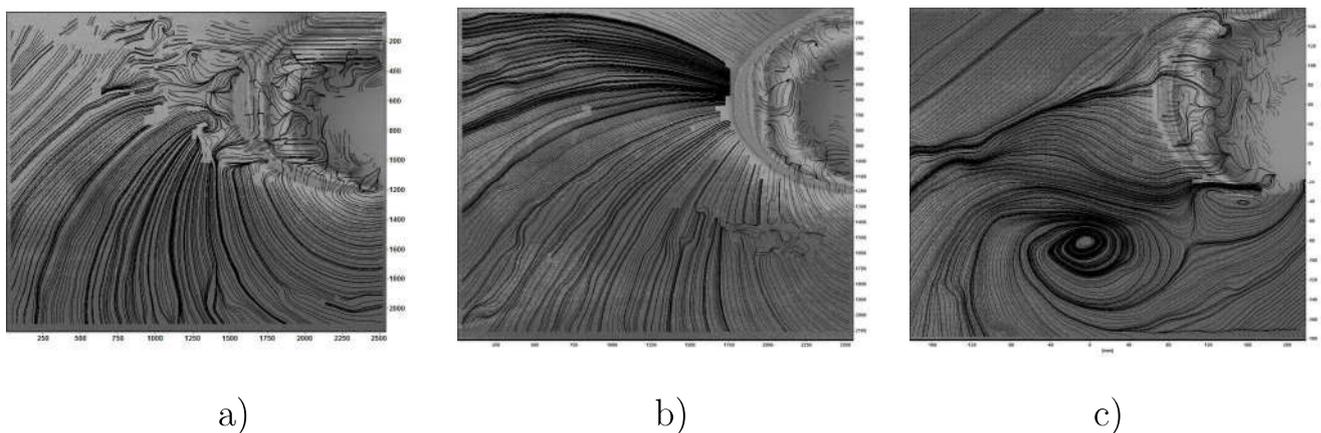


Рис. 3.13. Линии тока жидкости при буксировании эллипсоида на различных участках траектории а) момент начала движения, б)  $x = 0.4$  м, в)  $x = 0.8$  м

Перед тем как тело начало двигаться, наблюдалось хаотическое движение окружающей жидкости (фоновые течения и волнение свободной поверхности не превышающие  $1$  мм/с). На начальном этапе движения (рис. 3.13а) скорость тела мала и скорость создаваемого им потока соизмерима со скоростью фоновых течений. Поэтому наблюдается нерегулярная структура потока.

По мере разгона тела скорость потока растет и начинает превосходить скорость фонового течения. Линии тока, соответствующие этому этапу движения, изображены на рис. 3.13б). Заметим, что не наблюдается какого-либо вихреобразования вблизи тела, а характер течения близок к потенциальному. Небольшие искажения линий тока связаны с фоновыми течениями.

На рисунке 3.13с) показаны линии тока, соответствующие условно установившемуся режиму обтекания (ускорение тела мало). На данном отрезке течение носит ярко выраженный вихревой характер. Течение за телом является отрывным и нерегулярным. Непредсказуемый сход вихрей приводит к нерегулярным пульсациям гидродинамического сопротивления и может существенно исказить результаты измерений.

В проведенном эксперименте было установлено, что целесообразно измерять присоединенные массы эллипсоида вращения при буксирующем грузе  $m = 0.2680$  кг. на интервале  $x \in [0, 0.5]$  м.

3. Проведем серию экспериментов с корректирующей массой равной  $M'_M = 0,2910$  кг. Каждую полученную зависимость  $x_e(t)$  аппроксимируем уравнением (3.15) методом наименьших квадратов и получаем  $f_a$  и  $k_a$ . Значения  $f_a$  и  $k_a$  представлены на рисунках 3.14, 3.15 в зависимости от номера эксперимента.

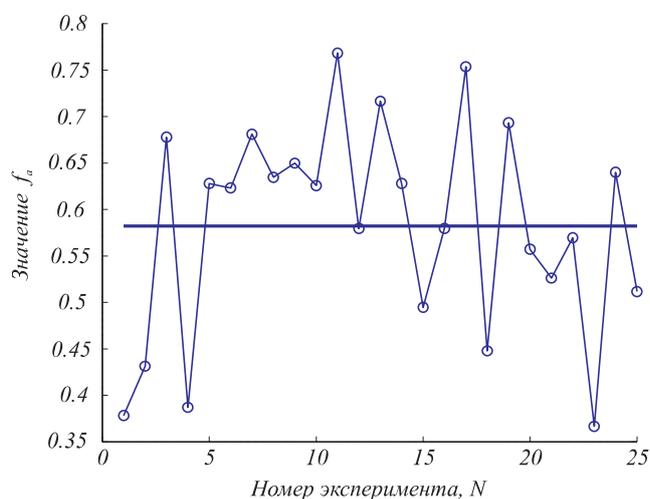


Рис. 3.14. Значения  $f_a$  при  $m = 0.2680$  кг

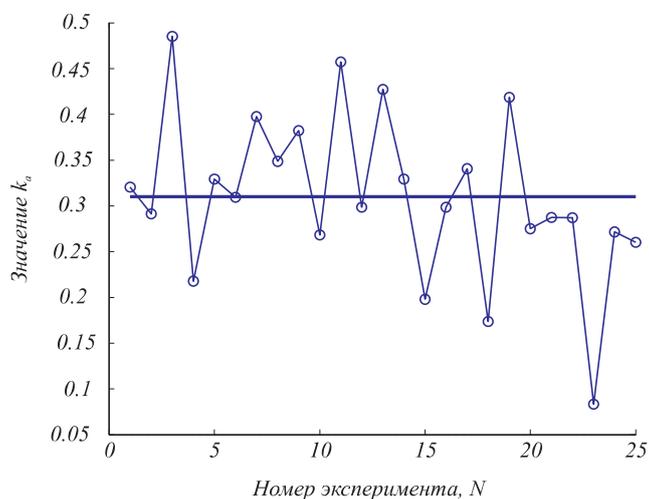


Рис. 3.15. Значения  $k_a$  при  $m = 0.2680$  кг

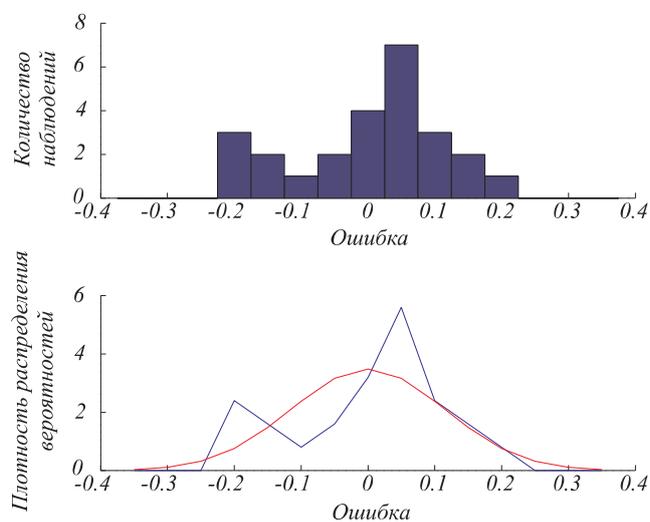


Рис. 3.16. Распределение ошибки  $f_a$

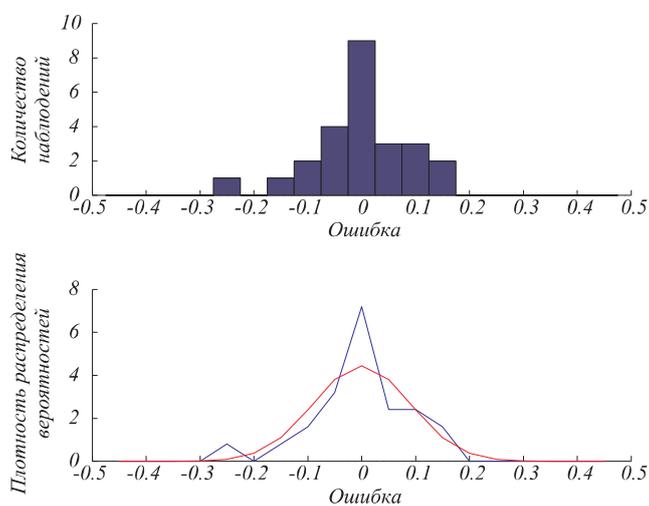


Рис. 3.17. Распределение ошибки  $k_a$

В результате статистической обработки получены следующие средние значения  $\langle f_a \rangle = 0.5820$ ,  $\langle k_a \rangle = 0.3103$ , среднеквадратичные отклонения  $\sigma(f_a) = 0.1146$ ,  $\sigma(k_a) = 0.0898$ . Для проверки корректности полученных данных про-

ведем оценку распределения ошибки для каждого из коэффициентов, рисунок 3.16, 3.17.

4. Проведем серию экспериментов с буксированием погруженного эллипсоида вращения вдоль оси  $x$  (см. рис. 3.12). Для каждой экспериментальной зависимости  $x_e(t)$  методом наименьших квадратов определяем значения  $f_{fx}$  и  $k_{fx}$ , при которых решение уравнения (3.19) наилучшим образом описывает экспериментальную зависимость  $x_e(t)$ . Полученные значения  $f_{fx}$  и  $k_{fx}$  приведены на рисунках 3.18, 3.19. Распределение ошибок измерения приведены на рисунках 3.20, 3.21.

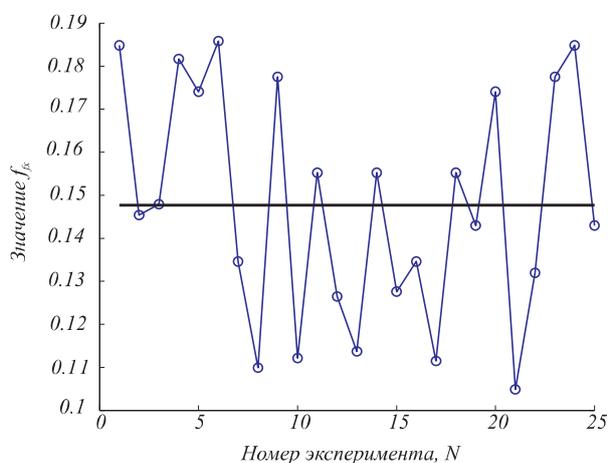


Рис. 3.18. Значения  $f_{fx}$  при  $m = 0.2680$  кг

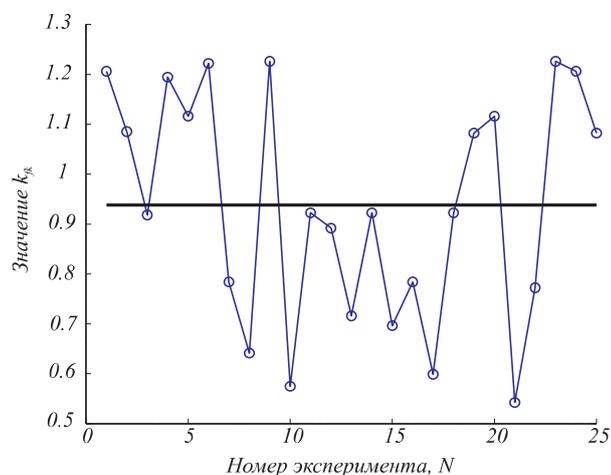


Рис. 3.19. Значения  $k_{fx}$  при  $m = 0.2680$  кг

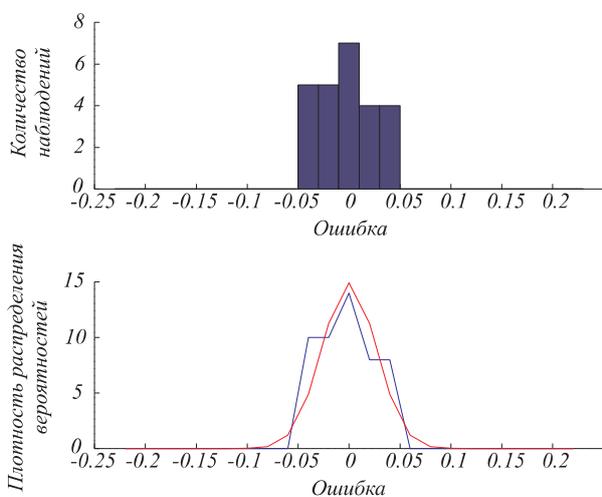


Рис. 3.20. Распределение ошибки  $f_{fx}$

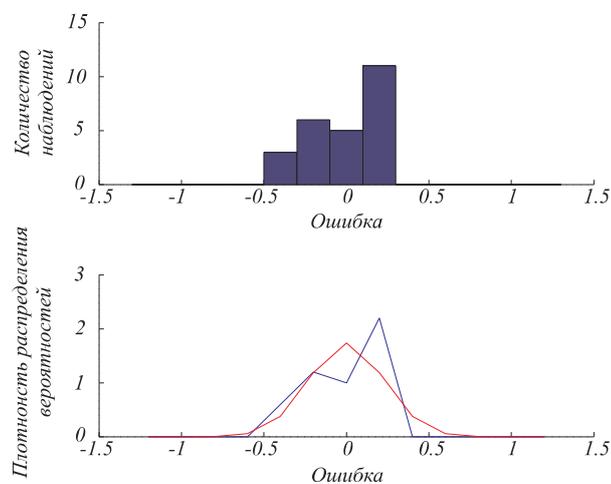


Рис. 3.21. Распределение ошибки  $k_{fx}$

В результате статистической обработки получены следующие средние значения  $\langle f_{fx} \rangle = 0.1477$ ,  $\langle k_{fx} \rangle = 0.9380$  и среднеквадратичные отклонения  $\sigma(f_{fx}) = 0.0267$ ,  $\sigma(k_{fx}) = 0.2290$ .

5. Для расчета значения присоединенных масс и коэффициента лобового сопротивления, подставим значения средних величин  $\langle f_a \rangle$ ,  $\langle f_{fx} \rangle$  и  $\langle k_a \rangle$ ,  $\langle k_{fx} \rangle$  в выражение (3.20) и (3.21). В результате получаем следующие значения  $\lambda_x = 3.0930$  кг. и  $C_x = 0.3345$ , относительные погрешности  $\sigma(\lambda_x) = 0.6445$ ,  $\sigma(C_x) = 0.0987$ .

При протягивании эллипсоида вдоль оси  $y$  повторяем процедуры описанные в пункте 4, 5. Полученные результаты представлены на рисунках 3.22, 3.23 и 3.24, 3.25.

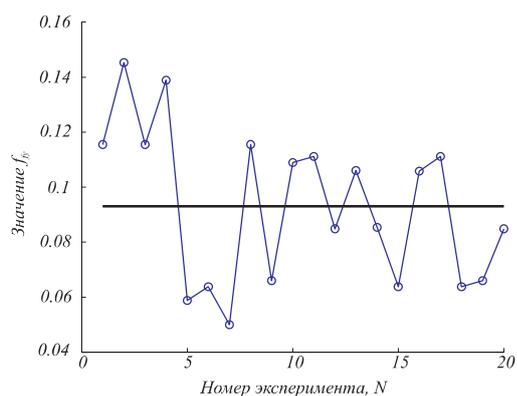


Рис. 3.22. Значения  $f_{fy}$  при  $m = 0.2680$  кг

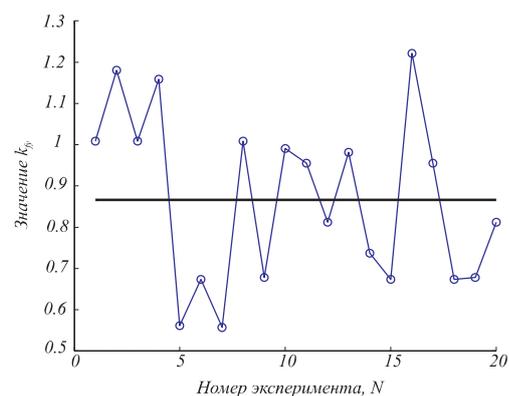


Рис. 3.23. Значения  $k_{fy}$  при  $m = 0.2680$  кг

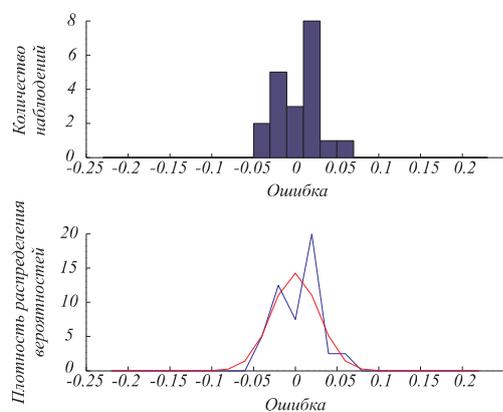


Рис. 3.24. Распределение ошибки  $f_{fy}$

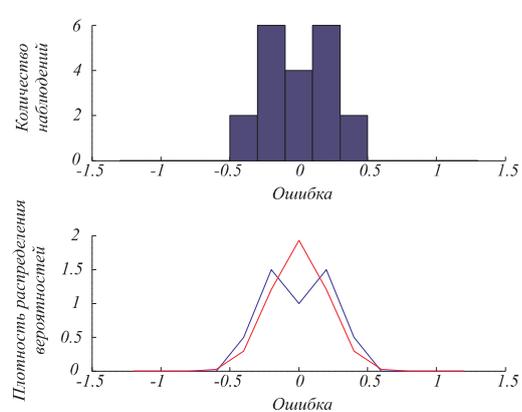


Рис. 3.25. Распределение ошибки  $k_{fy}$

В результате статистической обработки получены следующие средние значения  $\langle f_{fy} \rangle = 0.0930$ ,  $\langle k_{fy} \rangle = 0.8660$  и среднеквадратичные отклонения  $\sigma(f_{fy}) = 0.0279$  и  $\sigma(k_{fy}) = 0.2063$ .

Подставив данные значения в выражения 3.20 и 3.21, получаем  $\lambda_y = 6.7909$  кг.,  $C_y = 0.3059$ , относительные погрешности  $\sigma(\lambda_y) = 1.1194$ ,  $\sigma(C_y) = 0.0872$ .

Хотя теоретические значения попадают в доверительный интервал, однако погрешность эксперимента достаточно велика. Это может быть связано со следующими причинами:

1. Влияние крепежа, который вносит небольшую ошибку за счёт сопротивления самого крепежа и процесса волнообразования.
2. Возможное нерегулярное проскальзывание нити, приводящее к флуктуации эффективной массы.
3. Выбранная модель трения недостаточно точно описывает трение, возникающее в данной конструкции.
4. Влияние фоновых течений несмотря на их небольшую величину.
5. Неточность в определении участка траектории, на котором течение жидкости можно считать потенциальным.

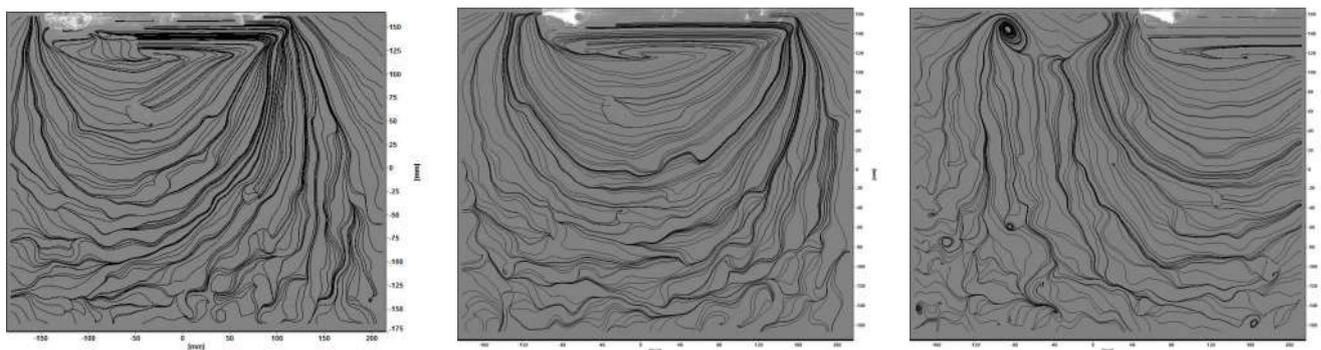
По результатам эксперимента можно сделать вывод, что предложенная экспериментальная методика корректна и может применяться для определения присоединенных масс реальных объектов.

## **Определение присоединенных масс локомотивной мобильной платформы**

Воспользуемся методикой, представленной в разделе 3.3.1, для определения присоединенных масс локомотивной мобильной платформы.

1. Определим массовые характеристики: масса тела  $M_M = 0.8844$  кг., так как исследуемое тело плавает по поверхности, то есть  $M'_M = 0$ .

2. Выбираем буксирующий груз массой  $m = 0.200$  кг. и определяем интервал безвихревого движения, воспользовавшись системой PIV (см. рис. 3.26)



a) b) c)

Рис. 3.26. Линии тока жидкости при движении локомотивной мобильной платформы на различных участках траектории а) момент начала движения, б)  $x = 0.4$  м , с)  $x = 0.8$  м

Из рисунков 3.26 а) – 3.26 с) видно, что в момент старта и через 0.4 м пройденного пути в жидкости отсутствуют вихревые структуры, а через 0.8 м можно наблюдать сошедший вихрь. Экспериментально установлено, что безвихревым можно считать движение в интервале траектории  $x \in [0 0.6]$  м, при буксирующем грузе массой  $m = 0.200$  кг.

3. Вычисленные по изложенной выше методике значения  $f_a$ ,  $k_a$ ,  $f_{fx}$ ,  $k_{fx}$ ,  $f_{fy}$ ,  $k_{fy}$  и распределения ошибок этих величин представлены на рисунках (3.27 – 3.38)

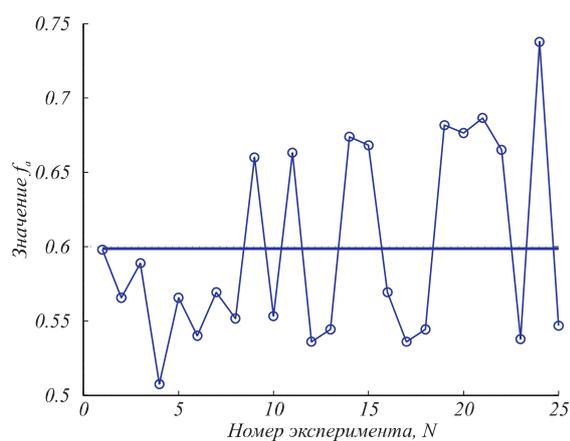


Рис. 3.27. Значения  $f_a$  при и  $m = 0.200$  кг

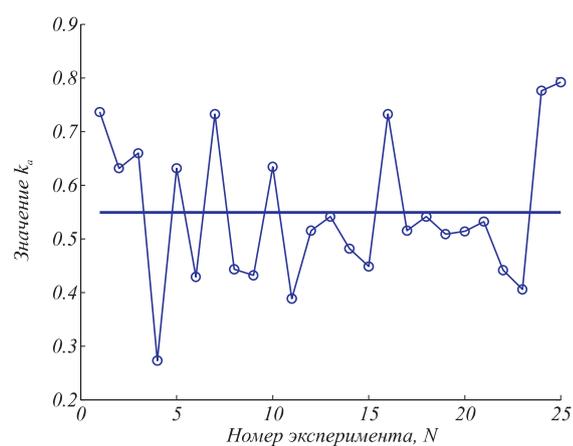


Рис. 3.28. Значения  $k_a$  при и  $m = 0.200$  кг

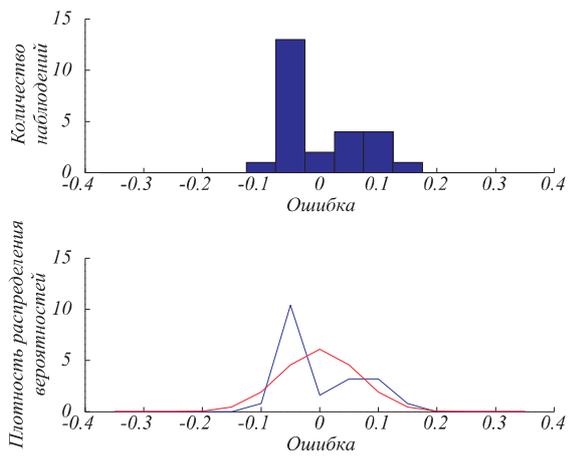


Рис. 3.29. Распределение ошибки  $f_a$

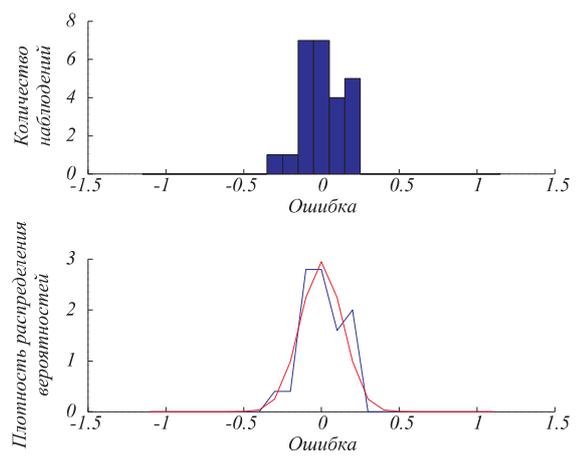


Рис. 3.30. Распределение ошибки  $k_a$

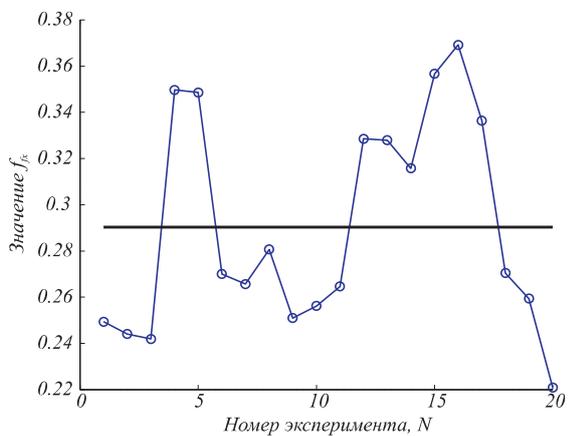


Рис. 3.31. Значения  $f_{fx}$  при  $m = 0.200$  кг.

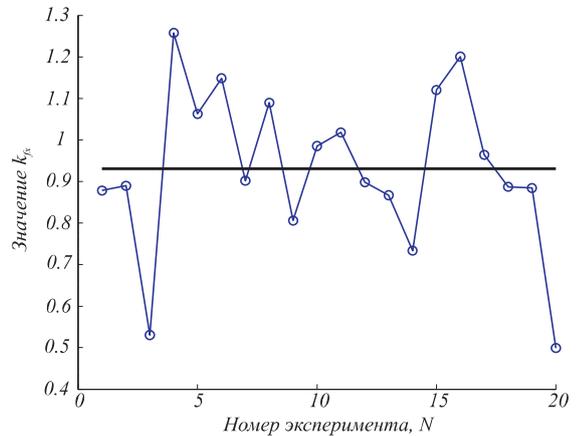


Рис. 3.32. Значения  $k_{fx}$  при  $m = 0.200$  кг.

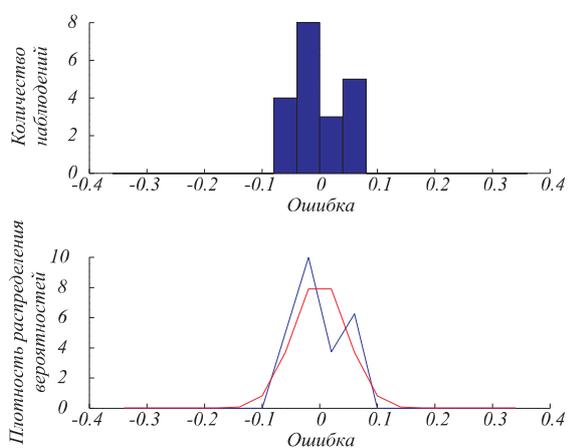


Рис. 3.33. Распределение ошибки  $f_{fx}$

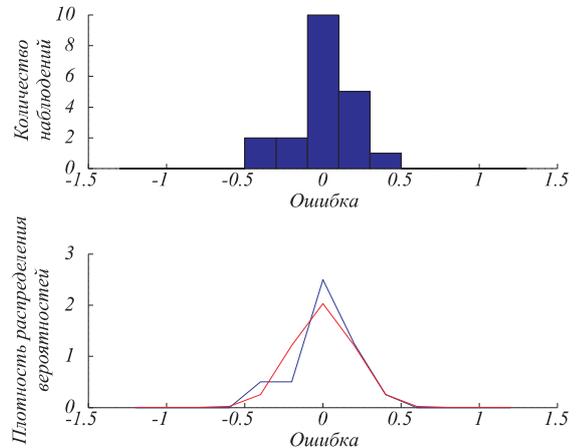


Рис. 3.34. Распределение ошибки  $k_{fx}$

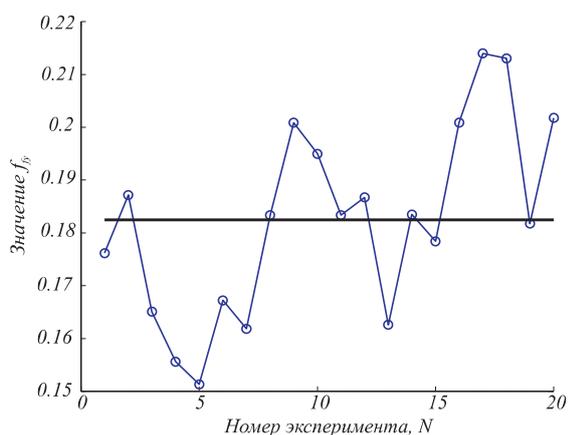


Рис. 3.35. Значения  $f_{fy}$  при  $m = 0.200$  кг

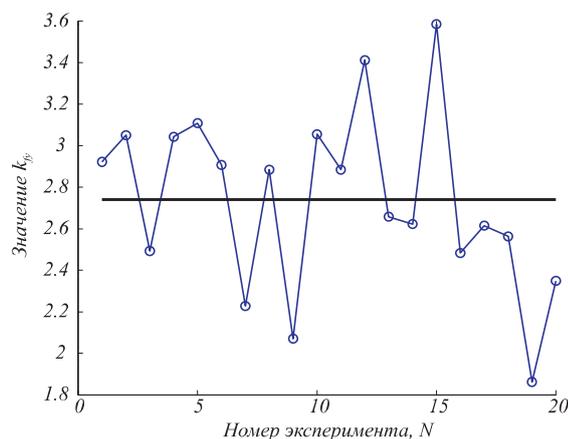


Рис. 3.36. Значения  $k_{fy}$  при  $m = 0.200$  кг

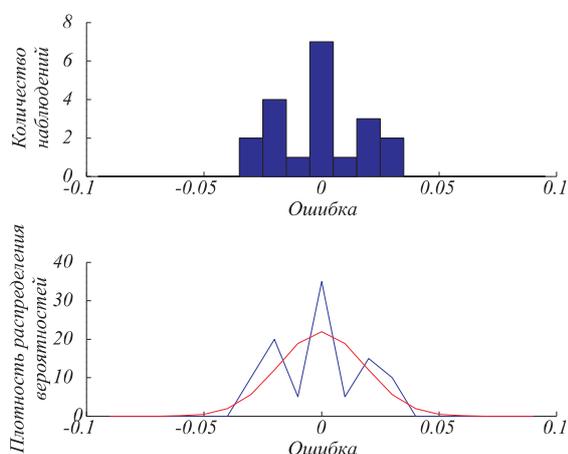


Рис. 3.37. Распределение ошибки  $f_{fy}$

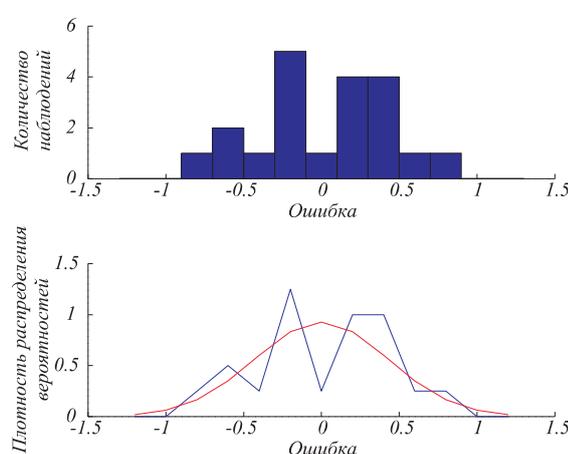


Рис. 3.38. Распределение ошибки  $k_{fy}$

В результате статистической обработки этих данных получены следующие значения коэффициентов:

$$\begin{aligned} \langle f_a \rangle &= 0.5988, \quad \langle k_a \rangle = 0.5497, \quad \sigma(f_a) = 0.0655, \quad \sigma(k_a) = 0.1353; \\ \langle f_{fx} \rangle &= 0.2904, \quad \langle k_{fx} \rangle = 0.9313, \quad \sigma(f_{fx}) = 0.0459, \quad \sigma(k_{fx}) = 0.1965; \\ \langle f_{fy} \rangle &= 0.1825, \quad \langle k_{fy} \rangle = 2.7399, \quad \sigma(f_{fy}) = 0.0182 \quad \text{и} \quad \sigma(k_{fy}) = 0.4305. \end{aligned}$$

Соответственно, присоединенные массы локомотивной мобильной платформы и коэффициенты лобового сопротивления равны:

$$\begin{aligned} \lambda_x &= 0.9183 \text{ кг}, \quad \sigma(\lambda_x) = 0.1251; \quad \lambda_y = 1.4157 \text{ кг}, \quad \sigma(\lambda_y) = 0.1868; \\ C_x &= 0.0661, \quad \sigma(C_x) = 0.0177; \quad C_y = 0.1313, \quad \sigma(C_y) = 0.0330 \end{aligned}$$

### 3.3.2. Определение коэффициентов сопротивления

Для определения коэффициентов сопротивления  $C_\xi, C_\eta, C_{N\xi}$  проведены предварительные эксперименты с неподвижными внутренними массами по следующей методике: внутренние массы тела устанавливались в положение  $\vartheta_1 = 0, \vartheta_2 = -\pi$ , при котором углы ориентации  $\phi = \psi = \theta = 0$  и в каждом направлении ( $O_1\xi, O_1\eta$ ), поочередно устройству придавался начальный импульс и записывалось его движение. А для определения  $C_{N\xi}$  телу создавался начальный угол крена. Коэффициенты сопротивления определялись с помощью аппроксимации экспериментальных данных зависимостями (2.32). На рисунках 3.39 и 3.40 представлены изменения продольной ( $V_\xi$ ) и поперечной ( $V_\eta$ ) скорости движения тела по времени.

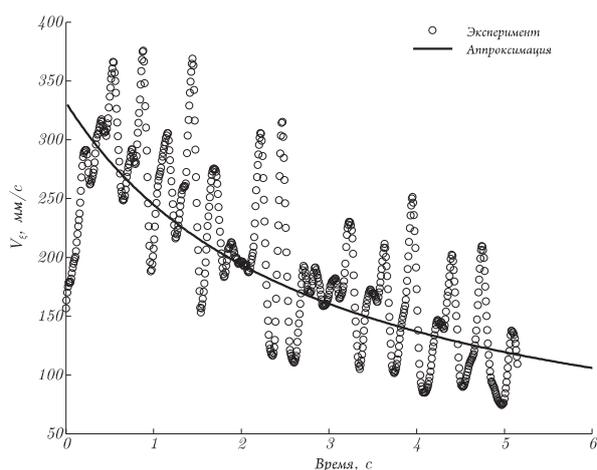


Рис. 3.39. Продольное торможение мобильной платформы

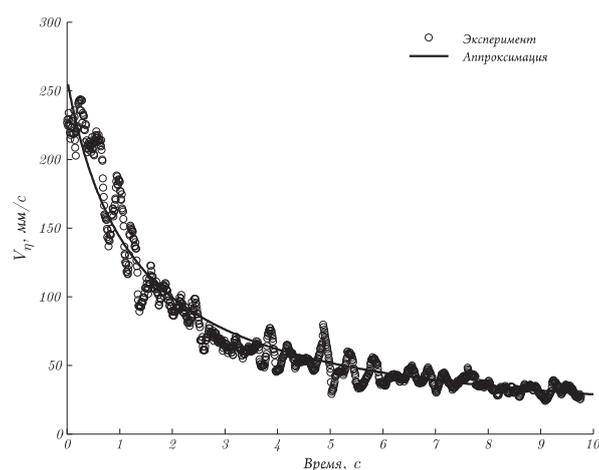


Рис. 3.40. Поперечное торможение мобильной платформы

На рисунке 3.41 показаны затухающие колебания и изменение угла крена  $\phi$  во времени, возникшие при начальном угле крена.

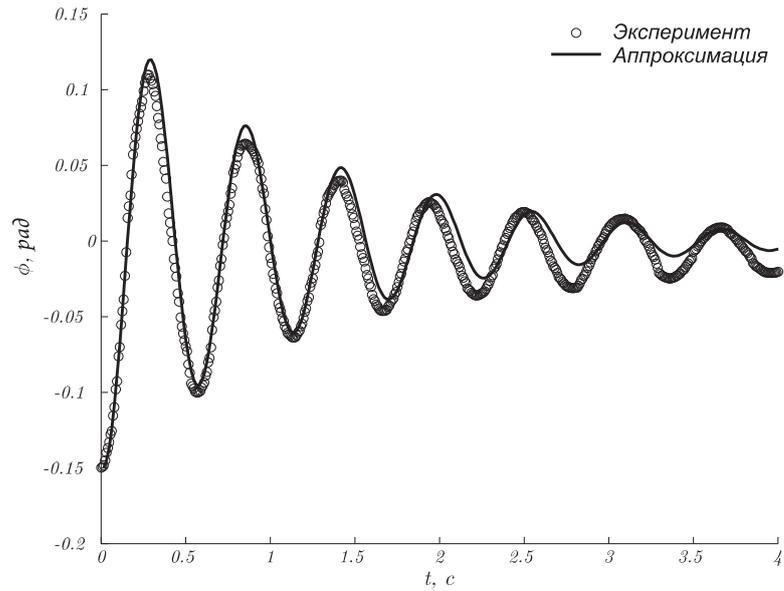


Рис. 3.41. Изменение угла крена во времени

В результате данных экспериментов были получены следующие коэффициенты сопротивления для зависимостей:

$$C_{\xi} = 1.5, \quad C_{\eta} = 7, \quad C_{N\xi} = 0.0275 \quad (3.24)$$

### 3.4. Разработка системы управления

Для управления локомотивной мобильной платформой разработана система управления. На рисунке 3.42 представлена структурная схема системы управления. Утолщённой линией показаны линии связи, обеспечивающие энергетический обмен, тонкими линиями – управляющий и информационный.

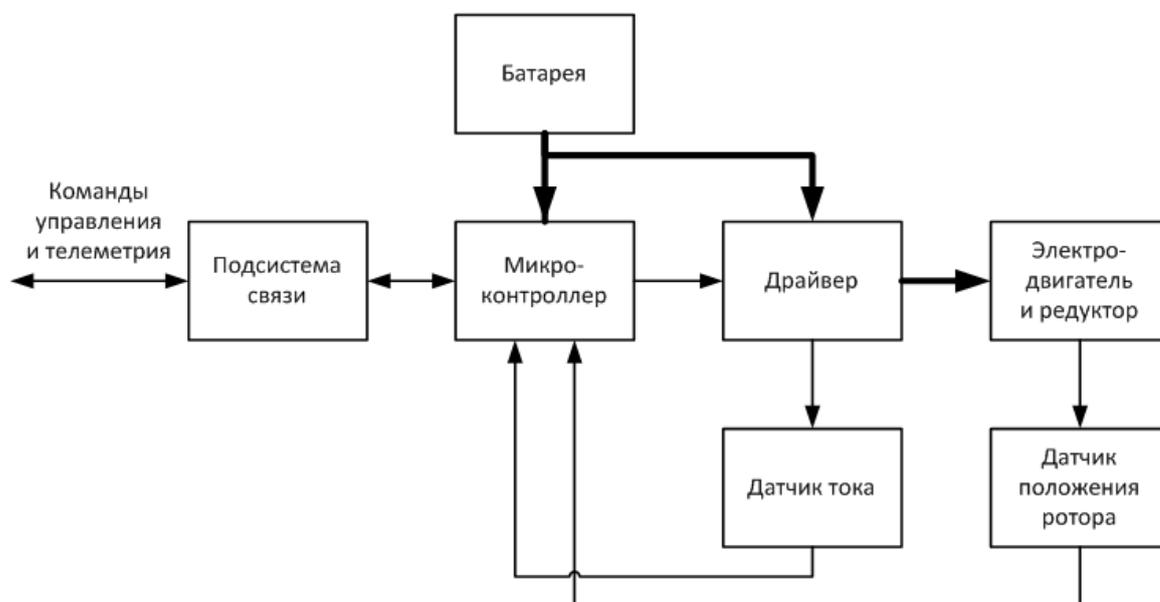


Рис. 3.42. Структурная схема системы управления локомотионной мобильной платформой

Основным узлом, обеспечивающим преобразование энергии источника постоянного тока (батареи) в сигналы управления электродвигателем, является драйвер. В данном случае используется драйвер двигателя постоянного тока фирмы ST VNН3SP30 – интегральный Н-мостовой драйвер. Микросхема содержит двоянный монолитный HSD-блок привода и два нижних силовых ключа. Переключающая часть HSD-блока построена по технологии VIPower M0, обеспечивающей эффективную интеграцию силовых MOSFET-ключей с интеллектуальными схемами защиты и обработки сигнала на одной полупроводниковой пластине. Нижние ключи изготавливаются по STripFET-технологии производства вертикальных MOSFET-ключей. Максимальный выходной ток VNН3SP30 составляет  $\pm 30\text{A}$ , диапазон напряжения питания  $5.5\text{V} \dots 36\text{V}$ . Максимальное сопротивление сток-исток в открытом состоянии ключа  $R_{DS(on)}$  не более  $34\text{ мОм}$ , что определяет низкие потери при работе силовых ключей.

В качестве цифрового управляющего устройства выбран микроконтроллер фирмы NXP LPC1768, построенный на ядре ARM Cortex-M3. Данный микроконтроллер имеет богатый набор периферии: 37 портов вводов/выводов общего назначения, которые могут принимать входной сигнал до 5В; 16-битный таймер общего назначения, который может генерировать до 4 ШИМ – сигналов; спе-

циальный 16-битный таймер для управления двигателем; сторожевой таймер (watchdog); интерфейсы связи I2C, USART, SPI, CAN, USB 2.0.

В разработанной системе на микроконтроллер возлагаются следующие функции:

- измерение токов высокоскоростным блоком АЦП,
- определение положения вала электродвигателя,
- обработка поступивших команд управления от системы верхнего уровня и определение на их основе требуемого режима работы,
- формирование логических сигналов драйверу для поддержания заданной частоты вращения двигателя.

Для получения информации об электрических процессах, происходящих на входных и выходных цепях электропривода, блок электроники оснащен шунтовым датчиком тока. Для определения тока, протекающего через шунт, реализована схема, измеряющая падение напряжения на шунте. Поскольку падение составляет милливольты, то для согласования с диапазоном измерения АЦП микроконтроллера установлен усилительный каскад на операционном усилителе (ОУ).

Для получения информации об угловом положении ротора в системе управления реализован блок оцифровки двухканального энкодера.

Наличие информации об электрических и угловых параметрах электропривода позволяет реализовать различные алгоритмы управления и реализации защит от работы в перегрузочных режимах.

Для обеспечения возможности получения команд управления мобильной платформой, система управления имеет подсистему связи с персональным компьютером по Bluetooth, используется Bluetooth-модуль HC-05.

Для вывода частоты вращения внутренних масс на заданную величину и обеспечения постоянства скорости вращения на всём обороте в условиях колебания мобильной платформы в системе управления реализована двухконтурная структура подчиненного регулирования с последовательной коррекцией. Схема

управления представлена на рисунке 3.43.

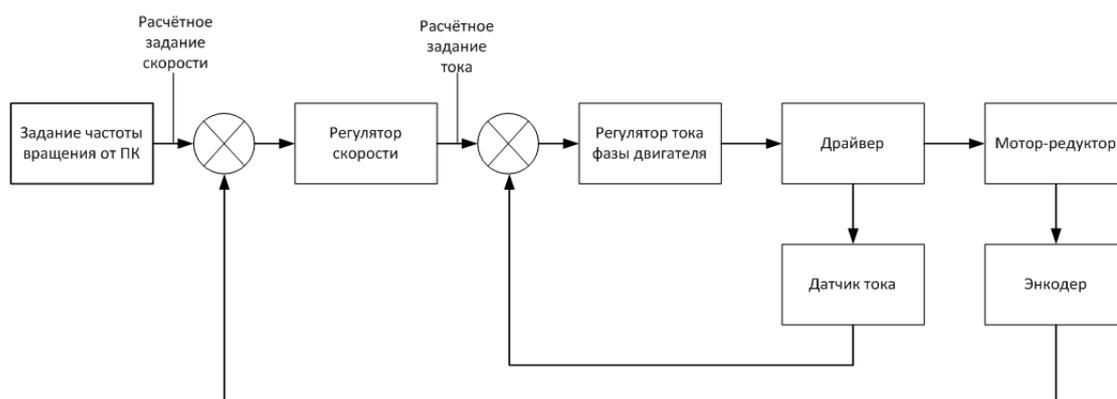


Рис. 3.43. Структурная схема управления электродвигателем локомотивной мобильной платформы

Схема управления состоит из контура управления по скорости и внутреннего контура управления по току.

Контур управления по току обеспечивает управление моментом в электродвигателе. Задача контура поддерживать заданный уровень момента в обмотках электродвигателя. Задание требуемого момента формируется контуром скорости вращения вала электродвигателя. Задача этого контура поддерживать требуемую скорость (частоту вращения ротора). Задание скорости поступает от системы верхнего уровня (ПК).

Каждый из рассмотренных контуров с помощью своего регулятора поддерживает на заданном уровне свою величину. В случае большого рассогласования каждый из контуров будет создавать выходное компенсирующее воздействие на последующие контуры, чтобы свести это рассогласование к нулю.

## Глава 4

# Экспериментальная оценка движения локомоционной мобильной платформы в жидкости

В данной главе представлены результаты натурного эксперимента движения локомоционной мобильной платформы в сравнении с моделями движения в двухмерной постановке и трёхмерной постановке с учетом внешних сил, действующих на робот со стороны жидкости. Отметим, что несмотря на очевидную грубость двухмерной модели, полученные в ее рамках результаты, качественно совпали с экспериментальными данными. Тем не менее, количественные характеристики движения, измеренные экспериментально, существенно отличаются от теоретических. Основной причиной отличия экспериментальных данных от теории, по нашему мнению, является процесс вихреобразования. Это подтвердили проведенные исследования вихревых структур, образующихся при движении локомоционной мобильной платформы.

Несмотря на ряд ограничений трехмерная математическая модель движения, учитывающая силу тяжести, выталкивающую силу Архимеда и силу сопротивления со стороны вязкой жидкости, даёт хорошее совпадение расчетных характеристик движения с результатами экспериментов как качественно, так и количественно.

Таким образом, можно сделать вывод, что для исследования (поиск оптимальных управляющих воздействий) и качественного анализа движения локомоционной мобильной платформы, перемещающейся за счёт изменения распределения масс, можно использовать двухмерную модель движения, а для количественного описания движения и синтеза механизма нужно использовать предложенную трёхмерную математическую модель.

## 4.1. Описание лабораторного стенда и методики эксперимента

Для проверки согласованности математической модели движения твердого тела с подвижными внутренними массами с реальным устройством был разработан лабораторный стенд и методика проведения эксперимента по определению траектории движения локомоционной мобильной платформы при различных скоростях вращения внутренних масс  $\omega$ . Лабораторный стенд состоит из бассейна  $3 \times 1.5 \times 1.5$  м. и системы Vicon Motion Capture, которая используется для отслеживания траектории движения локомоционного мобильного робота с точностью 0,1 мм.

Эксперименты проводились по следующему алгоритму:

1. На корпусе закрепить светоотражающие маркеры системы Vicon Motion Capture, задающие систему координат, жестко связанную с устройством.
2. Выставить начальное смещение внутренних масс  $\vartheta_1 = 0$ ,  $\vartheta_2 = -\pi$ .
3. Поместить устройство в центр бассейна.
4. Выждать время релаксации воды (порядка 5 мин).
5. Запустить систему отслеживания движения Vicon Motion Capture, задать необходимую частоту вращения внутренних масс и запустить устройство.
6. По полученным данным рассчитать среднее направление движения и определить параметры траектории движения (амплитуду, шаг продвижения, среднюю скорость движения) и углы ориентации  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ .

## 4.2. Сравнение результатов натурального эксперимента с результатами моделирования задачи в двухмерной постановке

По методике, представленной в разделе 4.1, проведено несколько серий экспериментов с различными скоростями вращения внутренних масс (от 100 до

1000 об/мин с шагом 100 об/мин), не менее 5 экспериментов в каждой серии.

Пример траектории движения центра масс и зависимости компонент скорости локомоторного надводного робота от времени при  $\Omega = 300$  об/мин приведены на рисунках 4.1а и 4.1б.

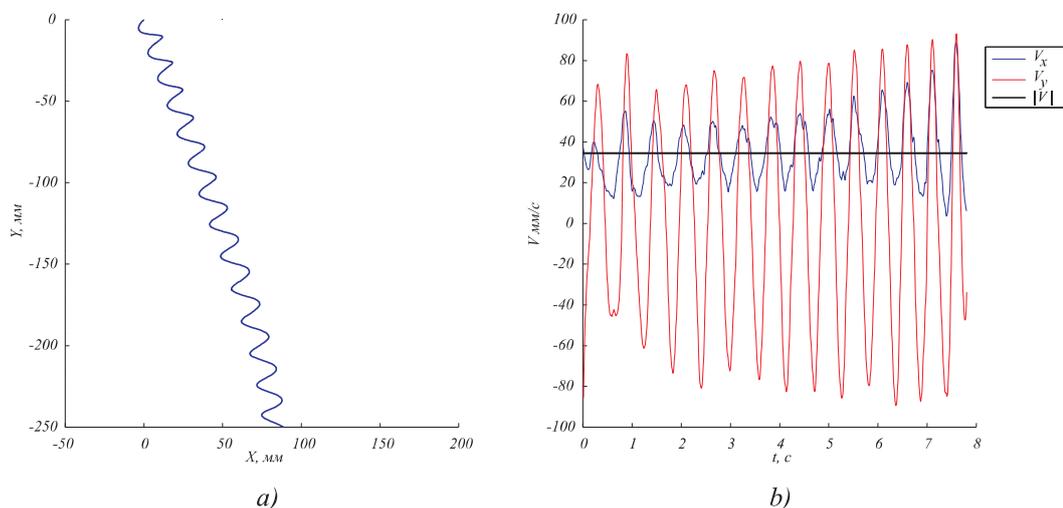


Рис. 4.1. Экспериментальные данные, полученные при движении локомоторной мобильной платформы в жидкости с  $\Omega = 300$  об/мин а)траектория движения, б)зависимость компонент скорости движения от времени

Из рисунков 2.2, 2.11 и 4.1 видно, что характер движения мобильной платформы качественно схож с результатами математического моделирования в двухмерной и трёхмерной постановке. В обоих случаях происходит в среднем прямолинейное движение с периодическими поперечными колебаниями.

На рисунке 4.2 представлен график сравнения результатов эксперимента с результатами численного моделирования в двухмерной постановке. Величина скорости, полученная в результате численного моделирования, умножена для масштабирования на 50. Из рисунка следует, что линейная скорость продвижения локомоторного робота так же, как и в теории, растет при увеличении скорости вращения эксцентриков, но на порядок превышает теоретические значения.

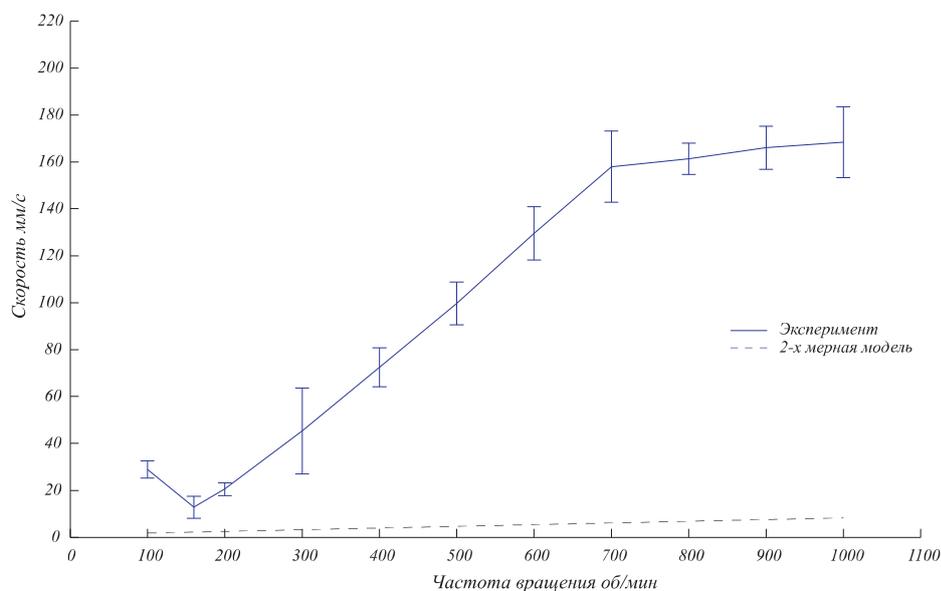


Рис. 4.2. Средняя поступательная скорость движения локомотионной мобильной платформы

В результате проведенных экспериментов можно сделать вывод о том, что качественный характер траектории движения локомотионного мобильного робота совпадает с теоретическими результатами моделирования движения в жидкости в двухмерной постановке. Однако количественные характеристики движения существенно отличаются. Например, экспериментальные значения средней скорости движения  $\bar{V}$  в 50 раз превышают теоретические значения.

Существенный вклад в указанные отличия, по нашему мнению, вносит процесс вихреобразования и взаимодействие вихревых структур с движущейся платформой. В связи с этим было проведено исследование характера циркуляции жидкости вокруг движущегося робота.

### 4.3. Исследование поля скорости жидкости вокруг движущейся локомотионной мобильной платформой

Для исследования характера течения жидкости вблизи мобильной платформы использовался бесконтактный оптический метод трассерной визуализации потока PIV (Particle Image Velocimetry), позволяющий регистрировать

мгновенное поле скорости в плоскости измерения, не влияя на характер течения жидкости. Подробное описание метода можно найти, например, в [89].

Для PIV измерений был разработан лабораторный стенд (рис. 4.3), который состоит из следующих элементов:

1. Бассейн  $1 \times 0,8 \times 0,6$  м, заполненный водой с примесью светоотражающих частиц (трассеров). В качестве таких частиц использовались полые стеклянные сферы диаметром 1 мкм.
2. Сдвоенный импульсный Nd:YAG лазер производства Litron Laser (модель NANO L 200-15). Для волны 532 нм, максимальная энергия 230 мДж, максимальная частота повторения импульсов 15 Гц.
3. Оптический канал с внутренней системой зеркал и блок формирования лазерного ножа.
4. Видеокамера Imager sCMOS производства LaVision с объектив Nikon 50 мм f/1.4D и светофильтром на 532 нм. Максимальная частота съемки не более 15 Гц.
5. Блок-синхронизации лазера и камеры с программным продуктом DaViS фирмы LaVision.
6. Калибровочная пластина, необходимая для относительного позиционирования лазерного ножа и камеры в области съемки, настройки масштабирования изображения (перевод пикселей в метрические единицы).



Рис. 4.3. Экспериментальная установка исследования течения жидкости вокруг БНР методом PIV

Экспериментальные исследования характера течения жидкости проводились по следующей методике:

1. Определить область жидкости, в которой проводится исследование, и провести калибровку оборудования на данной области.
2. Определить среднюю скорость движения локомотионного робота, рассчитать задержку  $\Delta t$  между последовательными импульсами лазера.
3. Внести в воду трассеры и добиться их относительно однородного распределения по всему объему.
4. Задать максимальную частоту съемки 15 Гц.
5. Определить задержки моментов съемки, обеспечивающие подсветку трассеров при обоих импульсах лазеров.
6. Поместить робота в бассейн и подождать релаксации поля скорости жидкости до фоновых значений. В данном эксперименте фоновым значением скорости было выбрано 0.005 м/с.
7. Запустить робота в области исследования и произвести запись перемещения трассеров в заданной области.
8. С помощью ПО DaViS произвести расчет завихренности и поля скорости жидкости вокруг движущегося робота.

В результате PIV эксперимента были получены значения поля скорости жидкости вокруг кормы движущегося робота в различные моменты времени (рис. 4.4). На рисунке штриховой линией изображен контур мобильной платформы, а сплошной линией показано сечение кия в плоскости измерения (рассекаемого лазерным ножом). С полным видео PIV эксперимента можно ознакомиться на сайте [90].

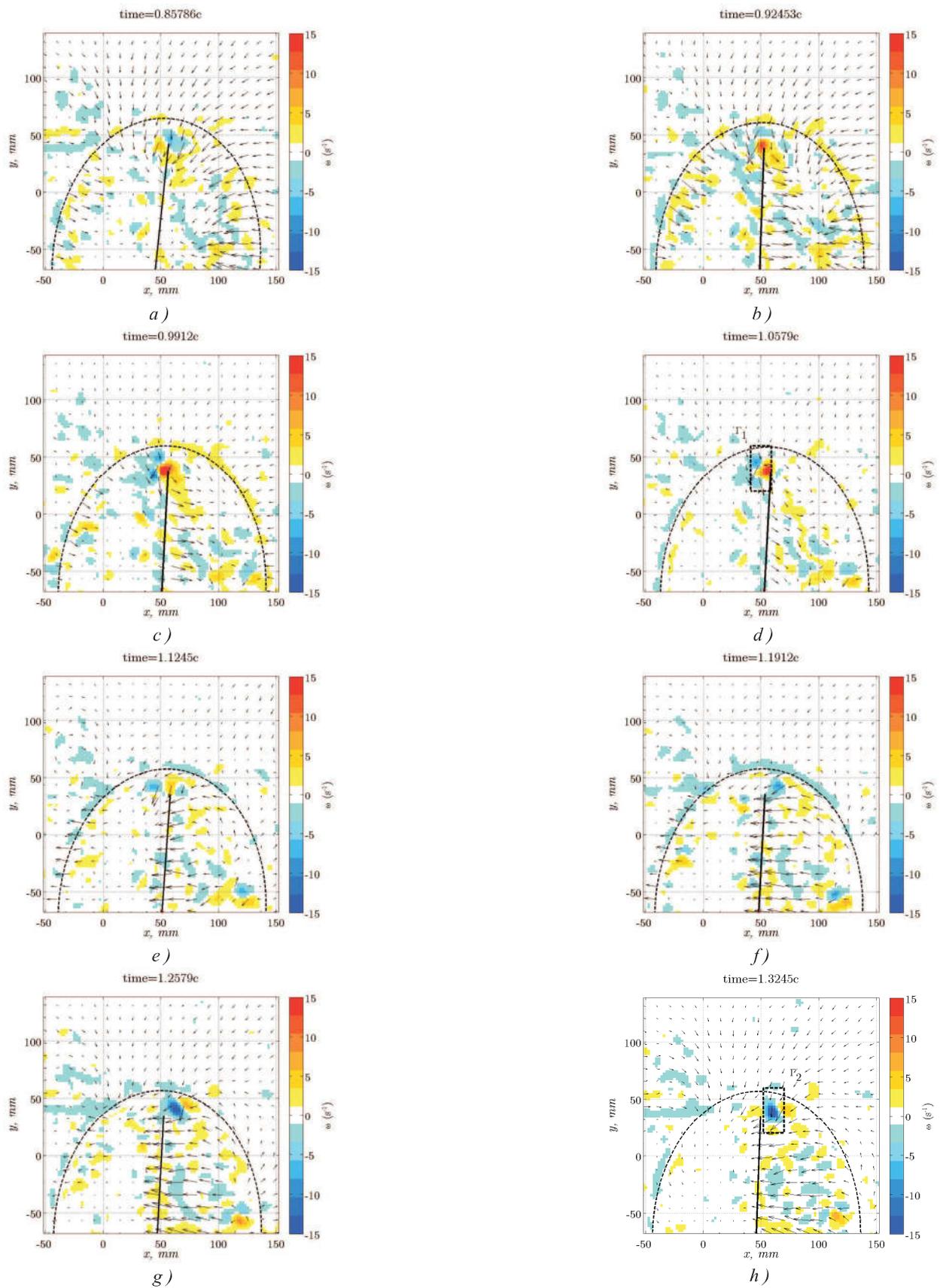


Рис. 4.4. Поле скорости вокруг кормы локомотивной мобильной платформы в различные моменты времени в течение одного периода вращения эксцентриков при  $\omega = 100$  об/мин

На кадрах отчетливо видны образующиеся вблизи кормы вихревые структуры слева и справа от киля. Отрывы вихрей не наблюдаются (рис. 4.4). Для их количественного описания выделим две прямоугольные области слева и справа от киля (рис.4.4 d, g). И вычислим величину завихренности в этих областях в разные моменты времени. Временная зависимость величин завихренности слева  $\Gamma_1$  и справа  $\Gamma_2$  от киля представлена на рисунке 4.5.

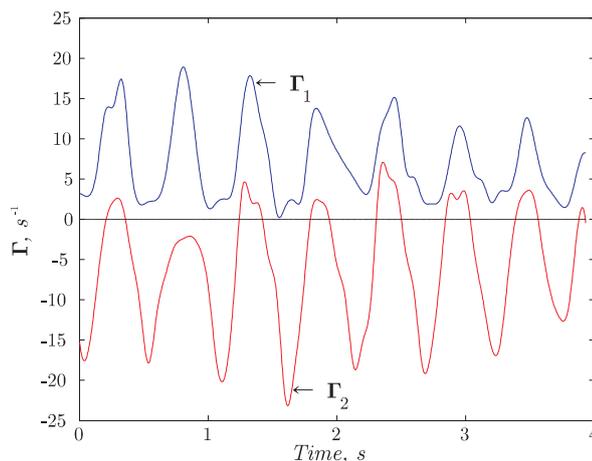


Рис. 4.5. Величина завихренности в окрестностях кормы

В соответствии с полученными данными можно сделать вывод о том, что при движении локомотионной мобильной платформы на корме в области киля создаются две пульсирующие вихревые структуры противоположной интенсивности. Величины завихренности  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  периодически изменяются от нуля до максимального значения. Период изменения завихренности равен времени одного оборота эксцентрика.

#### 4.4. Сравнение результатов натурального эксперимента с результатами моделирования задачи в трёхмерной постановке

Для проверки согласованности математической модели движения твердого тела с подвижными внутренними массами в трёхмерной постановке с реальным устройством проведено численное моделирование движения твердого тела с внутренними подвижными массами (уравнение (2.29)), которое решалось методом Рунге-Кутты-Вернера 6-го порядка точности с контролем погрешности интегрирования [96]. В качестве параметров системы использовались значения (3.6), (2.41), (3.24).

На рисунке 4.6 представлены экспериментальная и теоретическая траектории движения тела при скорости вращения внутренних масс  $\omega = 100$  об/мин. В обоих случаях происходит в среднем прямолинейное движение с периодическими поперечными колебаниями. По основным показателям траектории (амплитуда, частота колебания, шаг продвижения) совпадение достаточно удовлетворительное.

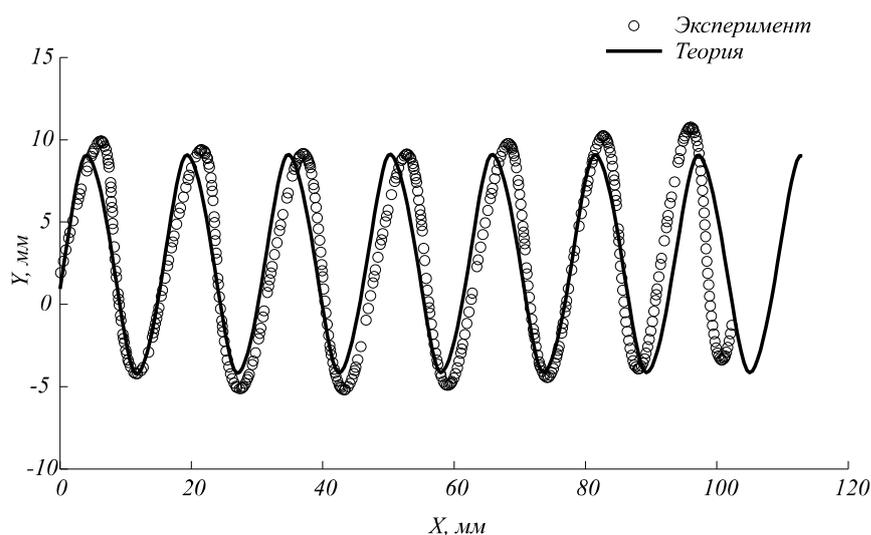


Рис. 4.6. Фрагмент траектории движения локомотивной мобильной платформы при  $\Omega = 100$  об/мин

Графики изменения углов ориентации тела (крена и рыскания) при дви-

жении представлены на рисунках 4.7, 4.8.

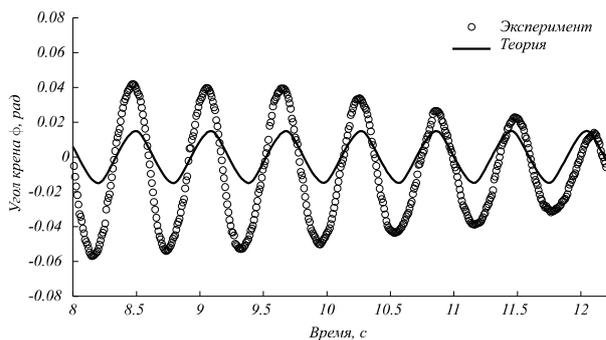


Рис. 4.7. Изменение угла крена  $\phi$  во времени при  $\Omega = 100$  об/мин

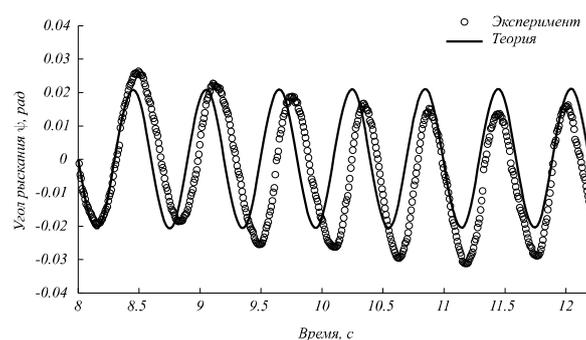


Рис. 4.8. Изменение угла рыскания  $\psi$  во времени при  $\Omega = 100$  об/мин

Из графика изменения угла крена  $\phi$  (рисунок 4.7) видно, что амплитуда колебаний экспериментальных данных в два раза превышает теоретические значения. Данное расхождение можно объяснить наличием волнообразования на поверхности жидкости при движении, что не учитывается моделью.

На рисунке 4.9 представлены зависимости экспериментальных и теоретических значений скорости продвижения локомотивной мобильной платформы, перемещающейся за счёт вращения внутренних масс, от частоты вращения внутренних масс.

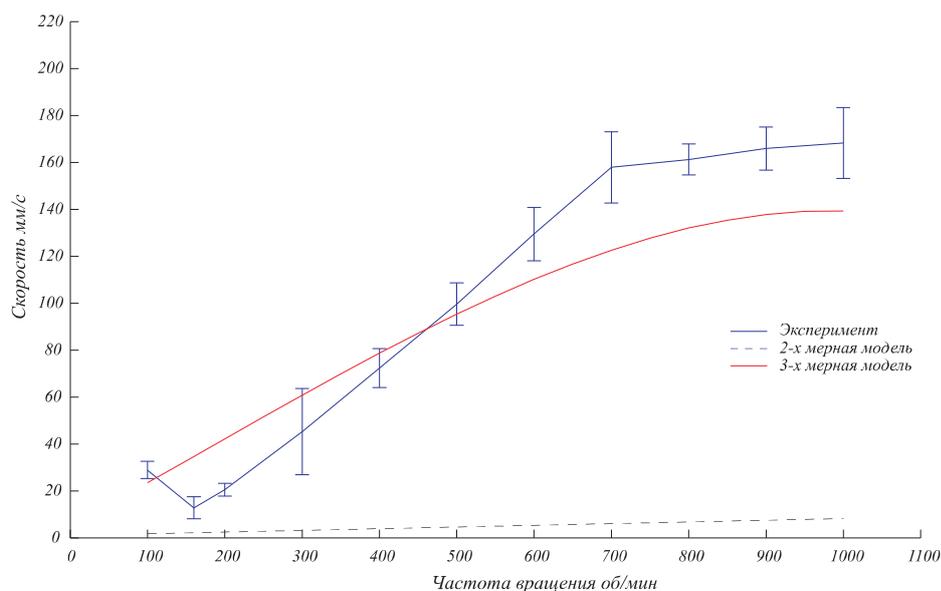


Рис. 4.9. Изменение средней скорости движения в зависимости от частоты вращения выходных звеньев механизма

Из графика видно, что с ростом частоты вращения внутренних масс расчетная средняя скорость продвижения устройства, полученная с использованием 3-х мерной математической модели движения (уравнения (2.29)), согласуется с результатами экспериментов и возрастает нелинейно. Для сравнения на рисунке 4.9 нанесена пунктирная линия, соответствующая двумерной модели движения (величина скорости умножена для масштабирования на 50).

Таким образом, в результате сравнения экспериментальных данных и результатов численного моделирования можно сделать вывод, что для исследования (поиск оптимальных управляющих воздействий) и качественного анализа движения локомотивной мобильной платформы, перемещающейся за счёт изменения распределения масс, можно использовать двухмерную модель движения, а для количественного описания движения и построения систем управления такими устройствами нужно использовать предложенную трёхмерную математическую модель.

# Заключение

## Основные результаты работы и выводы

**В работе получены следующие результаты:**

1. Разработана динамическая математическая модель движения локомотивной мобильной платформы с переменным распределением масс в жидкости, учитывающая внешние силы, действующие на мобильную платформу со стороны жидкости, и позволяющая определять характер движения мобильной платформы в зависимости от параметров механизма.
2. Разработана методика динамического синтеза механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы и реализующего её продвижение в жидкости. Данная методика основана на использовании универсальной структурной системы при структурном синтезе механизма и динамической математической модели движения мобильной платформы при кинематическом синтезе механизма.
3. Разработана методика структурного синтеза зубчатого механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы, которая заключается в применении структурных моделей зубчатых механизмов в виде плоских стержневых механизмов с кинематическими парами IV и V классов и использовании универсальной структурной системы для формирования структурных параметров механизма.  
Проведены экспериментальные исследования
4. Разработана методика кинематического синтеза зубчатого механизма, осуществляющего изменение распределения масс локомотивной мобильной платформы, которая заключается в использовании структурных параметров механизма, полученных на этапе структурного синтеза и использовании динамической математической модели для определения параметров синтезируемого механизма.

5. Разработан лабораторный стенд и методика определения гидродинамических параметров тел методом их буксировки в жидкости, позволяющие определять присоединённые массы, присоединенные моменты тел в жидкости и коэффициенты гидродинамического сопротивления. Проведены эксперименты по определению гидродинамических параметров локомотивной мобильной платформы.
6. Разработан лабораторный стенд и методика исследования движения локомотивной мобильной платформы в жидкости, совмещающий в себя систему определения траектории движения исследуемого объекта Vicon Motion Capture и систему определения поля скорости жидкости вокруг исследуемого объекта Particle Image Velocimetry LaVision. Проведены экспериментальные исследования движения локомотивной мобильной платформы
7. По разработанной конструкции получен патент на полезную модель. Для разработанных программных продуктов получены свидетельства о регистрации программ ЭВМ.

**По результатам работы можно сделать следующие выводы:**

1. Локомотивная мобильная платформа в форме эллиптического цилиндра с килем, установленным вдоль большей диагонали эллипса, и внутренним механизмом, изменяющим распределение масс системы, способна передвигаться в жидкости и полностью управляема. При начальном угле ориентации выходных звеньев механизма в крайние правое или левое положение  $\beta_0 = (-\pi/2$  или  $\pi/2)$  платформа может двигаться вперед или назад (при изменении направления вращения) вдоль киля. При изменении начального угла положения выходных звеньев  $\beta_0$ , платформа может двигаться под углом. Например, при начальной ориентации выходных звеньев  $(-\pi/3)$  направление движения платформы составляет  $(\pi/6)$ .
2. Разработанная методика динамического синтеза механизма, состоящая из

структурного и кинематического синтеза, может использоваться для синтеза подобных механизмов.

3. Представленные математические модели позволяют исследовать характер движения локомотивной мобильной платформы в зависимости от параметров внутреннего механизма и управляющих воздействий и определять оптимальные параметры системы. Так при анализе было выявлено, что основными параметрами механизма, влияющими на скорость продвижения платформы являются длина выходного звена, на котором закреплена подвижная масса, величина самой подвижной массы и начальное положение выходных звеньев.
4. Разработанные лабораторные стенды и методики позволяют получать достоверные результаты и пригодны для выполнения исследовательских задач.
5. Проведенные экспериментальные исследования движения локомотивной мобильной платформы показали адекватность разработанных в диссертационной работе математических моделей.

## Список литературы

1. Агеев М.Д., Киселев Л.В., Матвиенко Ю.В. и др. Автономные подводные роботы. Системы и технологии / под общ. ред. М.Д. Агеева. М.: Наука. 2005. 400 с
2. Киселев Л. В., Медведев А. В. Сравнительный анализ и оптимизация динамических свойств автономных подводных роботов различных проектов и конфигураций // Подводные исследования и робототехника. — 2012. — № 1. — С. 24–35.
3. Antonelli G., Antonelli G. Underwater robots. – Berlin : Springer, 2014, 249 p).
4. Лебедев Э.Л., Першиц Р.Я., Русецкий А.А., Аврашков Н.С., Тарасюк А.Б. Средства активного управления судами. Л.: Судостроение, 1969
5. <http://www.febras.ru/konkursy-i-granty.html> оф сайт Дальневосточного отделения РАН
6. П.А. Полтавец, С.В. Капранцев, И.А. Чичерин, В.А. Андреев Результаты испытаний макета винто-рулевой колонки при различных углах ее поворота // Труды Крыловского государственного научного центра. 2015. № 90 (374). С. 103-108.
7. Бавин В.Ф., Завадовский Н.Ю., Левковский Ю.Л. Гребные винты. Современные методы расчета. Издательство: Судостроение 1983 год
8. Ю.Л. Левковский Шум гребных винтов монография ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова Санкт-Петербург, 2005.
9. Ю.Л. Левковский Физическая природа и методы моделирования шума гребных винтов // Труды Крыловского государственного научного центра. 2009. № 47 (331). С. 63-72.
10. Lighthill J. Mathematical Biofluidynamics. — Society for Industrial // Applied Mathematics, US, 1975.
11. Childress S. Mechanics of swimming and flying. — Cambridge University Press, 1981. — 165 p.

12. T. Salumae, R. Raag, J. Rebane, A. Ernits, G. Toming, M. Ratas, M. Kruusmaa, "Design principle of a biomimetic underwater robot U-CAT In Proc. of. MTS/IEEE OCEANS'14, 2014.
13. Chemori, A.; Kuusmik, V.; Salumae, T.; Kruusmaa, M. (2016). Depth Control of the Biomimetic U-CAT Turtle-Like AUV With Experiments in Real Operating Conditions. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE ICRA 2016)
14. Christina Georgiades, Meyer Nahon , Martin Buehler Simulation of an underwater hexapod robot Ocean Engineering Volume 36, Issue 1, January 2009, Pages 39-47
15. Michael Sfakiotakis, Asimina Kazakidi, Nikolaos Pateromichelakis, John A. Ekaterinaris and Dimitris P. Tsakiris Robotic Underwater Propulsion Inspired by the Octopus Multi-arm Swimming 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation RiverCentre, Saint Paul, Minnesota, USA May 14-18, 2012
16. M. Sfakiotakis, A. Kazakidi, N. Pateromichelakis, J.A. Ekaterinaris, and D.P. Tsakiris, "Robotic underwater propulsion inspired by the octopus multi-arm swimming," in IEEE Int. Conf. Rob. Autom. (ICRA'12), St. Paul, Minnesota, USA, May 14-18, 2012, pp. 3833 – 3839.
17. Michael Sfakiotakis, Asimina Kazakidi, Avgousta Chatzidaki, Theodoros Evdaimon and Dimitris P. Tsakiris Multi-arm Robotic Swimming with Octopus-inspired Compliant Web 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014) September 14-18, 2014, Chicago, IL, USA
18. M Sfakiotakis<sup>1,2</sup>, A Kazakidi<sup>1</sup> and D P Tsakiris Octopus-inspired multi-arm robotic swimming Bioinspiration and Biomimetics, Volume 10, Number 3
19. Leonard N.E. and Graver J.G.. Model based feedback control of autonomous under-water gliders // IEEE of Oceanic Engineering. – 2001. – №26(4). – P.633–645.
20. Joshua Grady Graver. Underwater Gliders:Dynamics, Control and Design. –

Dissertation, Princeton University, May 2005, 292 p.

21. Кожемякин И.В., Потехин Ю.П., Рождественский К.В., Рыжов В.А., Смольников А.В., Ткаченко И.В., Фрумен А.И. Подводные глайдеры: эффект "рыбьего пузыря". Морские интеллектуальные технологии. 2012. № 4 (18). С. 3-9.
22. M. Conry, A. Keefe, W. Ober, M. Rufo, D. Shane BIOSwimmer: Enabling Technology for Port Security Boston Engineering Corporation, Advanced Systems Group Waltham, MA // Conference: Technologies for Homeland Security (HST), 2013 IEEE International Conference.
23. Koichi Suzumori, Member, IEEE, Satoshi Endo, Takefumi Kanda A Bending Pneumatic Rubber Actuator Realizing Soft-bodied Manta Swimming Robot 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation Roma, Italy, 10-14 April 2007
24. Chee-Meng Chew, Qing-Yuan Lim, K. S. Yeo Development of Propulsion Mechanism for Robot Manta Ray Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Robotics and Biomimetics Zhuhai, China, December 6-9, 2015
25. E. Kelasidi ; K. Y. Pettersen ; J. T. Gravdahl ; P. Liljebäck Modeling of underwater snake robots Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on
26. E. Kelasidi ; K. Y. Pettersen ; P. Liljebäck ; J. T. Gravdahl Integral line-of-sight for path following of underwater snake robots Control Applications (CCA), 2014 IEEE Conference on
27. E. Kelasidi ; K. Y. Pettersen ; J. T. Gravdahl A control-oriented model of underwater snake robots Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2014 IEEE International Conference on
28. Pal Liljebäck, Kristin Y. Pettersen, Oyvind Stavdahl, and Jan Tommy Gravdahl // A 3D Motion Planning Framework for Snake Robots 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014) September 14-18, 2014, Chicago, IL, USA

29. Pal Liljeback, Member, IEEE, Kristin Y. Pettersen, Senior Member, IEEE, Oyvind Stavdahl, Member, IEEE, and Jan Tommy Gravdahl, Senior Member, IEEE // Controllability and Stability Analysis of Planar Snake Robot Locomotion // IEEE Transactions on automatic control, VOL. 56, NO. 6, JUNE 2011
30. By Eleni Kelasidi, Pal Liljeback, Kristin Y. Pettersen, and Jan Tommy Gravdahl Innovation in Underwater Robots Biologically Inspired Swimming Snake Robots IEEE Robotics and Automation Magazine ( Volume: 23, Issue: 1, March 2016)
31. Eleni KelasidiEmail authorPal LiljebackKristin Y. PettersenJan T. Gravdahl // Experimental investigation of efficient locomotion of underwater snake robots for lateral undulation and eel-like motion patterns //Robotics and Biomimetics December 2015, 2:8
32. Robert K. Katzschmann, Joseph DelPreto, Robert MacCurdy, Daniela Rus // Exploration of Underwater Life with an Acoustically Controlled Soft Robotic Fish // Science Robotics 21 Mar 2018: Vol. 3, Issue 16.
33. Katzschmann R.K., Marchese A.D., Rus D. (2016) Hydraulic Autonomous Soft Robotic Fish for 3D Swimming. In: Hsieh M., Khatib O., Kumar V. (eds) Experimental Robotics. Springer Tracts in Advanced Robotics, vol 109. Springer, Cham
34. Zhenlong Wang, Guanrong Hang, Jian Li, Yangwei Wang, Kai Xiao // A micro-robot fish with embedded SMA wire actuated flexible biomimetic fin // Sensors and Actuators A: Physical Volume 144, Issue 2, 15 June 2008, Pages 354-360
35. В.А. Родионов, С.П. Шевцов Модельные испытания водометного движительного комплекса на поворотной электроколонке и результаты его проработки Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 2016. № 93 (377). С. 83-96.
36. Kelly S. D., Hukkeri R. B. Mechanics, dynamics, and control of a single-input aquatic vehicle with variable coefficient of lift // IEEE Transactions on Robotics, 2006, vol. 22, no. 6, pp. 1254–1264.
37. С. М. Рамоданов, В. А. Тененев, Д. В. Трещев Самопродвижение в идеаль-

- ной жидкости тела с твердой оболочкой и переменной циркуляцией Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 4 (Мобильные роботы). С. 799–813.
38. В.В. Козлов, С.М. Рамоданов О движении изменяемого тела в идеальной жидкости // ПММ. 2001. Т.65 Вып. 4 С. 592-601.
  39. В.В. Козлов, С.М. Рамоданов О движении в ИЖ тела с жесткой оболочкой и меняющейся геометрией масс// Докл. РАН. 2002 Т. 382 №4 С. 478 - 481
  40. В.В. Козлов, Д.А. Онищенко О движении в идеальной жидкости тела, содержащего внутри себя подвижную сосредоточенную массу // ПММ том 67 Вып.4, 2003.
  41. В.В. Козлов, Д.А. Онищенко О движении тела с жесткой оболочкой и переменной геометрией масс в бесконечном объеме идеальной жидкости. Проблемы механики: Сб. статей. К 90-летию со дня рождения А.Ю. Ишлинского с.465-477
  42. V.V. Kozlov, D.A. Onishchenko The Motion in a Perfect Fluid of A body Containing a Moving Point Mass. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2003. Т. 67. № 4. С. 553.
  43. N.E. Leonard, C.A. Woolsey Internal Actuation for Intelligent Underwater Vehicle Control. Tenth Yale Workshop on Adaptive and Learning Systems, June 1998
  44. Bhatta P., Leonard N. E. Stabilization and coordination of underwater gliders // Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2002, vol. 2, pp. 2081-2086.
  45. Chyba M., Leonard N.E., Sontag E.D Optimality for underwater vehicles // IEEE, 1998, 2001, vol. 5, pp. 4204-4209.
  46. Leonard N.E., Marsden J.E. Stability and Drift of Underwater Vehicle Dynamics: Mechanical Systems with Rigid Motion Symmetry // Physica D: Nonlinear Phenomena, 1997, vol. 105, no. 1, pp. 130-162
  47. Woolsey C.A., Leonard N.E. Stabilizing underwater vehicle motion using internal rotors // Automatica, 2002, vol. 38, no. 12, pp. 2053-2062

48. Ветчанин Е.В., Караваев Ю.Л., Калинин А.А., Клековкин А.В., Пивоварова Е.Н. Моделирование безвинтового подводного робота // Вестник удмуртского университета. 2015. Т. 25. №4. С. 546–553.
49. Karavaev Y.L., Klekovkin A.V., Kilin A.A. Experimental investigations of the controlled motion of a screwless underwater robot Regular and Chaotic Dynamics. 2016. Т. 21. № 7-8. С. 918-926.
50. B.Pollard P. Tallapragada An aquatic robot propelled by an internal rotor IEEE/ASME Transactions on Mechatronics ( Volume: 22, Issue: 2, April 2017 )
51. Tallapragada P., Kelly S.D. Dynamics and Self-Propulsion of a Spherical Body Shedding Coaxial Vortex Rings in an Ideal Fluid // Regular and Chaotic Dynamics, 2013, vol. 18, no. 1-2, pp. 21-32
52. Tallapragada P., Kelly S.D. Self-propulsion of free solid bodies with internal rotors via localized singular vortex shedding in planar ideal fluids // The European Physical Journal Special Topics, 2015, vol. 224, no. 17, pp. 3185-3197
53. Черноусько Ф.Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижнойвнутренней массы // Прикладная математика и механика. 2006. Т. 70, Вып. 6. С. 915-941.
54. Черноусько Ф.Л. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72, Вып. 2. С. 202-215.
55. Болотник Н.Н., Фигурин Т.Ю., Черноусько Ф.Л. Оптимальное управление прямолинейным движением системы двух тел в сопротивляющейся среде // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76, Вып. 1. С. 3-22.
56. Патент на полезную модель №92646 Российская Федерация, МПК В62D57/00. Вибрационный водный робот / Яцун С.Ф., Климов Г.В., Савин С.И.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО "Курский государственный технический университет"; заявл.26.10.2009; опубл. 27.03.2010.
57. Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением // ПММ. – 2010. – Т. 74, № 4.

- С. 620-632. (English version DOI).
58. . Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости // Изв. ВУЗов. Математика. – 2012. – № 2. – С. 57-64. (English version DOI).
59. А.Н. Нуриев, О.С. Захарова Численное моделирование движения клиновидного двухмассового виброробота в вязкой жидкости
60. Л. Ю. Волкова, С. Ф. Яцун Управление движением трехмассового робота, перемещающегося в жидкой среде. Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 4 (Мобильные роботы). С. 845–857
61. А.А.Килин, Е.В.Ветчанин Управление движением твердого тела в жидкости с помощью двух подвижных масс Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 4. С. 633–645.
62. S.M. Ramodanov, V.A. Tenenev, D.V. Treschev Self-propulsion of a Body with Rigid Surface and Variable Coefficient of Lift in a Perfect Fluid // Regular and Chaotic Dynamics, 2012, vol. 17, no. 6, pp. 547-558
63. S.M. Ramodanov, V.A. Tenenev The motion of a two-dimensional body, controlled by two moving internal masses, in an ideal fluid // Journal of Applied Mathematics and Mechanics., 2015, vol. 79, no. 4, pp. 325-333
64. Ламб Г. Гидродинамика. Москва –Ленинград: ОГИЗ, 1947. 929 с.
65. Козлов В.В., Рамоданов С.М. О движении изменяемого тела в идеальной жидкости *ПММ*. 2001. Т. 65 Вып. 4 с. 592-601.
66. А.А.Килин, Е.В.Ветчанин Управление движением твердого тела в жидкости с помощью двух подвижных масс Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 4. С. 633–645.
67. Рашевский П.К. О соединимости любых двух точек вполне неголономного пространства допустимой линией. Уч. зап. Моск. пед. ин-та им. Либкнехта. Сер. физ.-мат. наук, 1938, №2. с. 83-94.
68. Cochran J., Kanso E., Kelly S.D., Xiong H., Krstic M. Source seeking for two nonholonomic models of fish locomotion // IEEE Transactions on robotics, 2009,

vol. 25, no. 5, pp. 1166-1176

69. Klenov A. I., Kilin A. A. Influence of Vortex Structures on the Controlled Motion of an Above-water Screwless Robot — Regular and Chaotic Dynamics, 2016, Vol. 21, Nos. 7–8, pp. 927–938.
70. Рамоданов С.М., Тененев В.А. Движение тела с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 3. С. 635–647.
71. Крайнев, А.Ф. Словарь-справочник по механизмам / А.Ф. Крайнев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1987. — 560 с : ил.
72. Дворников Л.Т. Новые подходы к решению задач структурного синтеза зубчатых механизмов // Материалы десятой научно-практической конференции по проблемам машиностроения и горных машин. Под ред. проф. Дворникова Л.Т. – Новокузнецк: СибГИУ, 2000. – С. 3-17.
73. Дворников Л.Т, Дмитриев В.В. Теория структурного синтеза зубчатых механизмов как плоских кинематических цепей с высшими парами // Научная монография, Москва, Эдитус, 2014 г.
74. Дмитриев, В.В. Этапы синтеза структур зубчатых механизмов // Материалы восемнадцатой научно-практической конференции по проблемам механики и машиностроения; под ред. проф. Л.Т. Дворникова и проф. Э.Я. Живаго: СибГИУ. - Новокузнецк, 2008.-175 с . - С . 111-124
75. Патент на полезную модель №153711 Российская Федерация, МПК В62D57/04. *Безвинтовой надводный робот* / Борисов А. В., Килин А. А.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО "Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова"; заявл. 03.10.2014; опубл. 27.07.2015.
76. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительный конструкций: Справочник. СПб.: Мор Вест, 2007. 448 с.
77. Хаскинд М.Д., Риман И.С. Метод определения характеристик качки корабля // Изв. АН СССР, ОТН. 1946. №10. С. 1379–1384.

78. Авторское свидетельство СССР №658034. кл. В63 В9/02, 18.08.1980, Павлюков В.П., Гулин В.А., Стенд для определения присоединенных масс // 1979. Бюл. №15.
79. Патент на полезную модель №143490 Российская Федерация, МПК G01M 1/16 (2006.01) «Устройство для определения присоединенных масс» / Васильев В. А., Ницкий А. Ю. Патентообладатель: Общество с ограниченной ответственностью Научно-технический центр «СИГМА».
80. Рязанов Г.А. Электрическое моделирование с применением вихревых полей. М.: Наука, 1969. 254 с.
81. Дитман А.О., Окунев С.Н. Экспериментальная точность реализации магнитодинамической аналогии // Некоторые вопросы прикладной математики. Киев. 1969. Вып. 4. С. 21–25.
82. Воробьев П.С. Учет влияния свободной поверхности жидкости на величину присоединенных масс при разгоне и торможения судно // Труды НИИВТа. Новосибирск. 1970. Вып. 45. С. 126–136.
83. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 576 с.
84. Сабанеев В.С. Влияние глубины погружения на величину присоединенной массы эллипсоида вращения // Учен. зап. ЛГУ, сер. матем. наук. 1960. Вып. 35. №280. С. 242–253.
85. Килин А.А., Ветчанин Е.В. Управление движением твердого тела в жидкости с помощью двух подвижных масс // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. №4. С. 633–645.
86. Ветчанин Е.В., Килин А.А. Свободное и управляемое движение в жидкости тела с подвижной внутренней массой при наличии циркуляции вокруг тела // Доклады академии наук. 2016. Т. 466. №3. С. 1–5.
87. С.М. Рамоданов, В.А. Тененев Движение тела с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости. // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. № 3. С. 635–647.

88. Ветчанин Е.В., Кленов А.И. Оптические измерения поля скорости жидкости вокруг падающей пластины *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*, 2015, т. 25, №4, с. 554-567  
Vetchanin E. V., Klenov A. I. Optical measurement of a fluid velocity field around a falling plate *Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*, 2015, vol. 25, no. 4, pp. 554-567
89. Ronald J. Adrian Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 23: 261-304 (Volume publication date January 1991)
90. Видеохостинг YouTube (<https://youtu.be/nv0Y67v8ayA>)
91. Quillen, Alice C., et al. A coin vibrational motor swimming at low Reynolds number *arXiv preprint arXiv:1608.08202* (2016).
92. Khapalov, A. Y., Micromotions of a Swimmer in the 3-D Incompressible Fluid Governed by the Nonstationary Stokes Equation, *SIAM J. Math. Anal.*, 2013, vol. 45, no. 6, pp. 3360–3381.
93. Vladimirov, V. A., Dumbbell micro-robot driven by flow oscillations, *J. Fluid Mech.*, 2013, vol. 717, pp. R8-1–11.
94. Ehlers K.M., Koiller J. Micro-swimming Without Flagella: Propulsion by Internal Structures *Regular and Chaotic Dynamics*, 2011, vol. 16, no. 6, pp. 623-652
95. Koiller J., Ehlers K., Montgomery R. Problems and Progress in Microswimming *J. Nonlinear Sci.*, 1996, vol. 6, pp. 507-541
96. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations. Berlin: Springer-Verlag, 1991. Vol. 1. 528 p.