

С. Трейман

ЭТОТ СТРАННЫЙ КВАНТОВЫЙ МИР

R&C
Dynamics

SAM TREIMAN

The Odd Quantum

Princeton University Press, Princeton, New Jersey

С. ТРЕЙМАН

ЭТОТ СТРАННЫЙ КВАНТОВЫЙ МИР

Перевод с английского к. ф.-м. н. В. Г. Лебедева

R&C
Dynamics

РХД

Москва • Ижевск

2002

УДК 530.12

Интернет-магазин

MATHESIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
 - математика
 - биология
 - техника
-

Права на издание ограниченного тиража этой книги предоставлено НИЦ РХД издательством Princeton University Press.

Трейман С.

Этот странный квантовый мир. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 224 стр.

Эта книга представляет компактное и в то же время достаточно полное популярное изложение квантовой механики, написанное известным специалистом в области физики элементарных частиц. Автор рассказывает об истории развития квантовой механики, начиная с идей Эйнштейна, Бора, Гейзенберга, Шредингера, и постепенно переходит к современному этапу развития этой науки, излагает основные принципы теории микрочастиц и квантовой теории поля.

Для широкого круга читателей.

ISBN 5-93972-117-6

© Перевод на русский язык,
НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002

<http://rcd.ru>

Содержание

Предисловие	7
ГЛАВА 1. Введение	9
Обзор	10
Истоки	18
ГЛАВА 2. Классические основы	28
Закон Ньютона	28
Гравитация	29
Энергия	34
Электромагнетизм	37
Специальная теория относительности	43
ГЛАВА 3. «Старая» квантовая механика	56
Электромагнитные волны	56
Излучение черного тела	58
Ранняя спектроскопия	62
Атом Резерфорда	64
Квантовая модель Бора	65
Волны материи де Бройля	70
ГЛАВА 4. Основы	72
Эксперимент с двумя щелями	74
Волновое уравнение Шредингера	76
Вероятностная интерпретация	80
Краткий обзор правил	81
Коммутирующие наблюдаемые	84
Принцип неопределенности	85
Импульс	87
Концепция операторов	89
Угловой момент	92
Энергетические аспекты	97

ГЛАВА 5. Немного квантовой классики	104
Свободная частица	104
Частица в яме	105
Гармонический осциллятор	107
Общий случай центрального потенциала	110
Одноэлектронный атом	112
Бесконечный соленоид	122
Процессы распада	124
ГЛАВА 6. Тожественные частицы	128
Правила симметрии и антисимметрии	128
Принцип Паули	132
Ферми-газ	133
Атомы	138
Немного о тождественных бозонах	143
ГЛАВА 7. Что происходит?	147
ГЛАВА 8. Строительные элементы	161
Столкновения и распады частиц	167
Ускорители	170
Свойства и закономерности	175
Основные ингредиенты	185
Резюме	192
ГЛАВА 9. Квантовые поля	194
Свободные поля и свободные частицы	195
Взаимодействие	198
Фейнмановские диаграммы	201
Виртуальные частицы	203
Стандартная модель в диаграммах	205
И снова, что дальше?	210
Дополнительная литература	214
Предметный указатель	216

Предисловие

Эта книга появилась после того, как я однажды провел односеместровый вводный семинар для первокурсников в Принстонском университете. Программа семинара, предназначенного только для студентов первого года обучения, предлагала широкий спектр специальных вопросов, многие из которых достаточно сложны. Студенты участвовали в семинаре добровольно и были отобраны по особым критериям, так как размер классов был ограничен. Тема, вынесенная в заголовок семинара, формулировалась как «От атомов к кваркам, по квантовым следам». Я заранее предвидел, и позднее это подтвердили студенты, что материал семинара был достаточно трудным. Но студенты жаждали получить новые знания и сделать новые открытия. Большинство из них уже погружалось на различные глубины в популярную литературу по относительности, космологии, атомам, ядрам, физике частиц и т. д.; некоторые почувствовали влияние этих предметов в средней школе. Но они хотели знать больше. Кажется вполне вероятным, что многие из этих студентов позднее, на второй год обучения, выберут в качестве специализации те или иные естественные науки, или инженерное дело. Некоторые увлекутся другими направлениями, в социальных или гуманитарных науках, но всех их объединяло любопытство к атомам, электронам, нейтринно, кваркам, к квантовой механике, относительности и т. п.

Для ряда разделов, охватываемых семинаром, существует много замечательной литературы, которую можно порекомендовать для чтения. Эти книги часто носят описательный характер, содержат не сильно математизированное изложение развития атомной гипотезы в девятнадцатом столетии, последующего открытия ядер и их компонент, затем изобилия элементарных частиц различного типа, современную кварковую картину; и так далее. Однако для того чтобы воспринять изложенную ниже качественную картину и обеспечить более глубокое понимание, я хотел посвятить некоторое время основополагающим теоретическим идеям, позволяющим ввести в курс основных идей квантовой механики и возможных приложений. Конечно, в настоящее время не существует дефицита в книгах по квантовой механике для университетских курсов, курсов для аспирантов и профессионалов в различных разделах науки и технологии. С другой стороны, существует много чудесных книг, в которых квантовая механика представлена в основном на качественном уровне, с помощью аналогий, метафор, ссылок и тому подобного.

Многие используют образную графику, включают интересные моменты биографии создателей квантовой механики, привлекают другие возможности для поддержания читательского интереса.

То, что я не смог действительно найти, так это книги, лежащие посередине, изложение которых является все-же достаточно поверхностным и математически верно отражающим реальную действительность, методы и курьезы квантовой механики, но в то же время не чрезмерно техническим и профессиональным. Написание этой небольшой книги как раз и явилось попыткой заполнить эту промежуточную стадию. Книга предназначается для широкой аудитории любопытствующих — как исследователей, так и людей, вообще не относящихся к науке — которые не хотели бы полностью пренебречь уравнениями и техническими деталями. Эти люди, может быть, и не станут больше чем новичками, но, по-крайней мере, окажутся среди них. Я был бы рад, если бы книга воспринималась как серия коротких, связанных разделов. Несколько слов относительно математики: здесь приводятся точные выражения для концепций, которые часто понимаются лучше через их конкретное выражение в уравнениях и их интерпретацию, восходящую к этим уравнениям. Например, с одной стороны, можно расплывчиво утверждать, что квантовая механика связана с вероятностями, а другое — воплотить это в определенный математический объект, волновую функцию, эволюция которой во времени обусловлена определенным уравнением и информационное содержание которой иногда является чисто математическим. От читателя, действительно, не требуется решать какие-либо уравнения, кроме самых легких, но читатель приглашается время от времени — и совсем не обязательно — проверить решение, которое ему предлагается.

Квантовая механика является основной темой этой книги; но я не могу отказаться от коротких обзоров по классической механике, электромагнетизму, специальной теории относительности, физике частиц и других разделов.

Я благодарен Джоан Трейман за ее ободряющие слова и снисходительность.

ГЛАВА 1

Введение

В физическом разделе каталога Чикагского университета за 1898–99 годы можно прочесть следующее:

«Поскольку нельзя твердо утверждать, что будущее физических наук хранит в себе загадки, более удивительные, чем это было в прошлом, кажется вполне вероятным, что большинство основополагающих принципов являются твердо установленными и что дальнейшее продвижение надо в основном искать в строгом приложении этих принципов ко всем явлениям, которые обнаруживаются при наблюдениях. Один из выдающихся физиков заметил, что будущие истины в физических науках надо искать в шестом знаке после запятой.»

Это описание каталога было почти полностью написано Альбертом Майкельсоном, который в то время возглавлял физический факультет и произнес очень похожие слова в обращении к Совету Университета в 1894 г. Выдающийся физик, которого процитировал Майкельсон, хорошо известен под именем лорда Кельвина. Это выступление 1894 г. оказалось очень тесно *связанным* с возникшими противоречиями, и *очень скоро* после этого выступления были открыты рентгеновские лучи, радиоактивность, электрон, специальная теория относительности, начала квантовой механики — все это вместились в десятилетие, расположившееся в конце столетия. В частности, это сделал и сам Майкельсон в совместной работе с Е. В. Морли в 1881 году, в которой они выполнили важный эксперимент, позднее признанный краеугольным камнем специальной теории относительности. Как Майкельсон, так и Кельвин получили Нобелевскую премию в первые годы двадцатого столетия.

Короче, *не все* основополагающие физические принципы были твердо установлены в конце девятнадцатого столетия. Но данная предостерегающая история ни в коем случае не является насмешкой. Эти выдающиеся ученые — а были и другие, которые высказывались в том же духе, — смотрели назад, на столетие небывалых достижений, на эпоху, которая вывела за последние годы прошлого столетия естественные науки на очень высокий уровень развития. Был продемонстрирован волновой характер света; были открыты и объединены в общие рамки законы

электричества и магнетизма; было показано, что свет представляет из себя колебание электрических и магнитных полей; с течением времени все больше утверждалась атомная гипотеза; были успешно сформулированы и — для атомистов — доказаны на основе молекулярного движения законы термодинамики и т. д. Хотя казалось, что законы гравитации и электромагнетизма хорошо изучены, но для надежности оставалось проверить лишь то, какие еще типы сил могут вступать в игру на атомном уровне. Собственно это и было сделано, и не только в шестом знаке после запятой. Однако ньютоновская картина мира продолжала казаться неизменной. В этой *классической* картине физического мира время и пространство являлись абсолютными; при этом каждая материальная частица в каждый момент времени находилась в некотором определенном месте, двигаясь с некоторой определенной скоростью вдоль некоторого определенного пути, и все это определялось существенными силами, законы которых восходили к Ньютону.

Этот классический взгляд продолжает очень хорошо описывать физический мир при условиях, когда скорости малы по сравнению со скоростью света, а существенные размеры значительно больше размеров атомов. Но наше глубокое понимание природы пространства-времени было сильно трансформировано относительностью, так же как понимание объективной реальности — квантовой механикой. Оба этих направления противоречат нашему повседневному опыту, нашему общему восприятию мира. Это исключительно справедливо для квантовой механики, которая является центральной темой данной книги.

Обзор

Перед тем как мы отправимся в наше путешествие, было бы хорошо сделать набросок тех разительных контрастов, которые будут возникать между классическим и квантовым режимами. В основном мы будем рассматривать систему точечных частиц, движущихся под влиянием межчастичных и, возможно, внешних силовых полей, характеризующихся функцией потенциальной энергии.

Квантование

Классическая частица может находиться где угодно и может иметь при этом любой импульс (импульс = масса \times скорость). Соответственно, ее угловой момент — величина, определенная через координату и импульс — может также иметь любое значение. Точно также энергия частиц, кинетическая плюс потенциальная, может иметь любое значение, не меньшее некоторого минимума, определяемого потенциалом. Однако с точки зрения квантовой механики, угловой момент может принимать

только определенные дискретные значения. Он *квантован*. Также квантуется иногда и энергия, в зависимости от вида силового поля. Эта необъяснимая, с точки зрения классики, дискретизация и обеспечивает прилагательное «квантовая» по отношению к квантовой механике.

Вероятность

Значительно более резкий и более глубокий контраст по сравнению с классической механикой возникает из-за вероятностного характера квантовой механики. Состояние классической системы частиц полностью определяется в каждый момент значениями координат и импульсов всех частиц. Поэтому набор данных по координатам и импульсам всех частиц в любой момент времени образуют то, что мы можем назвать *состоянием* системы в данный момент. Они дают все, что можно знать о динамике системы. Все другие переменные, которые нас интересуют, такие, как энергия, угловой момент и подобные им, определяются через координаты и импульсы. Классическая механика является детерминированной в том смысле, что будущие состояния системы полностью и единственным образом определены, если задано ее состояние в некоторый начальный момент. Настоящее определяет будущее. Конечно, в реальной ситуации начальные данные будут неизбежно неточны в большей или меньшей мере, что обусловлено неопределенностью эксперимента. В зависимости от того, какая система рассматривается, ее будущее может оказаться либо чувствительным, либо нечувствительным к этой неопределенности. Но *в принципе* не существует какого-либо предела на точность, которой мы могли бы достичь. Поэтому, в принципе, не существует препятствий, которые помешали бы нам получить точные значения координат и импульсов всех частиц системы и, следовательно, нет препятствий для предугадывания будущего развития. Когда мы придерживаемся классических, общепринятых взглядов, мы не сомневаемся, что каждая частица материи в каждый момент времени находится в некотором определенном месте и движется с некоторым определенным импульсом, вне зависимости от того, наблюдаем мы за ней или нет.

В квантовой механике также появляется понятие «состояния». Состояние системы, как и в классике, обозначает *все, что можно узнать относительно системы в некоторый момент времени*. Также, как и в классическом случае, система развивается детерминированно в такие состояния, которые полностью определены, если задано состояние в некоторый начальный момент. В этом смысле здесь также настоящее определяет будущее. Но существуют и очень глубокие отличия. Квантовые состояния не точно задают координаты и импульсы частиц; они определяют только вероятность. Квантовая механика вероятностна! Для примера, существуют состояния, для которых распределение вероятностей положений частиц является сильно локализованным, можно ска-

зять, что положение является почти определенным (в тот момент, когда нас это интересует). Однако существуют другие состояния, для которых распределение вероятностей является таким размытым, что при измерениях частица может быть обнаружена где угодно. Кроме того, между этими двумя случаями существует бесконечно много возможностей. То же самое справедливо для импульса: для некоторых состояний импульс почти определен, для других он почти неопределен и между этими вариантами бесконечно много возможностей.

Это вероятностное описание получается не потому, что мы имеем неточную информацию о состоянии системы, а потому, что оно является внутренним свойством. Более того, правила композиции вероятностей имеют очень загадочное свойство. Конечно, мы будем рассматривать эти свойства позднее, но уже сейчас, на этой ранней стадии, важно объяснить точку зрения, которая может быть проиллюстрирована следующим примером. Предположим, что установленный в различных положениях набор детекторов определяет координату частицы, позволяя определить (каким-то образом), в каком квантовом состоянии она находится в определенный момент времени. Если щелкает детектор, мы узнаем, что частица находится в объеме, занимаемом данным детектором в момент щелчка. Таким образом, у нас появляется возможность нахождения положения частицы. Но если эксперимент повторять снова и снова, всегда используя частицы, приготовленные точно в том же состоянии, результаты будут различаться. При различных испытаниях будут щелкать разные детекторы. Полное знание квантового состояния не позволяет предсказывать результат последующих событий, а позволяет говорить только об их вероятностном распределении.

Принципы неопределенности

В том случае, когда некоторое состояние имеет очень локализованное распределение вероятностей для измерения положения, оно неизбежно будет иметь широкое распределение для измерений импульса, и наоборот. Существует предел, показывающий, насколько можно одновременно локализовать как положение, так и импульс. То же самое справедливо и для других определенных пар *наблюдаемых* (так называются измеримые величины). Это составляет содержание знаменитого принципа неопределенностей Гейзенберга. Этот принцип не является чем-то дополнительным к квантовой механике. Это математическое соотношение, которое вытекает из структуры квантовой механики. На макроскопические объекты окружающей действительности соотношение Гейзенберга не накладывает никаких практических ограничений. Мы можем, для примера, узнать одновременно как положение, так и импульс движущегося мяча с достаточной точностью, необходимой для повседневных

целей. Однако на атомном уровне принцип неопределенности играет существенную роль.

Тождественные частицы

В макроскопическом мире мы никогда не сталкиваемся с двумя или более объектами, которые являются идентичными по своим возможным характеристикам: массе, структуре, форме, цвету, электрическому заряду и т. д. Но даже если мы допустим — а мы допускаем это на микроскопическом уровне, где, для примера, один электрон ничем не отличается от любого другого — это не создаст концептуальных проблем для классической науки. Можно, в принципе, сохранить отдельные траектории объектов, например, указав, что объект 1 — это тот, который был на этом месте, объект 2 — был на другом месте и т. д. Для квантовой механики такой подход недопустим. Поскольку локализация имеет вероятностный характер, невозможно сохранить классические траектории частиц. Действительно, существует квантово-механический подход к рассмотрению тождественности, который не имеет классического аналога. *Его использование иногда противоречит интуиции и является очень глубоким.* Наиболее знаменитым следствием этого подхода является то, что все известные частицы существуют в строго идентичных копиях — все электроны одинаковы, все протоны одинаковы и т. д. Только квантовая теория поля обеспечивает естественное объяснение этого потрясающего факта идентичности.

Радиоактивность

Этот термин относится к процессам, в которых атом *спонтанно* испускает одну или более частиц: например, α -частицы (ядра He), в случае α - и β -радиоактивности исходный атом трансмутирует в ходе этого процесса в новый атом другого химического типа. В случае γ -радиоактивности такие трансмутации отсутствуют. О любом из этих спонтанных событий можно говорить, как о процессе распада. В случае α - и β -радиоактивностей — это действительно распад, разрушающий исходный атом и заменяющий его на атом другого типа. При γ -радиоактивности атом не меняет своей химической природы; но, как мы увидим позднее, он переходит с одного уровня энергии на другой. В этом смысле, здесь также происходит распад — распад уровня начальной энергии.

Не все, но многие типы атомов радиоактивны. Когда радиоактивность была впервые открыта в конце XIX столетия, это вызвало большое удивление и *восхищение*. Радиоактивность привела к появлению многих вопросов, среди которых был и такой: где в атоме находится (если распался атом) испущенная частица? Примерный ответ был получен только после формулировки Резерфордом своей знаменитой модели атома, изображающей рой электронов, вращающихся вокруг положитель-

но заряженного ядра, которое, хотя и очень мало, но содержит почти всю массу атома. После этого стало ясно, что радиоактивность является *ядерным* явлением. Среди оставшихся вопросов два были исключительно загадочными:

1) испускаемые частицы обычно обладают большим количеством энергии. Откуда берется эта энергия?

2) как делятся ядра при распаде?

Ответ на первый из этих вопросов следует из формулы Эйнштейна ($E = mc^2$, полученной в 1905 г.), но она воспринималась как некоторое концептуальное допущение до тех пор, пока не была проведена экспериментальная проверка по точному измерению масс родительских и дочерних ядер.

Более глубокий второй вопрос связан с интерпретацией квантовой механики. Если взять некоторый набор идентичных атомов радиоактивного вещества, то легко обнаружить, что не все атомы распадутся к некоторому характерному моменту, поскольку распад будет происходить за различные времена — случайно. Если испускание детектируется счетчиком, вы услышите отдельные щелчки по мере того, как распадается тот или иной атом. По истечении времени, конечно, будет оставаться все меньше и меньше родительских атомов. По мере того, как это происходит, количество оставшихся атомов уменьшается по экспоненциальному закону, с характерным временем (называемым *временем жизни*), которое является вполне определенной величиной для данного вещества. С классической точки зрения проблема состоит в следующем. Атомы данного вещества предполагаются тождественными. Если они подчиняются временной зависимости в духе классической науки, то почему не все распады происходят за одинаковое время, какой бы ни был механизм, управляющий радиоактивным распадом?

Квантово-механический ответ состоит в том, что мир является вероятностным. Ансамбль тождественных атомов, находящихся в одинаковых условиях, будет иметь вероятностное распределение распадов по времени. Невозможно предсказать, какое событие за каким последует. То, что мы *можем* предсказать на достаточно общем уровне — это экспоненциальный характер кривой распада. Но среднее время жизни меняется от вещества к веществу и существенно зависит от деталей, лежащих в основе этого квантовомеханического процесса. Можно было бы здесь сказать, что традиционные классы ядерной нестабильности α , β и γ — это всего лишь три класса среди значительно более широкой категории процессов распада, существующих в природе, включая реакции с участием субъядерных частиц: распады пи-мезонов, мюонные распады и т. д. Средние времена жизни могут меняться в очень больших масштабах, от $\approx 10^{-24}$ с для некоторых субъядерных частиц до миллиардов лет и более для некоторых α -распадов (среди которых U^{238} , для которого время полураспада сравнимо с возрастом Земли).

Туннелирование

Вероятностная структура квантовой механики дает частице возможность оказаться в области, где ее появление абсолютно запрещено классической механикой. Для примера можно рассмотреть случай, когда существует энергетический барьер, который отделяет одну область от другой так, что частицы с энергией, меньшей энергии барьера, не могут его преодолеть и перейти из одной области в другую. (Строго говоря, вам может не хватить энергии, чтобы взобраться на холм, который лежит между тем местом, где вы находитесь, и тем местом, куда вы хотите попасть.) С точки зрения квантовой механики существует конечная вероятность, что такие странные вещи могут происходить. Частицы могут быть обнаружены в классически запрещенных областях и такой процесс называется *туннелированием*.

Антиматерия

Пытаясь обнаружить релятивистское обобщение квантового уравнения Шредингера для электрона, П. А. Дирак изменил теорию так, что она оказалась чрезвычайно успешной по отношению к теории атома водорода, но вместе с тем привнесла некоторые странные вещи, к которым можно отнести состояния с отрицательной энергией для свободного электрона. Попытки интерпретации подхода Дирака привели к предсказанию новой частицы с массой электрона, но противоположным (положительным) зарядом. Антиэлектрон, названный *позитроном*, вскоре был открыт экспериментально. После этого ситуация была обобщена. Релятивистская квантовая теория предсказывает, что частицы, имеющие электрический заряд, должны появляться парами с противоположными зарядами, но тождественными массами (и одинаковым временем жизни, если они нестабильны). Одна из них называется частицей, другая — античастицей. Имя каждой из них — это результат истории или соображения удобства. Сейчас можно утверждать, что существуют другие типы «зарядов», кроме электрического, например, барионный заряд. Необходимость появления пар частица-античастица связана с зарядами любого типа. Так, существует не только антипротон для протона, но и антинейтрон для нейтрона. Нейтрон электрически нейтрален, но он имеет барионный заряд. С другой стороны, только фотон и π^0 -мезон не имеют античастиц, каждая из них является античастицей для себя самой.

Рождение и уничтожение вещества

Чтобы объяснить эти понятия, скажем, что нечто подобное уже происходило с другими явлениями, испытанными революционное преобразование в этом столетии. Если вы разберете часы, то обнаружите

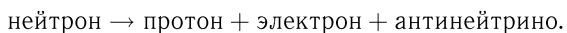
механизмы, источники, рычаги и т. д. (или может быть кристалл кварца и батарейку). В этом случае вы говорите, что часы состоят из этих частей. Если разбирать эти части на все более и более мелкие детали, в конце концов можно дойти до атомов. Если разбирать атомы, то можно обнаружить электроны и ядра различных сортов. Двигаясь дальше, вы обнаружите, что ядра сделаны из протонов и нейтронов, которые, в свою очередь, состоят из кварков и глюонов. На микроскопическом уровне, кстати, разложение на части означает разрушение объекта, который представляется в виде некоторых частей, соединенных вместе с помощью дополнительных средств. В начале столетия большое удивление вызывал тот факт, что разложение не останавливается на атомах. Тогда, продолжая вековые традиции, в конечном счете можно прийти к неизменяемому составляющему мира, строительные блоки которого можно расположить и перестроить в различных комбинациях, но сами по себе они являются вечными и неразрушимыми.

Так, для примера, ядерная реакция: $d + t \rightarrow \text{He} + n$ может восприниматься как простая перестановка нейтронных (n) и протонных (p) частей ядер дейтерия (d) и трития (t), при котором эти части сливаются в ядро гелия (He) с одним остающимся нейтроном. Можно считать, что реакция (i) $\pi + p \rightarrow \Lambda + K$ показывает, что частицы, участвующие в ней — пион, протон, лямбда-частица, каон — составлены из более мелких частиц, иначе говоря, кварков, которые подобным же образом переставляются между собой. Но если это так, что же тогда приводит к реакции (ii) $\pi + p \rightarrow \Lambda + K + \pi$, в которой лишний пион появляется из ниоткуда? Не все ли кварки уже были полностью «использованы» для осуществления реакции (i), что при этом не остается ингредиентов для объяснения реакции (ii)? Как можно осуществить реакцию $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$? Никакое суммирование перестановок не может объяснить, почему конечная система содержит такие же объекты, как начальная система плюс нечто другое. Чтобы разрешить этот вопрос, можно предположить, что π^0 просто рождается заново; иначе говоря, его ингредиенты возникают независимо от протекания реакции. Короче, переходя на субъядерный уровень, мы обнаруживаем, что частицы могут быть рождены и уничтожены!

Это рождение и уничтожение вещества не наблюдается в нашей каждодневной действительности. Это явление, которое начинает играть роль в ускорителях частиц высокой энергии, в столкновениях, индуцированных космическими лучами (которые представляют из себя поток быстрых частиц, падающих на Землю из космоса), в звездах, в открытом космосе и в определенных процессах радиоактивного распада. Процессы, связанные с наукой, технологией и повседневной жизнью имеют в основном дело с простыми движениями и перестановками электронов и ядер. Однако даже в повседневной жизни из этого имеется очень известное исключение. Я говорю о хорошо известном явлении, которое можно интерпретировать на основе современных представлений, а имен-

но, о свете! Луч света есть не что иное, как семейство безмассовых частиц — фотонов, движущихся (как же иначе?) со скоростью света. Благодаря своей безмассовости фотоны легко рождаются, причем это происходит независимо от того, включен источник света или выключен. На микроскопическом уровне их появление соответствует процессам, которые протекают при столкновении электронов и атомов в источнике света, в случае, когда последний нагрет или, другими словами, «возбужден». Фотоны разрушаются, когда они соприкасаются и поглощаются непрозрачными материальными телами (стены, книги, сетчатка глаза).

Представление о рождении и уничтожении фотонов было введено Эйнштейном, предложившим частицеподобную интерпретацию электромагнитного излучения. Но концепция фотонов не имеет вполне определенной даты рождения, во всяком случае, фотон есть является особой частицей. Она не имеет массы; это квант поля, которое мы называем классическим. Так или иначе, для фотонов возможность рождения и уничтожения, как таковых, не вызвала значительных философских обсуждений в ранние годы нашего столетия. В любом случае, оставалась надежда цепляться за идею того, что реальные *массивные* частицы, т. е. частицы с ненулевой массой, такие как электроны, протоны и нейтроны, действительно являются неизменными. Но возможность считать их неизменными вскоре исчезла. Впервые это стало заметно при открытии нейтрона и понимания его роли в ядерном β -распаде. Основная реакция β -распада имеет вид:



Нейтрон уничтожен; протон, электрон и антинейтрино родились. Антинейтрино, который очень неактивен, легко покидает ядра и проходит сквозь Землю, Солнечную систему, Галактику и уходит в открытый космос, не оставляя каких-либо следов. Но это уже совсем другая история.

Где же возникла квантовая теория? Квантовая теория электромагнитного поля берет начало в героический период середины 20-х годов, когда были установлены основы квантовой механики. Квантовая электродинамика с самого начала была предназначена для того, чтобы учесть рождение и уничтожение фотонов. Фотон естественным образом получается в теории как квант электромагнитного поля. Начиная с этого момента физики придумали много других полей, которые не известны нам в классическом проявлении, но которые необходимы для квантования других частиц по аналогии с электродинамикой. Так, для примера, существует поле, которое создает и разрушает электроны. В старых теориях для каждого типа частиц: протонов, нейтронов, пионов и т. д. использовался отдельный набор полей. Сейчас мы достигли более фундаментального уровня понимания, включающего в себя, кроме прочего, кварки и глюоны. Но они также могут рождаться и уничтожаться.

Истоки

В своей современной форме структура квантовой теории была изложена в середине 20-х годов в результате концентрированного взрыва творчества и прогресса, не имевшего аналогов в истории научной мысли. Ее основные создатели были очень молоды: Вернер Гейзенберг, Поль Дирак, Паскуаль Йордан и Вольфганг Паули, всем им было около двадцати. Немного постарше были Эрвин Шредингер, который опубликовал свое знаменитое уравнение в возрасте 33-х лет, и Макс Борн, которому было 43 и его дружеская помощь понадобилась Гейзенбергу. Новый взгляд привел к неочевидной концепции реальности и сопровождался большим числом курьезов различного сорта. Не все современные им физики оказались способными воспринять новую доктрину. Они возражали и отрешивались от нее. Но уже первое применение квантового подхода к описанию микроскопических явлений привело к потрясающему успеху. Противники нового подхода, среди которых, в первую очередь, был Альберт Эйнштейн, вскоре были вынуждены согласиться с корректностью квантовой механики. Им осталось лишь надеяться на то, что классическая реальность превалирует на некотором, более глубоком уровне природы, недостижимом при непосредственных наблюдениях. Этот более глубокий уровень, если он существует, в настоящее время все еще остается в перспективе. Насколько мы можем сегодня видеть, принципы квантовой механики остаются ненарушенными и эмпирически неизменными. В случаях, когда с достаточно высокой точностью могут быть выполнены сложный эксперимент и соответствующие теоретические вычисления, между ними наблюдается качественное согласие. Как это часто происходит во время интеллектуальных революций, юное поколение легче воспринимает новые пути мышления, чем старое. Но еще легче было воспринять новые идеи поколению, которое выросло с ними. Тем не менее, общий взгляд на квантовую механику достаточно необычен. Но самое необычное состоит в том, что до сих пор, через многие десятилетия после появления квантовой механики, она продолжает казаться необычной даже научным работникам, которые имеют с ней дело каждый день, знают и используют многие ее тонкости и особенности. Необычность квантовой механике проявляется скорее не на операционном, а на философском уровне понимания. На этом уровне остаются скрытыми многие глубокие вопросы. Мы не можем пока решить их полностью. Скромная цель данной книги состоит в том, чтобы познакомить читателя с некоторыми основами квантовой механики: ее принципами, следствиями и даже курьезами.

Многие вопросы, рассматриваемые в рамках классической физики, оставались нерешенными вплоть до конца XIX столетия, особенно вопросы, имеющие отношение к природе атомов, а для некоторых твердолобых людей — даже сам факт существования атомов. Но рамки нью-

тоновой механики не вызывали сомнений. Тем не менее, сегодня в ее недостатках можно обнаружить квантовые эффекты, вследствие которых эмпирические отклонения от классически ожидаемых результатов были указаны исследователями XIX столетия. Однако это лишь недостатки. В целом они не являются ошибками, не портят общей системы взглядов, но далеки от ясности и не могут быть решены в рамках по-прежнему развивающейся классической картины.

До сих пор существуют обширные области современной макроскопической науки и инженерии, которые успешно существуют без какого-либо отношения к квантовомеханическим основам природы. Это происходит потому, что классическое ньютоновское поведение для большинства явлений дает очень хорошее приближение к квантовой механике макроскопических систем. Но такое утверждение надо понимать в качественном смысле. Эту оговорку можно проиллюстрировать на примерах. Рассмотрим течение масла по гладкой цилиндрической трубе. В этом случае течение управляется разностью давлений, которая устанавливается на концах трубы. Если разность давлений не слишком большая, то течение будет ламинарным; его описание является стандартной задачей во всех учебниках по динамике жидкости. Можно рассчитать скорость движения и объем масла, переносимого за единицу времени. Ответ зависит от длины и диаметра цилиндра, а также разности давлений на концах трубы. Они являются параметрами, которые либо задаются экспериментально, либо определяются условиями. Но ответ зависит и от вязкости масла. Если значение этого параметра воспринимать как данный факт природы, т. е. как величину, определяемую эмпирически, тогда вычисление скорости течения можно произвести по чисто классическим линиям, и никак не связывать с квантовой механикой. Однако, чтобы понять, почему масло имеет вязкость и другие свойства, которые у него есть, надо опуститься на атомный уровень. А здесь уже разница между классической и квантовой механикой просто потрясающа.

Нужно сделать и другую оговорку. Квантовомеханические правила и конкретные уравнения уже давно определены и хорошо проверены. *В принципе*, можно установить структуру молекул масла, изучить, как эти молекулы взаимодействуют между собой в объеме и отсюда получить вязкость масла. Но полное детальное вычисление того, что происходит на различных масштабах, начиная с одной молекулы масла и ее ингредиентов и кончая астрономическим числом (около 10^{24}) молекул, представленных даже в маленькой капле масла, является совершенно невычислимым. Даже отдельная молекула уже довольно сложна. Поэтому здесь должны быть использованы и собраны вместе подходы, основанные на богатых и активных областях научного исследования; например, на области статистической механики. Оператор, который хочет знать точное значение расхода жидкости, конечно, должен обратиться к эмпирическому значению вязкости. Но тот же оператор может проявить лю-

бобытство, а почему окружающие вещи именно такие, какие они есть? Более того, существует возможность научиться проектировать молекулы на микроскопическом уровне, так, чтобы изменять вязкость в желаемом направлении.

Точно также, как с вязкостью, дела обстоят и с другой информацией, которая в параметрической форме входит в различные области классической науки и инженерии: упругие свойства материалов, теплопроводность, электрическое сопротивление, уравнения состояния (соотношения между давлением, плотностью и температурой) для различных газов и жидкостей, оптические коэффициенты отражения и т. д. Различные области имеют свои различные методологии и концепции. Никто из них не страдает от нехватки интеллектуальных и практических проблем внутри своей области. Но как мы уже знаем, наука едина. На глубоком уровне различные области являются частью общей науки об атомах, где царят квантовые явления. Глубже проявляется фантастический мир субатомных частиц, а еще дальше — мир космоса.

Квантовая механика впервые привлекла к себе человеческое внимание в первые годы двадцатого столетия. Это не означало скачок вверх до полного развятия. В это время истоки квантовой механики занимали очень скромное место на научной сцене; а именно, они находились в *физике излучения черного тела*. Проблема излучения черного тела связана с частотным спектром электромагнитного излучения, которое заполняет любой объем, окруженный материальными стенками и находится с ними в термодинамическом равновесии. Этот вопрос кажется ужасно частным. Однако десятилетием раньше, на основе элегантных термодинамических рассуждений, было показано, что интенсивность излучения как функция частоты, должна иметь фундаментальный характер. Она может зависеть от частоты и температуры, но не от формы сосуда или, более строго, типа материала, из которого изготовлены стенки. Отсюда следует глубокий вывод. Экспериментальные измерения различных частей частотного спектра были проведены в конце столетия. Вызовом теоретикам было описание формы кривой. Этого успеха добился Макс Планк, немецкий физик, в 1900 г. Более подробно научную сторону этого дела мы рассмотрим позднее, сейчас же коротко остановимся на этом событии. Однажды Планк, познакомившись с последними экспериментальными результатами по спектру черного тела, уселся за работу, и, как нам известно, не более чем за один вечер получил эмпирическую формулу, которая очень хорошо соответствовала спектральным данным. Это не был просто случай грубой подгонки, он руководствовался некоторыми идеями, которые были высказаны в его же более ранней работе с соавторами. Тем не менее, эта формула была исключительно эмпирической. Несколько последующих месяцев он пытался получить эту формулу в рамках классической теории того времени. Для этого требовались статмеханические сообра-

жения. Но классическая статистическая механика еще только развивалась, и Планк не захотел, или не смог следовать по наиболее простому пути, доступному для него. Если бы он использовал этот путь (отмеченный чуть раньше лордом Рэлеем), он пришел бы к катастрофическому разногласию с экспериментальными данными. Действительно, он следовал более сложному подходу, который в основе был классическим, за исключением нескольких пустяков, которые мы опишем позднее. Получилась эмпирическая формула Планка для излучения черного тела! Из малого получилась квантовая революция. По этому поводу не возникло никаких волнений на улицах. Только очень малая часть физиков обратила свое внимание на это достижение. Среди них лишь немногие поняли, что произошло что-то новое, но и они были далеки от понимания того, что означает это новое. Решающий шаг в 1905 г. сделал Альберт Эйнштейн. Это был для него удивительный год, в котором он представил свою работу по специальной теории относительности. Эйнштейн понял из открытия Планка изумительную гипотезу: электромагнитное излучение частоты f может существовать только в виде дискретных порций энергии, *квантов*, и что энергия каждой такой порции пропорциональна частоте; энергия равна hf , где постоянная пропорциональности h является новым параметром природы, который возник из формулы Планка для излучения черного тела. Эти кванты Эйнштейна обладают свойствами частиц, называемыми *фотонами*. Однако свет — не что иное, как форма электромагнитного излучения; одним из достижений науки девятнадцатого столетия является открытие того факта, что свет обладает волновыми свойствами. Именно кванты Эйнштейна породили знаменитую загадку, связанную с дуализмом волна-частица, которая присутствовала в физике в течение двух следующих десятилетий.

Квантовые идеи вскоре были перенесены с излучения на массивную материю. Фактически для этого случая работа Планка подсказала некоторый вид квантования энергии, но в первоначальном виде это были не очень ясные подсказки. После этих событий в 1907 г. Эйнштейн построил простую квантовую модель теплоемкости материальных тел. Теплоемкость является параметром, характеризующим изменение температуры данного материального тела, когда оно поглощает определенное количество тепла. Эйнштейн рассуждал следующим образом. В материальных телах, конечно, могут существовать звуковые волны в некотором интервале частот f . Для них можно использовать ту же гипотезу квантования, что и для электромагнитного излучения; а именно, предположим, что энергия звуковых волн частоты f может существовать только в виде порций энергии hf . Эйнштейн хотел удовлетвориться одной характерной частотой. Но в других работах вскоре было сделано обобщение для целого интервала частот. Модель обеспечивала качественно успешное понимание определенных аномалий, отклонений от предсказаний клас-

сической теории, которые к этому времени уже были известны из опыта. Интерес исследователей к квантовому развитию стал расти.

В 1913 году молодой датский физик Нильс Бор обратился к исследованию устройства атома. Как можно развивать квантовые идеи применительно к этому объекту? В качестве исходной структуры атома он взял модель, предложенную парой лет ранее великим экспериментатором Эрнестом Резерфордом. В этой модели атом представлял уменьшенную копию солнечной системы: маленькое заряженное ядро в центре (аналог Солнца) и значительно более легкие, отрицательно заряженные электроны (планеты), вращающиеся вокруг ядра. Резерфорд пришел к такой модели атома после знаменитого эксперимента, во время которого он вместе с Гейгером и Марсденом бомбардировал тонкую металлическую фольгу быстрыми α -частицами и увидел, что, как ни странно, α -частицы изредка рассеиваются на очень большие углы. Столкновения с атомными электронами, которые очень малы по массе, не могут привести к большим отклонениям быстрых, тяжелых α -частиц. Но это могут сделать тяжелые, с сильно сконцентрированным положительным зарядом атомные ядра. Исходя из этих представлений, Резерфорд нашел ожидаемое распределение по углам рассеяния, рассчитав его на основе ньютоновских уравнений движения для классических частиц, взаимодействующих по закону Кулона. Результаты хорошо согласовывались с экспериментом и подтвердили гипотезу Резерфорда о строении атома.

Но атом Резерфорда содержал большую загадку. В качестве иллюстрации представим простейший атом водорода. Он имеет один электрон, вращающийся вокруг протонного ядра. Электрон, на который действует кулоновская сила ядра, находится в состоянии ускоренного движения. В соответствии с классической теорией электромагнетизма ускоренный заряд должен постоянно испускать электромагнитное излучение и терять при этом энергию. Предположим на одно мгновение, что эти потери энергии можно игнорировать. Тогда, классически, электрон будет двигаться по эллиптической орбите с меняющейся частотой, которая, помимо прочего, зависит от энергии электрона. Электрон излучает с частотой такого орбитального движения. Но существует бесконечно много *возможных* орбит, как и в случае объектов (планет, комет, астероидов, космических кораблей), движущихся вокруг Солнца. Если взять макроскопическое число атомов водорода, было бы удивительно, если бы в различных атомах электроны не двигались по целому набору различных орбит. Тогда на основе этой картины мы могли бы ожидать непрерывный спектр излучения. Фактически, однако, атом излучает вполне определенные дискретные частоты, характерный набор которых отличается от одного вида атомов от другого (о характеристических частотах говорят как о «линиях», поскольку они изображаются линиями на спектроскопических снимках). Тем более эта проблема является серьезной для атома Резерфорда, поскольку реально никак нельзя игнорировать факт потери

энергии электроном при излучении. Вместо устойчивого движения по эллиптической траектории электрон должен неизбежно падать на ядро по спиральной траектории. При этом частота его орбиты и, соответственно, частота излучения будет все время уменьшаться, пока будет меняться размер орбиты. На опыте ничего такого не происходит ни в спектроскопии, ни в химии, вообще нигде. Убежденные атомисты долгое время боролись с этим противоречием, пытались найти пути, как стабилизировать атом от излучательного коллапса, а также как из непрерывного спектра получить дискретный набор линий.

Теперь мы можем представить в виде последовательных шагов те действия Бора, с помощью которых он решил загадку:

Шаг 1: Игнорируем в данный момент излучение и будем рассматривать электронные орбиты с точки зрения классической динамики, как это обсуждалось выше. Бор ограничился круговыми орбитами.

Шаг 2: Потребуем выполнения «квантовых условий», которые придумал Бор, чтобы определить, какие орбиты разрешены «квантовомеханически». Все другие орбиты запрещены. Следствием этого является то, что возможны только определенные значения энергии. Вместо целой области непрерывных возможных значений энергии появляется дискретный набор: энергия *квантована*.

Шаг 3: Допустим, что электрон не излучает, когда он движется по одной из разрешенных орбит. Но когда электрон находится на возбужденном уровне с энергией E и «собирается» прыгнуть на более низкий уровень с энергией E' , он испускает фотон частоты f , определяемой из условия $hf = E - E'$. Это уравнение гарантирует сохранение энергии, поскольку в соответствии с Эйнштейном hf является энергией фотона.

Бор придумал эти правила вскоре после того, как узнал о замечательной простой эмпирической формуле, которую задолго до этого получил швейцарский школьный учитель Джон Якоб Бальмер для частот излучения атома водорода. Формула Бальмера, которая включает в себя только один подгоночный параметр (постоянную Ридберга), предсказывает, что должно существовать бесконечно много водородных линий. Во времена Бальмера были известны только несколько из них, когда этим занялся Бор, стало известно значительно больше. Нет никаких сомнений, что Бор построил свои квантовые правила, чтобы подогнать их под факты. Самое замечательное заключается в том, что он смог подогнать факты так, чтобы его простые, но классически необъяснимые правила работали. Бор смог выразить постоянную Ридберга единственным образом через основные параметры, которые уже были известны и которые он не мог подогнать; а именно — заряд и масса электрона, а также постоянная Планка h . Согласие с экспериментом получилось очень хорошее.

Энергичная и быстрорасширяющаяся эра квантовой теории после этого вышла на путь, когда физики искали объяснение утверждений Бора, чтобы учесть влияние внешнего электрического и магнитного полей

на энергетические уровни атома водорода, учесть релятивистские эффекты; использовать атомные идеи для многоэлектронных атомов и т. д. Боровские квантовые условия были обобщены на случай очень широкого круга вопросов. Но как и исходные боровские правила, они имели тот же характер: квантовые условия накладывались сверху на классическую картину без понимания того, откуда берутся эти правила. В значительной мере развитие определялось *принципом соответствия*, который был сформулирован и впервые использован Бором, остальными взят на вооружение. Коротко говоря, оно означало, что квантовое поведение при больших энергиях должно напоминать классическое. Эта идея была использована, а затем гениально приспособлена для обслуживания любых энергий. Было много ошибок, но были и большие достижения. Это была сумасшедшая эра прогресса и ошибок, смесь необъяснимых квантовых правил и классической динамики. Она цвела около дюжины лет, в интервале между статьей Бора, в 1913 г., и рождением современной квантовой теории. Физик Исидор Раби, оглядываясь назад, назвал это время временем «артистизма и нахальства».

Современная теория началась с двух внешне не связанных между собой линий, одна из которых восходит к Гейзенбергу, а другая — независимо, — к Шредингеру. Скорость развития была захватывающей. Первый шаг был сделан Гейзенбергом в весенние каникулы 1925 г. Будучи ограниченным и руководимым в какой-то степени принципом соответствия, Гейзенберг резко порвал с концепцией классической механики на атомном уровне. Он призвал отбросить использование определенных координат и импульсов на том основании, что они являются ненаблюдаемыми величинами на микроскопическом уровне. Но атомные энергетические уровни *являются* наблюдаемыми, поскольку через них определяются частоты атомных линий. Гейзенберг установил новую механику, предназначенную для этих целей. То, что он постулировал, кажется, пришло с небес; выраженное на математическом языке, это было неизвестно многим, в том числе самому Гейзенбергу. Однако он упорствовал в своих утверждениях. Наставник Гейзенберга по Геттингену Макс Бор, получивший статью Гейзенберга в первую очередь, недоумевал по поводу математики, когда осознал, для чего она нужна. Всего за несколько коротких месяцев, в сентябре, он и другой его ассистент, Паскуаль Йордан, завершили статью, расширяющую идеи Гейзенберга и идентифицирующую его математические объекты как *матрицы*. Известна история — если, конечно, она правдива, то она дает представление о том времени, — как неизвестный тогда Йордан пришел работать к Борну. Молодой человек проявил себя во время путешествия в одном купе с Борном и его коллегами. Борн обсуждал с коллегами матрицы. Услышав об этом, Йордан представился и сказал, что разбирается в матрицах и может помочь. И Борн подписал его имя в конце статьи . . . да-да, именно так это и было! Их совместная статья вышла чуть позднее.

Вскоре после этого к Борну и Йордану присоединился Гейзенберг, чтобы написать прославленную «трехместную» статью (*Dreimänner Arbeit*), в которой установлены логические рамки квантовой теории Гейзенберга, сейчас называемой *матричной механикой*. Тем временем, основываясь только на первоначальной статье Гейзенберга и не подозревая о работе Борна и Йордана, Поль Дирак в Кембридже аналогично расширил идеи Гейзенберга, на другом, элегантном математическом языке. Он получил формальную аналогию между квантовой и классической механикой и определил, в чем состоит разница. За год до этого Дирак уже применял новую квантовую теорию к атому водорода. В частности, он успешно учел влияние электрического поля на энергетические уровни водорода — задача, с которой ничего не могла сделать старая квантовая теория.

Все это произошло не дольше, чем за полгода! А после этого, в самый первый месяц следующего, 1926 года, вышла первая статья Шредингера, из которой возникла совершенно другая квантовая теория. Шредингер использовал идею, высказанную несколькими годами раньше в докторской диссертации Луи де Бройля, который в круге этих людей был старшим; ему было тридцать лет. Луи де Бройль утверждал, что аналогично тому, как свет может демонстрировать свои частицеподобные и волновые свойства, так и с массивной материей, например, с электроном, можно связать «волны материи». Эйнштейн считал эту идею заманчивой и дал свое влиятельное благословение. Шредингер развил ее в полнокровную теорию. Следуя аналогии с классической механикой и оптикой, Шредингер ввел волновую функцию, которая связана с любой системой материальных частиц, написал уравнение, которому эта волновая функция должна удовлетворять, и все это при том, что физический смысл волновой функции был совершенно неясен. Но это было не так важно. Уравнение прошло первый обязательный тест. С его помощью Шредингер нашел правильные энергетические уровни атома водорода. Несмотря на некоторую первоначальную несдержанность со стороны Гейзенберга и других геттингенцев, статья Шредингера быстро захватила мир физиков. В противоположность матричной механике, его волновая механика была выражена знакомым математическим языком; кроме того, первоначально казалось, что она может примирить с классическими обозначениями реального мира. Но все это оказалось иллюзией.

Если бы голосование происходило во время выбора между двумя теориями, вероятно, что большинство физиков полностью бойкотировало бы выборы (болезнь, которой страдали эти обе новомодные квантовые теории). Однако среди голосовавших большинство предпочло бы волны, а не матричную механику. Но вскоре прояснилось, что эти две теории, по сути, одно и то же, что достаточно уверенно продемонстрировал Шредингер, показав высокий стандарт математической строгости. Две теории, которые являются двумя различными математическими *представ-*

лениями среди бесконечного числа других возможных представлений той же физики. Чем-то это похоже на случай различных координатных систем, используемых для описания одинаковых явлений с различных точек зрения. Принципы квантовой механики могут быть фактически сформулированы в очень абстрактных терминах, не связанных ни с каким конкретным представлением. Однако, как для практических вычислений, так и для развития интуитивного восприятия квантовой механики лучше всего опускаться с абстрактных высот. И в данном описании удобнее всего обратиться к направлению Шредингера.

Квантовая механика развивалась быстро и росла вширь вслед за статьями исследователей. Ранние приложения в основном концентрировались на различных задачах энергетических уровней. Этот класс задач было можно решать, не упав в грязь лицом в вопросах интерпретации, в частности, такие вопросы возникали в связи с непониманием физической сущности волновой функции Шредингера. Современная интерпретация появилась достаточно быстро, но началась она с замечания, сделанного Борном в статье по квантовой теории рассеяния 1926 г. Оно было быстро разработано. Кроме всех прочих, большую роль в этом сыграл Нильс Бор, руководивший развитием общих интерпретационных принципов квантовой механики. В результате появилась вероятностная структура природы и отсюда резкое противоречие с интуитивным пониманием действительности. Спротивление появилось со стороны таких гигантов, как Шредингер и Эйнштейн. Эйнштейн наблюдал с «восхищением и подозрением». В это время он выразил свой антивероятностный взгляд («Бог не играет в кости») в знаменитой серии дебатов с Бором. Бор победил. В конце концов Эйнштейн согласился с корректностью квантовой механики, насколько это возможно; но до самого конца своих дней он надеялся на существование более глубокого, но пока недоступного уровня классической реальности.

Что же означает волновая функция? Все. Согласно принципам квантовой механики волновая функция включает в себя все, что мы можем знать о состояниях системы в любой момент времени. Но она не говорит нам, где находится частица или каков ее импульс. То что она дает нам и все что мы можем знать, — это *вероятности* того, что может получиться в результате различного рода экспериментов, которые могут быть сделаны над системой: измерение положения, импульса, энергии, углового момента и т. д.

В противоположность классике язык здесь намного интереснее. Например, в классике можно сказать «пусть x обозначает результат эксперимента по измерению координат частицы». Классически, пока это согласуется с практикой измерения, можно считать, что частица действительно находится где-то. Да, ее координаты *могут быть* в принципе измерены, и при этом нет необходимости говорить об эксперименте. С другой стороны, с точки зрения квантовой механики частица не имеет

определенного положения до тех пор, пока эксперимент не обнаружит ее в каком-то месте. Можно говорить только о вероятности при измерении положения и других переменных. Понимание эксперимента, следовательно, более существенно в квантовой механике. Гейзенберг: «Нельзя больше говорить о поведении частицы независимо от наблюдения». Бор: «Независимая реальность может быть приписана либо явлению, либо процессу наблюдения».

Три бейсбольных судьи: первый судья, «Я зову их на путь, на котором я их вижу». Второй: «Я зову их на путь, на котором они находятся». Третий: «Они никто, пока я не позову их».

Коротко обратимся к истории. Шредингеровская версия квантовой механики прояснила вопросы дуальности волна-частица в отношении массивной материи. Дуальность волна-частица для электромагнитного излучения, частицеподобным проявлением которого является фотон, получила квантовое обоснование в 1927 году в связи с применением квантовых принципов к электромагнитному полю. Это было сделано в работе Поля Дирака, провозгласившего *квантовую электродинамику* в статье, увидевшей свет в том же году. Несмотря на множество попыток связать квантовые идеи со специальной теорией относительности, квантовая механика Шредингера была адресована нерелятивистской ситуации, т. е. ситуации, когда скорости малы по сравнению со скоростью света. Тем более значительным был еще один успех Дирака, который последовал в 1928 г., когда он получил релятивистское волновое уравнение для электрона. Он преуспел в построении релятивистской квантовой теории электрона, теории, которая, между прочим, предсказывает существование античастиц — хотя первоначально Дирак не знал о их существовании. В конце 1928 года создание основ квантовой теории в основном завершилось.

ГЛАВА 2

Классические основы

Закон Ньютона

Квантовая механика появилась в результате обыкновенного опыта, но ньютоновская механика, которая была ею вытеснена, тоже была необходима нашим предшественникам (и остается такой для многих современников). Вероятно, два наиболее известных заклинания, взятых из физики, — это соотношение Эйнштейна $E = mc^2$ и закон Ньютона

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (2.1)$$

В этой главе мы посмотрим на окружающий мир с доквантовой перспективы; а для начала, еще и с нерелятивистской. Уравнения Ньютона определяют движение объектов массы m под действием внешних сил \mathbf{F} . Понятие массы в данный момент мы не будем анализировать, предполагая, что она определяется интуитивным понятием веса. Ускорение \mathbf{a} является скоростью изменения скорости \mathbf{v} : $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$. Символы \mathbf{F} , \mathbf{a} и \mathbf{v} изображаются жирным шрифтом, чтобы подчеркнуть, что они являются *векторными* величинами; т.е. имеют не только величину, но и направление (например, скорость автомобиля 60 км/ч в северо-западном направлении).

Многие антики, в том числе Аристотель, считали, что покой является естественным состоянием материальных тел, что движение требует воздействия внешних факторов, сил, как мы говорим сейчас. Но согласно Ньютону, в отсутствии сил нулю равно *ускорение*, но никак не скорость. В этом смысле естественным состоянием, т.е. движение при отсутствии сил является состоянием с неизменной скоростью; а именно — прямолинейное движение с постоянной скоростью. Состояние покоя является очень частным случаем, когда скорость равна нулю. На самом деле наш земной опыт отвергает все это. Например, если прекратить тянуть тележку, она замедлится и остановится. Но мы знаем, что даже если тележку предумышленно не толкать или не тянуть, на

движущую тележку все равно будет действовать сила трения со стороны Земли. Действительно, известные силы повседневного земного мира являются в основном *контактными* силами различного типа: само по себе трение, короткий контакт с бейсбольной битой меняет направление и скорость мяча, толчок на дороге, который вызван вращением колес и который может преодолеть трение и даже привести к ускорению автомобиля и т. д.

Самое время обратиться к дополнительному закону, который связан с ньютоновским (2.1). Он утверждает, что силы, действующие между любой парой объектов, равны по величине и противоположны по направлению. Если тело A создает силу $\mathbf{F}(A \rightarrow B)$, действующую на B , тогда сила B , действующая на A , равна $\mathbf{F}(B \rightarrow A) = -\mathbf{F}(A \rightarrow B)$, где минус указывает на противоположное направление. Например, если бейсбольный мяч ускоряется в некотором направлении благодаря его короткому контакту с битой, то и бита ускоряется (отскакивает) в противоположном направлении. Мы будем продолжать говорить о законе Ньютона (одном), но при этом будем понимать, что речь идет о *законах* Ньютона (многих), которые используются совместно, т. е. (2.1) и дополнительный закон, только что обсуждавшийся.

Хотя контактные силы являются известной стороной повседневной жизни, одна из наиболее распространенных сил, которая приводит к земным (и небесным) эффектам, гравитация, несомненно, другого сорта. Она не является контактной силой. Она действует на расстоянии подобно тому, как на расстоянии действуют электрические и магнитные поля. Действительно, контактное взаимодействие, которое воспринимается макроскопически вполне реально, на самом деле лишь отображает электромагнитное действие на расстоянии между соседними атомами в двух объектах, приведенных в контакт. «Контакт» не следует понимать буквально на макроскопическом уровне. Все силы в природе между материальными телами в этом смысле фактически действуют на расстоянии. Действительно, все силы, которые существенны для повседневной науки и технологии, и находятся выше ядерной и субъядерной области, но ниже космической, уже перечислены — это гравитация и электромагнетизм.

Гравитация

Начнем с гравитации. Гравитация всегда только притягивает. Силы, действующие со стороны одного объекта из пары гравитационно взаимодействующих объектов, указывают всегда в сторону другого. Величина сил между любыми двумя маленькими кусочками материи пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Если массы равны m_1 и m_2 и разделяющее их

расстояние равно r , радиальная сила, действующая вдоль линии, соединяющей массы, равна

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.2)$$

где G — эмпирическая константа пропорциональности. Знак минус здесь поставлен, чтобы выразить тот факт, что сила всегда является притягивающей. Этот закон всемирного тяготения, которым мы обязаны Ньютону, выражен здесь в основной форме, которая относится к материальным телам, размеры которых малы по сравнению с разделяющим их расстоянием и которые поэтому могут восприниматься как материальные точки. Силы, действующие между телами A и B конечных размеров, могут быть получены, если представить что каждое тело состоит из маленьких кусочков. Тогда если сосчитать силы, действующие между каждым кусочком из A и каждым кусочком из B и сложить их (векторно), то результат даст силу притяжения между A и B .

Гравитационные силы очень слабы. Они действуют, например, между двумя книгами, лежащими на столе. Но эти силы настолько малы по сравнению с трением, что трение легко компенсирует это гравитационное притяжение между книгами и предотвращает их движение. Требуется очень чувствительный лабораторный эксперимент, чтобы зафиксировать гравитационное взаимодействие между объектами на земле, если эти объекты имеют «обычные» размеры. Гравитационные эффекты, которые так распространены в нашей повседневной жизни, практически ни к чему не приводят по той причине, что гравитационные силы между объектами, находящимися на поверхности Земли и окружающими нас, пренебрежимо малы. Для повседневного опыта, скорее, важно то, что массивная Земля целиком воздействует на другие объекты. Сферически симметричное тело, к которому очень близка Земля, действует гравитационно на объекты, находящиеся вне его, как если бы его масса сконцентрировалась в его центре. Гравитационная сила, с которой Земля действует на объект массы m , расположенный на ее поверхности, равна $F = -GmM/R^2$, где M — масса Земли, R — ее радиус. Сила, действующая на объект, расположенный над поверхностью Земли на высоте H , получится, если в последнем выражении заменить R на $R + H$. Поскольку радиус Земли достаточно велик ($R = 6,370$ км), изменение гравитационной силы будет мало, даже если рассматривать изменение высоты от уровня моря до высоты Эвереста.

Будет поучительно рассмотреть, что происходит, если подпрыгнуть, скажем, прямо вверх. Первоначально, если прыгун находится в покое, гравитационная сила со стороны Земли действует на него вниз, в точности уравновешивая противодействующую контактную силу, с которой Земля действует на ноги. Когда прыжок начинается, ноги дополнительно увеличивают контактную силу, которая начинает превосходить гравита-

ционную, так что в течение этого короткого промежутка «центр тяжести» прыгуна ускоряется вверх. После нарушения контакта ускоряющая сила исчезает и прыгун начинает ускоряться вниз под действием ничем не скомпенсированного притяжения Земли. Направленное вниз ускорение не означает, что скорость тоже обязательно направлена вниз. На этой стадии такое ускорение приводит только к тому, что скорость, направленная вверх, уменьшается с течением времени. (Таким образом, прыгун движется вверх, но замедляется вниз.) В конце концов его движение меняет направление, и прыгун начинает двигаться к земле со все возрастающей скоростью. Направленное вниз *ускорение* все время остается постоянным, на обоих участках этого путешествия. В течение короткого периода контакта в начале прыжка, Земля действует на прыгуна с увеличенной гравитационной контактной силой, как уже говорилось. В соответствии с законом Ньютона, прыгун действует на Землю с равной по величине, но противоположной по направлению силой. Тогда, поскольку прыгун воспарил вверх, земной центр тяжести должен «воспарить» вниз. Конечно, при прыжке он ударил Землю, но поскольку масса ее очень велика, то, можно сказать, не так сильно. Когда контакт нарушится, на землю будет продолжать действовать нескомпенсированная сила притяжения, под действием которой движение ее сначала замедлится, затем обратит свое направление и, наконец, вернет в исходную точку. Прыгун вернется на Землю, Земля встанет на свое место, так что все прекрасно.

Перейдем к более важным разделам. Начнем с того, что может сказать закон Ньютона (2.1) и что он сказать не может. Он может утверждать, что если не существует сил, действующих на тело, то тело *не ускоряется* и движется с постоянной скоростью по *прямой линии* (надо помнить, что если скорость не меняется по величине, но траектория искривлена, то ускорение не равно нулю). Но если на объект действуют внешние силы, то (2.1) ничего не может нам сказать, пока мы не будем знать природу существенных сил, действующих на тело. Таким образом, пока мы не знаем полную силу, действующую на объект в данной точке, и, возможно, на его скорость, мы не узнаем, как тело движется под действием силового поля, появляющегося из-за влияния других тел и действующего на него. Уравнение (2.1) не обладает достаточной предсказательной силой, пока в это уравнение не вложена информация относительно силы F , которая входит в это уравнение. Только в комбинации уравнения (2.1) и детального определения сил можно получить управление движением. В случае гравитации основной закон сил дается (2.2). Для группы объектов, взаимодействующих только гравитационно, силы, действующие только на один из них, будут определяться расстоянием до каждого из объектов, в соответствии с (2.1). Уравнения движения для различных объектов будут, следовательно, связаны между собой. Например, если система состоит из двух тел, ускорение A

будет зависеть от расстояния до B . Но такое расстояние будет меняться с течением времени не только потому, что движется A , но и потому, что движется B .

Движение должно рассматриваться совместно. В частном примере двух тел с точки зрения математики легко понять, что происходит. Для трех и более тел задача существенно усложняется. Тем не менее, связанные уравнения и задание начальных условий позволяют, в принципе, определить движение в полных деталях. Под *начальными условиями* мы понимаем координаты и импульсы всех тел в некоторый момент времени. Возьмем случай планеты, движущейся вокруг Солнца, предполагая для простоты, что взаимодействием со всеми другими планетами можно пренебречь. Для дальнейшего упрощения пренебрежем движением Солнца, что не приводит к большим ошибкам, поскольку Солнце намного тяжелее планет. С этими упрощениями задача легко решается. Из решения следует, что планета должна двигаться по эллиптической орбите, а движение характеризуется шестью параметрами (ориентация плоскости орбиты, размеры главной и вспомогательных полуосей и т. д.). Из решений уравнений движения возникают еще три параметра. Они должны определяться эмпирически. Или, эквивалентно, три декартовых координаты и вектор импульса в некоторый начальный момент времени полностью определяют заданную орбиту.

Но теперь появляются следующие вопросы. В каком относительном базисе будет выполняться закон Ньютона? Рассмотрим объект, который удален от всех внешних источников, так что можно считать что внешние силы, действующие на объект, отсутствуют. В соответствии с законами Ньютона такой объект не будет ускоряться. Предположим, что наблюдатель с номером один действительно видит, что он не ускоряется. Рассмотрим объект с точки зрения наблюдателя №2, который сидит в машине, движущейся равномерно и прямолинейно относительно наблюдателя №1. Оба наблюдателя увидят, что объект, движущийся с разными скоростями относительно их соответствующих систем отсчета, имеет ускорение, равное нулю. Оба наблюдателя могут сказать: нет сил, нет ускорения. Однако, если машина движется ускоренно, по отношению к наблюдателю №1, то наблюдатель №2 может сказать, что в его системе отсчета объект движется ускоренно. Поэтому недостаточно сказать «нет сил, нет ускорения». Следовательно в общем случае, мы не можем использовать уравнения Ньютона, независимо от того действуют на тело силы или нет, не решив вопрос о том, справедливы ли эти уравнения в той системе отсчета, относительно которой рассматривается уравнение. Наши предшественники поняли, исключительно правильно с современной точки зрения, что закон Ньютона выполняется только в привилегированном классе систем отсчета, в так называемых *инерциальных системах отсчета*. Тонкие вопросы этого предположения связаны с глубокими основами общей относительности и космологии, но

в качестве превосходной инерциальной системы отсчета, которая может быть использована для работы, можно выбрать систему отсчета, связанную с отдаленными звездами, находящимися (в среднем) в неподвижном состоянии. Тогда все системы отсчета, движущиеся относительно нее равномерно и прямолинейно, будут являться инерциальными. Конечно, наблюдатель, находящийся на поверхности Земли, не находится в инерциальной системе отсчета. Земля вращается, поэтому точки ее поверхности имеют ускорение относительно отдаленных звезд. Более того, Земля движется вокруг Солнца, Солнце движется вокруг Галактики, Галактика движется относительно отдаленных звезд. Но это не ограничивает нас. Мы можем рассматривать явления, как если бы они происходили в инерциальной системе отсчета, и используя рассуждения на основе здравого смысла (как мы считаем), перейти к неинерциальной системе отсчета. Мы не удивляемся, что отвес не совсем вертикально опускается у поверхности вращающейся Земли, мы легко можем вычислить его наклон.

Рассмотрим еще один тонкий момент. В соотношение (2.2) встроено точное предположение, а именно, что действие на расстоянии происходит *мгновенно*. Закон предполагает, что сила, с которой B влияет на A (или A на B) в любой момент времени зависит от относительного расстояния между телами *в этот же момент времени*. Действительно, если тела не движутся, это справедливо. Но если они движутся, то относительное расстояние меняется со временем, и будет ли тогда взаимодействие мгновенным? С развитием теории относительности в начале XX века стало ясно, что взаимодействие не может быть мгновенным. Не существует физического взаимодействия, распространяющегося быстрее скорости света. Если некто всемогущий возьмет и потряхнет Солнце, орбитальное движение Земли не будет этого чувствовать около восьми минут. Именно такое время необходимо для движения от Солнца до Земли со скоростью света. Элементарная теория, основанная на (2.1) и (2.2), дает только приближенный результат гравитационных эффектов, хотя это приближение является исключительно точным, когда оно применяется в «обычных ситуациях», когда рассматривается движение планет, траектории ракет, падение яблока и другие известные гравитационные явления.

Закон гравитации (2.2) имеет и другую интересную сторону, которая кажется случайной, но, на самом деле, имеет глубокие основания. Комбинируя (2.1) и (2.2), мы видим, что ускорение, испытываемое телом, на которое действуют гравитационные силы, не зависит от массы этого тела: ускорение a_1 массы m_1 сокращается, так что $a_1 = Gm_2/r^2$. Таким образом, ускорение зависит только от массы второго тела, но никак не собственной. Это следует из экспериментов, которые проводил (или говорят, что проводил) Галилео Галилей, бросая разные тела с падающей башни в г. Пиза: «Все объекты, легкие или тяжелые, ка-

кой бы они не имели состав, падают на землю с одинаковым ускорением, если пренебречь сопротивлением воздуха». «Инерциальная» масса — параметр, который входит в (2.1), могла бы отличаться от «гравитационной» массы — параметра, который входит в (2.2); их отношение могло бы меняться для разных типов материалов. Они могли бы быть двумя независимыми свойствами для любого кусочка материи. Но они являются одинаковыми с чрезвычайной точностью. Это равенство *инертной* и *гравитационной* масс было положено Эйнштейном в основу общей теории относительности. Общая теория относительности является, по сути, теорией гравитации, в которой гравитационное влияние проявляется как возмущение в геометрии пространства-времени. Такая точка зрения привела к глубоким следствиям в космологии; была успешно проверена при объяснении малых отклонений от классических (ньютоновских) предсказаний для отклонения лучей вблизи поверхности Солнца, сдвига перигелия Меркурия и других явлений. Общая теория относительности заменила собой элементарную теорию, основанную на (2.1) и (2.2), выбросив из нее мгновенное действие на расстоянии. Но она сохранила элементарную теорию как очень хорошее приближение для «обычных» ситуаций. Это произошло потому, что ньютоновский взгляд на мир появился после его успешного применения к динамике планет.

Энергия

Самое время уделить внимание понятию энергии. Как уже говорилось, состояние классической системы в некоторый момент времени полностью определяется заданием координат и импульсов всех частиц. Другие величины, которые могут нас интересовать, определяются уже через них. Но зачем суетиться и вводить такие величины? В чем их важность? На самом деле существует несколько видов энергии и важность концепции энергии состоит в том, что полная энергия изолированной системы сохраняется. С течением времени все величины меняются, частицы разлетаются, энергия переходит из одной формы в другую, но полная энергия в любой момент времени остается постоянной. Это стоит понимать. Мы знакомы с повседневным использованием слова «энергия» и, возможно, понимаем некоторые интуитивные идеи относительно ее концепции. Например, существует энергия движения, или *кинетическая энергия*, — как ее называют. В соответствии с известным определением, чем быстрее движется объект, тем больше его кинетическая энергия. Точно так же, при данной скорости, чем больше масса объекта, тем больше кинетическая энергия. Кроме кинетической, существует понятие «скрытой», или «потенциальной энергии», — как мы будем говорить. Предмет, который удерживают на некоторой высоте над землей, обладает потенциальной энергией относительно земли. Если предмет от-

пустить, то он будет падать, набирая скорость при падении. При этом потенциальная энергия будет переходить в кинетическую.

Для отдельной частицы с массой m и скоростью v (далее мы будем подразумевать, что она мала по сравнению со скоростью света), кинетическая энергия определяется в соответствии с

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}; \quad p = mv.$$

Соотношение справа определяет импульс. Для системы, состоящей из более чем одной частицы, полная кинетическая энергия получается как сумма отдельных вкладов. Чтобы проиллюстрировать понятие потенциальной энергии, рассмотрим две частицы, взаимодействующих друг с другом гравитационным образом по закону (2.2). Сила является центральной и зависит от расстояния между частицами r . Иногда это подчеркивают, обозначая силу символом $F(r)$, чтобы была видна явная зависимость F от r . Расширим это понятие для любой центральной силы. Тогда потенциальную энергию можно определить так, чтобы ее малое изменение приводило к силе. Т. е. разность ее значений при r и $r + \Delta r$, где Δr — малое изменение расстояния, равнялось

$$\text{изменение потенциальной энергии} = F(r)\Delta r.$$

По определению, сама потенциальная энергия $V(r)$ на расстоянии r получается суммированием всех таких малых изменений, которые происходят на пути от некоторого фиксированного расстояния до расстояния r . В гравитационном случае обычно берут это фиксированное расстояние на бесконечности. Тогда нетрудно найти

$$V(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}.$$

Полная энергия E для системы двух частиц, взаимодействующих гравитационно, является суммой кинетической K и потенциальной энергий V : $E = K + V$. Более точно,

$$E = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \frac{Gm_1m_2}{r}.$$

На данный момент мы просто *определили* величины, называемые кинетической и потенциальной энергией (и, соответственно, полную энергию); в этих определениях пока нет физического понимания. К пониманию мы придем, если обратимся к закону динамики и закону всемирного тяготения. Из уравнений движения, к которым они приводят,

следует, что полная энергия E не меняется со временем. Частица движется, ее импульс все время меняется, меняются также кинетическая и потенциальная энергии, но полная энергия сохраняется. Она определяется лишь начальными условиями, а они остаются неизменными. Конечно, это не тот принцип, который мы хотим получить. Это следствие уравнений движения. Но он позволяет ухватиться за сущность в ситуации, когда остальные пути сложны. Вышеприведенный пример рассматривал две гравитационно взаимодействующих частицы. Обобщение на более чем два тела достаточно очевидно: полная кинетическая энергия K является суммой вкладов каждого тела, полная потенциальная энергия V является суммой вкладов от каждой пары тел; например, шесть пар для системы из четырех тел. Фактически, сохранение энергии обобщается на все ситуации, в которых силы получаются из потенциальной функции, которая не зависит явно от времени и скоростей частиц, а зависит только от их положений в пространстве. Но закон сохранения энергии может быть расширен дальше этого случая. Он является одним из лучших научных достижений, будучи точным законом природы.

Обсуждая кинетическую и потенциальную энергию, мы, кажется, совсем забыли другие виды, о которых часто говорят, например, тепловую энергию. Когда движущийся автомобиль останавливается, что при этом происходит с его кинетической энергией? Обычно ответ состоит в том, что она уходит на нагревание тормозных колодок, шин, участка дороги и т. д. Все это правильно, но что же такое тепловая энергия? Можно дать примерно следующий ответ. Даже когда автомобиль в целом остается в покое, атомы и молекулы, из которых он состоит, продолжают двигаться и взаимодействовать друг с другом. Таким образом, любой кусок материи обладает *внутренней энергией*, кинетической и потенциальной, которая не зависит от движения объекта как целого и его взаимодействия с внешними объектами. Точно так же мы говорим и о химической энергии, например, энергия еды содержится в повидле пончика, энергия запасена в бочках углеводородного топлива, и т. п. Мы можем перейти на более микроскопический уровень и заглянуть внутрь атомов и молекул. Внутри них мы обнаружим внутренне движение электронов и ядер, а также потенциальную энергию, связанную с силами, действующими между этими ингредиентами. В химической реакции, в которой компоненты A и B реагируют, образуя C и D , происходит перегруппировка ядер и электронов. Если внутренние энергии A и B в сумме больше, чем энергии C и D , лишняя энергия освободится в виде кинетической энергии движения продуктов реакции C и D . В конечном счете эта энергия перейдет в тепловую энергию устройства, в котором эта химическая реакция происходит. Наоборот, если сумма внутренних энергий A и B меньше, чем C и D , то реакция может происходить лишь тогда, когда на это пойдет часть химической энергии движения A и B . Таким образом, система, содержащая первоначаль-

ные ингредиенты, должна быть достаточно нагрета, чтобы обеспечить достаточное количество этой энергии. В любом случае, полная энергия сохраняется.

Еще несколько слов об энергии. На микроскопическом уровне удобной единицей измерения является *электрон-вольт*, сокращенно эв. Эта единица соответствует энергии электрона (или другого объекта, имеющего равный электрону заряд), которую он получит, проходя через разность электрического потенциала в 1 в. Для макроскопических объектов эта энергия очень мала. Но это существенно, если она концентрируется на одном электроне. Если придать электрону энергию 1 эв, то электрон из состояния покоя перейдет к движению со скоростью около 600 км/сек. В энергетических химических реакциях, энергия, приходящаяся на один атом или молекулу, не составляет даже 1 эв. Фотоны видимого света могут иметь энергию порядка нескольких электрон-вольт.

Электромагнетизм

Гравитация постоянно присутствует в повседневной земной жизни. Но ее влияние однообразно и ничего не меняет. Под действием гравитации все падает, но больше сказать нечего. Время от времени мы узнаем о других типах действия на расстоянии, электрических и магнитных по своей природе: например, силы действующие со стороны одного магнита на другой; Земля, действующая на компас как магнит; статические электрические силы, которые проявляются, когда мы подносим расческу к чистым причесанным волосам (в сухой день); и т. д. Но электромагнитное воздействие проявляется значительно более постоянно, чем кажется из этих примеров. Действительно, в каждой электрической лампочке, под действием электромагнитных сил электроны движутся, сталкиваются, заставляя атомы излучать свет, падающий на сетчатку глаза отдаленного наблюдателя. Движение электронов в антенне радиопередатчика через электромагнитные силы управляет движением электронов в антенне радиоприемника. Более того, все контактные силы, известные нам раньше, на самом деле контактными, строго говоря, не являются. Они просто демонстрируют воздействие атомов одной поверхности на атомы другой поверхности через электромагнитные силы, только и всего.

Как гравитационные силы зависят от масс взаимодействующих тел, так и электрические силы зависят от электрических зарядов, хотя иногда эти заряды скрыты. Простейшая ситуация возникает, когда две *неподвижные* заряженные частицы разделены расстоянием r . Силы, действующие между ними, удовлетворяют закону обратных квадратов, как и в случае гравитации. Эта сила является притягивающей, если заряды имеют разные знаки, и отталкивающей, если они имеют одинаковые

знаки (либо оба заряда положительны, либо оба отрицательны). Слово «отталкивает» здесь имеет не эстетический смысл, а означает, что сила действует таким образом, чтобы увеличить расстояние между частицами. Величина радиальной силы определяется законом Кулона:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (2.3)$$

где Q_1 и Q_2 величины зарядов частиц. Заметим, что произведение $Q_1 Q_2$ отрицательно, если заряды имеют противоположный знак и положительно, если знак зарядов одинаков. Отрицательное произведение приводит к притяжению, а положительное к отталкиванию. Снова рассмотрим маленькие кусочки заряженной материи — заряженные *частицы*. Как и в гравитационном случае, можно ввести потенциальную энергию взаимодействия этих двух зарядов. Она выражается как

$$V = \frac{Q_1 Q_2}{r}. \quad (2.4)$$

Для системы из многих частиц сила, действующая на одну частицу, получается сложением (векторным!) всех сил, которые действуют на данную частицу со стороны других частиц. Полная потенциальная энергия получается как сумма потенциальных энергий для всех пар.

Кулоновский закон, записанный здесь в таком виде, используется только в случае, когда заряды зафиксированы на своих местах. Если рассматриваются движущиеся заряды, то при этом возникает вопрос: является ли взаимодействие мгновенным. Если является, то зависит ли сила взаимодействия в данный момент от расстояния в тот же самый момент. В случае гравитации ответ на этот вопрос подтолкнуло развитие общей теории относительности. Для электромагнетизма это решение было найдено раньше, в результате целой серии научных открытий и достижений, которые нашли свою кульминацию в великом синтезе, совершенном Джеймсом Клерком Максвеллом в середине девятнадцатого столетия.

В электромагнетизме шагом вперед явилось понятие *полей*, электрического и магнитного. В соответствии с концепцией поля, силы, действующие между заряженными телами, не действуют непосредственно, а вместо этого передаются из точки в соседнюю точку пространства через среду непрерывных электрических и магнитных полей. В каждый момент каждая частица имеет некоторое определенное положение, движется с некоторой определенной скоростью (напомним, что мы находимся еще в доквантовом мире). Но полевые величины непрерывно распределены по пространству и времени. Они действуют как посредники между заряженными частицами. Каждая частица делает вклад

в электромагнитное поле, заполняющее пространство. Электромагнитные силы, действующие на частицы, определяются мгновенными значениями полей, создаваемыми другими частицами в данной точке. Мы будем обозначать $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ и $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ — вектора электрического и магнитного полей, в точке с координатами x, y, z в момент времени t . Символы полей обозначены жирным шрифтом, чтобы подчеркнуть, что они являются векторами, т. е. имеют величину и направление.

Электромагнитная сила, которую чувствует заряженная частица в некоторый момент времени, зависит только от электрического и магнитного полей *в данной точке и в данный момент времени*. Другие частицы проявляются в такой картине не как источники силы, а как источники электромагнитного поля. В этом случае закон для сил очень прост. Частицы с зарядом Q движутся со скоростью \mathbf{u} (которая может меняться со временем) под действием электромагнитной силы

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})/c, \quad (2.5)$$

где c — параметр, который определяется скоростью света, а \mathbf{E} и \mathbf{B} вычисляются в данном положении частицы. Объект внутри скобок в правой части является «векторным произведением» векторов \mathbf{u} и \mathbf{B} . Оно дает вектор, указывающий в перпендикулярном направлении к плоскости, определяемой векторами \mathbf{u} и \mathbf{B} , и равный по величине $uB \sin \theta$, где θ — угол между векторами \mathbf{u} и \mathbf{B} (так что векторное произведение равно нулю, если \mathbf{u} и \mathbf{B} параллельны, и максимально, если они перпендикулярны). Важное свойство (2.5) состоит в том, что сила, действующая со стороны магнитного поля, зависит не только от положения частицы (от положения зависит \mathbf{B}), но и от ее скорости. Магнитное поле не действует на покоящуюся частицу.

В случае, когда поля заданы, формула для сил становится очень простой. Более сложная задача возникает, если надо определить поле при данных мгновенных положениях и скоростях заряженных частиц, которые являются источниками полей. Качественно можно сказать следующее. Заряженные частицы всегда создают электромагнитное поле. Если они движутся, при этом возникает магнитное поле. В любой точке пространства (здесь) и в данный момент времени (сейчас) электромагнитное поле определяется тем, где была частица (там) в более ранний момент времени (тогда), так чтобы свет оттуда и тогда смог распространиться сюда и сейчас. Это довольно сложный способ объяснять проблему. Уравнения Максвелла выражают принципы классического электромагнетизма в более элегантной и математически точной форме. Они дают образец компактности записи: насколько широкий класс явлений заключен всего в несколько строчек уравнений. Но целью книги не является погружение в математическую структуру уравнений Максвелла. Поэтому время от времени мы будем лишь цитировать результаты, необходимые нам для изложения.

Тем не менее, по крайней мере в глазах физиков, уравнения Максвелла имеют не только содержательную, но и эстетическую привлекательность. Поэтому они здесь выписаны. Полюбуйтесь:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0; & \nabla \mathbf{B} &= 0; \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; & \nabla \mathbf{E} &= 4\pi \rho.\end{aligned}$$

Величина ρ является плотностью электрического заряда; \mathbf{j} — плотностью электрического тока. Обе эти величины могут меняться в пространстве и времени. Каждая заряженная частица дает вклад в плотность заряда. Если частица движется, то она также дает вклад в плотность тока, который представляет собой не что иное, как поток зарядов. Мы не будем больше останавливаться на символах, использованных здесь, разве что отметим, что со времен Максвелла эти обозначения, конечно, изменились, и — для знатоков, — что мы используем систему СГС единиц. Символ ∇ обозначает дифференцирование.

Чтобы соотнести относительную величину электрических и гравитационных сил, полезно сравнить их для электрона и протона, находящихся на расстоянии r . Электрон и протон имеют равные по величине, но противоположные по знаку заряды. Поэтому электростатическая сила, подобно гравитационной, будет притягивать их друг к другу. Обе силы удовлетворяют закону обратных квадратов (см. 2.2 и 2.3). Поэтому их отношение, (электрическая сила)/(гравитационная сила), будет одинаково для любых расстояний r , а оно чрезвычайно велико, примерно 10^{39} . Поэтому гравитация практически не играет роли в атомных явлениях. Она слишком слаба. Она превосходит электромагнетизм, когда мы падаем вниз, исключительно по той причине, что и мы, и Земля электрически нейтральны, в то время как мы, так и Земля имеем массы, особенно существенна масса у Земли.

Неподвижная частица, заряд которой равен Q_1 , создает электрическое поле, радиально направленное из Q_1 , если Q_1 положительно, и направленное к Q_1 , если заряд отрицателен. Поле на расстоянии r от заряда определяется электростатическим законом Кулона:

$$\mathbf{E} = nQ_1/r^2,$$

где n — единичный вектор, направленный радиально от частицы. Если второй неподвижный заряд Q_2 помещен на расстоянии r от первого, на него будет действовать сила, определяемая соотношением (2.5) при $u = 0$. Этот результат согласуется с тем, что получается из (2.3). Если электрическое поле создается системой заряженных частиц, то поле \mathbf{E} в каждой точке пространства получается с помощью векторной суммы

полей от каждого заряда. В зависимости от того, как эти заряды распределены в пространстве, поле \mathbf{E} может быть очень сложной функцией от координат; тем не менее, оно все равно получается из простой формулы, приведенной выше. До сих пор рассматривалась только *электростатика*, т. е. заряды в покое. Электрическое поле, создаваемое движущимися зарядами, является более сложным, но и его можно вычислить, используя уравнениями Максвелла.

Магнитное поле возникает частично благодаря движущимся зарядам. Например, такой ток создает поток электронов по проволоке. Поток в этом случае возникает за счет электрического поля вдоль проволоки, создаваемого батареей. Проволока сама по себе электрически нейтральна. Заряды электронов компенсируются зарядами атомных ионов. Поскольку ионы фактически неподвижны, возникает поток зарядов, появляющийся из движения электронов. Предположим, что в данный момент ток является постоянным во времени, так что мы имеем дело с явлением *магнитостатики*. Ток создает магнитное поле в окружающем пространстве, причем его детали зависят не только от величины тока, но и формы проволоки. Для длинной прямой проволоки направление магнитного поля в любой точке пространства определяется по так называемому правилу правой руки: охватим проволоку пальцами правой руки так, чтобы отогнутый большой палец указывал направление тока. Тогда остальные загнутые пальцы будут показывать направление магнитного поля. Величина магнитного поля падает обратно пропорционально перпендикулярному расстоянию до проволоки. В другом случае, если проволока скручена в плотную спираль, называемую *соленоидом*, поле внутри соленоида почти везде одинаково и направлено вдоль оси спирали. Поле вне соленоида очень мало и для бесконечно длинного соленоида практически равно нулю. В случае более сложной геометрии уравнения Максвелла приводят к более сложным конфигурациям поля.

Что можно сказать относительно постоянных магнитов? Например, относительно простого прямоугольного магнита, у которого есть южный и северный полюса. Такой магнит создает магнитное поле, хотя кажется, что никакие токи не текут. Объяснение состоит в том, что текущие здесь токи создаются не внешними батареями или другими внешними источниками. Вместо них внутри атомов текут *внутренние токи*. Для определенных химических элементов атомы проявляют намагниченность подобно маленькому прямоугольному магниту. Такие атомы имеют *магнитный момент*. Внутренние токи частично появляются из-за движения электронов внутри атомов. Эти движения в сумме и образуют полный ток. Есть и другой тип проявления намагниченности. Он возникает из-за того, что электроны имеют *внутренний* магнит, независящий от их орбитального движения вокруг ядер. Классически электрон можно представить в виде маленькой заряженной сферы, вращающейся вокруг своей оси. Это приводит к движению распределенного заряда,

а следовательно, к току и сопровождающему его магнитному полю. Картина магнитного поля в этом случае похожа на магнитное поле реального прямоугольного магнита. Картина вращающегося электрона приводит к наличию у электрона внутреннего углового момента, который существует на самом деле. Поэтому говорят о *спиновом* магнитном моменте и *спиновом* угловом моменте электрона. Конечно, классическая картина вращающегося электрона может иметь только качественный смысл. Ее не надо понимать буквально, поскольку мир является существенно квантовым на микроскопическом уровне. Тем не менее, остается фактом, что электрон имеет внутренний магнитный момент, независимо от того, прием мы или нет картину, в которой он появляется из-за вращения тела. Для определенных химических элементов орбитальный и спиновой магнитный моменты складываются и дают полный магнитный момент атома, потому атом в целом ведет себя подобно маленькому прямоугольному магниту. Если маленькие магниты располагаются в макроскопическом теле в случайных направлениях, то магнитные эффекты сокращаются, и тело остается ненамагниченным. Если они выстроены одинаково, как в постоянном магните, все тело в целом будет намагничено.

Это обсуждение постоянных магнитов мы хотим завершить, проведя параллель с определенными конфигурациями электрического поля. Магнитное поле в непосредственной близости от реального, макроскопического прямоугольного магнита имеет очень сложное пространственное распределение. Но вдали магнитное поле \mathbf{B} распределено таким же образом, как электрическое поле двух равных по величине, но противоположно заряженных частиц, разделенных фиксированным расстоянием. Электрическое поле \mathbf{E} в любой точке пространства может быть получено как векторная сумма вкладов, которые дает каждый из зарядов по закону Кулона. Результирующее распределение электрического поля будет в точности то же самое, как магнитное поле вне прямоугольного магнита. Картина выглядит так, как если бы прямоугольный магнит из двух равных по величине и противоположных по знаку *магнитных зарядов* на концах магнита, создающих магнитное поле по закону, подобному кулоновскому, но с заменой электрических зарядов на магнитные. Это полезное математическое наблюдение, хотя реально в прямоугольном магните не существует никаких магнитных зарядов. Более того, нет никаких убедительных свидетельств, что такие заряды могут существовать в природе; хотя возможно — если верить более современным рассуждениям на эту тему — такие *магнитные монополи* могут существовать в космосе.

Вне электростатики и магнитостатики электромагнетизм проявляет свои различные свойства, когда источники плотности зарядов и токов меняются со временем. Тогда и результирующие магнитные и электрические поля будут меняться со временем. При этом, как записано в уравнениях Максвелла, меняющееся во времени электрическое поле дает вклад

в магнитное поле. Кроме того, магнитное поле создается электрическим током. Аналогично, меняющееся во времени магнитное поле приводит к появлению электрического поля. Поля связаны вместе, поэтому изменение одного во времени приводит к появлению источника для другого. Изменение во времени плотности зарядов или токов в любой ограниченной области пространства приводит к распространению полей в пустое пространство, причем скорость распространения полей равна скорости света. Свет является ничем иным, как электромагнитным возмущением, как радиоволны, как рентгеновские лучи и другие части электромагнитного спектра. Экспериментальные и теоретические работы, которые привели к этому открытию, явились лишь одним из великих достижений в науке XIX столетия.

Специальная теория относительности

Хотя это и не главная тема книги, но пропустить ее невозможно по двум причинам: ее открытие в начале XX века коренным образом изменило наши взгляды на пространство и время, а кроме того, она существенно связана с квантовой теорией в повседневной практике физики частиц. То, что специальная теория относительности помещена в главу «Классические основы», может показаться неправильным, поскольку это часто используемая и предпочтительная часть «современной физики», но, тем не менее, мы помещаем ее здесь. Мы будем понимать «классический» как «не квантовомеханический».

Начнем с двух вопросов. Каким образом наблюдатель может определить такие величины, как положение одной частицы относительно другой, скорость частицы или ее ускорение? Какие соотношения будут выполняться между описаниями, которые сделают наблюдатели в различных координатных системах отсчета? Чтобы задать положение точки в пространстве, надо знать три координаты: например, декартовы координаты точки — x , y , z . Но эти координаты имеют смысл только тогда, когда выбрано начало координат и определена ориентация осей. Выбор их произволен. Два наблюдателя, использующие различные начала координат и различные ориентации координатных осей, будут получать разные координаты для данной точки в пространстве. Здесь нет ничего глубокого или противоречивого. Предположим, что два наблюдателя в данный момент не движутся друг относительно друга, т. е. находятся в *относительном покое*. Относительно каких величин они придут к согласию? Они согласятся относительно *длины* вектора, проведенного от одной частицы к другой. Расстояние между парой материальных точек является объективной величиной, не зависящей от выбора начала системы координат или ориентации координатных осей. То же самое можно сказать о *величине* вектора скорости, или вектора ускорения,

или вектора силы, или любого другого вектора. Безусловно, оба наблюдателя согласятся друг с другом относительно направления, куда каждый из векторов указывает, но их *определение* того, что это за направление, будет конечно разным. Так, компоненты скорости могут быть равны u_x, u_y, u_z для одного наблюдателя и u'_x, u'_y, u'_z для другого. Но величина, равная их сумме квадратов, будет одинакова для обоих наблюдателей, поскольку для них одинакова величина скорости.

Картина становится более интересной, когда мы рассматриваем наблюдателей в относительном движении. Обдумаем снова вопрос, к которому мы уже обращались в этой главе, — в какой системе отсчета можно считать справедливыми уравнения Ньютона? В данном обсуждении, говоря «уравнения Ньютона», мы будем подразумевать, что силы, действующие на частицу со стороны других частиц, зависят только от их взаимных мгновенных расстояний. Это гипотеза о *мгновенном* действии на расстоянии. Как уже говорилось, по крайней мере, для электромагнетизма, это уже не справедливо. К этому мы еще вернемся. А в данный момент используем гипотезу.

Начнем со специальной системы отсчета, которая неподвижна относительно удаленных звезд и в которой многие звезды во Вселенной движутся как в одну, так и в другую систему. В данный момент мы будем полагать, что ньютоновский закон является точным в этой специальной системе отсчета. Из этого закона мы получим замечательный факт. Если он справедлив в какой-то одной системе отсчета, то он будет справедлив во всех системах отсчета, движущихся *равномерно и прямолинейно* относительно специальной системы отсчета. Вместе со специальной системой отсчета они будут образовывать семейство инерциальных систем отсчета. Причина в следующем. Здравый смысл подсказывает, что два наблюдателя, следящие за частицей с точки зрения своих систем отсчета, будут получать для нее одинаковые ускорения, хотя и разные скорости. Но закон Ньютона не включает скорости. Тот же здравый смысл наводит на мысль, что расстояние между частицей и любой другой, действующей на нее с силой, будет одинаково в обеих системах отсчета, следовательно, в обеих системах силы должны быть одинаковы. Наблюдатели также согласятся друг с другом по поводу ускорений, сил и, конечно, масс. Следовательно, если закон Ньютона справедлив в одной инерциальной системе отсчета, то он будет справедлив и в любой другой инерциальной системе. Внутри данной системы отсчета обыкновенно существует произвол в выборе начала координат и ориентации координатных осей, но реально это не представляет трудности.

В дальнейшем мы будем рассматривать две инерциальных системы отсчета, Σ и Σ' , ориентированных в одном направлении, при этом одна система отсчета движется вдоль другой по оси x . Скорость v системы Σ направлена в системе Σ в положительном направлении оси x . Очевидно, что скорость системы Σ в системе Σ' равна $-v$, она имеет

ту величину, но направлена противоположно оси x . Наконец, выберем начала системы координат так, чтобы в момент $t = 0$ эти два начала совпадали. Тогда, наш повседневный опыт подсказывает, что соотношения между координатами событий данного пространства-времени, как сообщают два наблюдателя A и B , изображенные на рис. 2.1:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t. \quad (2.6)$$

Мы здесь учли «очевидный» факт, что два наблюдателя сообщают одинаковое время для любого события. Обращая эти уравнения, можно найти что $x = x' + vt'$ имеет такой же вид, что и выше, только знак v меняется на противоположный. Естественно, что ньютоновские уравнения инвариантны относительно таких «классических» преобразований относительности, связывающих штрихованные и нештрихованные координаты пространства-времени. Пусть оба наблюдателя продолжают следить за движущейся частицей. Пусть \mathbf{u} — вектор скорости, который наблюдается в Σ -системе, а \mathbf{u}' — в Σ' -системе. Тогда из (2.6) следует, что декартовы компоненты скорости частицы, наблюдаемые из двух системы, связаны как

$$u'_x = u_x - v, \quad u'_y = u_y, \quad u'_z = u_z. \quad (2.7)$$

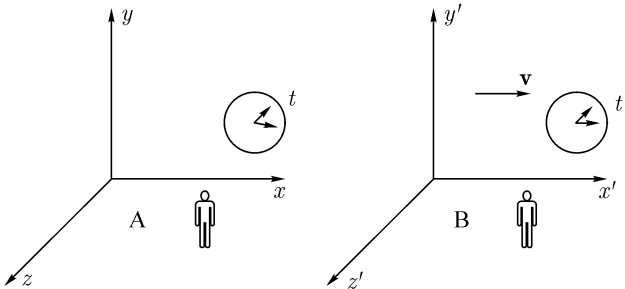


Рис. 2.1. Две координатные системы отсчета в относительном движении. С точки зрения наблюдателя A (нештрихованная система), наблюдатель B движется вправо со скоростью v вдоль оси x . С точки зрения наблюдателя B наблюдатель A движется влево вдоль оси x !

Все это очень просто, интуитивно понятно и неправильно! Не так сильно неправильно, если говорить о повседневности, но все-же неправильно. Первый вопрос появляется в связи с электромагнетизмом. Основные уравнения электродинамики, уравнения Максвелла, не инвариантны относительно классических преобразований относительности (2.6). Само по себе это не создает проблемы. Может быть так,

что координаты и время действительно преобразуются согласно (2.6), но тогда возможно, что уравнения Максвелла записываются в стандартном виде только в специальной системе отсчета (подразумевается система, неподвижная относительно удаленных звезд), принимая другой вид в других инерциальных системах отсчета. С этой точки зрения следует считать удачей то, что ньютоновский закон для независимых от скорости, дальнодействующих сил имеет один и тот же вид во *всех* инерциальных системах отсчета. Это казалось правдоподобным многим людям XIX столетия, включая Максвелла. Они предполагали, что может существовать особая среда, эфир, которая заполняет все пространство и осуществляет перенос электромагнитного взаимодействия от одного кусочка заряженной материи к другой. В качестве аналогии можно рассмотреть взаимодействие, передающееся от тел через воду. Падение камня в воду приводит к возмущениям в непосредственной близости, заволновавшаяся вода передает движение смежным частям воды и т. д., пока возмущение не распространится во все стороны с характерной скоростью водяных волн. Можно предположить, что существует аналогичная среда, эфир, которая играет ту же роль в электромагнетизме, как водная среда для волн на воде, за исключением того, что эфир невозможно обнаружить физически. С этой точки зрения уравнения Максвелла справедливы только в системе покоя эфира, и только в этой системе отсчета скорость света будет равна c , предсказываемой этими уравнениями. Как и в случае воды, скорость волн на воде будет казаться двигающемуся наблюдателю другой, чем неподвижному относительно воды наблюдателю. Например, если скорость волн в неподвижной относительно воды системе координат равна c_w , и если наблюдатель движется со скоростью v , то он получит скорость волны равной $c_w - v$, если они движутся в одном направлении, и $c_w + v$, если они движутся в противоположных направлениях; скорости, лежащие в промежутках между ними, будут получаться, если движение происходит под углом. Точно так же для гипотезы эфира можно ожидать, что скорость света должна зависеть от того, как наблюдатель движется относительно эфира.

Среди экспериментов, проведенных на эту тему, наиболее знаменитыми и, в конечном счете, наиболее решающими были интерференционные измерения, впервые выполненные Майкельсоном и Морли в 1887 г. Они показали, что ожидаемого эффекта влияния движения через эфир не наблюдается. Скорее, можно было видеть, что скорость света является универсальной величиной, не зависящей от движения наблюдателя! Среди всех, участвовавших в обсуждении этих электромагнитных вопросов, был Эйнштейн, который возвел эту инвариантность в принцип, положенный в основу специальной теории относительности. Эйнштейн считал, что не нужно слишком полагаться на результаты Майкельсона –

Морли. Тем не менее, остановимся на быстром и очень схематичном изложении эксперимента.

Каким бы ни было состояние движения эфира относительно неподвижных звезд, поскольку Земля вращается вокруг Солнца (около 30 км/сек), разумно предположить, что она при этом движется относительно эфира, за исключением, быть может, некоторых моментов времени в течении года. Установка Майкельсона – Морли, изображенная на рис. 2.2, была спроектирована для того, чтобы проверить это относительное движение. Свет от источника падает на полупосеребрянное зеркало A . Часть его отражается от A , падает на B и снова после отражения, пройдя через A , попадает в телескоп. Другая часть света, пройдя через A , доходит до C , и после отражения в A попадает в тот же телескоп. Расстояния между A и b , а также между A и C одинаковы. Если установка движется относительно эфира от A к C — назовем это горизонтальным направлением — тогда время прохождения луча вдоль A - C - A , с учетом движения эфира будет равно

$$t_H = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L/c^2}{1-v^2/c^2}.$$

Для вертикального движения луча A - B - A с учетом того, что движение луча вверх и вниз между отражениями в лабораторной системе отсчета происходит с некоторым наклоном, нетрудно найти

$$t_V = \frac{2L/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Если Земля находится в покое относительно эфира, то вертикальные и горизонтальные интервалы времени будут одинаковы. Лучи попавшие в телескоп и идущие по разным путям, будут между собой складываться: т.е. максимумы амплитуды волны будут попадать на максимумы, а минимумы на минимумы. Но если скорость не равна нулю, времена прохождения будут неравными и интерференционная картина сдвинется. Такого сдвига обнаружено не было. Фактически, два времени движения оказались равны, как если бы скорость света оказалась одинаковой для любого состояния движения относительной системы отсчета. Это можно было бы объяснить, предположив, что Земля «локально» переносит часть эфира вместе с собой, поскольку движение Земли относительно эфира не ощущается. Но это противоречит очень хорошо проверенным экспериментам по аберрации света от удаленных звезд.

Лоренц и Фитцджеральд предложили другой способ объяснения. Они заметили, что результаты Майкельсона – Морли могут быть поняты, если предположить, что каждый кусочек экспериментальной установки

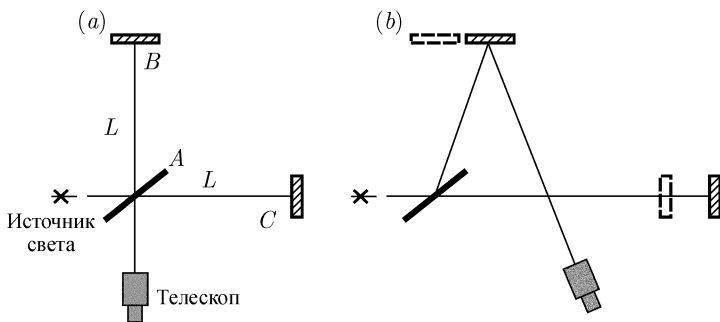


Рис. 2.2. Схема эксперимента Майкельсона – Морли. Диаграмма а) изображает ситуацию, когда аппарата неподвижна относительно эфира. Диаграмма б) соответствует движению через эфир.

(а следовательно, и любое материальное тело), сжимается на нужную величину по направлению движения через эфир. Они были фактически на правильном пути и даже получили правильную формулу сокращения, но это была простая подгонка под результат. Более глубокого понимания Лоренц достиг в 1904 г., когда он обнаружил что уравнения Максвелла инвариантны относительно группы неклассических преобразований, которые в обозначениях (2.6) можно записать в виде

$$x' = \Gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \Gamma(t - vx/c^2),$$

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.8)$$

С этой точки зрения наблюдения Лоренца были чисто математическими. Но если уравнения электромагнетизма действительно имеют один и тот же вид во всех инерциальных системах отсчета, так что преобразования Лоренца (2.8) действительно справедливы, то должны иметь глубокие следствия для всей концепции пространства и времени.

Основные явления, связанные с обсуждением относительности, обычно связаны с понятием *события*, т.е. чего-то такого, что происходит в некоторой точке пространства в некоторый момент времени. Наблюдатель в данной относительной системе отсчета ставит в соответствие событию некоторые пространственные и временные координаты. Наблюдатели в двух различных инерциальных системах отсчета, взглянув на одно и то же событие, сопоставят ему различные координаты; в этом нет ничего таинственного. Но если их часы были однажды синхронизированы и хорошо отлажены, мы могли бы ожидать, что два наблюдателя будут согласны друг с другом относительно времени собы-

тия. Таким образом, мы ожидаем, что должны выполняться соотношения (2.6). Но из преобразований Лоренца (2.8) незамедлительно следует, что времена t и t' неодинаковы, т. е. часы имеют разную скорость хода в системах отсчета, находящихся в относительном движении. Аналогично, соотношения между координатами пространства x и x' содержат неожиданный, зависящий от скорости множитель Γ . Этого никогда не бывает заметно в повседневной практике, поскольку обычно мы имеем дело со скоростями, очень малыми по сравнению со скоростью света. При $v \ll c$, множитель Γ очень близок к единице, и уравнение (2.8) очень хорошо воспроизводит интуитивно удобное соотношение (2.6).

Преобразования Лоренца, записанные выше, предполагают, что системы Σ и Σ' имеют одинаковым образом ориентированные координатные оси, и их начала координат ($x = x' = 0$) совпадали при $t = t' = 0$. Система Σ' движется в направлении положительной оси системы Σ со скоростью v . Преобразование, выражающее нештрихованные величины через штрихованные, очевидно, будет иметь тот же вид, как и выше, за исключением того, что везде надо сделать замену v на $-v$. Читатель, которого интересуют эти алгебраические преобразования, без труда сделает это сам. Преобразование Лоренца для других направлений движения и других ориентаций осей будет иметь тот же характер, что и в примере, приведенном выше.

Это был знаменательный для Эйнштейна 1905 г., когда он создал специальную теорию относительности. В ее основание вошли два очень широких принципа:

- (1) Фундаментальные физические законы должны иметь одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета;
- (2) Скорость света является фундаментальной величиной; ее значение одинаково во всех инерциальных системах отсчета.

Последний принцип решает спор между законом Ньютона и уравнениями электромагнетизма в пользу последних. Преобразования Лоренца, приведенные выше, избавляют от таких вопросов. Лоренц вывел свои преобразования, исходя из требования, чтобы уравнения Максвелла были справедливы во всех инерциальных системах отсчета. С легкой руки Эйнштейна инвариантность относительно преобразований Лоренца стала руководящим принципом далеко за пределами электромагнетизма. В частности, она помогает понять, куда следует развивать и где ограничивать более широкие теории. В частности, она привела Эйнштейна к необходимости изменить уравнение Ньютона, что мы и обсудим дальше.

Преобразование Лоренца (2.8) связывает между собой пространственно-временные координаты события, видимого двум разным наблюдателям в двух различных инерциальных системах отсчета. Эти матема-

тические выражения позволяют сделать вывод относительно физического измерения стержней и часов. Другие величины, входящие в различные теории природы, тоже должны преобразовываться от одной системы отсчета к другой. Для электромагнетизма инвариантность уравнений Максвелла требует не только пространственно-временных преобразований, но и определенных соотношений между электрическими и магнитными полями в двух различных инерциальных системах отсчета. То, что поля являются различными в двух системах отсчета, не должно удивлять нас, поскольку мы приняли, что уравнения электромагнетизма во всех системах отсчета одинаковы. Например, пусть в системе Σ покоится одиночный точечный заряд, так что в этой системе отсутствует магнитное поле. В системе Σ' , движущейся относительно Σ , заряд будет выглядеть движущимся. В соответствии с уравнениями Максвелла, которые полагаются справедливыми как в системе Σ , так и в системе Σ' , движущийся заряд приводит к появлению как электрического, так и магнитного поля.

Закон преобразования для электромагнитных полей можно записать следующим образом. Пусть в системе Σ , E_{\parallel} является x -компонентой электрического поля (т. е. компонента в направлении движения системы Σ'). Подобным же образом определим B_{\parallel} для магнитного поля. Пусть $\mathbf{E} \uparrow$ и $\mathbf{B} \uparrow$ являются двумерными векторами, перпендикулярными оси x . Аналогичные величины в системе Σ' отметим штрихом. Тогда при преобразовании координат (2.8), поля будут преобразовываться по следующим правилам:

$$\begin{aligned} E'_{\parallel} &= E_{\parallel}, & B'_{\parallel} &= B_{\parallel}, & \mathbf{E}' \uparrow &= \Gamma(\mathbf{E} \uparrow + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}), \\ \mathbf{B}' \uparrow &= \Gamma(\mathbf{B} \uparrow - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E}). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Имея эту запись, вернемся к пространственно-временным преобразованиям Лоренца и рассмотрим некоторые странные следствия из них.

Сокращение Лоренца

Пусть D_r является длиной стержня, *который находится в покое* в системе отсчета Σ' и лежит вдоль оси x' . Один его конец находится в точке $x' = a$, а другой в $x' = a + D_r$. Чтобы найти длину D_m , измеренную в системе отсчета Σ , мы должны установить положение концов этого стержня в *один и тот же момент времени* в Σ . Это и означает, операционно, измерение длины движущегося объекта. Из закона преобразования нетрудно найти

$$D_m = D_r \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (2.10)$$

Для наблюдателя в другой системе отсчета стержень будет выглядеть сократившимся по длине (вдоль оси движения). Индекс у D_r означает, что длина измерена в системе отсчета, в которой стержень покоился; индекс у D_m соответствует длине в движущейся системе отсчета¹. Каждый наблюдатель видит сокращение длин объектов, движущихся относительно него. Это не очень понятно интуитивно, но, тем не менее, не приводит ни к каким противоречиям.

Замедление времени

Рассмотрим два отсчета времени по часам, которые расположены в неподвижной системе отсчета. Но эти два отсчета произойдут в различных местах системы отсчета, относительно которой часы движутся. Нетрудно проверить, что интервалы времени между отсчетами в этих двух системах отсчета связаны между собой как

$$T_m = \frac{T_r}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.11)$$

Каждый наблюдатель считает, что часы в движущейся системе отсчета отсчитывают время медленнее, чем его собственные часы. Наблюдатель на Земле будет считать, что его близнец, улетевший на космическом корабле, будет стареть медленнее, чем он сам. Аналогично, близнец, улетевший на космическом корабле, будет считать, что стареть медленнее будет его близнец, оставшийся на Земле. В этом состоит так называемый парадокс близнецов. На самом деле это не парадокс, а неожиданность. Правы оба наблюдателя, если движение происходит с постоянной скоростью, при этом они удаляются все дальше и дальше. Чтобы они могли собраться вместе и сравнить морщины на лице, по крайней мере один из них должен «повернуться» и почувствовать при этом ускорение. Анализ явления в системе отсчета, которая ускорялась относительно инерциальной системы отсчета, приводит к общей теории относительности. Вывод общей теории относительности состоит в том, что более молодым при встрече будет тот близнец, который повернул обратно (и испытал ускорение).

С замедлением времени достаточно близко приходится сталкиваться в физике высоких энергий. И в космических лучах, и в ускорителях частиц часто приходится иметь дело с частицами, движущимися со скоростью, близкой к скорости света. Например, рассмотрим заряженный пион, движущийся с энергией, скажем 14 миллиардов электрон-вольт. Эти энергии вполне могут достигаться на современных ускорителях частиц (мы имеем ситуацию, в которой энергия пиона в 100 раз больше его

¹От английских слов rest (покой) и move (движение). — *Прим. пер.*

энергии в системе покоя). При этой энергии скорость пиона очень, очень мало отличается от скорости света. Но пион является нестабильной частицей. Он спонтанно распадается на мюон и нейтрино. В покоящейся системе отсчета среднее время жизни пиона составляет $2,6 \cdot 10^{-8}$ с. Если бы не эффект замедления времени для пиона, движущегося почти со скоростью света, среднее расстояние, которое он успел бы пролететь, составляло бы всего 8 м. Благодаря замедлению времени оно составляет 800 м! Сегодня подтверждения такого типа банальны и не более.

Одновременность

Из закона преобразования следует, что одновременные события в одной системе отсчета будут неодновременными в другой, движущейся относительно нее. Это еще одна странность специальной теории относительности. Предположим, например, что наблюдатель находится в системе отсчета Σ , и событие 1 происходит при $t = 0$ в точке $x = 0$, а событие 2 в момент $t = 0$ и точке $x = -D$. Места, где они происходят, разные, а моменты времени одинаковы, так что события в этой системе отсчета одновременны. Но из закона преобразования Лоренца нетрудно найти, что в системе отсчета Σ' эти два события происходят в разные моменты времени:

$$t'_1 = 0, \quad t'_2 = \frac{\Gamma Dv}{c^2}.$$

Сложение скоростей

Предположим, что наблюдатели в двух системах отсчета наблюдают за движением объекта, скорость которого равна \mathbf{u} в системе отсчета Σ и \mathbf{u}' в системе отсчета Σ' . Из

$$dx' = \Gamma(dx - v dt) \quad \text{и} \quad dt' = \Gamma(dt - v dx/c^2),$$

находим, что

$$\frac{dx'}{dy'} = u_{x'} = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}.$$

Аналогично

$$u_{y'} = \frac{1}{\Gamma} \frac{u_y}{1 - vu_x/c^2}; \quad u_{z'} = \frac{1}{\Gamma} \frac{u_z}{1 - vu_x/c^2}. \quad (2.12)$$

Эти соотношения связывают скорости, которые видят два наблюдателя при относительном движении. Для $v \ll c$ они сводятся к известным соотношениям (2.7).

Динамика частиц

Ньютоновский закон (2.1) может быть записан в несколько иной форме $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, где $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$ является нерелятивистским импульсом частицы, а \mathbf{u} — ее скорость. Релятивистское обобщение закона Ньютона было предложено Эйнштейном. Он показал, что соотношение между силой и импульсом остается справедливым, но только вместо импульса надо использовать его релятивистское выражение:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}, \quad \mathbf{p} = \frac{m\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}. \quad (2.13)$$

С учетом этого определения импульса важный результат, известный из нерелятивистской динамики, остается справедливым и в релятивистском случае, а именно: полный импульс системы частиц сохраняется (постоянен во времени), если отсутствует внешнее поле, действующее на частицу. Отдельный импульс может меняться, потому что частицы взаимодействуют друг на друга, но полный импульс остается постоянным.

Эйнштейн обобщил также и определение энергии, чтобы учесть понятие энергии покоя. Для свободной частицы он взял комбинацию энергии покоя и энергии движения

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}. \quad (2.14)$$

Эквивалентность этих двух выражений следует из (2.13). Для скоростей u , малых по сравнению со скоростью света, эти эквивалентные выражения приводят к

$$E \approx mc^2 + \frac{mu^2}{2} = mc^2 + \frac{p^2}{2m}, \quad \text{где } \mathbf{p} = m\mathbf{u}. \quad (2.15)$$

Слагаемые $p^2/2m$ представляет обычную нерелятивистскую формулу для кинетической энергии. Слагаемое mc^2 по определению соответствует энергии покоя для тела с массой m . Таким образом, для покоящейся частицы мы получаем знаменитую формулу Эйнштейна $E = mc^2$. Для последующего обсуждения удобно определить кинетическую энергию («энергию движения») соотношением $K = E - mc^2$. Она представляет собой часть энергии, не относящуюся к энергии покоя. Полная энергия изолированной системы частиц включает в себя, естественно, кроме энергии покоя и энергии движения, еще и потенциальную энергию взаимодействия. Но если частицы достаточно далеки друг от друга и поэтому не взаимодействуют, полная энергия является суммой энергий, определенных (2.14).

Мы не будем останавливаться на причинах, которые привели Эйнштейна к релятивистскому обобщению энергии и импульса или к релятивистскому обобщению закона Ньютона, обсуждавшегося выше. Но мы остановимся на комментарии относительно знаменитого соотношения $E = mc^2$ — энергии покоя стационарных объектов. Рассмотрим сложную (составную) частицу, скажем, ядро дейтерия. Оно представляет из себя нейтрон и протон, движущиеся друг вокруг друга в связанном состоянии. Перейдем в систему отсчета, в котором это ядро, как «целое», покоится, так что хотя нейтрон и протон движутся, их центр масс стационарен. В нерелятивистском случае мы обычно считаем, что энергия такой составной системы состоит из энергий движения ингредиентов плюс взаимная потенциальная энергия. Если мы добавим к ним энергии покоя нейтрона и протона, то получим полную энергию покоящегося ядра. Из формулы Эйнштейна мы можем найти предполагаемую массу ядра, $M = E/c^2$; фактически это и есть масса ядра. Масса ядра оказывается несколько меньше, чем сумма масс его ингредиентов. Это происходит из-за вклада во «внутреннюю энергию» системы, которая состоит из энергии движения и потенциальной энергии. Если система ограничена, то потенциальная энергия тем более отрицательна, чем кинетическая энергия положительна.

В общем, оказывается, что масса составного объекта (ядра, атома, молекулы) не равна сумме масс составляющих частей. В этом смысле масса не сохраняется! В повседневных занятиях, и даже на атомном уровне, эту разность очень трудно заметить. Например, масса атома водорода меньше суммы масс электрона и протона, но только на одну часть из тысячи миллионов. Аналогично, масса молекулы воды очень мало отличается от суммы двух атомов водорода и одного атома кислорода, образующих молекулу (эти атомы, в свою очередь, имеют массы, слегка отличающиеся от суммы их компонент), и т. д. Для дейтерия разность составляет около одной тысячной части, что мало, но вполне определимо.

Релятивистская кинематика полностью включается в игру в повседневных делах физики частиц. Например, рассмотрим распад так называемой Σ частицы на нейтрон и пион,

$$\Sigma \rightarrow n + \pi.$$

Считать Σ составной частицей, состоящей из нейтрона и пиона, не слишком выгодно. В данный момент будем считать частицы такими, какие они есть, т. е. что исходная частица уничтожается в этом процессе, при этом рождаются две дочерние частицы. Пусть M — масса Σ частицы, m — масса нейтрона и μ — масса пиона. Предположим, что Σ находилась в покое в лабораторной системе отсчета. Обозначим \mathbf{p} и \mathbf{k} импульсы нейтрона и пиона соответственно, когда они достаточно далеко друг от

друга и не взаимодействуют. Пусть соответствующие энергии движения и покоя равны E и ε . Предположим, что мы хотим найти энергию пиона ε . Из законов сохранения импульса и энергии следует, что

$$\mathbf{0} = \mathbf{p} + \mathbf{k}; \quad Mc^2 = E + \varepsilon.$$

Мы использовали здесь тот факт, что начальная энергия, которая равна энергии покоя Σ частицы, в точности равна Mc^2 . Из этих соотношений и (2.14) нетрудно найти, что

$$\varepsilon = \frac{M^2 + \mu^2 - m^2}{2M} c^2.$$

Массы в этом примере выбраны так, чтобы появившийся мезон двигался достаточно быстро и появлялась необходимость полного релятивистского рассмотрения. Релятивистский закон сохранения энергии-импульса, использованный здесь, был полностью проверен в различных процессах распада такого типа и в более общих явлениях столкновения частиц высокой энергии.

Трансформационные свойства энергии и импульса

Наблюдатели в различных инерциальных системах отсчета, разглядывающие одну и ту же частицу, будут сообщать о различных импульсах и различных энергиях. Мы видели, как при переходе от одной системы отсчета к другой меняется скорость, и мы знаем, как импульс и энергия зависят от скорости. Поэтому мы легко можем получить, как импульс и энергия меняются при переходе от одной системы отсчета к другой. Небольшое упражнение в арифметике показывает, что $c\mathbf{p}$ и \mathbf{r} преобразуются так же, как пространственно-временные координаты, только \mathbf{r} заменяется на $c\mathbf{p}$ и t — на E/c , а именно, можно найти

$$\begin{aligned} cp_{x'} &= \Gamma(cp_x - vE/c), & cp_{y'} &= cp_y, & cp_{z'} &= cp_z, \\ E' &= \Gamma(E - \varepsilon vp_x). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Преданный читатель может проверить, что энергия покоя, или масса, одинакова в обеих системах отсчета, как и должно быть:

$$E'^2 - (cp')^2 = E^2 - (cp)^2 = (mc^2)^2.$$

«Старая» квантовая механика

Электромагнитные волны

Электромагнитные взаимодействия между заряженными частицами распространяются с очень большой, но все же конечной скоростью, равной скорости света. Если на большом расстоянии от заряда расположены другие заряды, то их колебания никак не изменят силу, действующую на рассматриваемый заряд, пока возмущение не дойдет до него. Именно это придает такую важность и реальность концепции электрического и магнитного полей, поскольку с точки зрения сил, действующих между материальными частицами, поля могли бы казаться просто посредниками: заряды создают поле, поле создает силы, действующие на заряды. Уравнения Максвелла записаны для таких посредников. Существует бесконечно много различных решений уравнений Максвелла. Например, для волны, двигающейся в пустом пространстве вдоль положительного направления оси x , решения для \mathbf{E} и \mathbf{B} могут быть записаны в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 F(x - ct); \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 F(x - ct), \quad (3.1)$$

где c — скорость света; \mathbf{E}_0 — постоянный вектор произвольной величины, перпендикулярный оси x ; \mathbf{B}_0 — постоянный вектор, перпендикулярный оси x и вектору \mathbf{E}_0 . В единицах СГС эти два вектора имеют одинаковую величину. В (3.1) F является произвольной функцией выписанного аргумента. Из того факта, что F зависит только от x и t через комбинацию $x - ct$, достаточно очевидно, что волна, распространяющаяся вправо со скоростью c вдоль оси x , сохраняет свою форму. Естественно, что существует и другое решение, соответствующее движению в отрицательном направлении оси x . Оно имеет ту же структуру, что и описанную выше, но $F(x - ct)$ заменяется на $b(x + ct)$, где b — произвольная функция аргумента $x + ct$. Очевидно, такие решения имеются и для других направлений. Природа уравнений Максвелла такова, что для любого набора частных решений их сумма также будет давать некоторое решение.

Снова вернемся к волне, распространяющейся вдоль оси x , и к функции $F(x - ct)$. В специальном случае синусоидальной функции,

$$F(x - ct) = \sin\{k(x - ct) + \varphi\}, \quad (3.2)$$

где φ — произвольная константа «фазы», а k — произвольная константа «волнового числа». Отметим, что функция синуса и ее производные повторяются, когда их аргумент изменяется на величину, равную 2π , умноженному на любое положительное или отрицательное целое число. Тогда для данного времени t сигнал повторяется, когда x меняется от x_1 до x_2 , таких, что $k(x_2 - x_1) = 2\pi$ (мы измеряем углы в радианах; 2π радиан = 360°). Расстояние, на котором происходит повторение сигнала, называется *длиной волны* $\lambda = x_2 - x_1$, отсюда можно выразить волновое число k через длину волны λ : $k = 2\pi/\lambda$. Аналогично, в данной точке x сигнал повторяется через промежуток времени τ , такой, что $kct = 2\pi$. Этот временной интервал называется *периодом сигнала*. Обратная к ней величина называется *частотой* повторяемости f . Тогда $f = kc/2\pi$. При этом мы использовали известное еще старшекласникам соотношение $f\lambda = c$: произведение частоты и длины волны равно скорости света. Почти везде в дальнейшем, чтобы избежать частого выписывания множителя 2π , мы будем использовать величину $\omega = 2\pi f$, которая называется *циклической частотой*. Циклическая частота в 2π раз отличается от частоты повторения f . Волновое число равно 2π , деленному на длину волны. Волновое число и циклическая частота связаны между собой соотношением $\omega = kc$.

Наиболее общая функция $F(x - ct)$, описывающая движение сигнала вправо вдоль оси x , является суперпозицией синусоидальных решений, выписанных выше и просуммированных по всем волновым числам, с фазой φ и амплитудами E_0 и B_0 , выбранных независимо для каждого волнового числа (но при условии $|E_0| = |B_0|$). Полное общее решение уравнений Максвелла в пустом пространстве получится суперпозицией суперпозиций такого вида, взятых с учетом всех направлений распространения. Излучение, идущее со стороны Солнца и осветительной лампы, является как раз такой суперпозицией, включающей длины волн вблизи диапазона видимого света 0,4–0,7 микрон (1 микрон = 10^{-4} нм). Наше зрение, конечно, приспособлено чувствовать именно этот интервал и осветительные лампы спроектированы специально для нашего зрения. Мы можем также заметить, что электромагнитные волны переносят энергию, поскольку волны появляются при колебании материальных зарядов. Это требует кинетической энергии, которая уходит с излучением. Нас бы не существовало, если бы Солнце не несло энергию на землю. Электромагнитные волны переносят с собой импульс, хотя это менее знакомо по нашей повседневной жизни. Достаточно интенсивный поток света может не только нагреть вас, когда он на вас попадает, но и ударить.

Излучение черного тела

С античных времен известно, что когда металлы и другие вещества нагреты до достаточно высокой температуры, они испускают видимый свет; чем выше температура, тем его цвет более голубой. Причины этого стали ясны, по крайней мере на качественном уровне, в середине девятнадцатого столетия в связи с развитием понимания как термодинамики, так и электромагнетизма. Свет представляет собой электромагнитные колебания, которые возникают при движении зарядов, а затем распространяются в пространстве. Высокая температура приводит к повышению колебаний зарядов, что проявляется в повышении интенсивности излучения и в сдвиге спектра излучения в сторону более высоких частот. В 1850-х годах Густав Кирхгоф, хорошо знавший обе дисциплины, считал это направление исследований чрезвычайно важным. Рассмотрим пустой сосуд, стенки которого находятся при некоторой температуре T . Ожидалось, что стенки окажутся способны как поглощать, так и испускать электромагнитное излучение. Хотя атомная картина еще не была хорошо развита в то время, известно, что электрические заряды некоторым образом представлены в веществе и что колебания электрических зарядов может привести к испусканию (эмиссии) излучения. Наоборот, падающее излучение приводит к колебаниям зарядов, что приводит к поглощению (адсорбции) энергии излучения. Отражая разницу между эмиссией и адсорбцией, полый сосуд заполнится электромагнитным излучением с волнами, движущимися во всех возможных направлениях и соответствующими целому спектру частот. По простым, но неочевидным термодинамическим причинам Кирхгоф смог показать, что интенсивность излучения должна быть изотропна (волны движутся во всех направлениях) и однородна (одинаковая интенсивность во всех точках). Более важно, что он смог показать, что спектр излучения, т.е. плотность энергии излучения как функции частоты, должна абсолютно не зависеть от материала стенок, из которых сделан сосуд. Пусть u — плотность энергии излучения (энергия на единицу объема) в единице частотного интервала по частоте ω . Поскольку u не зависит от природы материала стенок, т.е. не зависит от набора параметров, характеризующих стенки, функция u должна быть универсальной функцией $u = u(\omega, T)$ только частоты и температуры. Поскольку она является универсальной, эта спектральная функция «черного тела» должна представлять фундаментальный интерес, в частности, не только при измерении в эксперименте, но и на теоретическом уровне. Около сорока лет ушло на то, чтобы теоретическое понимание было достигнуто, или, точнее, начало достигаться.

Как уже говорилось, это была заслуга немецкого физика Макса Планка. Он добился этого в 1900 г. Но сначала мы рассмотрим несколько вещей, которые произошли раньше. Несколькими годами ранее ав-

стрийский экспериментатор Джозеф Стефан экспериментально открыл, что полная плотность энергии — плотность энергии, проинтегрированная по всем частотам — пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры T . Позднее Людвиг Больцман показал это, исходя из термодинамических оснований. В 1893 г. В. Вин, снова исходя из термодинамики, показал, что $u(\omega, T)$ должна иметь вид

$$u = \omega^3 W(\omega/T),$$

где W — некоторая функция от выписанного аргумента. Найти вид этой функции теоретически Вин не смог. Доводы, которые привели к этой формуле, были безупречны. Несколькими годами позднее Вин доказал другой результат, который был уже не так точен, а именно, он нашел, что

$$W(\omega/T) = A \exp(-b\omega/T),$$

где A и b были неопределенными константами. В середине 1900 г., лорд Рэлей (Уильям Стрэтт) снова обратился к этой проблеме, сумев использовать для ее нужд статистическую механику лучше, чем его предшественники. Он получил катастрофический результат

$$u = k_B T \omega^2 / \pi^2 c^3,$$

где k_B — параметр статистической механики, называемый *постоянной Больцмана*. Результат Рэрея был катастрофичен потому, что он предсказывал бесконечность плотности энергии, проинтегрированной по всем частотам. Рэлей принес извинения и отказался от дальнейших исследований в этой области.

7 октября 1900 г. в Берлине семья Планков была приглашена на чай четой Рубенсов. Х. Рубенс был коллегой Планка и занимался экспериментальным изучением излучения твердого тела. Среди общих тем Планк и Рубенс обсудили и эту, причем Рубенс показал свои последние результаты. После этого Планк, озаботившись проблемой излучения твердого тела, поздним вечером сел и получил эмпирическую формулу, которая явилась интерполяцией между низкими частотами, где хорошо работала формула Рэрея, и высокими частотами, где хорошо себя показала формула Вина. Формула Планка прекрасно согласовалась с данными и в промежутке между ними. Результаты Рубенса и формула Планка были анонсированы две недели спустя.

Планк очень хорошо знал термодинамику, хотя достаточно консервативно относился к достижениям статистической механики. К его достоинствам надо отнести то, что Планк не успокоился на эмпирической формуле, а попытался получить ее из первых принципов. К счастью, он не был знаком с катастрофическим результатом Рэрея, который был неминуем внутри классического подхода того времени. Планк выбрал

более сложный путь. Поскольку функция энергии излучения не зависит от природы стенок сосуда, он мог принять, что стенки сосуда состоят из простых осцилляторов; заряженные частицы находятся на концах пружин, причем представлены пружины всех возможных частот. С помощью безупречных электромагнитных аргументов он мог бы связать спектральную функцию $u(\omega, T)$ с термодинамической средней энергией $E(\omega, T)$ пружины с частотой ω . Получив правильный классический результат для этой энергии, он пришел бы к формуле Рэлея. Вместо этого, он сделал небольшой трюк, который привел к достаточно произвольному предположению, которое, как он позднее признал, было сделано из-за безнадежности получить желаемый результат. Он предположил, что осциллятор может принимать только те значения энергии ε , которые получаются умножением целого числа на частоту: $\varepsilon = n\hbar\omega$, где \hbar — константа пропорциональности, n — неотрицательное целое число. Фактически в этой модели стенки смогут поглощать и излучать только пакетами с энергией $\hbar\omega$. Константу пропорциональности \hbar мы будем называть постоянной Планка. Сам Планк использовал вместо циклической частоты ω частоту повторяемости f , поэтому можно записать $\varepsilon = nhf$, где константа h связана с \hbar как $\hbar = h/2\pi$. Конечно, Планк не мог предсказать численного значения \hbar , но он внес в мир новый фундаментальный параметр. Формула Планка в современных обозначениях имеет вид

$$u = \frac{\hbar\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1\right)}. \quad (3.3)$$

Подставляя в это выражение доступные ему экспериментальные данные, он смог определить константу \hbar и постоянную Больцмана k_B . Зная последние, он смог, используя хорошо установленные аргументы, определить число молекул в моле и электрический заряд электрона! Результаты оказались очень хорошими. Современное значение постоянной Планка

$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек} = 6,58 \cdot 10^{-16} \text{ эв} \cdot \text{сек}. \quad (3.4)$$

Эрг — единица энергии в системе единиц СГС. Одна калория еды содержит около 40 миллиардов эрг. Символ эв используется для обозначения другой общей единицы, называемой электрон-вольт. Заметим, что постоянная Планка имеет размерность энергия \times время, или эквивалентно, импульс \times длина.

Как мы сейчас знаем, вся наша Вселенная заполнена излучением черного тела, оставшимся после Большого Взрыва. За нашу эпоху это излучение остыло до 2,7К выше абсолютного нуля. На рис. 3.1 показаны экспериментальные данные и теоретическая кривая (пунктирная линия), соответствующие данной космической температуре. Ближе к моменту Большого Взрыва температура была значительно выше.

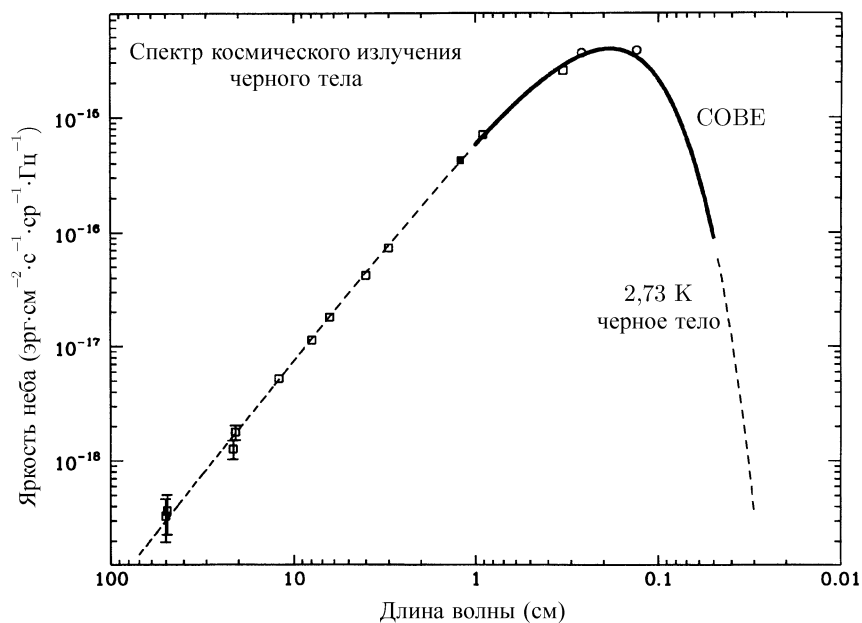


Рис. 3.1. Спектр излучения в космосе после Большого взрыва нарисован как функция длины волны. Сплошная кривая и квадратики получены из эксперимента (программа исследования космического фона COBE (Cosmic Background Explorer)); пунктирная линия соответствует теоретической кривой, рассчитанной для черного тела при температуре $T = 2,73\text{ К}$ выше абсолютного нуля. Совпадение просто потрясающее.

Планк получил замечательное совпадение с данными, но не было ясно, действительно ли он вышел за рамки классической науки. Статистическая наука была в то время еще недостаточно прочной опорой. Первым, кто осознал, что это приводит к революции, был Эйнштейн. Планк и другие считали, что новое забавное предположение просто отражает частное во взаимодействии заряженных частиц и излучения. Эйнштейн в 1905 г. смотрел глубже. Он считал, что это появление волновых пакетов присуще самому излучению, и внутренне означает, что излучение частоты ω может существовать только в виде пакетов с энергией $\hbar\omega$. Эйнштейн предложил тест. Ему было известно, что при облучении ультрафиолетовым светом металлической поверхности оттуда выбиваются заряженные частицы. Дж. Дж. Томпсон определил, что эти частицы — электроны. Было известно, что ток из выходящих электронов увеличивается, если повысить интенсивность излучения. Но сюрприз был не

в этом. Можно было бы ожидать, что при повышении интенсивности будет также увеличиваться энергия электронов; Эйнштейн утверждал обратное. Интенсивность падающего излучения при данной частоте никак не может повлиять на энергию электрона, потому что при столкновении пакета световых волн (фотона) с электроном, электрон может получить лишь его полную энергию, равную $\hbar\omega$. Выбравшись на поверхность, а затем улетев с нее, электрон может лишь потерять часть этой энергии. Из этого Эйнштейн предсказал, что максимальная энергия электрона, независимо от интенсивности падающего излучения равна $E_{max} = \hbar\omega - \Phi$. Здесь Φ — так называемая работа выхода из металла, т. е. энергия, необходимая для выхода на поверхность. Эта «фотоэлектрическая» формула была проверена несколькими годами позже в экспериментах Ричардсона (1912 г.), затем Комптона, Милликена и других.

Мнение Эйнштейна о пакетах энергии первоначально вызывало значительный скептицизм, хотя он стал пользоваться все растущим уважением после работ 1905 года по относительности и броуновскому движению. Когда он стал членом Прусской академии наук, его коллеги, включая Планка, высказали большое сомнение по поводу пакетов, но потом им пришлось извиниться перед своим продуктивным коллегой. С самого начала Эйнштейн понимал, что в направлении столкновения света пакеты передают не только энергию, но и импульс p величины $p = \hbar\omega/c = 2\pi\hbar/\lambda$. Эти пакеты подобны частицам, несущим импульс и энергию. Как частицы, они кажутся необычными: они безмассовы и всегда движутся со скоростью света. Позднее их назвали *фотонами*. Решающий аргумент в пользу их существования был получен из статьи Комптона 1922 г., сообщающей о рассеянии рентгеновских лучей на электронах. Рассматривалась реакция $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$, где γ обозначает фотон. Экспериментально наблюдаемая кинематика оказалась очень близка к тому, что предполагалось при рассеянии безмассовой частицы на электроне.

Большая проблема состояла в том, что свет был давно известен своим волноподобным свойствам. Как можно было совместить с ними частицеподобные свойства? Это была великая загадка дуальности волны и частицы. Это досаждало всем, кто задумывался об этом, в частности, Эйнштейну.

Ранняя спектроскопия

Антикам также было известно и то, что все знакомые источники света — солнце, огонь, нагретое вещество любого рода — испускают и смешивают цвета света, или, как мы сейчас можем сказать, смешивают частоты. Радуга является известным случаем, когда спектр разворачивается под действием естественных причин. С помощью ньютоновских призм можно научиться расщеплять эти цветовые смеси на составляю-

щие, независимо от источника света. Можно говорить о *спектре* излучения, испускаемого источником, об интенсивности как функции частоты. Мы не будем сейчас ограничиваться излучением черного тела, а рассмотрим более подробно источники излучения. Спектр любого излучения будет зависеть от природы излучающего материала и от условий, в которых материал находится, нагрет он или нет. В общем, охлажденное вещество почти совсем не излучает. Интенсивность излучения растет с температурой. Но образец вещества можно стимулировать к излучению и другими способами: например, помещая в электрическую дугу, бомбардируя быстрыми частицами и т. д.

Наблюдаемый спектр будет неизбежно разветвляться по частоте в непрерывность, но при этом для определенных конкретных значений частот будут наблюдаться пики интенсивности. Из-за этого спектральные данные часто представлены в виде карт, а пики интенсивности называют линиями. Открытие и начало изучения спектральных линий восходит к началу XIX века. Реально, в зависимости от обстоятельств, на непрерывный спектр могут накладываться как темные, так и яркие линии. Яркие линии представляют увеличение эмиссии при определенном значении частот. Темные линии означают усиление поглощения, которое происходит во внутренних слоях материала. В любом случае, линии спектра для различных видов атомов и молекул тоже являются различными. Действительно, новый набор линий, ранее не известных на Земле, был сначала открыт в солнечном спектре и только потом идентифицирован с гелием, впоследствии открытым на Земле.

Ранний интерес к спектроскопии был, в основном, определен его ролью в химической идентификации и открытии. Но некоторым казалось, что линии должны сообщать о том, что происходит внутри атомов и они должны играть важную роль в понимании структуры атома. Подавляющей точкой зрения в XIX столетии было убеждение, что линии соответствуют различным частотам колебаний зарядов внутри атома. В соответствии с классическим электромагнетизмом, колеблющиеся заряды должны поглощать и излучать электромагнитные волны. В связи с этим считалось, что каждый атом излучает на всех характеристических частотах. Спектроскописты стали рассматривать данные в чисто эмпирическом духе, надеясь на то, не найдут ли они какую-либо регулярность в частотах линий; например, хотели убедиться, что частоты линий являются простыми гармониками относительно фундаментальной характеристической частоты определенных частей атома. Но эта идея не выжила.

То, что можно действительно отнести к пророческому открытию, было сделано Йоганном Бальмером (1825–98) в возрасте около 60 лет, учителем швейцарской школы для девочек. Этот человек никогда до этого не опубликовал ни одной статьи по физике, и его интересы целиком лежали в области архитектуры. Как и другие до него, он думал, что

спектр атома водорода будет наилучшим местом для изучения регулярностей. Он взял данные из работы Ангстрема, который открыл четыре линии в видимой части спектра водорода и измерил их длину волны λ с приличной точностью. Бальмер смог получить эти данные с помощью замечательно простой формулы:

$$\lambda = \text{const} \cdot \frac{m^2}{m^2 - 2^2}; \quad m = 3, 4, 5, 6.$$

С учетом подгоночной константы спереди, формула работала для всех четырех линий. В последующей статье, в которой использовались новые результаты для других линий, Бальмер смог получить замечательно совпадение для линий, соответствующих m , меняющимся до $m = 14$.

Другие в это время пытались изучать спектры многоэлектронных атомов, изобретая различные формулы с очень скромным успехом. Но в начале 1900 годов появилась идея, оказавшаяся очень полезной. Она подсказала, что эту формулу можно рассматривать как соотношение, в котором линии частот представлены как *разности* очень простых выражений. Эта идея была высказана Ритцем и теперь известна как комбинационное правило Ритца. Действительно, рассмотрим вместо частот обратную длину волны, что является тем же самым, за исключением множителя. Это означает, что формула Бальмера для атома водорода может быть записана в виде

$$\frac{1}{\lambda} = \text{const} \times \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (3.5)$$

т. е. в виде разности между двумя действительно очень простыми выражениями.

Атом Резерфорда

В начале первого десятилетия XX века Эрнест Резерфорд обосновался в Манчестере, изучая прохождение α -частиц через тонкие металлические фольги. Напомним, что α -частицы являются не чем иным, как ядрами атомов гелия. Во времена Резерфорда было известно, что быстрые α -частицы вылетают при радиоактивном распаде определенных атомов. Это было интересно само по себе, но при этом еще и давало источник быстрых частиц, которыми можно было бомбардировать и исследовать структуру атомов. Как и ожидалось тогда из принятой модели атома, Резерфорд обнаружил, что α -частицы, проходя через тонкие металлические фольги, обычно отклоняются на очень малый угол. Он попросил своих коллег Гейгера и Марсдена исследовать вероятность (которая могла оказаться очень малой) случаев рассеяния на большие углы, т. е. на углы, большие 90° . Такие события действительно были! Немного, но больше того, чем можно было ожидать. Резерфорд был изумлен.

Он сел, задумался, посчитал и пришел к новой, революционной картине атома. Было невозможно, как он правильно определил, чтобы рассеяние на большие углы определялось электронами. Масса электронов слишком мала, чтобы привести к серьезному воздействию на тяжелые α -частицы. Рассеяния на большие углы должны вытекать из рассеяния на более массивных объектах в атомах, преимущественно на объектах, которые содержат положительный заряд атома. Из кинематики такого рассеяния от смог показать, что для того, чтобы учесть рассеяние на большие углы, мишень должна иметь массу, большую, чем масса α -частицы. Она также должна быть очень мала в размерах, так, чтобы при прохождении вблизи нее α -частиц они могли почувствовать достаточно сильное кулоновское отталкивание, которое могло бы серьезно повлиять на их движение. Действительно, как вычислил Резерфорд, радиус мишени не может быть больше 10^{-12} см. Все это было сделано для золотой фольги. Размер целого атома был известен из других измерений и составлял около 10^{-8} см. Центральное, положительно заряженное ядро было так мало, что при рассеянии его можно было рассматривать как точку. Из чисто классической динамики Резерфорд получил формулу, описывающую распределение углов рассеяния. Ответ зависел от отношения заряда к массе для α -частицы, который был уже достаточно хорошо известен, и от заряда Ze ядра, который был известен не очень хорошо. Форма экспериментальной кривой замечательно легла на теоретическую кривую. Абсолютное значение было отброшено. Как мы теперь знаем, Резерфорд отбросил множитель 2 в значении Z для золота. Но ничего не придумывал. Его модель победила.

Во всем этом была значительная часть удачи. Рассеяние, как и многое другое, управляется не ньютоновскими, а квантовомеханическими законами. Для большинства явлений две доктрины на атомном уровне обычно приводят к различным предсказаниям. Это произошло потому, что рассеяние в кулоновском потенциале согласуется в этих двух случаях с хорошим приближением. Резерфорд на основе классических представлений получил правильную формулу и пришел к верной картине атома. Резерфордовский атом можно представить в виде солнечной системы, все положительные заряды которой сконцентрированы в ядре, которое очень мало по размерам, но фактически содержит всю массу атома. Электроны двигаются по орбитам вокруг ядра. Радиус ядра зависит от того, из чего оно состоит, но фактически мы знаем, что оно имеет размер порядка 10^{-12} см.

Квантовая модель Бора

Несмотря на внешнюю привлекательность, модель атома Резерфорда столкнулась с большими трудностями, как и большинство атомных моделей, предшествовавших ей. Проиллюстрируем эти трудности на при-

мере атома водорода, простейшего из нейтральных атомов. Ядро водорода состоит из одного протона. Его заряд компенсируется электроном,двигающимся вокруг ядра.

При таком движении вокруг ядра электрон находится в постоянном ускорении, поскольку на него постоянно действует кулоновская сила со стороны ядра. В соответствии с классической теорией электромагнетизма, ускоренный заряд испускает электромагнитное излучение. Предположим на некоторое время, что можно временно игнорировать тот факт, что электрон при этом должен постоянно терять энергию. Мы еще вернемся к этому. Т. е. электрон излучает, но потерей энергии пренебрегаем. Тогда нетрудно рассчитать его орбитальную динамику. Орбиты являются эллипсами, частным случаем которых является окружность. Движение по эллипсу является, конечно, периодическим по времени. В соответствии с классической электродинамикой заряд, испытывающий периодическое движение, будет излучать с частотой, соответствующей орбитальному движению. Но для данного макроскопического набора атомов всегда можно ожидать, что набор параметров орбитального движения будет образовывать некоторый непрерывный спектр. Классически невозможно добиться, чтобы электрон имел только одну определенную орбиту у всех атомов и никакую другую. Поэтому трудно понять, почему у атомов наблюдается только дискретный спектр. Кроме того, вообще говоря, мы не можем игнорировать тот факт, что электрон постоянно теряет энергию. Это означает, что он должен падать по спирали на ядро, вращаясь все быстрее и быстрее, и следовательно, приводить к непрерывному спектру. Таким образом, почему атомы не схлопываются? Что их стабилизирует? И снова, почему они испускают только определенные частоты? Этими вопросами заинтересовался молодой датский студент Нильс Бор, стажировавшийся в Кембридже у Дж. Дж. Томсона. У Томсона была собственная модель атома, суть которой теперь известна только историкам. Бор критиковал эту модель, хотя и довольно вежливо. В 1912 году он уезжал в Манчестер, чтобы поработать с Резерфордом. И здесь к нему пришла чудесная идея. Некоторые считают, что продвижение Бора было подготовлено другими исследователями, которые этим тоже занимались в то время, но Бор и сам был из тех людей, которые имеют безошибочный инстинкт выбора правильного пути.

Общий взгляд на атомы в конце XIX столетия состоял в том, что атом должен иметь много мод классических колебаний и что каждый атом испускает все характерные частоты одновременно. Но в первые годы XX века была подсказана другая идея: что данный атом в данный момент испускает только одну характеристическую частоту и что полный спектр излучения получается из целого набора атомов, благодаря тому, что разные атомы излучают в данный момент разные линии. Бор использовал эту картину. Он также верил в то, что квант Планка непременно должен иметь отношение к строению атома. Это может показаться

очевидным сейчас, при взгляде в прошлое, но тогда это было совсем не очевидно. Более того, большинство физиков шли по чисто классическому пути, ограничиваясь классическими модами в окрестности квантовой теории, инициированной работами Планка, Эйнштейна и других. Но Бор считал, что кванты должны быть исключительно важны для понимания стабильности атома. Что он сделал для одноэлектронного атома, мы расскажем в несколько шагов.

(I). Для начала просто запретим электрону излучать и вычислим чисто классические орбиты. Поскольку кулоновская сила со стороны ядра удовлетворяет закону обратных квадратов, динамически эта задача эквивалентна движению планет вокруг Солнца. Об этой задаче известно все. Орбиты являются эллипсами. Следуя Бору, выберем частный случай круговых орбит, которые легче считать. Пусть заряд ядра Ze и будем считать ядро точечной частицей (поскольку ядро чрезвычайно мало по сравнению с целым атомом), центральная притягивающая сила для электрона равна $F(r) = -Ze^2/r^2$. Потенциальная энергия, соответствующая этой силе, равна $V(r) = -Ze^2/r$. Центробежное ускорение частицы, движущейся со скоростью v по круговой орбите, равно $a = v^2/r$. Из закона Ньютона находим

$$(i) \quad mv^2 = Ze^2/r.$$

Энергия (нерелятивистская), кинетическая плюс потенциальная, равна

$$(ii) \quad E = \frac{mv^2}{2} + V(r) = -\frac{Ze^2}{2r}.$$

Угловая скорость

$$(iii) \quad \omega = v/r.$$

Наконец, рассмотрим угловой момент \mathbf{L} , вектор которого определяется в общем случае как $\mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$. Для круговых орбит радиус-вектор и скорость перпендикулярны друг другу, так что \mathbf{L} направлен перпендикулярно к плоскости движения. Его величина

$$(iv) \quad L = mrv.$$

Пять переменных r , v , E , ω и L связаны между собой четырьмя уравнениями. Если мы знаем одну из этих величин, мы знаем и другие. В качестве такой величины возьмем L и выразим все остальные через момент. Нетрудно проверить, что

$$r = \frac{L^2}{Zme^2}; \quad v = \frac{Ze^2}{L}; \quad \omega = \frac{Z^2me^4}{L^3}; \quad E = -\frac{Z^2me^4}{2L^2}.$$

Классически, L может непрерывно меняться по величине от нуля до бесконечности.

(2). Здесь мы несколько уклонимся от истории, рассмотрев только один из аргументов Бора, которые он использовал для мотивации необходимости революционных «квантовых условий». После озарения Бор постулировал, что L может принимать только дискретный набор значений

$$L = n\hbar, \quad (3.6)$$

где n — любое положительное число, $n = 1, 2, 3, \dots \infty$. При этом круговые орбиты, занумерованные числом n , начинают квантоваться! Для n -й орбиты мы получаем квантованные радиус, скорость, угловую скорость, энергию:

$$\begin{aligned} Z_n &= \frac{n^2}{Z} \left(\frac{\hbar^2}{me^2} \right); & v_n &= \frac{Z}{n} \left(\frac{e^2}{\hbar e} \right) c; \\ \omega_n &= \frac{Z^2}{n^3} \left(\frac{me^4}{\hbar^3} \right); & E_n &= -\frac{Z^2}{n^2} \left(\frac{me^4}{2\hbar^2} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Естественная длина в этой задаче получила название *радиуса Бора* $a_B = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,53 \text{ \AA}$, где $1 \text{ \AA} = 10^{-8}$ см. Масштаб энергии называется

постоянной Ридберга, $Ry = \frac{me^4}{2\hbar^2} = \frac{e^2}{2a_B}$; численно $1 Ry = 13,6$ эв.

Наконец, $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = 1/137$ называется *постоянной тонкой структуры*.

Целое число n часто называют *главным квантовым числом*.

(3) Проигнорировав излучение и используя свои квантовые условия для определенного разрешения круговых орбит, Бор после этого принял, что излучение испускается тогда и только тогда, когда электрон «собирается» прыгнуть вниз с орбиты с энергией E_n на орбиту с более низкой энергией $E_{n'}$. Когда это происходит, испускается излучение частоты ω_γ , при этом вылетает фотон, уносящий разность энергий

$$\hbar\omega_\gamma = E_n - E_{n'}. \quad (3.8)$$

Заметим, что Бор не говорит, как и где электрон совершает прыжок в процессе испускания. Дополнительно к процессу испускания излучения существует процесс поглощения. Атом может поглотить падающий фотон с нужной частотой, чтобы запрыгнуть на один или больше уровней вверх. Падающий фотон должен иметь как раз такую величину энергии, чтобы скомпенсировать разность энергий между двумя электронными уровнями.

Бор предложил называть состояния движения (разрешенные орбиты) «стационарными состояниями», чтобы подчеркнуть, что (по гипотезе

Бора) они являются стабильными до тех пор, пока электрон не прыгнет в другое стационарное состояние. Основное состояние ($n = 1$) не может излучать вообще, так как оно стабильно относительно *спонтанного распада*. Конечно, электрон из такого состояния может запрыгнуть вверх, если в него попадет фотон с подходящей энергией. Возбужденные состояния ($n > 1$) все нестабильны по отношению к спонтанному распаду. В соответствии с принципами статистической механики, атомы в куске вещества при низкой температуре будут находиться большей частью в основном состоянии. Такая система будет давать подходящие линии поглощения, в то время как спектр испускания будет очень слабым. При достаточно высоких температурах будет наблюдаться избыток атомов в различных возбужденных состояниях, что приведет к линиям испускания по мере того, как электроны начнут падать вниз на низко лежащие уровни.

Заметим, что частота ω_γ фотона, испущенного при прыжке с уровня n на уровень n' , не равна частоте исходного или конечного орбитального движения. Рассмотрим случай, при котором прыжок происходит на 1 уровень, из n к $n' = n - 1$. Тогда частота фотонов равна

$$\omega_\gamma = \frac{Z^2 m e^4}{2 \hbar^3} \left\{ \frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right\} = \frac{Z^2 m e^4}{2 \hbar^3} \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}. \quad (3.9)$$

При больших n числитель во втором множителе примерно равен $2n$, а знаменатель примерно равен n^4 . Тогда из третьего выражения в (3.7) следует, что частота фотона приближенно равна орбитальной частоте, независимо от того, какая берется орбита (исходная или конечная). Понятно, что для больших n эти две орбитальные частоты почти равны. Это пример того, что Бор назвал *принципом соответствия*, который был использован им и другими исследователями в квантовых дебрях. Очень грубо говоря, это означает, что в пределе, когда разрешенные орбиты и соответствующие им энергии очень близки к макроскопическому масштабу, квантовое поведение должно начать напоминать непрерывное классическое поведение.

Боровская теория одноэлектронного атома очень хорошо согласуется с экспериментальными данными, хотя и не совершенно. Мы рассматриваем электрон как бы двигающимся вокруг фиксированного ядра. На самом деле ядро и электрон движутся вокруг общего центра масс. Это нетрудно узнать, если электронную массу во всех формулах заменить на *приведенную массу* $m/(1 + m/M)$, где M — масса ядра, m — масса электрона. Поправка очень мала (для атома водорода отношение $2/M$ составляет одну двухтысячную), но спектроскопические данные достаточно точны, чтобы почувствовать даже такую малую поправку.

Интерес к квантам, значительно подогреваемый достижениями Бора, привел к попыткам современников продвинуться дальше. Каким обра-

зом были обобщены квантовые условия Бора для того, чтобы иметь дело с некруговыми орбитами одноэлектронного атома, учесть влияние электрического и магнитного поля, релятивистские поправки, значительно более сложную динамику многоэлектронных атомов и т. д.? Обобщения квантовых условий Бора было предложено многими людьми и открыло путь для дальнейшего прогресса в области одноэлектронного атома. Например, Арнольд Зоммерфельд смог рассмотреть случай эллиптических орбит в одноэлектронном атоме. Он обобщил задачу до двух квантовых условий с соответствующими числами n_1 и n_2 . Затем он смог показать, что главная и вспомогательная полуоси, b и a , ограничены по отношению своих размеров соотношением $b/a = n_1/(n_1 + n_2)$. Уровни энергии, однако, снова были получены по формуле Бора, при условии $n = n_1 + n_2$. Это привело к *вырождению* уровней энергии, означаящему, что для данного значения n (уровня энергии) существует так много эллиптических орбит, как много способов представить число n в виде суммы двух целых чисел n_1 и n_2 . Мы снова встретимся с явлением вырождения, когда вернемся к атому водорода в «современной» квантовой механике.

Достижения в многоэлектронных атомах были менее значительными. Однако понятие уровней энергии атомов и молекул любой сложности стало общепринятыми. Оно получили подтверждение в результате экспериментов по рассеянию электронов на атомах. При низких энергиях электроны рассеивались только упруго; т. е. начальные и конечные энергии электрона были одинаковы. Но при энергиях, превышающих некоторый характеристический порог для атома мишени, электроны иногда отскакивали с другой энергией. Эта энергия терялась в результате того, что она отдавалась атому, меняющему свое внутренне состояние. Это можно интерпретировать как рассеяние, при котором падающий электрон передавал свою энергию атомной системе, переводя ее на более высокий квантовый уровень. Такая интерпретация была подтверждена экспериментально наблюдением того, что был испущен фотон нужной частоты в тот момент, когда атомная система вернулась в начальное состояние.

Волны материи де Бройля

Следующий важный шаг на пути к «новой» квантовой теории был сделан (принцем) Луи де Бройлем в середине его докторской диссертации в 1923 г. Точно так же, как было открыто, что электромагнитные волны проявляют частицеподобные свойства, так и другие частицы материи (например, электрон) должны обладать волновыми свойствами — утверждал де Бройль. Благодаря удаче, его мнение было поддержано следующими причинами. В соответствии с Эйнштейном, фотон, соот-

ветствующий излучению с длиной волны λ , имеет импульс $p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$. Рассмотрим электрон, двигающийся по круговой боровской орбите. Величина его импульса p классически является константой при движении по круговой орбите. Если существует волна, говорил де Бройль, кажется естественным предположить, что те же соотношения между длиной волны и импульсом должны быть справедливы как для фотона, так и для электрона. Если это так, то кажется разумным потребовать, чтобы круговая орбита соответствовала длине волны; а именно, окружность должна равняться целому числу, умноженному на длину волны. Это приводит к соотношению $2\pi r = n\lambda = 2\pi\hbar/p$; отсюда $pr = n\hbar$. Но для круговой орбиты pr равно угловому моменту L . Поэтому из такой цепи гипотез получалось квантовое условие Бора $L = n\hbar$. На Эйнштейна это произвело большое впечатление, так что диссертация де Бройля была им одобрена.

ГЛАВА 4

Основы

Мы останавливались на рождении современной квантовой теории в гл. 1. Темп, событий, описанных там, был достаточно захватывающим. Основы квантовой механики были, в сущности, заложены в 1928 г. Действительно, в 1926, вскоре после публикации первой статьи Шредингера, Макс Борн создал основы физической интерпретации, из которой все и выросло. Его идеи появились довольно случайно, в публикации, посвященной, в основном, другим вопросам, но то, что он предложил, представляло не что иное, как переворот видения нами мира.

Для начала отметим, а затем уточним некоторые замечания, сделанные в гл. 1 по поводу классической динамики. Классически можно рассматривать два вида динамических величин: частицы и поля. Частицы в каждый момент находятся в некотором определенном месте. Поле располагается во всем пространстве. Слово «динамический» означает, что со временем они меняются. Вот что при этом происходит. Во-первых, рассмотрим систему нерелятивистских точечных частиц, взаимодействующих с межчастичными внешними силами. Пусть N — число частиц в такой системе. Динамическое *состояние* системы в любой момент времени — а именно, все, что может быть известно о системе в данный момент времени — полностью определяется векторами положения и импульса всех частиц. Все другие, интересующие нас величины, например, угловой момент отдельной частицы или системы как целого, энергия системы, и т. д., определяется с помощью координат и импульса. Мгновенное состояние такой системы определяется тремя декартовыми координатами радиус-вектора частиц и тремя компонентами каждого вектора импульса, т. е. всего $6N$ переменными, или, как их называют, *степенями свободы*. Временная эволюция системы определяется уравнениями Ньютона. Структура этих уравнений такова, что если в некоторый момент времени известно состояние системы, то в последующие моменты оно определяется однозначно.

Классически, система полей является набором одной или более меняющихся со временем функций, определенных непрерывно во всем про-

странстве. Примером такого набора являются электрическое и магнитное поля. Динамические свойства определяют, как меняется поле в зависимости от времени в каждой точке пространства \mathbf{r} . Это изменение аналогично нахождению векторов положения как функций времени для каждой из частиц системы. В случае поля, поскольку для него существует непрерывная бесконечность положений в пространстве, существует непрерывная бесконечность степеней свободы. Динамика поля определяется уравнениями в частных производных, например, уравнениями Максвелла в случае электромагнетизма. Для электромагнетизма и других типов полевых систем, которые используются чаще всего, состояние системы полностью определяется заданием в некоторый момент полей и их первых производных по времени, являющихся функциями от координат. Интересующие нас физические величины, например, полная энергия полей, определяются полями и их производными. Если состояние известно в некоторый момент времени, то динамические уравнения движения определяют их единственным образом для более поздних моментов.

Так обстоят дела в классической ситуации. Квантовая механика приводит к значительным концептуальным изменениям. В этой и нескольких последующих главах мы сконцентрируемся на системах нерелятивистских частиц. Там, как и в классике, мы будем иметь дело с известными величинами, такими как положение, импульс, угловой момент, энергия и т. д. Независимо от контекста, квантового или классического, они образуют так называемые *наблюдаемые*. Наблюдаемыми называют физические величины, которые в принципе могут быть измерены. Хотя квантовая и классическая механика имеют дело с одними и теми же типами наблюдаемых, эти два подхода существенно отличаются во взгляде на то, что мы можем и что мы не можем знать. Мы начнем с повторения и расширения двух утверждений, без объяснения выдвинутых во вводной главе.

(1) В квантовой механике состояние системы из N точечных частиц в любой момент времени полностью определяется волновой функцией Ψ , которая зависит от времени и N векторов положения $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N$. *Волновая функция сообщает нам все, что мы можем узнать о системе.* Отметим, что это не означает, что каждая частица имеет собственную волновую функцию. Наоборот, существует единственная волновая функция для целой системы. Она зависит от времени и от такого количества векторов положения, сколько частиц в системе.

(2) Волновая функция меняется с течением времени детерминированным образом, определяемым уравнением, которое мы запишем чуть позже. Это уравнение таково, что если волновая функция известна как функция координат частиц в некоторый момент времени, она будет определяться единственным образом во все остальные моменты времени. Поэтому, мы будем использовать слова «состояние» и «волновая функция» как равноценные.

Что означает волновая функция системы? Как она распространяется? Что может сказать волновая функция о предполагаемых результатах физического эксперимента? Ответ на эти вопросы — долгая история. Об этом написаны большие и толстые учебники по квантовой механике. Но мы ограничимся более скромными целями.

Эксперимент с двумя щелями

Во-первых, вернемся к источнику концепции о волновой функции. Именно Луи де Бройль предположил, что дуализм волна-частица, используемый для электромагнитного излучения, может быть расширен на частицы материи. Волновая природа материи была продемонстрирована несколькими годами позже, вскоре после рождения новой квантовой механики. Важные эксперименты провели К. Дж. Дэвиссон и Д. Х. Джермер в США и Дж. П. Томсон в Англии. Здесь мы будем обсуждать в целом эквивалентный, но все-же идеализированный «мысленный» эксперимент, с помощью которого можно сделать важные выводы. Это известный каждому преподавателю эксперимент с двумя щелями. Установка проиллюстрирована на рис. 4.1. Источник массивных частиц, например, электронов, располагается в точке A . Электроны детектируются счетчиками Гейгера, расположенными вдоль поверхности C . Между ними, в точке B , располагается экран с двумя щелями, которые для простоты мы будем считать идентичными.

Сначала рассмотрим случай, когда щель 2 закрыта, щель 1 — открыта. Если поток электронов, выходящих из источника A , мал, то мы зафиксируем в счетчиках отдельные сигналы (отдельные «щелчки»), как это и можно ожидать для частиц. После регистрации многих частиц мы можем изобразить распределение зарегистрированных электронов, как функцию положения x на поверхности детекторов C . Даже в классических рамках для нас не будет сюрпризом, что распределение окажется растянутой геометрической проекцией щели на поверхность C . Электроны, путешествующие вблизи углов щели, возможно, чувствуют электростатические силы, появляющиеся от экрана; возможно, что эти силы будут искривлять траектории, в противном случае можно было бы ожидать прямолинейных траекторий. Пусть $P_1(x)$ — скорость накопления электронов как функция x , индекс 1 показывает, что открыта только щель 1. После этого закроем щель 1, откроем щель 2. Повторим эксперимент, получив распределение $P_2(x)$. Оба распределения условно показаны на рис. 4.1. Классически, эти распределения зависят от деталей, которые *в принципе* можно принять во внимание, например, от скоростей и углового распределения электронов при их испускании из источника A , а также сил, действующих вблизи углов щели и т. д.

До сих пор все было прекрасно. Сейчас повторим эксперимент с одновременно открытыми щелями. Классически, распределение $P_{12}(x)$

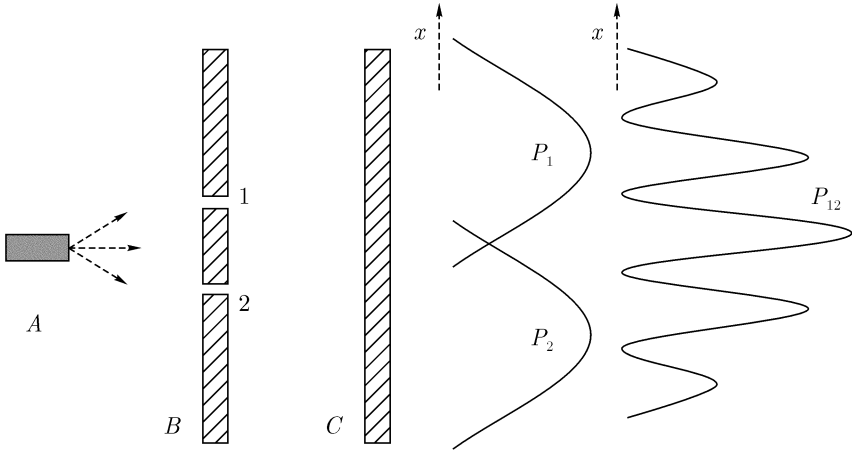


Рис. 4.1. Мысленный эксперимент с двумя щелями. Кривые P_1 и P_2 характеризуют скорость накопления частиц на экране C в случаях, когда открыты только первая щель и только вторая щели соответственно. Кривая P_{12} соответствует распределению при двух открытых щелях.

должно быть суммой $P_{12}(x) = P_1(x) + P_2(x)$. После двух экспериментов можно было бы ожидать, что данный электрон должен полностью проходить либо через одну щель, либо через другую. Однако фактически распределение $P_{12}(x)$, схематически изображенное на рис. 4.1, не является ожидаемой суммой. Более того, его извивающаяся форма выглядит очень знакомой в связи с волновыми явлениями. Она имеет вид, который можно ожидать, если в точке A установлена электрическая лампочка, испускающая классическое электромагнитное излучение. В этом случае мы не можем спрашивать, проходит ли свет через первую или вторую щель. Свет проходит через обе. Электромагнитные волны существуют везде, поэтому волны, проходящие через первую и вторую щель, интерферируют между собой, что приводит к картине, эквивалентной $P_{12}(x)$. Световой детектор, например, фотопластина, расположенная на поверхности C , чувствует *квадрат* электрического поля E . Если E_1 и E_2 — электрические поля, связанные с приходящими волнами от щелей 1 и 2 соответственно, то P_1 пропорционально E_1^2 , P_2 — E_2^2 , P_{12} пропорционально $(E_1 + E_2)^2$. Отметим, что в электромагнитном случае P_{12} не является суммой P_1 и P_2 , а равен $P_{12} = P_1 + P_2 + \text{интерференционные слагаемые}$, пропорциональные произведению E_1 и E_2 .

Все это очень хорошо для света, который даже в классике демонстрирует волновое поведение. Но если электрон является частицей, то

в противоположность распределенным волнам, частица, которая достигает детектора, должна пройти либо через первую, либо через вторую щель. Чтобы это проверить, мы должны проследить за каждым электроном в процессе его прохождения через щель. Мы направим свет на щели, и тогда по сигналу, отраженному электроном, определим, через которую щель он прошел. При обеих открытых щелях эксперимент может быть успешным в том смысле, что отраженный свет однозначно укажет, через какую щель прошел электрон. В таком случае мы обнаружим, что электроны, прошедшие через щель 1, будут иметь предшествующее распределение P_1 , прошедшие через щель 2 — распределение P_2 ; тогда полное распределение будет равно — по определению — сумме $P_1 + P_2$. Интерференционное слагаемое исчезло. В результате отслеживания поведения электронов изменился результат эксперимента. Но мы должны учесть, что отслеживание электронов происходит за счет взаимодействия электронов со световыми волнами, что должно приводить к возмущению траекторий. Чтобы уменьшить это влияние, можно понизить интенсивность света. Но тогда иногда электрон будет совсем «не виден». Для этого множества событий — не видимых электронов — распределение P_{12} возвращается к прежней изогнутой кривой, которая получается, даже если не пытаться наблюдать за прохождением электронов через щель. Короче, если вы видите, где находится электрон, он оказывается или у той, или другой щели в момент прохождения через экран. Но если вы не наблюдаете за ними (или не добились этого) то он ведет себя так, как будто просачивается через обе щели одновременно, подобно волне.

Этот мысленный эксперимент, который вскрывает сущность многочисленных реальных экспериментов, проведенных за эти годы, демонстрирует, что электроны и другие материальные частицы наследуют волновой характер классического электромагнетизма. Для материальных частиц волновые свойства определяются волновой функцией Ψ . Но с другой стороны, электромагнитное излучение наследует от классических частиц их частицеподобный характер, в смысле эйнштейновских энергетических пакетов для излучения. В связи с этим, при низкой интенсивности излучения из светового источника в A , световые детекторы будут регистрировать отдельные целые «щелчки», а не их часть. В этом и проявляются частицеподобные свойства света: дуализм волна-частица!

Волновое уравнение Шредингера

Как отмечалось ранее, мы будем следовать шредингеровской версии квантовой механики, понимая, что это лишь одно из многих физически эквивалентных представлений абстрактных основополагающих принципов. Более того, мы обратимся к случаю одиночной нерелятивистской

частицы, движущейся в некотором силовом поле. Шредингер использовал идею де Бройля о том, что каждой частице может соответствовать определенный тип волнового поля. Для начала можно было считать, что (как в классике) частица имеет определенное положение и импульс в любой момент времени. Новая идея состояла в том, что движение частицы определяется волновым полем, распространяющимся по всему пространству (наглядным примером может служить судно, дрейфующее вместе с волнами на море, — судно занимает конкретное положение в каждый момент, но дрейф определяется распространением волн по поверхности). Шредингер пытался провести аналогию между классической динамикой частиц и другими разделами физики, в частности, геометрической оптикой. Это привело его к таинственному уравнению для функции, называемой $u(x, y, z)$, которая некоторым образом связана с одиночной частицей массы m и полной энергии E , движущейся в потенциале $V(x, y, z)$:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} + Vu = Eu. \quad (4.1)$$

Как мнемоническое правило, это уравнение можно соотнести с уравнением классической энергии $K + V = E$, где K является кинетической, V — потенциальной, E — полной энергией частицы. Поэтому слагаемое в (4.1), зависящее от вторых производных, можно представлять себе как кинетическую энергию. Функция u в (4.1) пока что еще не обязана быть волновой функцией частицы. Связь с волновой функцией будет видна чуть позднее. А пока посмотрим, что же Шредингер сделал с уравнением (4.1).

Математически, для данного потенциала V , это уравнение всегда имеет решение, каким бы ни было значение параметра E . Но даже несмотря на то, что функция u пока не имеет физической интерпретации, при анализе уравнения (4.1) Шредингер сразу предполагал, что природа должна допускать только те решения, которые «хорошо себя ведут». «Хорошее поведение» означает, что $u(x, y, z)$ ограничена для всех x, y, z , в том числе и тогда, когда эти переменные стремятся к бесконечности. Кроме того, он полагал, что функция должна быть однозначной, т. е. должна иметь единственное значение в каждой точке пространства. При таких предположениях Шредингер обратился к случаю потенциала для атома водорода $V = -Ze^2/r$, для которого, при условии $E < 0$, разрешены только определенные значения энергии. Это оказались именно те значения энергии, которые получались в старой квантовой теории Бора и которые так хорошо согласовывались с экспериментом! Для $E > 0$ разрешены все значения энергии; можно сказать, что в этом случае спектр непрерывен.

В дальнейшем уравнение (4.1), дополненное требованиями хорошего поведения его решений, будет называться *уравнением на собственные*

значения энергии. Хорошо ведущие себя решения этого уравнения называются *собственными функциями энергии*, а соответствующие значения E , при которых возможны эти решения — *собственными значениями энергии*. Здесь стоит сделать несколько замечаний. Уравнение описывает частицу с энергией E . С точки зрения классической науки, здесь нечего обсуждать. Конечно, частица имеет определенную энергию! Классически, эта энергия распределена между кинетической и потенциальной в разной пропорции, в зависимости от движения частиц, но в любой момент сумма этих энергий всегда постоянна. В квантовой механике, хотя мы в ней еще не разобрались, все несколько иначе — частица не обязана иметь строго определенную энергию, хотя уравнение (4.1) как раз относится к случаю, когда энергия точно определена. Другое замечание состоит в том, что в уравнение (4.1) не входит время. Но все меняется с течением времени, независимо от того, смотрим ли мы с классической или квантовомеханической точек зрения. Собственно, функция u играет важную вспомогательную роль в квантовой теории, но в действительности она не является настоящей волновой функцией нашей частицы. Такая волновая функция $\Psi(x, y, z, t)$ зависит как от пространства, так и от времени.

Для настоящей волновой функции Ψ частицы, движущейся в потенциале V , Шредингер вывел уравнение:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right\} + V\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (4.2)$$

которое стало называться *уравнением Шредингера*. Нет особого смысла говорить, что Шредингер получил это уравнение или уравнение (4.1) таким же образом, как это было сделано только что. Конечно, сама мысль о волновом уравнении была мотивирована гипотезой де Бройля о связи между волной и частицей. Более того, Шредингер должен был руководствоваться требованием, чтобы то, что он делает, отражало структуру классической механики, хотя бы с некоторой натяжкой. Как бы там ни было, классическая механика хорошо описывает явления повседневного мира. Чтобы получить правильные квантовомеханические уравнения, он мог рассчитывать достичь понимания, следуя за математическими намеками, создаваемыми классической теорией. Но как уже говорилось, прыжок научного воображения был потрясающим; тем более, что уравнение Шредингера было написано до того, как появился объект для этого уравнения, т. е. волновая функция не обладала даже слабой интерпретацией. Но этот прыжок состоял не просто в замене уравнения Ньютона на уравнение Шредингера (или их эквивалент — уравнение Гейзенберга). Он состоял в замене концепции физической реальности, заключающейся в интерпретационной картине, которая появилась вскоре после этого.

Теперь вернемся к (4.2). Сделаем относительно него несколько замечаний:

(1) В уравнении появилась мнимая единица i , квадратный корень из -1 . Это означает, что мы должны быть готовы иметь дело с комплексной функцией. Напомним, что любая комплексная величина g , является ли она функцией или фиксированным числом, может быть разложена на сумму вещественной и мнимой частей: $g = g_r + ig_i$, где g_r и g_i являются вещественными, поэтому ig_i является чисто мнимой величиной. Напомним также, что комплексно-сопряженная к g величина обозначается g^* , и равна $g^* = g_r - ig_i$. Абсолютный квадрат величины g (квадрат модуля) равен $g^*g = g_r^2 + g_i^2$.

(2) Уравнение (4.2) *линейно*, что означает следующее: если Ψ является решением, то решением будет и $A\Psi$, где A — произвольная комплексная константа. В общем случае, если Ψ_1 и Ψ_2 являются решениями, то решением будет и любая их линейная комбинация $\Psi = A_1\Psi_1 + A_2\Psi_2$, где A_1 и A_2 — произвольные комплексные константы.

(3) Поскольку уравнение для Ψ включает только первый порядок производной по времени, то есть если Ψ известна как функция от пространственных переменных x, y, z в некоторый момент времени, она будет определяться единственным образом и в последующие моменты. В этом смысле квантовая механика полностью детерминистична.

(4) В уравнении Шредингера нет параметра энергии, но можно отметить следующее. Пусть независящая от времени функция $u(x, y, z)$ является решением задачи на собственные значения (4.1), с E , соответствующей этой энергии. Тогда несложная проверка покажет, что

$$\Psi(x, y, z, t) = e^{-iEt/\hbar}u(x, y, z) \quad (4.3)$$

будет одновременно являться решением уравнения (4.2). Тогда, если частица находится в состоянии с определенной энергией E , ее волновая функция будет равна собственной функции энергии, умноженной на экспоненту от времени (4.3). В более общем плане можно отметить, что если u_1 и u_2 являются решениями задачи на собственные значения с энергиями E_1 и E_2 соответственно, то их сумма вида

$$\Psi(x, y, z, t) = A_1e^{-iE_1t/\hbar}u_1(x, y, z) + A_2e^{-iE_2t/\hbar}u_2(x, y, z)$$

с произвольными константами A_1 и A_2 тоже будет являться решением (4.2). Правда оно включает две различные энергии. Которая из них дает энергию частицы? Ответ в том, что частица вообще не имеет определенной энергии, определенного положения, определенного импульса, определенного углового момента и т. д.! Для частицы с данной волновой функцией измерение энергии будет приводить к значениям либо E_1 , либо E_2 с относительными вероятностями $A_1A_1^*/A_2A_2^*$.

Отметим, что приведенное решение, по сути, является линейной комбинацией с произвольными коэффициентами решений типа (4.3). Последнее нетрудно обобщить. Суперпозиция любого числа решений такого типа сама по себе будет решением уравнения Шредингера.

(5) Для *любого* решения Ψ можно показать следующее. Хотя квадрат модуля $\Psi^*\Psi$, конечно, в общем, зависит от времени и от пространственных переменных, *интеграл* от этой величины по всему пространству от времени не зависит:

$$\iiint dx dy dz \Psi^*\Psi = \text{постоянен по времени.}$$

Здесь и далее, если не указаны пределы интегрирования, будем считать, что интегрирование ведется по всему пространству. При получении последнего результата предполагалось, что интеграл является конечной величиной, или, как говорят, *квадратично интегрируем*. Если он квадратично интегрируем в некоторый момент времени, предшествующее уравнение предполагает, что он таким и останется в последующие моменты времени. В данный момент, чтобы писать покороче, полезно ввести понятие и обозначение скалярного произведения. Для двух (возможно комплексных) функций f и g , определим *скалярное произведение* как

$$\langle f|g \rangle \equiv \iiint dx dy dz f^*g. \quad (4.4)$$

Отметим, что $\langle g|f \rangle = \langle f|g \rangle^*$. По определению квадрат *нормы* функции f равен $\langle f|f \rangle$; он положителен и вещественен.

Вероятностная интерпретация

Список свойств, отмеченных выше, приводит к первому правилу интерпретации. Из пункта (3) списка мы приходим к предположению, что волновая функция Ψ — это все, что мы можем узнать о состояниях частицы в том смысле, что если мы знаем состояние в некоторый момент времени, то мы узнаем его и в последующие моменты. Пункт (5) приводит к вероятностной интерпретации. Из пункта (2) мы знаем, что если Ψ — решение, то $A\Psi$ тоже является решением для произвольной константы A . Примем гипотезу, что волновые функции, отличающиеся множителем, реально описывают одну и ту же ситуацию. Если это так, то мы можем использовать свободу выбора множителя для *нормировки* волновой функции, а именно, потребовать, чтобы

$$\langle \Psi|\Psi \rangle = 1. \quad (4.5)$$

Будем полагать, что эта нормировка в дальнейшем всегда выполняется. Пока что из того, что было сказано, ничто не говорит о том, где находится частица. Здесь надо сделать решительный шаг. Откажемся от мысли, что частица *находится* в данный момент в некоторой конкретной точке с учетом того, что квантовая механика оперирует только вероятностями. Пусть $P(x, y, z, t)$ — *пространственное распределение вероятностей*, определенное таким образом, что интеграл от P по конечному объему пространства дает вероятность обнаружить частицу в этом объеме.

Следуя Макс Борну, мы придем к гипотезе, что если система находится в состоянии Ψ , распределение вероятности (плотность вероятности) равно

$$P(x, y, z, t) = \Psi^* \Psi. \quad (4.6)$$

Оно зависит не только от координат пространства, но и от момента времени, поскольку от них зависит Ψ . Это свойственно плотности вероятности, но когда плотность проинтегрирована по всему пространству — по всем возможным положениям в пространстве, где может находиться частица при измерениях, — результат не зависит от времени и равен единице. Это видно из (4.5) совместно с (4.4) и (4.6).

Идея, что физический мир вероятностен в своей основе, явилась центром драматических преобразований, приведших к квантовой теории. Это может раздражать, но это так. Все, что мы можем знать о динамическом состоянии системы, содержится в ее волновой функции; и волновая функция, в общем, не предполагает единственность результатов измерений, которые могут быть выполнены над системой. Надо подчеркнуть, что именно Бор, а не какой-то другой основатель квантовой механики *вывел* эту интерпретационную картину из того, что рассматривалось выше. А структура уравнения Шредингера, по крайней мере, математически поддерживала и согласовывалась с этой интерпретацией.

Краткий обзор правил

Мы пришли к вероятностной интерпретации измерений положения частицы, но это только начало. Что можно сказать о других переменных: энергии, импульсе, угловом моменте, и т. д.? По каждой физической наблюдаемой можно фактически задать три вопроса:

(1) Какова область значений, которые будут получаться в результате измерения?

(2) Если система в некоторый момент находится в конкретном состоянии Ψ , то каковы вероятности получения различных значений при измерении?

(3) Какое состояние возникает сразу после измерения и какие конкретные значения могут быть получены?

Для наблюдаемых положения мы уже рассмотрели вопросы 1 и 2 и нашли (точнее постулировали), что, как и в классике, возможны все положения; при этом функция распределения определяется соотношением (4.6). Для наблюдаемой энергии ответ на первый вопрос состоит в том, что разрешены энергии, которые являются соответственными значениями энергии (4.1); а именно, те энергии, которым соответствуют хорошо ведущие себя решения (собственные функции). Обобщение на остальные наблюдаемые сделаем следующим образом. Каждой физической наблюдаемой соответствует свое уравнение на собственные значения, аналогичные уравнению (4.1) для энергии. Что именно за уравнения они представляют, мы пока разбирать не будем, а обсудим чуть позднее. На данный момент будет достаточно принять, что каждой физической наблюдаемой соответствуют хорошо определенные уравнения, включающие в себя первоначально неопределенный параметр. Значения этого параметра, для которых существуют хорошо определенные решения являются соответственными значениями исследуемой переменной; соответствующие решения являются собственными функциями данной переменной. При этом надо помнить, что различным физическим величинам будут соответствовать различные наборы соответственных функций. Тогда ответ на 1 вопрос: какие возможные значения получаются в результате измерений — дается возможным *спектром* наблюдаемой величины — множеством собственных значений соответствующих данной наблюдаемой. Они и только они могут быть получены при измерении.

Если система в некоторый момент времени находится в собственном состоянии интересующей нас наблюдаемой, то далее мы можем утверждать, что при измерении в данный момент мы будем получать только соответствующее собственное значение. В общем случае система, конечно, не будет находиться в собственном состоянии интересующей нас наблюдаемой, или в собственном состоянии какой-то другой наблюдаемой. Это приводит нас к обобщению вопроса 2. Для произвольного состояния Ψ результаты измерения интересующей наблюдаемой будут распределены с некоторой вероятностью. Каково будет распределение вероятностей? Легче всего сначала доказать постулированный ответ для случая, когда спектр наблюдаемой является счетным, или, что то же самое, *дискретным*. Пусть собственные функции u_n помечены индексом n , и пусть λ_n — собственное значение, соответствующее n -ой собственной функции U_n . Предположим, что собственные функции являются нормированными. Если система находится в состоянии Ψ , то квантовое правило будет следующим. Определим *амплитуду вероятности* A_n в соответствии

$$A_n = \langle u_n | \Psi \rangle, \quad (4.7)$$

воспользовавшись определением скалярного произведения (4.4). Вероят-

ность P_n получить λ_n принимается равной

$$P_n = A_n^* A_n. \quad (4.8)$$

Для наблюдаемых положения и импульса, спектр которых непрерывен, разрешенные собственные значения λ меняются непрерывным образом. Пусть u_λ — собственная функция, соответствующая данному λ . В данном состоянии Ψ , бессмысленно спрашивать о вероятности получить конкретное значение λ , смысл имеет лишь вероятность $P(\lambda) d\lambda$ нахождения наблюдаемой в некотором бесконечно малом интервале $d\lambda$. Как и в дискретном случае, определим амплитуду вероятности $A(\lambda)$ в соответствии с

$$A(\lambda) = \langle u_n | \Psi \rangle. \quad (4.9)$$

Соответствующую плотность вероятности примем равной

$$P(\lambda) = A(\lambda)^* A(\lambda). \quad (4.10)$$

Для наблюдаемой, спектр которой является смешанным, т. е. одна его часть дискретна, а другая — непрерывна, соотношение (4.7) и (4.8) используется для дискретной части, (4.9) и (4.10) для непрерывной.

Есть еще третий вопрос, который касается возможных результатов и распределения вероятностей. Что станет с состоянием системы сразу после того, как проведены измерение и получены конкретные значения λ_n (для простоты будем полагать, что спектр дискретен). Поскольку система меняется вследствие воздействия во время измерения, ее состояния до и после измерения различны. Какой станет новая волновая функция? Квантовое утверждение состоит в следующем. Каким бы ни было состояние системы до эксперимента, при измерении оно «коллапсирует» в собственное состояние U_n , соответствующее собственному значению λ_n , полученному на эксперименте. После этого волновая функция начинает меняться во времени согласно уравнения Шредингера. Конечно, можно утверждать, что в этом утверждении присутствует очень большая доля идеализации, хотя бы потому, что, помимо других причин, процесс измерения не происходит мгновенно. Более того, само понимание процессов измерения, которые мы рассматриваем при анализе воздействия извне на нашу квантовую систему, содержит глубокие технические и, что более важно, философские проблемы. Однако в данный момент мы остановимся на тех предположениях, которые были сформулированы выше.

До сих пор принципы квантовой механики, в основном, иллюстрировались на примере отдельной частицы. Хотя обобщение на многочастичные системы может быть сделано непосредственно, соответствующее математическое описание становится существенно более трудным. Для многочастичных систем состояние описывается волновой функцией,

зависящей от времени и координат всех частиц системы. Естественно, что и потенциальная энергия будет зависеть от всех этих координат. В уравнениях (4.1) и (4.2) возникнет сумма слагаемых, которые аналогичны первому из левой стороны этих уравнений, по одному на каждую частицу, каждое слагаемое со своей собственной массой и со своими координатами в производных для каждой частицы. Скалярное произведение в (4.4) должно быть расширено, чтобы учесть интегрирование по переменным положения *всех* частиц. С учетом понимания этих замен, уравнения (4.1) и (4.2) останутся неизменными. В противоположность одночастичной интерпретации, выраженной в (4.6), произведение $\Psi^*\Psi$ сейчас дает совместную вероятность распределения по положениям всех частиц. Кроме того, нужно отметить, что необходимо учесть спиновой угловой момент, который является динамической переменной для таких частиц, как электроны, протоны и нейтроны. Спин мы учтем чуть позднее.

Коммутирующие наблюдаемые

Для удобства последующего изложения остановимся на понятии линейной независимости. Говорят, что функция F является *линейной комбинацией* n функций u_1, u_2, \dots, u_n , если она может быть «разложена» на эти функциям в соответствии с

$$F = c_1 u_1 + c_2 u_2 + \dots + c_n u_n,$$

где c_i являются (возможно, комплексными) константами. Множество функций u_n образует, как говорят, *линейно независимый* набор, если ни одна из них не может быть записана в виде линейной комбинации остальных.

Рассмотрим некоторое конкретное собственное значение λ интересующей нас наблюдаемой. Может быть так, что существует только одна линейно независимая функция u_λ , соответствующая данному собственному значению. Тогда говорят о *невыврожденной* ситуации. С другой стороны, может случиться так, что существует два или более линейно независимых собственных состояния с одинаковым собственным значением λ . В этом случае говорят о *вырождении*. Обычно существование вырождения отражает тот факт, что собственные состояния λ являются также собственными состояниями некоторой другой наблюдаемой; назовем ее μ . В такой ситуации для нумерации собственных состояний мы будем использовать второй индекс, записывая $u_{\lambda, \mu}$. Индексы говорят нам, что рассматриваемое состояние *одновременно* является собственным состоянием первой наблюдаемой с собственным значением λ и собственным состоянием другой наблюдаемой с собственным значением μ . Две наблюдаемых, для которых существуют одновременно общие

собственные состояния, называются *коммутирующими*. Если спектр дискретен, то в состоянии $u_{\lambda, \mu}$ обе наблюдаемых имеют определенные значения; или, как мы будем говорить, «известны» одновременно. Если спектр непрерывен, тогда существуют состояния (образованные суперпозицией близких соседних собственных состояний), в которых обе наблюдаемые могут быть известны с произвольной точностью. В зависимости от конкретного выбора наблюдаемых может получиться так, что даже когда заданы оба значения λ и μ , остается еще некоторое вырождение, соответствующее одинаковым значениям λ и μ . В конце концов можно прийти к *полному* набору коммутирующих наблюдаемых, все общие собственные состояния которых единственным образом определяются их собственными значениями.

Три декартовых координаты x, y, z образуют набор коммутирующих наблюдаемых с непрерывным спектром. Поэтому можно построить определенную волновую функцию, которая локализована одновременно при некотором конкретном выборе трех переменных. То же самое справедливо для трех компонент P_x, P_y, P_z импульса. Но можно выбрать наборы наблюдаемых, не коммутирующих между собой; например, x и P_x не коммутируют между собой. Для таких пар не существует состояний, в которых обе наблюдаемых могут быть известны с неограниченной точностью; в этом случае они определяются принципом неопределенности Гейзенберга.

Принцип неопределенности

Рассмотрим некоторую конкретную наблюдаемую, для примера, координату частиц x . Существуют волновые функции, для которых пространственное распределение вероятностей задается узким пиком вблизи выбранного конкретного значения x . То же самое можно сказать про компоненту импульса P_x . Но как впервые показал Гейзенберг, существует ограничение на то, чтобы волновая функция *одновременно* являлась пиком для обеих величин. Для данной волновой функции Ψ мы можем найти пространственное распределение вероятности. Но пока еще мы не говорим о том, как получить из Ψ распределение по импульсу. Для этого существуют определенные правила, которые мы вскоре обсудим. Из них следует, что если пространственное распределение является узким, то распределение по импульсу неизбежно будет широким, и наоборот. Нет способа обойти этот вывод. Мерой ширины любого распределения в среднем является «квадратный корень из среднего квадрата отклонения». Проиллюстрируем это на примере координаты x положения частицы, подразумевая следующее. Для данного распределения вероятности можно вычислить среднее значение x , обозначаемое $\langle x \rangle$; а также среднее значение x^2 , обозначаемое как $\langle x^2 \rangle$. Если распределение по x имеет фор-

му острого пика при некотором x , так что каждое измерение приводит к одному и тому же значению x , тогда все значения x^2 тоже будут одинаковы. В этом случае $\langle x^2 \rangle = \langle x \rangle^2$. Для всех других распределений, как нетрудно видеть, $\langle x^2 \rangle$ будет больше, чем $\langle x \rangle^2$; не намного больше, если распределение задано в виде пика и значительно больше, если распределение широко размазано. Среднеквадратичное отклонение определяется как

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}.$$

Оно является полезным способом для характеристики ширины распределения. Малые Δx означают узкое, а большие Δx — широкое распределение. Если нам известно состояние Ψ в определенный момент времени, мы можем получить пространственное уширение Δx , а используя распределение вероятностей по импульсам — среднеквадратичное отклонение Δp_x . Гейзенберг показал, что для *любой* волновой функции Ψ справедливо следующее неравенство:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar. \quad (4.11)$$

Это соотношение устанавливает предел, с которым одновременно могут быть известны две некоммутирующих наблюдаемых. Аналогичные ограничения существуют для пар (y, p_y) и (z, p_z) ; для других пар наблюдаемых, некоммутирующих между собой, тоже существуют некоторые ограничения. Нет никаких ограничений только на одновременную измеримость, например, величин x и p_y . Они коммутируют между собой. Принцип неопределенности может быть выражен в достаточно общем виде для любой пары переменных, но мы не будем их здесь выписывать, поскольку это требует достаточно тонких технических упражнений. В квантовой механике существует и другое неравенство, которое также часто цитируется, и которое включает в себя энергию и время. Оно выглядит как принцип неопределенности, но имеет другое происхождение, чем принцип Гейзенберга, обсуждавшийся выше. Коротко остановимся на этом. Предположим, что состояние системы описывается волновой функцией $\Psi(x, y, z, t = 0)$ в какой-то начальный момент $t = 0$. Это состояние определяет некоторое распределение по энергиям; соответственно можно вычислить среднеквадратичное отклонение для этого распределения ΔE , характеризующее ширину распределения. В некоторый, более поздний момент t , волновая функция системы, конечно, изменится. Но для достаточно малых t можно ожидать, что волновая функция изменится очень мало. Можно спросить, сколько же времени должно пройти, чтобы волновая функция стала существенно отличаться от своего начального состояния? Назовем это время τ . Слова «существенно отличаться» не являются, конечно, очень точными. Чтобы определить их более точно, поступим следующим образом. Можно показать,

что время τ связано со среднеквадратичным отклонением по энергии неравенством

$$\tau \Delta E \geq \hbar. \quad (4.12)$$

Часто его воспринимают как соотношение неопределенности для энергии и времени, но это неправильно. Это означало бы, что время является динамической величиной, которая, конечно, меняется со временем! Но это просто очевидно. Время является независимой переменной, от которой зависят другие величины: волновая функция, распределение вероятностей различных переменных и т.д. Время меняется само по себе — квантовое распределение вероятности для него отсутствует (хотя, конечно, для реальных часов существует множество причин говорить в практическом смысле о вероятностном распределении точности часов). Уравнение (4.12) может восприниматься лишь в том смысле, в каком оно изложено выше.

Мы уже отмечали, что для каждой физической наблюдаемой существует конкретное уравнение на собственные значения, которое определяет спектр и собственные функции. Собственные значения сами по себе, очевидно, представляют непосредственный физический интерес. Соответствующие собственные функции интересны в связи с определением вероятностей различных значений, получаемых в эксперименте, определяемых состоянием Ψ системы (см. уравнения (4.7)–(4.10) и многочастичное обобщение, рассмотренное позднее). Для наблюдаемой энергии мы уже выписывали уравнение на собственные значения — уравнение (4.1) для случая отдельной частицы; мы показали как оно обобщается на случай двух или более частиц. Что же можно сказать о других наблюдаемых? В остальной части главы мы остановимся на импульсе, орбитальном угловом моменте, спиновом угловом моменте и энергии для одиночной частицы, а также на сопутствующих им разделах.

Импульс

Уравнение на собственные значения для декартовых компонент импульса \mathbf{p} выглядит очень просто. Например, для компоненты p_x уравнение имеет вид

$$-i\hbar \frac{\partial u}{\partial x} = p_x u. \quad (4.13)$$

Аналогичное соотношение можно записать для двух оставшихся компонент. Все три декартовы компоненты импульса коммутируют между собой. Это означает, что можно найти решения, которые являются одновременно собственными состояниями всех трех. Из уравнения (4.13) и его аналогов для остальных компонент нетрудно найти, что единственное состояние с одновременными значениями p_x , p_y , p_z (образующими

3-вектор \mathbf{p}) имеет вид

$$U_{\mathbf{p}}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar), \quad (4.14)$$

$$\mathbf{p}\mathbf{r} = xp_x + yp_y + zp_z.$$

Численный коэффициент перед экспонентой выписан для удобства дальнейших вычислений. Это решение одновременно удовлетворяет как уравнению (4.13), так и его аналогам для p_y и p_z . Такое состояние доказывает, что импульс не квантуется: разрешены любые трех-вектора \mathbf{p} . Импульс делит это свойство с наблюдаемой положения \mathbf{r} : возможны все положения частицы.

Предположим, что наша частица описывается некоторой волновой функцией Ψ . Какое распределение по импульсам мы получим при измерении? В соответствии с (4.9) и (4.10), амплитуда вероятности

$$A_{\mathbf{p}} = \langle u_{\mathbf{p}} | \Psi \rangle, \quad (4.15)$$

где скалярное произведение определено в соответствии с (4.4). Плотность вероятности получить \mathbf{p} равна

$$P(\mathbf{p}) = A_{\mathbf{p}}^* A_{\mathbf{p}}, \quad (4.16)$$

интегрируя которую по некоторой конечной области переменных импульса, мы получим вероятность того, что импульс частицы находится в заданной области. Чуть отвлекаясь, рассмотрим интересный пример одного из лучших проявлений ограничений, определяемых принципом неопределенности Гейзенберга. Для простоты рассмотрим случай одномерного движения вдоль оси x . Выберем специальную волновую функцию, представляющую целое семейство состояний, которая минимизирует соотношения неопределенности координаты и импульса:

$$\Psi = N \exp(-x^2/4\lambda^2),$$

где N — нормировка, которую мы не будем выписывать, а λ — произвольный параметр. Плотность вероятности распределения по координате x равна $P(x) = \Psi^*(x)\Psi(x)$. Отсюда легко вычислить различные средние, в частности, средний квадрат отклонения координаты. Результат равен $\Delta x = \lambda$. Используя (4.15) и (4.16), мы можем вычислить плотность вероятности распределения по импульсу и, после этого, средний квадрат отклонения по импульсу. Получаем $\Delta p_x = \hbar/2\lambda$. Следовательно, произведение координатного и импульсного уширения равно $\Delta p_x \Delta x = \hbar/2$, что в точности равно наименьшей возможности, установленной Гейзенбергом, см. уравнение (4.11).

Концепция операторов

Откуда появилось уравнение на собственные значения импульса? Правдоподобное обоснование может быть получено из следующих рассуждений. Мы уже рассматривали уравнение Шредингера (4.2) и выражение (4.6) для пространственного распределения вероятности. В дальнейшем, если у нас будет волновую функцию системы Ψ , мы можем вычислить средние значения (ожидаемые значения) различных пространственных величин. В частности, рассмотрим среднее значение координаты $\langle x \rangle_t$ в момент времени t . Из (4.6) следует, что

$$\langle x \rangle_t = \iiint dx dy dz \Psi^* x \Psi,$$

Это ожидаемое значение будет меняться с течением времени, потому что меняется волновая функция. Поэтому можно вычислить его производную по времени, используя уравнение Шредингера (4.2). Результат сведется к

$$m \frac{d\langle x \rangle_t}{dt} = -i\hbar \iiint dx dy dz \Psi^* \frac{\partial}{\partial x} \Psi.$$

Но классически, компонента $p_x = m dx/dt$. Поэтому это выражение подсказывает, что

$$(ii) \quad \langle p_x \rangle_t = \iiint dx dy dz \Psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi.$$

Аналогичные соотношения можно записать и для других декартовых компонент p_y и p_z , если выполнять дифференцирование по y и z соответственно.

Используя функцию A_p , определенную соотношением (4.15), основанным на определении U_p в (4.14), можно получить чисто математическое следствие (ii) и (4.4)

$$\begin{aligned} \langle p_x \rangle_t &= \iiint dp_x dp_y dp_z A_p^* p_x A_p; \\ \iiint dp_x dp_y dp_z A_p^* A_p &= 1. \end{aligned}$$

Эти два соотношения подтверждают наши подозрения о том, что $A_p^* A_p$ действительно является плотностью функции распределения по импульсу, подтверждая, что уравнение (4.13) может корректно восприниматься как уравнение на собственное значение для импульса.

Величина, заключенная в скобки в правой стороне соотношения (ii), называется *оператором* импульса. В общем случае оператор — это некоторое правило для действия на функцию f , в результате которого получается обычно некоторая другая функция. В данном случае правило

состоит в дифференцировании функции f и умножении ее на $(-i\hbar)$. Если обозначать оператор некоторой буквой с тильдой, то три оператора декартовых компонент импульса запишутся в виде

$$\tilde{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad \tilde{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \quad \tilde{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}. \quad (4.17)$$

Для примера, когда \tilde{p}_x действует на некоторую функцию f , получается функция $g = -i\hbar \frac{\partial f}{\partial x}$. Соответствующее уравнение на собственные значения (4.13) может быть записано в виде $\tilde{p}_x u = p_x u$.

Таким образом, мы имеем дело ни с чем иным, как с собственными функциями оператора импульса. В качестве примера возьмем компоненту p_x . Когда оператор действует на произвольную функцию, обычно он приводит к другой, линейно независимой функции. Но когда он действует на собственную функцию импульса, обозначенную здесь u , он дает ту же функцию, умноженную на число. Это число и есть собственное значение p_x . Такая ситуация является общей. Установив соответствие между оператором и наблюдаемой величиной, можно записать уравнение на собственные значения. Если \tilde{B} является оператором, то вид этого уравнения $\tilde{B}u = bu$, где b — параметр. Каждое значение b , для которого существует хорошо определенное решение, и является собственным значением. Соответствующая функция u является собственной функцией. Наше основное предположение состоит в том, что при измерении наблюдаемых могут быть получены именно собственные значения.

Операторы, соответствующие декартовым компонентам импульса, мы уже обсуждали. Операторы координат устроены еще проще. Например, оператор \tilde{x} , действуя на любую функцию $f(x, y, z)$, просто умножает ее на переменную x : $\tilde{x}f = xf$; аналогично действуют и другие координаты.

Мы идентифицировали операторы с наблюдаемыми координат и импульсов. Что можно сказать относительно других наблюдаемых? Для энергии у нас уже есть уравнение на собственные значения; в случае одиночной нерелятивистской частицы оно представлено уравнением (4.1). Рассмотрим его с точки зрения операторов. Классически, сумма кинетической и потенциальной энергии дает полную энергию E

$$\frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z) = E.$$

Чтобы получить квантовомеханический оператор энергии, кажется естественным просто заменить классические импульсы в вышеприведенном выражении на соответствующие квантовомеханические операторы. Точно также можно поступить с потенциальной энергией. Оператор потенциальной энергии, действуя на функцию, умножает ее на $V(x, y, z)$.

Операторы импульса, как отмечалось выше, приводят к дифференцированию. Получающийся оператор называется гамильтонианом и будет отмечаться тильдой над буквой H . Тогда уравнение на собственные значения для энергии будет иметь вид

$$\begin{aligned} \tilde{H}u &= Eu, \\ \text{где} \quad \tilde{H} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V \right). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Здесь u является собственной функцией, а E — соответствующим собственным значением. Мы переоткрыли уравнение (4.1)! Нетрудно видеть, что оператор Гамильтона играет в квантовой механике специальную роль. Он управляет эволюцией во времени волновой функции системы. Уравнение Шредингера (4.2), компактно записанное через гамильтониан, имеет вид

$$\tilde{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (4.19)$$

Что же еще, кроме компактной записи, мы приобрели с концепцией операторов? Пока что только согласованность. Идентифицировав операторы координат и импульса, мы смогли проверить, что уравнение на собственные значения энергии (4.1), с которого мы начали, действительно является уравнением на собственные значения оператора Гамильтона; а также то, что оно получается из классического выражения для энергии заменой переменных координат и импульсов на квантовые операторы. Уравнение (4.2) является достаточно общим и справедливо как для одиночной частицы, так и для набора частиц или квантового поля.

Такой успех вдохновляет нас на то, чтобы расширить операторный подход на другие наблюдаемые, по крайней мере такие, которые имеют классическое воплощение. Процедура состоит в следующем: возьмем интересующую нас классическую наблюдаемую величину, представленную через координаты и импульсы, после чего заменим переменные координат и импульсов через их квантовые операторы, и в результате получим квантовый оператор. Мы коротко проиллюстрируем эту процедуру при получении оператора орбитального углового момента.

Коммутационные соотношения

Для двух данных операторов \tilde{A} и \tilde{B} , и функции f , выражение $\tilde{A}\tilde{B}f$ дает результат, который получается сначала действием \tilde{B} на f , а затем действием оператора \tilde{A} на f . Порядок действия операторов важен, поскольку в общем случае $\tilde{A}\tilde{B}f \neq \tilde{B}\tilde{A}f$. Разность произведений операторов $\tilde{A}\tilde{B} - \tilde{B}\tilde{A}$ называется *коммутатором* этих операторов.

Рассмотрим пример соотношений коммутирования операторов. Рассмотрим операторы координаты и импульса, которые были введены выше. Нетрудно проверить, что для произвольной функции f ,

$$\tilde{x}\tilde{p}_x f = -i\hbar x \frac{\partial}{\partial x} f; \quad \tilde{p}_x x f = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} (x f) = -i\hbar x \frac{\partial f}{\partial x} + i\hbar f.$$

Поскольку они справедливы для произвольной функции f , получаем следующее *коммутационное соотношение*

$$\tilde{x}\tilde{p}_x - \tilde{p}_x \tilde{x} = i\hbar. \quad (4.20)$$

Коммутационные соотношения получаются как разность произведений двух операторов, взятых в противоположном порядке. Если эти два произведения дают одинаковый результат, то говорят, что операторы *коммутируют*. Достаточно легко проверить коммутационные соотношения для других компонент операторов координат и импульсов. Тогда можно найти, что \tilde{x} и \tilde{p}_y коммутируют между собой, так же как и \tilde{y} и \tilde{p}_x , и т. д.

Несколько заключительных слов об операторах. В абстрактной формулировке квантовой механики концепция операторов играет центральную роль. В подходе, который мы используем, состояние системы в любой момент описывается функцией пространственных координат; поэтому операторы, которые мы встречаем, являются операторами типа дифференцирования. В абстрактной формулировке, абстрактные состояния системы образуют математическое пространство абстрактных объектов, называемых «векторами», поэтому операторы задаются правилом отображения этих абстрактных векторов в, вообще говоря, другие векторы того же пространства. Такая точка зрения часто дает преимущество благодаря большой гибкости и широте взгляда. Однако для практических вычислений часто приходится опускаться до некоторых конкретных *представлений*. То, что мы делали до сих пор — это работали в так называемом шредингеровском представлении «координатного пространства».

Угловой момент

Орбитальный угловой момент

Орбитальный угловой момент частицы определяется классически с помощью наблюдаемых координаты и импульса как их векторное произведение $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$. В декартовых координатах: $L_x = yp_z - zp_y$, $L_y = zp_x - xp_z$, $L_z = xp_y - yp_x$. Дополнительно к трем декартовым координатам \mathbf{L} мы можем также рассматривать величину углового момента; или, что более удобно, ее квадрат — L^2 . Соответствующий квантовый

оператор получается при замене в классическом выражении переменных координат и импульсов на операторы. Например, квантовый оператор для L_z получается в виде

$$\tilde{L}_z = -i\hbar \left\{ x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right\}.$$

Уравнение на собственные значения для этой компоненты сводится к дифференциальному уравнению

$$-i\hbar \left\{ x \frac{\partial u}{\partial y} - y \frac{\partial u}{\partial x} \right\} = L_z u.$$

Величина L_z в правой части является собственным значением. Подобные выражения можно записать и для других компонент, а также для квадрата полного момента. Значительно удобнее выразить операторы для *декартовых* компонент углового момента через *сферические координаты* r, θ, φ .

Угловой момент в квантовом мире гораздо более интересен, чем в классическом. Некоторые его свойства действительно имеют странный привкус. Хотя он выражен через координаты и импульсы, он может принимать только определенные дискретные значения; но, кроме этого, существуют и другие странности. Одно важное квантовомеханическое свойство углового момента состоит в следующем. За некоторым исключением, здесь отсутствуют состояния, которые являются собственными для всех трех компонент одновременно и даже для пары компонент L . Это происходит вследствие того, что компоненты момента не коммутируют между собой; поэтому здесь нет состояний, для которых можно узнать значения двух компонент момента одновременно, но есть состояния, для которых известно значение только одной из компонент. Однако каждая из декартовых компонент момента коммутирует с L^2 . Поэтому здесь должны существовать состояния, которые одновременно являются собственными для L^2 и компоненты L в *любом* направлении, не обязательно вдоль координатных осей. Для определенности будем искать собственные состояния для L^2 и L_z . Задача на собственные значения для L^2 уже была записана выше. Ее вид упростится, если уравнение переписать в сферических координатах. Поэтому оператор L^2 тоже удобнее записать в сферических координатах. Но мы не будем выписывать здесь эти уравнения явно, а приведем лишь результаты. Для наблюдаемой L^2 собственные значения — те, что возможны, — даются выражением

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (4.21)$$

где l может быть любым целым числом от нуля до бесконечности. Для данного *квантового числа* l собственные значения L_z равны

$$L_z = m_l \hbar, \quad m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l. \quad (4.22)$$

Таким образом, для данного l число m является целым и может принимать $2l + 1$ значений в интервале от $-l$ до $+l$.

С точки зрения классики, здесь можно увидеть несколько странных эффектов. Один из них состоит в том, что величина вектора углового момента квантована: она принимает только определенные дискретные значения. Это происходит несмотря на то, что оператор углового момента определен через координаты и импульсы, операторы которых имеют непрерывный спектр. Более того, для одного из выбранных значений L^2 — выберем его равным l — проекция L^2 на ось z может принимать только определенные дискретные значения, как это видно из (4.22). Таким образом, здесь происходит некоторое дополнительное квантование. Возможно ли это по той причине, что у \mathbf{L} могут быть только определенные направления в пространстве? Если так, то ось z не может не быть ни одним из этих направлений. Действительно, если направление \mathbf{L} совпадает с положительным или отрицательным направлением оси z , то квадрат проекции на ось z должен быть равен L^2 , в этом случае $L_z^2 = L^2 = l(l + 1)\hbar^2$. Но из (4.17) и (4.18) видно (при данном l), что наибольшее собственное значение L_z^2 равно $l^2\hbar^2$, которые меньше, чем $l(l + 1)\hbar^2$. Поскольку мы не делали каких либо специальных предположений при выборе направлений координатных осей, их всегда можно переориентировать, выбрав предполагаемое направление \mathbf{L} за новое направление оси z . Тогда те же аргументы говорят нам, что \mathbf{L} не может быть направлен туда, куда, как мы считали, он направлен. Чтобы закончить с этим абсурдом, мы должны отказаться от классического образа вектора углового момента, имеющего некоторое определенное направление в пространстве. Квантовая механика очень эксцентрична.

Конечно, классическое мышление совсем не плохо в макроскопических ситуациях. Микроскопическая единица углового момента равна \hbar . Это очень малая величина в масштабах того, что происходит в повседневном мире. При вращениях любые макроскопические тела будут иметь величины углового момента, значительно большие, чем \hbar . Тогда, при больших значениях l , дискретное изменение L^2 при изменении от l к $l + 1$ будет совсем незаметно. Поэтому в макроскопическом мире возможные значения L^2 будут практически непрерывны, т. е. будут вести себя классически. Поэтому не совсем законное понимание определенного направления \mathbf{L} становится вполне законным для физически реалистичных, макроскопических ситуаций.

Вернемся теперь к задаче на собственные значения для углового момента и сосредоточимся на собственных функциях; назовем их u_l, m_l . Они должны нумероваться двумя индексами и лучше всего выражаются в сферических координатах r, θ, φ («полярный» угол θ — это угол между радиус-вектором \mathbf{r} и осью z ; «азимутальный» угол φ — угол между осью x и проекцией \mathbf{r} на плоскость $x-y$). Нетрудно понять, что каждая функция u_l, m_l является определенной функцией углов, умноженной на

функцию радиальной переменной r :

$$u_{l, m_l} = R(r)Y_l^{m_l}(\theta, \varphi).$$

Функция $R(r)$ пока может считаться произвольной, т. к. нас интересует лишь угловой момент. Однако *сферические гармоники* $Y_l^{m_l}$ являются вполне определенными функциями угловых переменных. Здесь выписаны некоторые из них

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_1^1 = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi},$$

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_1^{-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi}.$$

Спин

Существует определенная часть частиц, которые обладают внутренним свойством, аналогичным угловому моменту. Это свойство называют *спином*, и он является дополнением к угловому моменту, связанному с орбитальным движением. К частицам, которые обладают этим свойством, можно отнести те, которые образуют обыкновенную материю: электроны, фотоны, нейтроны. Как уже обсуждалось в главе 2, представляя спин, можно представлять частицу в виде тонкой сферы, спиновой угловой момент которой появляется из-за вращения вокруг оси, проходящей через центр частицы. Такую аналогию подсказывает вращение Земли. Земля имеет не только орбитальный угловой момент, связанный с вращением Земли вокруг Солнца, но и внутренний угловой момент, появляющийся из-за вращения вокруг полярной оси. Конечно, такая картина в мире микроскопических частиц может восприниматься лишь как некоторый образ. Квантовомеханически уместно лишь сказать, что для определенного типа частиц существует вектор наблюдаемых \mathbf{S} , который является дополнительным к наблюдаемым, определенным через координаты и импульсы; а также, что декартовы координаты \mathbf{S} связаны друг с другом так же, как компоненты орбитального углового момента \mathbf{L} . Компоненты \mathbf{S} не коммутируют между собой, но каждая из них коммутирует с S^2 .

Спиновой угловой момент отличается от орбитального тем, что его величина вовсе не является динамической переменной. В орбитальном случае возможные значения величины L^2 являются собственными значениями, описываемыми уравнением (4.21). Квантовомеханическое отличие от классики проявляется в том, что спектр не непрерывен, а может принимать бесконечно много возможных значений. Для спина S^2 — фиксированная количественная характеристика типа частицы. Его значения равны

$$S^2 = s(s+1)\hbar^2, \quad (4.23)$$

где, в зависимости от типа, s является либо целым, либо полуцелым числом. Для любых декартовых компонент, скажем S_z , существует $2s + 1$ значений

$$S_z = m_s \hbar, \quad m_s = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s. \quad (4.24)$$

Эти два соотношения выглядят аналогично (4.21) и (4.22), но, как отмечалось выше, в противоположность орбитальному квантовому числу l , s не может принимать весь интервал значений. Это число фиксировано. Существует и другое отличие от углового момента. Для дальнейшего обсуждения заметим, что квантовое число l ограничено целыми значениями, в то время как s может быть целым или полуцелым. Существуют только две возможности, следующие из общей квантовой механической картины. Для электронов, нейтронов и протонов $s = 1/2$; для пионов $s = 0$; и так далее для частиц другой природы. Разница между целым и полуцелым спином не является малой или чисто технической. Различие здесь очень глубокое. После этого уместно заметить, что мир был бы удивительным местом, и нас бы в нем не существовало, если бы электроны, нейтроны и протоны были бы частицами с целым спином.

Возвращаясь к (4.24), мы видим, что существует всего $2s + 1$ спиновых степеней свободы; вследствие этого существует именно столько линейно независимых собственных состояний оператора \hat{S}_z . Поэтому для электронов и других частиц с полуцелым спином существует всего две спиновые степени свободы. Произвольное спиновое состояние является линейной комбинацией этих двух собственных состояний S_z . Это звучит как некоторая магия, связанная с осью z . Но означают эти слова только то, что измерения спинового углового момента вдоль *любого* направления могут быть равны $\pm \frac{\hbar}{2}$. Собственные состояния компонент углового момента в некотором направлении не являются собственными состояниями компонент в другом направлении. Это справедливо не только для спина или углового момента. Но существует иллюстрация как раз на примере спина электрона (или любой другой частицы спина $1/2$). Предположим, что электрон находится в собственном состоянии \hat{S}_x с собственным значением $+\hbar/2$. Для такого состояния измерение компоненты x спина будет давать результат со 100% вероятностью. Однако это состояние является линейной комбинацией собственных состояний \hat{S}_z . Измерение z -х компонент спина будет давать значение $\pm \hbar/2$, причем оба значения, в данном примере, будут появляться с равной вероятностью.

Полный угловой момент

Частица со спином имеет два типа углового момента, орбитальный \mathbf{L} и спиновой \mathbf{S} . Вполне естественно определить полный угловой момент как

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (4.25)$$

Это выражение говорит о том, что декартовы компоненты \mathbf{J} связаны между собой точно так же, как компоненты \mathbf{L} и \mathbf{S} . Как и в рассмотренных случаях, декартовы координаты \mathbf{J} не коммутируют друг с другом, но проекция \mathbf{J} вдоль *любого* направления коммутирует с квадратом полного углового момента J^2 . В качестве такого направления мы обычно будем выбирать ось z . Более того, в последующем простом и очень существенном случае $s = 1/2$. Тогда собственные значения J^2 равны

$$J^2 = j(j+1)\hbar^2, \quad j = 1/2, 3/2, 5/2, \dots; \quad (4.26)$$

значит, для данного j , J_z может принимать $2j+1$ значений

$$J_z = m_j \hbar, \quad m_j = -j, -j+1, \dots, j-1, j. \quad (4.27)$$

И тут возникает нечто интересное. Наблюдаемые J^2 , J_z и L^2 коммутируют друг с другом, поэтому собственные состояния будут собственными не только для J^2 и J_z , но и для L^2 . Состояния, одновременно являющиеся собственными для всех трех наблюдаемых, можно занумеровать тремя квантовыми числами j , m_j и l . Можно поинтересоваться: какие значения l возможны для данного j ? Ответ в том, что таких значений только два:

$$l = j + 1/2, \quad j - 1/2. \quad (4.28)$$

Энергетические аспекты

Большая часть повседневных усилий людей, практически занимающихся квантовой механикой, посвящена энергетическим проблемам, — при столкновении с задачей на собственные значения, рассмотрении физически приемлемых приближений там, где возможные точные решения уже давно получены (что является наиболее частой ситуацией), а также при попытке развить физическую интуицию. Задачи на собственные значения для импульса и углового момента могут быть решены точно, и будучи однажды решены, остаются такими всегда. Но проблема определения энергетического спектра меняется от одной задачи к другой, в зависимости от деталей функции потенциальной энергии. Энергия интересна и по другим причинам, т.к. она имеет специальный статус среди всех квантовых переменных. Гамильтониан, который является оператором энергии, определяет эволюцию во времени для квантовой системы в смысле соотношения (4.19). Хотя мы иллюстрируем принципы квантовой механики для одночастичной системы, это уравнение будет справедливо и для многочастичных систем, если соответствующий гамильтониан расширен способом, описанным ранее.

Эволюция во времени

Задача эволюции во времени состоит в нахождении волновой функции в произвольный момент времени t , если она известна в некоторый начальный момент. Для этого предположим, что мы решили задачу на собственные значения для энергии, так что в нашем распоряжении полный набор линейно независимых собственных функций энергии u_n и соответствующих собственных значений E_n . Математическим фактом, исключительно важным для интерпретации всего аппарата квантовой механики, является то, что множество собственных состояний *любой* физической наблюдаемой образует *полный набор*. Для нас это означает, что любая хорошо определенная функция может быть представлена как линейная комбинация собственных функций. В частности, реальная волновая функция системы $\Psi(t)$ в момент времени t может быть разложена по собственным функциям энергии u_n :

$$\Psi(t) = A_1(t)u_1 + A_2(t)u_2 + A_3(t)u_3 + \dots, \quad (4.29)$$

где коэффициенты $A_n(t)$ определяют изменение во времени, а собственные функции зависят от пространственных координат, но не от времени. Волновая функция $\Psi(t)$ зависит от координат пространства через функции u_n , но мы не выписываем здесь эти переменные. Предположим, что нам известна зависимость $\Psi(0)$ от пространственных координат в некоторый начальный момент времени $t = 0$. Поэтому в начальный момент времени мы знаем коэффициенты разложения $A_n(0)$. Из уравнений (4.18) и (4.19) нетрудно показать, что коэффициенты $A_n(t)$ в произвольный момент времени t связаны со своими значениями в момент $t = 0$ простыми соотношениями

$$A_n(t) = A_n(0) \exp(-iE_n t/\hbar). \quad (4.30)$$

Этим соотношением решается задача временной эволюции — по крайней мере, если задача на собственные значения может быть решена.

Конечно, эта победа кажется сомнительной, поскольку сумма в (4.29) обычно содержит бесконечное число слагаемых. Однако это формальное решение обеспечивает глубокое понимание и служит основой для различных приближенных подходов.

Интересно рассмотреть эволюцию во времени для самой простейшей из всех ситуаций, а именно, для свободно движущейся частицы, когда $V = 0$. Для упрощения рассмотрим одномерный случай. В классическом случае, если частица начинает движение в момент времени $t = 0$ из точки x_0 с начальным импульсом p_0 , то в последующие моменты времени ее импульс не меняется, а координата меняется по закону $x(t) = x_0 + p_0 t/m$. В квантовой механике мы имеем дело с распределением вероятностей. Пусть $\langle x \rangle_t$ и $\langle p \rangle_t$, соответственно, являются средними

координаты и импульса в момент t . Квантовым аналогом постоянства импульса является неизменность *распределения* по импульсам с течением времени. Следовательно, $\langle p \rangle_t = \langle p \rangle_0$ и $\langle p^2 \rangle_t = \langle p^2 \rangle_0$. Но среднее положение с течением времени меняется. В терминах средних значений это изменение должно выглядеть так же, как и в классике:

$$\langle x \rangle_t = \langle x \rangle_0 + \langle p \rangle_t / m.$$

В данном случае больший интерес представляет среднеквадратичное отклонение координаты, которое не имеет аналога в классическом случае. Среднеквадратичное отклонение является мерой ширины распределения вероятности. Об этом распределении часто говорят как о *волновом пакете*, который может рассматриваться как описание материального тела, движущегося в пространстве и меняющего форму с течением времени. Определим ширину среднего квадрата координаты и импульса как

$$\langle \Delta x^2 \rangle_t = (\langle x^2 \rangle_t) - (\langle x \rangle_t)^2; \quad \langle \Delta p^2 \rangle_t = (\langle p^2 \rangle_t) - (\langle p \rangle_t)^2.$$

Тогда нетрудно видеть, что для свободной частицы ширина среднеквадратичного отклонения координаты с течением времени равна

$$\langle \Delta x^2 \rangle_t = \langle \Delta x^2 \rangle_0 + bt + \langle \Delta p^2 \rangle_0 t^2 / m^2.$$

Коэффициент b в линейном слагаемом зависит от деталей первоначальной волновой функции и здесь нас интересовать не будет. Интересно последнее слагаемое. Коэффициент при t^2 всегда положителен. Тогда, каким бы ни был знак b , через достаточно продолжительное время пакет будет не только двигаться, но и уширяться. Это означает, что даже если в некоторый начальный момент пакет был локализован, через некоторое время он неизбежно будет постепенно «расплываться».

Туннелирование

Предположим, что одномерная частица движется в потенциале $V(x)$, изображенном на рис. 4.2. Достаточно сложная, изогнутая функция, показанная на рисунке, выбрана для иллюстрации определенных интересных свойств задачи на собственные значения энергии. Мы хотим сравнить классический и квантовый подходы.

Классические барьеры

Классически, кинетическая и потенциальная энергии частицы изменяются при ее движении по орбите, но сумма $E = K + V$ является величиной постоянной. Поскольку кинетическая энергия $K = p^2/2m$ обязательно неотрицательна, классическая частица с энергией E может

двигаться только в областях пространства, где $V(x) \leq E$. На энергетической диаграмме потенциал меняется вдоль x , но полная энергия E , поскольку она является константой и не зависит от x , представляется прямой горизонтальной линией. Частице доступны все значения энергии E , которые находятся выше минимума потенциала. Какой конкретно энергией будет обладать частица, определяется ее начальными условиями. Рассмотрим несколько различных случаев полной энергии E .

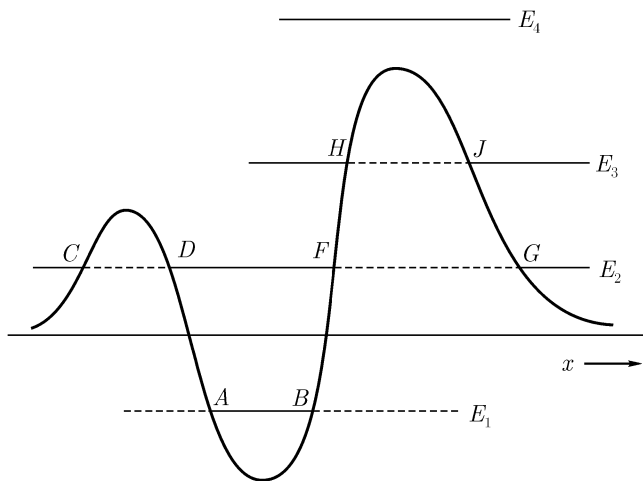


Рис. 4.2. Воображаемая функция потенциала $V(x)$, придуманная с педагогическими целями (сплошная кривая). Горизонтальные линии E_1 – E_4 соответствуют различным случаям полной энергии: кинетической плюс потенциальной.

(1) При энергии $E_1 < 0$, показанной на диаграмме, частица может двигаться только в ограниченной (финитной) области между «точками поворота» A и B . Говорят, что она движется по *ограниченной орбите*. Если частица движется вправо, неизбежно наступит момент, когда она окажется в точке B . После этого она повернется, и начнет двигаться к точке A , достигнув которую, двинется к B и т. д., вперед и назад между точками поворота. Линия, отмеченная E_1 , проведена сплошной внутри разрешенной области и пунктиром в классически запрещенной области.

(2) При энергии E_2 , как показано на рисунке, существует три не связанные друг с другом пространственные области. Одной из них является *неограниченная* область между отрицательной бесконечностью и точкой поворота в C . Другой является неограниченная область между положительной бесконечностью и точкой поворота в G . Третьей является

ограниченная орбита между точками поворота D и F . Если в начальный момент частица начинает движение слева от точки C , но движется вправо, она достигнет точки поворота C , развернется и уйдет на отрицательную бесконечность. Если же она двигалась влево, то сразу уйдет на отрицательную бесконечность. Подобное замечание можно сделать и в том случае, если частица находится справа от G ; ее движение заканчивается на положительной бесконечности либо сразу, либо после поворота в точке G . Ограниченная орбита между точками D и F аналогична ограниченной орбите в случае 1. Частица на такой орбите имеет достаточно энергии, чтобы уйти на плюс или минус бесконечность, но она не может пройти через промежуточные барьеры. Аналогично, хотя полная энергия будет сохраняться, частица не может перескочить из одной неограниченной области в другую. Этому мешают барьеры между ними.

(3) При энергии E_3 , как показано, существуют две неограниченные пространственные области, одна с точкой поворота в H , а другая в J . Они не связаны между собой, благодаря наличию барьера.

(4) При энергии E_4 выше максимума потенциала существует единственная пространственная область, простирающаяся от минус до плюс бесконечности. Здесь отсутствуют точки поворота. Если частица движется издали слева, она сохранит свое движение к плюс бесконечности; и наоборот, если она движется справа, то уйдет на минус бесконечность. Точки поворота в этом случае отсутствуют.

Квантовомеханический случай

Во-первых, отметим, что, несмотря на все странности, квантовая механика разделяет с классической то свойство, что полная энергия E не может быть меньше V_{\min} , соответствующего минимуму потенциала. Но в то время, когда все энергии $E > V_{\min}$ разрешены классически, в случае квантовой механики, в зависимости от вида потенциала, спектр энергий может быть дискретным, непрерывным или смешанным. Мы ограничимся в данном комментарии двумя широкими классами потенциалов.

(1) Потенциалы, которые стремятся к плюс бесконечности по мере того, как x стремится к плюс или минус бесконечности: $V(x) \rightarrow \infty$, при $|x| \rightarrow \infty$. Классически, все орбиты в таких потенциалах ограничены. Квантовомеханически, спектр энергий будет дискретным (квантованным) и это означает, что близкие значения энергий отличаются на конечную величину.

(2) Потенциалы, которые стремятся к нулю, когда x стремится к плюс или минус бесконечности: $V(x) \rightarrow 0$, при $|x| \rightarrow \infty$. Потенциал, изображенный на рис. 4.2, относится к этому классу. В этом случае спектр непрерывен для всех энергий $E > 0$. Если минимум потенциала положителен, $V_{\min} > 0$, на этом все и кончается; здесь

не существует собственных значений при $E < V_{\min}$, а следовательно, для $E < 0$. Если $V(x)$ отрицательно для некоторой области x , в интервале $V(x) < E < 0$ могут существовать, а могут и не существовать дискретные собственные значения. Если они существуют, то образуют дискретный спектр.

Таковы общие комментарии. Чтобы получить дополнительные отличия, вернемся к частному виду потенциала, изображенного на рис. 4.2. Снова рассмотрим несколько различных областей энергии.

Предположим, что при $E < 0$ *существует* по крайней мере одно ограниченное состояние, а, возможно, и больше. Пусть E_1 — собственное значение энергии для такого ограниченного состояния. Собственная функция тогда будет в основном сконцентрирована в классически доступной области между классическими точками поворота A и B . Но эта функция будет отличаться от нуля и в классически запрещенной области слева от A и справа от B . Поэтому появляется конечная вероятность обнаружить частицу в классически запрещенной области! Это основное отличие: частица может проникать в классически запрещенные области.

При всех $E > 0$ спектр непрерывен, но здесь также существуют некоторые странности квантовомеханических свойств. Обратимся к ним. Предположим, что в некоторый начальный момент времени существует состояние, которое является суперпозицией состояний с энергиями, близкими к энергии E_2 , показанной на рисунке. Распределение вероятностей, связанное с такой волновой функцией, — волновой пакет — будет двигаться как материальное тело и изменять свою форму с течением времени. Расположим вначале этот пакет таким образом, чтобы он находился далеко слева от точки C и двигался вправо. Благодаря конструкции, пакет представляет собой частицу с почти определенной энергией E_2 . Классически, такая частица должна отразиться в точке C и двинуться обратно. Квантовомеханически, пакет по мере приближения к точке C начнет «чувствовать» и распадаться на две части, одна из которых отразится на минус бесконечность, а вторая будет двигаться к плюс бесконечности, пройдя точку G . Поэтому существует конечная вероятность туннелирования — прохождения через классический барьер. В действительности существует два таких барьера, которые должны быть преодолены при обсуждаемых здесь энергиях. При этом следует отметить еще одно интересное квантовомеханическое свойство. Предположим, что первоначальный пакет сконцентрирован в классически ограниченной области между D и F . Классическая частица, разумеется, будет удерживаться в этой области. С точки зрения квантовой механики, пакет будет удерживаться в данной области лишь некоторое время, после чего некоторая его часть уйдет на плюс бесконечность, в то время как оставшаяся — на минус бесконечность. Этот процесс подобен радиоактивному распаду.

При энергии E_3 , изображенной на диаграмме, возможны явления отражения и прохождения через барьер, как и при энергии E_2 , только сейчас преодолеться будет всего один барьер.

При энергии E_4 , которая соответствует любой энергии $E > V_{\max}$, волновой пакет при движении не столкнется с барьером. Классическая частица, движущаяся издалека слева, уйдет вправо на плюс бесконечность; все наоборот будет происходить для частицы, движущейся издалека справа. Для квантовомеханического пакета мы будем наблюдать отражение и прохождение через барьер, хотя величина энергии превышает высоту барьера. В результате пакет, приходящий издалека слева, начнет распадаться по мере приближения к области, где пакет чувствует присутствие потенциала. При этом часть пакета, в конечном счете, уйдет далеко вправо, а другая отразится и уйдет далеко влево; подобное произойдет и для пакета, движущегося издалека справа.

Несколько слов о терминологии. Собственные состояния, соответствующие дискретному спектру (или дискретной части спектра, что часто не различают) часто называют *связанными состояниями*; кроме этого часто говорят об *энергетических уровнях* вместо *собственных значений энергии*. В случае непрерывного спектра вопрос о том, какие энергии разрешены, является бессмысленным, поскольку разрешены любые значения в непрерывной части спектра. В этом случае интересной является только информация относительно процессов рассеяния и прохождения, содержащаяся в собственных функциях. В случаях трех измерений эти явления обобщаются на явления *рассеяния*. Столкновения частиц при заданной энергии приводят к силовым полям, характеризуемым некоторым потенциалом. Частицы рассеиваются в различных направлениях. Каковы будут вероятности рассеяния как функции энергии и угла рассеяния? Мы вернемся к этому вопросу чуть позже, в более широком контексте столкновительных реакций частиц.

ГЛАВА 5

Немного квантовой классики

Заголовок этой главы показывает, что мы попытаемся очень коротко рассмотреть несколько относительно простых задач, которые либо важны сами по себе, либо помогают продемонстрировать, как действует квантовая теория. В любом случае, в этой главе мы будем иметь дело с одиночной, нерелятивистской частицей массы m .

Свободная частица

Предположим, что частица не взаимодействует ни с какими силами. В этом случае потенциал V является константой, которую мы будем считать равной нулю. Поскольку энергия является чисто кинетической, и, следовательно, пропорциональна квадрату импульса, энергия и импульс коммутируют между собой. Рассмотрим задачу на собственные значения импульса, сначала в одномерном случае. Собственные состояния u_p , соответствующие собственному значению p , являются одновременно собственными состояниями свободного гамильтониана с собственным значением $\frac{p^2}{2m}$. В соответствии с (4.13) функция импульса, с точностью до постоянного множителя, который в данном случае нас не интересует, равна

$$u_p(x) = \exp(ipx/\hbar).$$

Нетрудно прямо проверить, что это решение задачи на собственные значения для энергии, а именно

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{du_p}{dx^2} = Eu_p, \quad \text{где } E = p^2/2m.$$

Несложно видеть, что энергия двукратно вырождена. Энергия E определяет только *величину* импульса, знак p может быть как положительным, так и отрицательным. Если собрать все вместе, то получит-

ся следующее. Для свободной частицы разрешены все неотрицательные значения энергии. При данном положительном значении энергии E отсутствует два линейно независимых состояния, в качестве которых можно выбрать $\exp(ikx)$ и $\exp(-ikx)$. Здесь k является *положительной* величиной, определенной соотношением

$$k = \sqrt{2mE/\hbar^2}. \quad (5.1)$$

Общее решение задачи на собственные значения для энергии является линейной комбинацией

$$U_E = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx). \quad (5.2)$$

Если $B = 0$, то (5.2) описывает частицу не только с определенной энергией, но и с определенным значением импульса $p = k\hbar$. Если $A = 0$, то (5.2) описывает состояния с отрицательным импульсом $p = -k\hbar$. Общее состояние с определенной энергией является суперпозицией двух состояний с противоположными импульсами. Измерения импульса в таком состоянии будут давать два возможных значения, соответствующих движению влево и вправо с относительными вероятностями A^*A/B^*B . Для свободной частицы в трех измерениях мы снова увидим, что энергия и импульс коммутируют, но теперь импульс является трех-вектором. Собственное состояние импульса соответствует вектору собственных значений \mathbf{p} и выражается экспоненциальной функцией (4.14). Эта собственная функция одновременно будет собственной для энергии, с собственным значением $E = p^2/2m$. Здесь символ p без значка вектора представляет величину вектора \mathbf{p} . Поскольку энергия зависит только от величины, а не от направления, возникает бесконечное вырождение — вектор \mathbf{p} может быть направлен в *любую* сторону. Для данной энергии E (соответствующей величине p) общее собственное состояние является суперпозицией экспонент (4.14), взятых с учетом всех возможных направлений \mathbf{p} .

Частица в яме

Одно измерение

Рассмотрим одномерную яму, расположенную вдоль x и окруженную слева и справа бесконечно высокими стенками. Такие стенки являются идеализацией, соответствующей случаю очень резкого увеличения потенциала до бесконечности. Такой бесконечный скачок потенциала соответствует случаю бесконечно сильных, отталкивающих сил на границе ямы. Невзирая на странности квантовой механики, такая яма позволяет удерживать частицу, как если бы она была классической. Даже

квантовая частица не может туннелировать через бесконечную стенку. Это приводит к граничному условию на границе ямы: волновая функция должна обращаться в нуль на стенках. Пусть стенки находятся в точке $x = 0$ и $x = L$. Движение частицы между ними можно считать свободным ($V = 0$). Поэтому общее собственное состояние для энергии внутри ямы может быть записано в виде (5.2). Пока что (комплексные) константы A и B были произвольны. Но теперь мы должны потребовать выполнения граничных условий. Чтобы выполнить условие в точке $x = 0$, необходимо потребовать, чтобы $B = -A$. Тогда нетрудно видеть, что разность двух экспонент в (5.2) приводит к тригонометрическому синусу. Поэтому, если обозначить новую константу c , можно записать, что

$$u_E(x) = c \sin kx.$$

Но решение должно обращаться в нуль так же в точке $x = L$, что приводит к условию $\sin kL = 0$. Хорошо известно, что синус обращается в ноль, если его аргумент пропорционален числу π . Следовательно, возможные значения k определяются числами $k_n = \frac{\pi n}{L}$, $n = 1, 2, \dots, \infty$.

Соответственно, собственные функции и собственные значения энергии (которые теперь можно занумеровать целым индексом n) равны

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}, \quad u_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.3)$$

где коэффициент перед синусом выбран таким образом, чтобы собственная функция была нормирована. Собственные значения энергии и собственные функции занумерованы целым числом, которое меняется от 1 до ∞ . Поэтому существует счетная бесконечность связанных состояний. Отметим, что собственные значения энергии растут без ограничения по мере увеличения целого числа n . Абсолютное значение расстояния между данным уровнем и его соседним, т.е. $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n$, также растет по мере увеличения n . Но *относительное* изменение становится все меньше и меньше, при увеличении n . Для больших n относительное изменение примерно равно отношению $\Delta E_n/E_n$, которое уменьшается при увеличении n . В этом смысле макроскопические энергии (при больших n) образуют спектр, который практически является непрерывным.

Эта простая задача иллюстрирует, как требование «хорошего поведения» волновой функции приводит к квантованию собственных значений. В данном случае это требование состояло в том, что волновая функция должна обращаться в нуль на стенках ямы. Обычно, при отсутствии стенок, хорошее поведение состоит в требовании, чтобы волновая функция была ограничена, т.е. не росла бесконечно по мере того, как $|x| \rightarrow \infty$.

Три измерения

Сейчас можно рассмотреть трехмерную яму, куб со стороной L , один из углов которого находится в точке $(x, y, z) = (0, 0, 0)$. Опять предположим, что внутри ямы частица движется свободно. При этом мы должны требовать, чтобы волновая функция обращалась в нуль на всех шести стенках. Задача решается аналогично одномерному случаю. Собственные значения и собственные функции нумеруются тремя неотрицательными целыми числами n_1, n_2, n_3 . Можно найти

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2),$$

$$u_{n_1, n_2, n_3} = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin\left(\frac{\pi n_1 x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi n_2 y}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi n_3 z}{L}\right). \quad (5.4)$$

Мы используем этот результат несколько позже.

Гармонический осциллятор

Гармонический осциллятор проявляется в различных формах во многих разделах науки. По этой причине, а так же в силу педагогического значения, осциллятор занимает важное место в ряду классических примеров.

Одно измерение

Потенциал осциллятора соответствует закону $f(x) = -kx$, где k — положительный параметр, называемый «коэффициентом упругости». Этот закон с хорошим приближением описывает действие возвращающей силы, которая возникает со стороны реальной пружины, которая сжата (или при $x < 0$ растянута) на величину x . Потенциальная энергия в этом случае равна $V(x) = \frac{Kx^2}{2}$. Отметим, что потенциал растет по мере увеличения отклонения x . Следовательно, можно предположить, что квантовомеханический спектр энергии будет чисто дискретным. В дальнейшем удобно заменить параметр K на частоту ω , определенную соотношением $\omega = (K/m)^{1/2}$, где m — масса частицы. Тогда потенциал можно переписать в виде

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2. \quad (5.5)$$

Если частица имеет энергию E , ее классическое движение лежит между точками поворота $x = x_0$ и $-x_0$, где $x_0 = (2E/m\omega^2)^{1/2}$. Общее решение классических уравнений движения имеет вид

$$x(t) = x_0 \sin(\omega(t - t_0)),$$

где x_0 и t_0 — произвольные параметры, определяемые начальными условиями. Поскольку синус изменяется в пределах от -1 до 1 , это решение подтверждает, что частица движется между точкам поворота при $x = \pm x_0$, где величина x_0 определяется значением энергии E , в соответствии с написанным выше. Параметр t_0 является моментом времени, в который частица проходит через начало координат (в положительном направлении). Основная мысль, которую стоит подчеркнуть, состоит в том, что это движение является периодическим, с угловой частотой ω .

С точки зрения квантовой механики, после домножения на константу, задача на собственные значения энергии сводится к виду

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} u - \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2 u = 0. \quad (5.6)$$

Как обычно, это уравнение имеет решение при любых значениях энергии, но такие решения, вообще говоря, «расходятся»; т. е. неограниченно растут по мере того, как $x \rightarrow \pm\infty$. Только при определенных значениях энергии E_n существуют хорошо определенные решения, соответствующие собственным функциям u_n . В данном случае хорошая определенность означает, что функция очень быстро обращается в нуль по мере того, как величина x растёт. Разрешенные собственные значения энергии определяются хорошо известной и знаменитой своей простотой формулой

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (5.7)$$

Отметим, что основное состояние имеет конечную энергию $E_0 = \hbar\omega/2$. Из волновых функций мы выпишем только функцию основного состояния, которая равна

$$u_0 = N \exp\left(-\frac{x^2}{2x_0^2}\right), \quad x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}, \quad (5.8)$$

где N — константа нормировки, которая здесь не будет вычисляться. Хотя для получения (5.8) из (5.6) необходима довольно сложная математика, *подтвердить*, что (5.8) является решением (5.6) для $E = E_0 = \hbar\omega/2$ можно простым дифференцированием. Убедитесь в этом! Заметим также, что волновая функция начинает очень быстро спадать за точками поворота. Тем не менее, существует малая вероятность найти частицу в классически запрещенной области $|x| > x_0$.

Три измерения

Потенциал «сферического» гармонического осциллятора равен

$$V(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2. \quad (5.9)$$

Он соответствует притягивающей радиальной силе $F = -Kr$; снова можно определить частоту ω через упругую константу K в соответствии с $\omega = (K/m)^{1/2}$. Поскольку потенциал разделяется в сумму слагаемых, каждое из которых зависит только от одной декартовой переменной, т. к. $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, то решение задачи сводится к решению одномерной задачи, которую мы рассмотрели выше. Собственное значение энергии получается как сумма энергий для трех одномерных задач. Пусть u_n — одномерное собственное состояние, выраженное как функция одной из декартовых координат x, y, z . Пусть E_n — соответствующее собственное значение одномерной задачи. Тогда собственные функции для трехмерного осциллятора (назовем их $v(x, y, z)$), занумерованные тремя целыми числами n_1, n_2 и n_3 , могут быть записаны в виде

$$v(x, y, z) = u_{n_1}(x) + u_{n_2}(y) + u_{n_3}(z),$$

$$E_{n_1, n_2, n_3} = E_{n_1} + E_{n_2} + E_{n_3} = \hbar\omega \left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right), \quad (5.10)$$

где целые числа n_1, n_2, n_3 снова меняются от нуля до бесконечности. Конечно, энергия зависит только от их суммы, которая снова является целым числом. Поэтому уровни энергии можно нумеровать одним числом n , определяемым как $n = n_1 + n_2 + n_3$:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{3}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.11)$$

Такая ситуация связана с вырождением, поскольку за исключением $n = 0$ одно и то же число n можно представить разными способами в виде суммы трех неотрицательных чисел n_1, n_2, n_3 . Для основного состояния, $n = 0$, вырождение отсутствует, т. к. $(n_1, n_2, n_3) = (0, 0, 0)$ дает единственный набор чисел. Но для $n = 1$ существует три разбиения: $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$. Для $n = 2$ возникает шесть наборов (проверьте!), и т. д., степень вырождения повышается по мере роста n . Каждое разбиение для данного n соответствует другой собственной функции.

Основное состояние сферического осциллятора имеет энергию $3\hbar\omega/2$. Его волновая функция, как это видно из (5.8) и (5.10) равна

$$v_{0,0,0} = N^3 \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right), \quad r_0 = x_0 \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}. \quad (5.12)$$

Для трехмерного случая мы заменили обозначение x_0 на r_0 .

Общий случай центрального потенциала

Потенциал $V(r)$ является центральным, если он зависит от x, y, z только через переменную r , равную расстоянию до начала координат. Можно сказать, что потенциал $V(r)$ «центрирован» относительно начала координат. Силы, описываемые сферическим потенциалом, называются *центральными* силами. Они действуют в радиальном направлении с величиной $F = -dV/dr$. Положительное значение F означает, что сила является отталкивательной, отрицательное значение F соответствует притягивающей силе, которая направлена к началу координат. Конечно, возможна ситуация, когда при некоторых значениях r сила является отталкивающей, а при некоторых r — притягивающей. Потенциал сферического осциллятора, обсуждавшегося выше, дает пример чисто притягивающего центрального потенциала.

Центральный потенциал не имеет в пространстве предпочтительных направлений. В такой ситуации физика явления должна допускать вращательную инвариантность, т.е. она не должна меняться при произвольных вращениях вокруг любой оси, проходящей через начало координат. Это свойство симметрии имеет очень важное приложение. В классическом случае оно приводит к сохранению углового момента \mathbf{L} : угловой момент частицы, движущейся в центральном потенциале, остается неизменным по величине и направлению, пока она движется по орбите. Это необходимо приводит к тому, что классическая орбита должна лежать в плоскости с вектором \mathbf{L} , перпендикулярным плоскости. Возможно все ориентации плоскости движения. Ориентация для любой конкретной орбиты определяется начальными условиями. Вращательная симметрия приводит также к тому, что равновозможна любая ориентация орбиты *внутри* плоскости, а конкретная ориентация опять определяется начальными условиями. Например, Земля движется вокруг Солнца по некоторой конкретной эллиптической орбите (которая близка к круговой). Главная ось такого эллипса расположена в некотором конкретном направлении в пространстве. Центральные силы гравитации допускают для этой оси любое направление в пространстве; точно так же они допускают любую другую ориентацию плоскости.

Более общим образом классическую ситуацию можно рассмотреть так. Для данного потенциала V , является он центральным или нет, ньютоновский закон движения допускает бесконечно много различных орбит. Конкретный вид орбиты определяется начальными условиями. Из наличия геометрической симметрии, если таковая существует, получаются соотношения между орбитами. В случае вращательной симметрии, если мы знаем одну орбиту, мы можем получить остальные при помощи произвольных вращений, как описано выше. Это очень мощное средство. Квантовомеханический эквивалент закона сохранения для классического углового момента состоит в утверждении, что все три декартовы

компоненты наблюдаемой углового момента \mathbf{L} коммутируют с наблюдаемой энергией. Как уже обсуждалось, эти три компонента не коммутируют между собой, но L^2 коммутирует с компонентами \mathbf{L} в любом направлении. Следовательно, для частицы, движущейся в центральном потенциале, мы можем найти состояния, которые одновременно являются собственными как для энергии, так и для L^2 и одной из компонент \mathbf{L} в любом направлении, которое мы выберем. Выберем желаемое направление в качестве оси z . Общие собственные состояния будут отличаться квантовыми числами l и m_l (см. (4.21) и (4.22)). Для данного значения этих квантовых чисел будет существовать целый спектр значений энергии. Для простоты обозначений будем считать этот спектр дискретным. Тогда мы можем ввести главное квантовое число n (в действительности это просто индекс для подсчета) для того, чтобы различать среди линейно независимых состояний те, которые имеют одинаковые l и m_l . Такие общие собственные состояния можно обозначить как u_{n,l,m_l} . Энергию, соответствующую этому состоянию, мы предусмотрительно обозначим E_{n,l,m_l} .

Фактически, нетрудно показать, что энергия в центральном потенциале не зависит от m_l ; точнее — по данному квантовому числу энергия вырождена. Энергии $E_{n,l}$ зависят только от двух индексов n и l . Тогда $2l + 1$ состояний u_{n,l,m_l} , которые имеют одинаковые индексы n и l , но различные m_l , будут соответствовать одной и той же энергии. Это вырождение является квантовым аналогом классического результата, что угловой момент \mathbf{L} может иметь любую ориентацию. Квантовое вырождение по m_l следует из того факта, что центральный потенциал не имеет предпочтительного направления в пространстве.

Разберемся с главным квантовым числом n . Рассмотрим все линейно независимые состояния, которые имеют одинаковую пару l и m_l . Все состояния в этом наборе будут иметь различные энергии. Чтобы различать состояния по энергиям, используем индекс n , такой, чтобы n увеличивался по мере увеличения энергии. Выбор того, откуда должен начинаться это индекс — какое именно n_{\min} соответствует уровню с наименьшей энергией, — это вопрос удобства и соглашения. Иногда лучше выбирать различные значения n_{\min} для различных значений l .

Собственные состояния проще всего выразить в сферических координатах. В этих координатах собственные функции имеют вид

$$u_{n,l,m_l} = R_{n,l}(r)Y_l^{m_l}(\theta, \varphi), \quad (5.13)$$

где множитель в виде сферической гармоник, являющейся функцией полярного угла θ и азимута φ , гарантирует, что решение является собственным состоянием для L^2 и L . Если это выражение подставить в уравнение на собственные значения для энергии (4.1), получится обыкновенное дифференциальное уравнение для радиальной функции R , или

для произведения $r \cdot R$:

$$\frac{d^2(rR)}{dr^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}(rR) = \frac{2mV(r)}{\hbar^2}(rR) + \frac{l(l+1)}{r^2}(rR). \quad (5.14)$$

Мы временно опустили индексы n и l у радиальной функции R . Хорошо определенные решения уравнения (5.14) зависят от квантового числа l полного углового момента (но никак не от m_l , которое даже не появилось в этом уравнении). Одно решение этого уравнения отличается от другого главным квантовым числом n : поэтому $R \rightarrow R_{n,l}$. Аналогично $E \rightarrow E_{n,l}$.

Как обычно, мы не будем предлагать здесь непосредственно решать это уравнение для некоторого конкретного потенциала V . Действительно, в большинстве случаев, представляющих реальный интерес, найти простые аналитические решения невозможно и приходится прибегать к численным или приближенным методам. Но аналитическое решение, которое приведено ниже, вы должны попытаться проверить!

Так называемое *радиальное уравнение* (5.14) подобно уравнению на собственные значения для энергии частицы, движущейся в одномерном потенциале $V(x)$, хотя и имеет некоторые отличия:

(1) переменная x заменяется на переменную r , которая может принимать только неотрицательные значения; при этом одномерные собственные функции заменяются на произведение (rR) . Это произведение должно зануляться в начале координат, где r равно нулю. На одномерном языке это означает наличие стенки при $x = 0$, так что x может меняться только в неотрицательной области.

(2) Кроме того, проводя аналогию с одномерным движением, мы должны заменить $V(x)$ на $V(x) + l(l+1)\hbar^2/2mx^2$. Лишнее слагаемое представляет эффект действия центробежной силы.

Одноэлектронный атом

Это задача, на которой произрастали основы квантовой механики, начиная с Бора и кончая Шредингером, Дираком, сдвигом Лэмба и квантовой электродинамикой. Под одноэлектронным атомом мы понимаем «водородоподобный» атом, систему, состоящую из ядра и электрона: настоящий атом водорода, однократно ионизированный атом гелия, двухкратно ионизированный атом лития и т. д. Для взрывоподобного открытия Шредингера в квантовой механике, как и в «старой» теории Бора, было вполне достаточно игнорировать различные тонкости, рассматривая электрон как нерелятивистскую частицу, притягивающуюся к ядру с помощью кулоновского потенциала. Это привело к очень близкому, хотя и не совсем идеальному, совпадению с результатами эксперимента. Для примера, в основном состоянии атома водорода отношение среднеквадратичной скорости электрона к скорости света равно $1/137$.

Это достаточно малая величина, которая подтверждает, что релятивистские поправки будут малы, как и ожидалось; но, тем не менее, они не пренебрежимо малы. Отсюда появился факт, что электрон обладает спином. Само по себе это не меняет энергии уровней, если внешние силы не зависят от спина. Но такие силы *существуют*, и они приводят к сдвигу на величину, подобную релятивистским поправкам. Чтобы не учитывать эти поправки по отдельности, да еще и не точно, Дирак предложил ввести полностью релятивистское уравнение для электрона. Он руководствовался тем утверждением, что электрон обладает спином, но природа спина является открытым вопросом. Ответ появился из уравнения Дирака, причем весьма захватывающим образом. Но триумф не был полным. Оставались некоторые тонкие расхождения с экспериментом, хотя они и не были точно измерены почти два десятилетия спустя. Решение вопросов, связанных с этими различиями, привело к установлению принципов квантовой электродинамики, релятивистской квантовой теории поля электронов и фотонов. Но об этом позже.

Теперь вернемся к обычному нерелятивистскому атому, который содержит один электрон массы m и заряд $-e$, двигающийся вокруг неподвижного точечного ядра с зарядом Ze . В данном случае мы пренебрежем спином. Кулоновский потенциал равен $V(r) = -Ze^2/r$. Он спадает до нуля по мере увеличения r , поэтому можно сказать, что спектр энергий непрерывен при $E > 0$. Поэтому мы сконцентрируемся только на связанных состояниях, $E < 0$. Поскольку потенциал является центральным, мы можем использовать уравнения (5.13) и (5.14) для задачи на собственные значения энергии. Радиальное уравнение, как уже упоминалось, имеет решение для *любых* значений энергии E ; но обычно такие решения плохо определены. Однако при определенных значениях E , а именно — собственных значениях, существуют приемлемые решения. Для каждого значения квантового числа l углового момента существует спектр энергий и соответствующих радиальных функций. Мы временно введем индекс в виде большой буквы N , значения которого меняются от $N_{\min} = 0$ и выше, независимо от значения l . Тогда энергетический спектр связанных состояний для данного квантового числа l можно записать в виде

$$E_{N,l} = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \frac{1}{(N+l+1)^2}, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Заметим, что энергия зависит только от суммы целых чисел N и l . Поэтому можно определить новое целое квантовое число $n = N + l + 1$. Для данного l , n меняется от 0 до $l_{\max} = n - 1$. Выражая таким образом l , можно найти, что спектр связанных состояний имеет вид

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (5.15)$$

где $n = 1, 2, \dots, \infty$, и для данного n , $l = 0, 1 \dots n - 1$.

Соответствующие состояния $u_{n,l,m}$ нумеруются тремя индексами. Нетрудно видеть, что эти состояния вырождены. Энергия состояний не зависит от квантового числа m_l . Именно это и можно было ожидать: так всегда происходит в случае любого центрального потенциала. Это не справедливо для случайного центрального потенциала, однако и там есть вырождение по квантовому числу l . Это является специфическим свойством кулоновского и сферического осцилляторного потенциалов. Для данной энергии E_n , l может принимать любые значения, отмеченные выше; для каждого l , m_l меняется в интервале от $-l$ до l через единицу. Для основного состояния ($n = 1$) l имеет единственное значение ($l = 0$), так что здесь вырождение отсутствует. Для $n = 2$ существует два возможных значения l : $l = 0, 1$. Для $l = 0$, m_l единственно и равно нулю. Но уже для $l = 1$; $m_l = -1, 0, 1$. В результате, уровень с $n = 2$ четырежды вырожден. Нетрудно подсчитать степень вырождения в произвольном случае. Кратность вырождения n -го уровня $d_n = n^2$. Этот результат получается из суммирования величины $2l + 1$ по всем значениям l от 0 до $n - 1$. Заглядывая вперед, имейте в виду, что это все справедливо без учета спина.

Мы выпишем здесь только волновую функцию основного состояния. Она очень проста:

$$u_0 = u_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, \quad a = \frac{a_B}{Z}, \quad a_B = \frac{\hbar^2}{m_l^2}. \quad (5.16)$$

Это решение совпадает с радиальной функцией $R_{1,0}$ с точностью до множителя. Вы без труда можете проверить, что (5.16) действительно является решением радиального уравнения с E , равной энергии основного состояния. Это решение спадает экспоненциально при увеличении r , наиболее существенно концентрируясь в области с радиусом, равным параметру a . Этот параметр равен радиусу Бора, деленному на заряд ядра Z . Чтобы охарактеризовать размер атома в состоянии с квантовыми числами n и l , удобно в качестве меры обратной длины использовать среднее значение $\langle 1/r \rangle$. На самом деле эта величина зависит только от n . Тогда для n -го уровня результат равен

$$\langle 1/r \rangle_n = 1/n^2 a. \quad (5.17)$$

Основываясь на этой мере, размер атома в n -ом энергетическом состоянии получается равным $(n^2/Z)a_B$. Заметим, что радиус Бора $a_B = 0,53 \cdot 10^{-8}$ см.

Здесь будет поучительно немного отступить в сторону, чтобы сделать некоторые *размерные* заключения. Задача на собственные значения энергии для одноэлектронного атома включает в себя только два входных параметра: Ze^2 и отношение \hbar^2/m . Атомный за-

ряд Z — безразмерен, поскольку это простое число ($Z = 1$ для водорода, $Z = 2$ для гелия, и т.д.). Поскольку e^2/r является энергией; e^2 имеет размерность [энергия] · [длина]. Постоянная Планка \hbar имеет размерность [энергия] · [время]. Масса имеет размерность [энергия] · [время]²/[длина]². Подставив эти размерности, найдем, что

$$[Ze^2] = [\text{энергия}] \cdot [\text{длина}]; \quad \left[\frac{\hbar^2}{2n} \right] = [\text{энергия}] \cdot [\text{длина}]^2.$$

Таким образом, энергия системы будет определяться параметром $(Ze^2)^2/(\hbar^2/m) = \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2}$. Энергетические уровни должны получаться как безразмерные числа, умноженные на эту величину, как это было в (5.15). Аналогично, любая величина с размерностью длины должна выражаться как безразмерное число, умноженное на отклонение \hbar^2/me^2 . Выражение для радиуса Бора именно так и выглядит. Такие размерные соображения всегда могут быть сделаны при исследовании задачи, поэтому задача на собственные значения сводится к нахождению этих безразмерных чисел. Читатель может попробовать использовать такой подход к задаче гармонического осциллятора.

Вернемся к особенностям атома водорода. Одна из них состоит в следующем. До сих пор мы рассматривали атом, как если бы мы имели дело с одночастичной задачей. Ядро мы считали фиксированным, т.е. бесконечно массивным. Его роль состояла в создании кулоновского потенциала, в котором двигался электрон. К счастью, в квантовой, как и в классической механике, легко учесть конечность массы ядра и рассматривать свойства двухчастичной задачи. Это можно сделать в случае, когда, как и в данной задаче, силы между двумя частицами зависят только от их относительного расстояния. Мы только должны понимать, что все, делавшееся раньше, теперь относится не к фиксированной системе отсчета, связанной с лабораторией, а к системе отсчета, связанной с центром масс. Задача двух тел эффективно сводится к одночастичной задаче, за одним исключением: во всех формулах массы теперь являются не массами электрона, а *приведенной* массой задачи двух тел:

$$m = \frac{m_e M_{\text{я}}}{m_e + M_{\text{я}}} = m_e \frac{1}{1 + m_e/M_{\text{я}}},$$

где m_e — масса электрона и $M_{\text{я}}$ — масса ядра. Из-за того, что последняя значительно больше массы электрона, приведенная масса мало отличается от массы электрона. Даже для водорода эта разность порядка одной двухтысячной. Тем не менее спектроскопия вполне способна зафиксировать такую разницу. Если, например, мы будем игнорировать эффект приведенной массы, то из формулы (5.15) будет следовать, что уровень

атома водорода с $n = 1$ будет совпадать с уровнем $n = 2$ для однократно ионизированного атома гелия ($Z = 2$). Однако эта разница была экспериментально измерена вскоре после появления теории Бора; собственно, Бор и понял, что эта разница появляется из разницы приведенных масс водорода и однократно ионизированного атома гелия.

Существенные поправки к нашему изучению одноэлектронного атома появляются из релятивистских эффектов. Напомним, что правильная формула для кинетической энергии частицы массы m и импульсом p равна, в соответствии с (2.14),

$$K = E - mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2.$$

Для скоростей частиц, малых по сравнению со скоростью света c , $v/c = \frac{cp}{mc^2} \ll 1$. В первом порядке по этому малому отношению кинетическая энергия сводится к известному выражению $K = p^2/2m$. В следующем порядке надо учесть поправку вида $-p^4/8m^3c^2$. Ее можно добавить как дополнительный оператор в уравнение на собственные значения энергии; в низшем порядке нетрудно вывести, как он влияет на сдвиг уровней энергии. Эти поправки были вычислены вскоре после рождения новой квантовой механики, хотя они фактически фигурировали уже в рамках старой квантовой механики. Другой путь, релятивистский подход, был не полон и не точен. Поэтому релятивистские поправки, как описано выше, были рассмотрены в первом порядке как малое возмущение. Эти поправки оказались действительно малы.

Далее, необходимо учесть влияние спина. Наличие спина увеличивает пространство квантовомеханических состояний. Наиболее общее спиновое состояние является линейной комбинацией состояний со спином «вверх» вдоль некоторой выбранной оси Z , и «вниз» вдоль той же оси; в обозначениях (4.24) $m_s = 1/2$ и $-1/2$ соответственно. Для большей краткости, мы будем обозначать эти два спиновых состояния символами \uparrow и \downarrow . Предположим, что спин электрона ориентирован строго \uparrow во всех точках пространства. Тогда его волновая функция может быть записана в виде $\Psi = f(\mathbf{r}, t) \uparrow$, где пространственно-временная функция f нормирована на единицу и f^*f имеет обычную интерпретацию как пространственная плотность вероятности для электрона (со спином вверх). Если спин во всем пространстве ориентирован вниз, волновая функция запишется в виде $\Psi = g(\mathbf{r}, t) \downarrow$. Реальная волновая функция является некоторой их линейной комбинацией

$$\Psi = af(\mathbf{r}, t) \uparrow + bg(\mathbf{r}, t) \downarrow,$$

где a и b являются константами, нормированными согласно $a^*a + b^*b = 1$. Пространственными распределениями вероятностей для спина вверх

и спина вниз являются, соответственно, a^*af^*f и b^*bg^*g . Относительная вероятность, не зависящая от пространственного положения, равна a^*a/b^*b .

Теперь вернемся к проблеме собственных значений энергии и для начала предположим, что силы, действующие на электрон, не зависят от спина; а именно, что, хотя электрон и имеет спин, силы этот спин не чувствуют. В такой ситуации очевидно, что наблюдаемая спина \mathbf{S} , очевидно, коммутирует с наблюдаемой энергией и, следовательно, можно найти общие собственные состояния энергии и компоненты \mathbf{S} вдоль любой оси, скажем, Z . Ясно, что собственные значения энергии полученные без учета спина, не будут изменяться, если мы примем спин во внимание. Однако число собственных состояний удвоится. А именно, предположим, что в отсутствие учета спина мы можем найти собственные состояния $u(x, y, z)$, соответствующие энергии E . С учетом спина оба состояния \uparrow и \downarrow будут собственными с одной и той же энергией E . Предположим, что частица движется в центральном потенциале. Без учета спина у нее будут общие собственные состояния энергии, l^2 и L_z . Мы обозначим их как $u_{n,l,m}$. Пусть $u_{n,l}$ — соответствующие уровни энергии (для атома водорода существует вырождение по l ; но это нетипично для центрального потенциала). Если учесть спин, эти состояния приобретают индекс m_s , так что теперь можно записать u_{n,l,m_l,m_s} . Например, для спина вверх, $u_{n,l,m_l,1/2} = u_{n,l,m_l,\uparrow}$; точно так же для $m_s = -1/2$. Однако энергия не зависит от спинового квантового числа m_s .

Кулоновские силы не зависят от спина и, следовательно, не могут влиять на уровни энергии. Как это соотносится с тем, что спин проявляет себя в спектроскопии? Ответ в том, что там существуют силы, от которых спин зависит и которые снимают спиновое вырождение. Чтобы это понять, рассмотрим случай *безспинового* электрона, движущегося в некотором центральном потенциале; рассмотрим ситуацию, когда система дополнительно помещена в однородное магнитное поле \mathbf{B} . В уравнении на собственные значения для энергии влияние магнитного поля проявляется в виде слагаемого, пропорционального произведению магнитного поля B и компонент углового момента в направлении поля. Для удобства за направление поля выберем ось Z . Новое слагаемое, которое войдет в уравнение на собственные значения (4.1) и добавится к потенциалу V , равно

$$\frac{eB}{2mc} L_z. \quad (5.18)$$

Из уравнения (4.22) мы видим, что «возмущенное» уравнение на собственные значения (уравнения в присутствии поля B) имеет те же самые собственные функции u_{n,l,m_l} , что и «невозмущенное» уравнение. Наличие поля не меняет собственных функций. Но энергии сдвигаются на величину $eB\hbar m_l/2mc$, этот сдвиг снимает вырождение по квантовому

числу m_l . Таким образом, энергетические уровни E_{n,l,m_l} в присутствии поля (мы будем отмечать их штрихом) зависят от m_l и связаны с невозмущенными значениями $E_{n,l}$ как

$$E'_{nlm_l} = E_{n,l} + \frac{e\hbar B}{2mc} m_l.$$

Энергетический уровень, который был вырожден по m_l в отсутствие магнитного поля, сейчас расщепляется в $(2l + 1)$ подуровень с различными энергиями. Поскольку такой эффект возникает при наличии магнитного поля, квантовое число m_l , соответствующее угловому моменту, часто называют (орбитальным) *магнитным* квантовым числом. Сдвиг атомных уровней энергии в магнитном поле известен как *эффект Зеемана*.

Все это было известно еще в старой квантовой механике, в бесспиновом случае. Открытие спина, который появился одновременно с рождением новой квантовой теории, привело к задачам, появившимся с открытием эффекта Зеемана. Эффекты, связанные со спином, появились следующим образом. Уравнение (5.18) описывает вклад в энергию, который возникает из-за взаимодействия магнитного поля и углового орбитального момента. Если мы полагаем, что электрон имеет спин, то кажется естественным предположить, что подобное взаимодействие должно возникать также между магнитным полем и спиновым угловым моментом, что должно делать вклад, аналогичный (5.18), с той разницей, что L_z должно заменяться на S_z . Чтобы не ошибиться — пока у нас нет никакого другого требования — умножим это выражение на феноменологический коэффициент g_e , который должен определяться экспериментально. Тогда дополнительное слагаемое, характеризующее взаимодействие спина с магнитным полем B , имеет вид

$$g_e \frac{e\hbar B}{2mc} S_z.$$

Параметр g_e называется *множителем Ланде*, а индекс означает, что мы имеем дело с электроном.

Если собрать все вместе, то оба типа взаимодействия приводят к изменению энергии по отношению к исходной в виде

$$E'_{n,l,m_l,m_s} = E_{nl} + \frac{e\hbar B}{2mc} (m_l + g_e m_s). \quad (5.19)$$

В отсутствие магнитного поля уровни, соответствующие данным квантовым числам n и l , $2(2l + 1)$ — кратно вырождены; множитель 2 появляется из-за учета различных значений m_s , а второй множитель — из-за учета возможных значений m_l . Действие магнитного поля приводит к расщеплению невозмущенного уровня на целую группу подуровней, с энергиями, нумеруемыми квантовыми числами m_l и m_s .

Незадолго до этого из эксперимента стало известно, что $g_e = 2$ с точностью до погрешности эксперимента. До того, как было получено релятивистское уравнение Дирака для электрона, это значение просто воспринималось как эмпирический факт. Одно из наибольших достижений уравнений Дирака как раз состояло в том, что оно автоматически давало точное значение g_e . Получалось целое значение, равное 2! Этот триумф несколько не уменьшал тот факт, что это не вполне точное эмпирическое значение. Из экспериментов это значение известно с потрясающей точностью

$$g_e = 2 \times (1,001159652193 \pm 0,00000000010). \quad (5.20)$$

Очень малое отклонение от целого числа, полученного Дираком, определяется квантовополевыми эффектами. Они могут быть вычислены с той же потрясающей точностью и приводят к полному согласию с экспериментом! Однако сейчас давайте примем число 2 как очень хорошее приближение и вернемся к додираковскому атому с учетом малых релятивистских и спиновых эффектов, учитываемых в первом порядке.

Существует еще один зависящий от спина эффект, который следует рассмотреть и который никак не связан с внешним магнитным полем. Он проявляется следующим образом. В системе отсчета ядра и в отсутствии *внешнего* магнитного поля электромагнитное поле, которое чувствует электрон — это кулоновское поле ядра. Но теперь представим себе, что мы находимся на электроне. В соответствии с релятивистскими преобразованиями, обсуждавшимися в части 2, в системе отсчета электрона имеется не только слегка модифицированное кулоновское электрическое поле, но и ненулевое *магнитное* поле. Поэтому мы можем ожидать взаимодействия между магнитным полем и спином электрона аналогично тому, как это происходило в случае, когда поле было внешним. Суммарный эффект всего этого состоит в том, что появляется дополнительное слагаемое, которое необходимо включить в гамильтониан

$$\xi(r)\{L_x S_x + L_y S_y + L_z S_z\},$$

где функция ξ зависит от выбора центрального потенциала V . Для случая атома водорода

$$\xi(r) = \frac{Ze^2}{2m^2 c^2 r^3}.$$

Поскольку выписанные выше слагаемые включают в себя наблюдаемые как спиновые, так и орбитальные моменты, оно называется *спин-орбитальным взаимодействием*. Забавно то, что релятивистские причины, которые приводят к определению $\xi(r)$, имеют некоторые тонкости, которые можно пропустить при поспешном выводе. Сам Эйнштейн первоначально получил неправильный численный множитель, правильный ответ нашел Л. Д. Томас.

Если учитывать спин-орбитальное взаимодействие в уравнении на собственные значения энергии, то энергия перестает коммутировать с L_z и S_z . Но она *продолжает* коммутировать с L^2 и с полным моментом $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, а, следовательно, с J^2 и любой компонентой \mathbf{J} , скажем J_z (о полном угловом моменте см. (4.26) и (4.27)). Собирая все вместе, мы можем выбрать собственные состояния общими для L^2 , J^2 и J_z . Собственные состояния энергии (назовем их v_{n,l,j,m_j}) нумеруются квантовым числом l орбитального углового момента, квантовыми числами j и m_j полного углового момента и главным квантовым числом n . Из (4.28) мы знаем, что для любых j орбитальное квантовое число может принимать только два значения: $l = j + 1/2$, $l = j - 1/2$. Поскольку в пространстве нет предпочтительных направлений, мы можем быть уверены, что энергия не зависит от квантового числа m_j . Следовательно, уровни энергии $E_{n,l,j}$ могут отмечаться только тремя индексами и кратность вырождения равна $2j + 1$. Набор вырожденных $2j + 1$ состояний, занумерованных одинаковым квантовыми числами n , l , j , но различными m_j образует то, что спектроскописты называют *мультиплетом*.

Все это относится к любому центральному потенциалу. Но кулоновский потенциал очень специфичен. Он имеет дополнительное вырождение. Мы уже отмечали это при рассмотрении в нулевом порядке одноэлектронного атома без учета релятивистских и спин-орбитальных поправок, сделанных позднее. В этом нулевом приближении существует вырождение по k для данного n : уровни энергии зависят только от главного квантового числа n . Некоторая часть этого остается, даже если принять во внимание поправки. Для данного n энергии различаются при различных значениях j , так что уровни расщепляются на подуровни, для которых j меняется через единицу от $j = 1/2$ до $j = n - 1/2$. Но для данного j существует вырождение по l : состояние с $l = j + 1/2$ и $l = j - 1/2$ имеют одинаковую энергию. В результате, для одноэлектронных атомов уровни энергии $E_{n,j}$ зависят только от двух квантовых чисел. Вырождение равно $2(2j + 1)$, где второй множитель представляет вырождение, связанное с квантовым числом m_j , и множитель 2 связан с числом различных l при заданном j . Получающиеся собственные значения энергии:

$$E_{n,j} = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \left\{ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2} \left(\frac{2n}{2j+1} - \frac{3}{4} \right) \right\}, \quad (5.21)$$

$$\alpha = \frac{l^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}.$$

Выражение перед фигурными скобками — это результат нулевого порядка. Выражение в фигурных скобках — это единица плюс поправочные слагаемые; поправка составляет величину порядка $(Z\alpha)^2$, которая достаточно мала, если Z не слишком большое. Так получается, что дира-

ковское уравнение для релятивистского электрона может быть решено точно в случае атома водорода. Точный результат сохраняет качественные результаты, полученные выше; а именно, существует вырождение по l для данного j . Более точно, в первом порядке по $(Z\alpha)^2$ результат Дирака согласуется с вышеприведенной формулой, но включает в себя и все поправки более высокого порядка. Для малых Z эти поправки высших порядков очень малы.

Абсолютное значение энергии значительно труднее для экспериментального измерения, чем разность энергий. Особый интерес представляет вопрос о том, разделены ли энергетическими барьерами состояния с одинаковыми n и j и разными l . В частности, рассмотрим состояние $n = 2$ атома водорода ($Z = 1$). Здесь можно выделить три результата: $(j, l) = (1/2, 0)$, $(1/2, 1)$ и $(3/2, 1)$. Их соответствующие спектроскопические обозначения $s_{1/2}$, $p_{1/2}$ и $p_{3/2}$. Индекс соответствует значению j ; и по причинам, которые мы здесь не обсуждаем, буква s соответствует $l = 0$, p для $l = 1$. *Дираковское предсказание* состоит в том, что $s_{1/2}$ и $p_{1/2}$ мультиплеты *точно* имеют одинаковую энергию; более того, эта пара должна лежать ниже уровня $p_{3/2}$, на расстоянии, предсказываемом (5.21), — или даже более точно с помощью полностью релятивистской формулы Дирака.

Таким образом, более чувствительный из этих двух тестов предсказывает вырождение $p_{1/2}$ и $s_{1/2}$ мультиплетов. Что же говорит эксперимент? Ничего, до середины 40-х годов, когда прошло много времени после того, как (5.21) было обнародовано и исследовано Дираком. Только после этого первое уверенное обнаружение разделения этих двух мультиплетов было сделано В. Лэмбом и Р. Резерфордом. Они обнаружили, что уровень $p_{1/2}$ лежит ниже уровня $s_{1/2}$ на величину, меньшую 10^{-5} электрон-вольт. В общем, в спектроскопии принято выражать разность энергий ΔE через частоту воображаемого фотона, обладающего энергией ΔE : $f = \frac{\Delta E}{2\pi\hbar}$, где ΔE — разность энергий и f — обыкновенная частота колебаний. *Лэмбовский сдвиг*, как он называется, сейчас известен с очень большой точностью:

$$\text{Сдвиг Лэмба} = 1057,86 \text{ Мегациклов/сек.}$$

Подобно «аномальному» множителю Ланде (см. (5.20)) («аномальность» состоит в том, что он получился из уравнения Дирака) существование лэмбовского сдвига происходит из квантовой теории поля электронов и фотонов. Вскоре после появления первоначального исследования Лэмба теоретики стали работать в этом направлении, и вскоре им удалось провести расчеты, сопоставимые с экспериментом. Точность экспериментов и расчетов в последующие годы значительно возросла, и их согласованность продолжает усиливаться.

Мы уделили большое внимание одноэлектронному атому по той причине, что он играл центральную роль в развитии квантовой механике. О нем еще многое можно сказать: например, о сдвиге уровней, индуцированным электрическим полем (эффект Штарка), об эффекте Зеемана, которого мы только коснулись, и т. д. Формула эффекта Зеемана находится в хорошем согласии с экспериментом для сильного магнитного поля, но в слабых полях она вызывает беспокойство. Картина в значительной мере портится спин-орбитальным взаимодействием, которым пренебрегли в (5.21). В слабом магнитном поле говорят об «аномальном» эффекте Зеемана. Он был большой загадкой в ранний период развития квантовой механики до понимания природы спин-орбитального взаимодействия, пока вскоре все не стало на свои места.

Осталось еще одно последнее замечание к предыдущему. Мы рассматривали атомные ядра как геометрические точки. В действительности, нейтроны и протоны, из которых состоят ядра, распределены (в квантовомеханическом вероятностном смысле) в области с некоторым характерным размером ядра. Очень приблизительно этот размер составляет $R \approx A^{1/3} \times 10^{-13}$ см, где A — полное число нейтронов и протонов. Размер одноэлектронного атома примерно равен a_B/Z , где $a_B = 0,53 \times 10^{-8}$ см. Даже для больших ядер шанс найти электрон внутри ядра очень мал, так что рассмотрение ядер как точечных частиц является хорошим приближением, которое мы и использовали. Аналогичным образом можно рассмотреть и отрицательный мюон. Как частица, он во многом подобен электрону. Он имеет такой же заряд, спин, но, во-первых, мюон нестабилен, а во-вторых, он примерно в 200 раз тяжелее электрона. Поэтому мюон, движущийся в некоторой среде, захватывается в атомную орбиту с боровским радиусом в 200 раз меньшим, чем электрон. Тогда в мюонном атоме, особенно если ядро имеет большое атомное число A и большой атомный заряд Z , мюон будет проводить большую часть времени внутри ядра. В этом случае потенциал V не является больше потенциалом точечного заряда. Скорее он будет походить на потенциал сферического осциллятора. В этом случае мы должны рассматривать два потенциала, столь излюбленных педагогами: осциллятор при $r < R$ и кулоновский потенциал при $r > R$, где R — радиус ядра.

Бесконечный соленоид

За несколько коротких лет, прошедших с возникновения квантовой механики, ее основы и характерные особенности были поняты достаточно хорошо. Но даже в простейшей ситуации, нерелятивистском движении одиночной частицы, оставались сюрпризы. В частности, мы обсудим здесь странный эффект, который впервые был отмечен и объяснен в работе Ю. Ааронова и Д. Бома более чем три десятилетия спустя.

Рассмотрим соленоид. Соленоидом называют длинный круговой цилиндр, образованный токнесущим проводом, намотанным вкруговую вдоль его оси. Идеальный соленоид имеет бесконечно большую длину. В нем ток создает магнитное поле, полностью удерживаемое внутри цилиндра. Таким образом, важной чертой идеального соленоида является то, что *магнитное поле вне соленоида отсутствует*. Рассмотрим такой соленоид, окруженный снаружи концентрической, цилиндрической стенкой. Ее роль как идеальной стенки состоит в том, чтобы предохранить частицы, находящиеся вне соленоида, от попадания внутрь. Короче, заряженная частица, помещенная вне стенки, в соответствии с правилами квантовой механики, имеет нулевую вероятность быть обнаруженной внутри соленоида. Такая нулевая вероятность позволяет непосредственно проверить влияние магнитного поля, удерживаемого внутри.

Но уже простые квантовомеханические расчеты показывают, а эксперименты подтверждают, что в действительности квантовое поведение заряженной частицы вне соленоида зависит от изменения напряженности магнитного поля внутри. Проиллюстрируем это утверждение с помощью простых аналитических вычислений. В нашем примере мы удалим концентрическую цилиндрическую стенку, описанную выше и заменим ее на полный тор (бублик), который концентричен с соленоидом и лежит вне его. Будем считать, что материал тора настолько идеален, что частица, помещенная внутри бублика, не может проникнуть наружу, даже квантовомеханически. Предположим, что частица заряжена. Наша интуиция показывает, что, хотя на частицу определено влияет магнитное поле, она не может знать, что происходит с полем внутри соленоида. Чтобы проверить эти интуитивные предположения, рассмотрим энергетические уровни частицы, движущейся внутри тора. Продолжая идеализацию, будем считать, что тор представляет круговую петлю из тонкого и пустого внутри материала (полая лапша, так сказать). В пределе малой толщины формула для собственных значений имеет очень простой вид. Пусть Q — заряд частицы, M — масса, R — радиус петли тора, окружающего соленоид. Тогда уровни энергии равны

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2MR^2} \left(n - \frac{QF}{2\pi\hbar c} \right)^2, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (5.22)$$

Здесь F — магнитный поток через соленоид, равный произведению напряженности магнитного поля B и площади поперечного сечения соленоида.

Нетрудно видеть, что энергии зависят от величины магнитного потока, а следовательно, и от самого магнитного поля; хотя частица квантово-механически удерживается в области, которая свободна от поля! Конечно, такая задача несколько идеализирована. Одно существенное предположение состоит в том, что соленоид является идеальным. Дру-

гое — в том, что стенки тора, окружающего соленоид, являются непроницаемыми. Дополнительное предположение о бесконечно тонком торе не очень существенно: оно сделано лишь с целью упростить формулу для расчета уровней энергии. Идеализации (мысленные эксперименты) являются законной и благородной традицией в квантовой механике. Более того, можно реально сконструировать соленоид, который очень близок к идеальному, с малым рассеянием магнитного поля за его пределы; можно также создать стенки, которые тоже очень близки к идеальным. Но есть более интересная вещь, которую стоит отметить. Уровни энергии сдвигаются заряженным магнитным потоком F , но можно заметить, что результат будет тем же самым, если F заменить на $F + (2\pi\hbar c/Q)N$, где N — целое число. Величина $2\pi\hbar c/Q$ является так называемым квантом магнитного потока.

Что отсюда следует? Ответ в том, что квантовая механика удивительна. Странности с соленоидом проявляются только в магнитном поле. Явление, описанное выше, не проявится, если магнитное поле заменить на электрическое, удерживаемое внутри электрического цилиндра. В этом случае заряженная частица вне его будет безразлична к присутствию поля внутри. Каким-то образом магнитное поле передает информацию в ту область пространства, где оно само не присутствует. Существенное свойство этого пространства связано с его топологией. Рассмотрим пространство, которое находится вне бесконечного цилиндрического соленоида. В этом мире вы можете представить себе петли такой формы, какая вам нравится. Но некоторые из них могут быть стянуты в точку без перемещения через соленоид, а с другими такого сделать нельзя. Это говорит о том, что пространство вне соленоида является «многосвязным».

Хотя все это может быть очень интересно для топологов, но здесь можно спросить, а причем тут магнитное поле. Пока можно сказать лишь, что в квантовомеханическом контексте магнитное поле является довольно сложным объектом. Увы, выйти за рамки этих общих утверждений довольно трудно из-за сложных технических деталей.

Процессы распада

Термин «радиоактивность» был впервые употреблен в связи с α , β и γ процессами ядерного распада, обсуждавшимися в гл. 1. При α -распаде исходное ядро распадается на различные (дочерние) ядра, содержащие на два протона и два нейтрона меньше, чем исходное ядро. Эти два нейтрона и два протона объединяются в α -частицу, после чего она испускается. Полный квантовый анализ достаточно сложен, но, по крайней мере, для этого типа радиоактивности нет необходимости рассматривать процессы рождения и уничтожения частиц. Ингредиенты α -частицы присутствуют в родительских ядрах. Процесс α -распада состоит

в том, что они каким-то образом собираются вместе и выталкиваются наружу. В противоположность этому, испускаемые при β -распаде электрон и нейтрино не присутствуют в родительских ядрах. Они спонтанно возникают в тот момент, когда нейтрон в ядре переходит в протон $n \rightarrow p + e + \nu$. В результате, получающее ядро содержит на один нейтрон меньше и на один протон больше. То же самое можно сказать про γ -распад. Бесплезно предполагать, что фотон присутствовал в исходном ядре. Скорее, мы имеем дело со спонтанным рождением. Фотон рождается в тот момент, когда ядро испытывает квантовый скачок, переходя с возбужденного квантового уровня на более низкий. Аналогично, испускание фотона происходит, когда орбитальный электрон в атоме перепрыгивает с возбужденного на более низкий уровень. Таким образом, атомные и ядерные *излучательные* переходы (испускание фотонов) имеют одну природу, хотя фотонные энергии в этих двух случаях сильно отличаются по своим масштабам: обычно ядерные значительно выше. В таких электронных процессах природа ядер и атомов не меняется, чего нельзя сказать об их энергетических уровнях (в одном случае ядер, в другом — орбитальных электронных систем). Наконец, на субъядерном уровне — в мире, где существуют различные типы мезонов, барионов, лептонов и калибровочных бозонов — большинство частиц нестабильно, каждая из этих частиц имеет свои характерные реакции распада и свое среднее время жизни. Для большинства из них понимание динамики лежит на границе современной физики частиц.

В целом, в области процессов распада, за исключением α -распада, естественный язык для описания рождения и уничтожения частиц, а соответственно, и наиболее подходящие теоретические рамки, дает квантовая теория поля, которую мы не будем здесь рассматривать. Процессы α -распада стоят несколько особняком, что позволяет рассматривать их в рамках квантовой механики частиц. Он вполне объясняется через туннелирование. Перед тем, как перейти к этому, сделаем несколько замечаний общего характера относительно процессов распада, независимо от того, являются ли они атомными, ядерными или субатомными.

Вскоре после открытия α , β и γ -радиоактивности, незадолго до появления Резерфордской модели атома, Резерфорд и Содди придумали тип исследования, который используется до сих пор. Рассмотрим некоторый радиоактивный образец, который в какой-то момент времени t имеет $N(t)$ нераспавшихся исходных атомов. Пусть ΔN — изменение этого числа атомов в интервале времени между t и $t + \Delta t$, где Δt малый промежуток времени. Понятно, что ΔN должно быть отрицательным. Благодаря Резерфорду и Содди, кажется вполне правдоподобным, что ΔN должно быть пропорционально Δt , а $N(t)$ — числу еще нераспавшихся атомов в образце.

Переходя в пределе к дифференциалам, запишем эту гипотезу в виде

$$dN(t) = -N(t) dt/\tau,$$

где константа пропорциональности $\frac{1}{\tau}$ является характеристическим параметром исходного вещества. Это уравнение легко решается. Пусть $N(0)$ — число нераспавшихся атомов в начальный момент времени $t = 0$. Тогда в последующие моменты времени число нераспавшихся атомов равно

$$N(t) = N(0) \exp(-t/\tau). \quad (5.23)$$

Это и есть обещанный экспоненциальный закон распада. Легко проверить, что среднее время жизни равно как раз τ .

Здесь можно сделать некоторые уточнения. Мы предполагали, что происходит распад только одного исходного вещества. Но если оно само является продуктом распада, в одном случае его количество будет уменьшаться, а в другом — увеличиваться. Такой анализ нетрудно провести, но мы пока от него воздержимся. Второе уточнение состоит в том, что мы рассматривали $N(t)$ как непрерывную переменную, хотя реально она является целым числом, которое меняется на единицу при каждом распаде. Это не очень большая погрешность, особенно если $N(t)$ значительно больше единицы. Если формула утверждает, что в некоторый момент осталось 1000000000,7 исходных атомов, мы можем спокойно округлить это число до ближайшего целого.

Одно из наиболее ранних приложений квантовых идей в ядерной физике как раз было сделано в связи с явлением α -радиоактивности. Протоны и нейтроны, образующие ядра, удерживаются вместе мощными силами притяжения. Рассмотрим нестабильное по отношению к α -распаду атомное ядро с атомным числом Z . Мы можем предположить, что существует специальный процесс, подготавливающий образование α -частицы, которая после этого выбрасывается из ядра. После того как α -частица испущена и оказывается вне эффективной области, где существуют притягивающие *ядерные* силы, со стороны вновь образовавшегося ядра, α -частица чувствует только действующий кулоновский потенциал $V(r) = +2(Z - 2)e^2/r$. Множитель отражает тот факт, что заряд α -частицы равен $2e$, а заряд оставшегося ядра равен $(Z - 2)e$. Таким образом, α -частица чувствует сильные притягивающие силы, когда она находится внутри ядра (радиус которого около 10^{-2} см), и отталкивающие электростатические силы вне его. Схематично этот потенциал представлен на рис. 5.1. Потенциал достигает своего максимального значения, V_{\max} , на расстоянии, равном радиусу ядра. Пусть E — энергия такой α -частицы. Исключая, возможно, короткоживущие ядра, эта энергия находится ниже высоты барьера, так что $E < V_{\max}$. Например, для ядра урана U^{238} , энергия E составляет около 4 Мэв, при этом высота барьера около 30 Мэв. Следовательно, классически частица не может покинуть область ядра. Однако с точки зрения квантовой механики она способна туннелировать через барьер. Возможность туннелирования существенно зависит как от V_{\max} , так и от энергии E частицы. Это объ-

ясняет, почему время жизни нестабильных по отношению к α -распаду ядер очень сильно меняется для разных элементов.

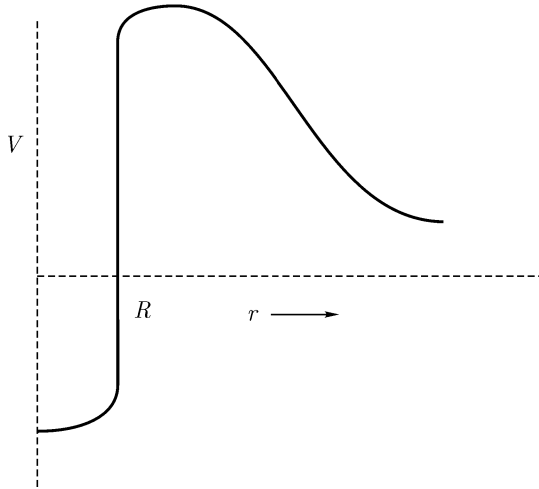


Рис. 5.1. Схематическое изображение потенциала, удерживающего α -частицу, которая образуется внутри ядра. Потенциал является сильно притягивающим внутри ядра. Вне ядра α -частица чувствует отталкивающий кулоновский потенциал.

Существует еще последнее замечание, которое стоит сделать. Мы говорили об α -частице так, как если бы она обладала вполне определенным значением энергии, однако это возможно, только если она находится в собственном состоянии энергии. Однако в общем случае это не так. Строго говоря, она находится в состоянии, являющемся суперпозицией состояний непрерывного спектра энергий. Однако для типичного случая разброс энергий (корень из среднего квадрата) достаточно мал. Этот разброс связан со средним временем жизни τ исходной частицы через принцип «неопределенности», обсуждавшийся выше, для энергии и времени; примерно $\Delta E \approx \hbar/\tau$. Эта связь между временем жизни и разбросом энергии продуктов распада является общей. Она справедлива для любых процессов распада. Этот разброс энергий едва заметен во многих случаях. Он составляет около 6×10^{-16} эв, если время жизни равно 1 сек! Представьте, насколько он мал, скажем, для U^{238} , время жизни которого несколько миллиардов лет. Но для определенных процессов распада времена жизни достаточно малы, чтобы привести к заметному разбросу энергии. Действительно, для некоторых короткоживущих частиц время жизни определяется не непосредственно, а через измерение разброса энергии.

ГЛАВА 6

Тождественные частицы

Правила симметрии и антисимметрии

Хотя принципы квантовой механики в этой книге были заложены в общем виде, до сих пор мы рассматривали случай отдельной частицы. По мере того, как число частиц в системе увеличивается, растут и вычислительные сложности, которые уменьшают возможность получить точный ответ. Для упрощения задачи в таком случае приходится использовать различные модели, основанные на физической интуиции или математических приближениях. При этом, если бы все частицы отличались друг от друга, никаких новых принципов для многочастичных задач не появилось бы. Замечательным фактом является то, что различные элементарные частицы одной природы появляются всегда в строго идентичных копиях. Почему это происходит именно так, мы обсудим несколько позднее. В данный момент лучше остановится на том, к чему приводит в квантовой механике тождественность частиц.

Как с точки зрения классики, так и квантовой механики две частицы будут идентичны, если они ведут себя одинаково *во всех мыслимых исследованиях*. Если измеряется масса, то в эксперимент должен давать одинаковую массу; если действует электрическое или магнитное поле, они должны приводить к одинаковым зарядам; они должны рассеивать свет одинаковым образом; и т. д. Классически, если объекты являются макроскопическими, мы можем пометить их и различать с помощью идентифицирующих ярлыков. Правда это небольшое жульничество: маркированные объекты перестают быть идентичными. Поэтому мы хотим рассмотреть объекты, на которые нельзя повесить ярлыки. Во всяком случае, в классическом случае нет необходимости физически пометить частицы. Хотя внутренне они идентичны, мы, в принципе можем отследить за каждой из них и просто объявить, что в некоторый начальный момент времени первая частица находилась здесь, вторая — там, и т. д. После этого, в принципе, мы можем отследить их движение по траекториям и таким образом поддерживать выбранную идентификацию. Пусть

силовые поля, в которых движутся частицы, действуют на них одинаковым образом, как это подразумевается многими гипотезами, объясняющими идентичность частиц. Но начальные условия у частиц неодинаковы (первая — здесь, вторая — там, и т. д.); следовательно, их траектории различны, поэтому мы всегда знаем, где какая частица находится. Следовательно, классически невозможно создать какой-либо специальный принцип, если мы имеем дело с тождественными частицами.

Квантовомеханическая ситуация существенно отличается от классической, поскольку имеет дело не с определенными положениями частиц, а только с вероятностями. Возможна ситуация, когда первоначальная волновая функция двух частиц сконцентрирована вблизи двух точек, для первой частицы вблизи одной точки «здесь», для второй — в точке «там». Точку «здесь» мы припишем первой частице, точку «там» — второй. Но это различие исчезнет с течением времени, поскольку волновые пакеты движутся и меняют свою форму. Первоначальные максимумы волновых функций будут уширяться и перекрываться.

Способы работы квантовой механики с тождественными частицами, вообще говоря, очень различны, что имеет далеко идущие следствия. В соответствии с общим смыслом тождественности оператор Гамильтона (энергия), управляющий системой тождественных частиц, учитывает их, конечно, на полностью симметричной основе. Он будет симметричен при любой комбинации перестановок положений и спинов любых частиц. Например, если метки \mathbf{r}_1 и \mathbf{S}_1 соответствуют координатам и переменным спина для 1-ой частицы, а \mathbf{r}_2 и \mathbf{S}_2 — для второй частицы, тогда гамильтониан будет симметричен относительно совместной перестановки \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 вместе с \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 , хотя и не обязательно будет симметричен, если производить перестановку только координат или только спина. Аналогично можно сказать о перестановках меток любой другой пары частиц в системе.

Волновая функция системы из N идентичных частиц зависит от координат \mathbf{r}_i и спиновых квантовых чисел («переменных») m_{s_i} , $i = 1, 2, \dots, N$. Чтобы избежать лишних символов, будем включать эти переменные в компактные обозначения аргументов волновой функции. Для любого состояния Ψ , заданного своими переменными, будем записывать $\Psi(1, 2, \dots, N, t)$, где число 1 соответствует \mathbf{r}_1 и m_{s_1} , число 2 соответствует \mathbf{r}_2 и m_{s_2} , и т. д. С точки зрения математики, волновая функция системы тождественных частиц не обязана иметь какие-либо свойства симметрии, даже если оператор Гамильтона, управляющий временной эволюцией, является симметричным, как уже говорилось выше. Однако природа более требовательна. Существуют квантовомеханические правила, которые состоят в следующем:

Волновая функция системы тождественных частиц, спин которых S является целым, должна быть полностью *симметрична*.

Частицы с целым спином называются *бозонами* (по имени индийского физика Сатендры Бозе).

Волновая функция системы тождественных частиц, спин которых S является полуцелым, должна быть полностью *антисимметрична*. Частицы с полуцелым спином S называются *фермионами* (по имени американца итальянского происхождения физика Энрико Ферми).

Как уже объяснялось выше, симметрия — а теперь также и антисимметрия — проявляется в поведении волновой функции относительно перестановок двух тождественных частиц (совместной перестановки их координат и спинов). Если волновая функция является симметричной, то она будет четной (неизменной) при таких перестановках; если она антисимметрична, то нечетной (меняет знак). Нетрудно проверить, что вышеприведенные квантовомеханические правила сохраняются в следующем смысле. Если в некоторый момент времени волновая функция симметрична, это свойство сохраняется во времени. Это происходит благодаря симметрии гамильтониана, определяющего развитие во времени волновой функции. Точно так же, если волновая функция в некоторый момент времени антисимметрична, это свойство сохранится с течением времени. Отметим, что, несмотря на ссылку про начальный момент времени, свойство *антисимметрии* фермионной волновой функции не предполагает наличия *симметрии* физического явления. Вероятность любого физического явления будет неизбежно включаться в произведение волновых функций и комплексных сопряженных к ним. Поскольку обе эти величины при перестановке будут менять знак, то вероятность от этого не изменится, что означает симметрию по перестановкам.

Эти правила для бозонов и фермионов появились как результат эмпирического открытия, которое было понято в период рождения нерелятивистской квантовой механики. Но вскоре они появились как необходимое следствие из общих идей квантовой теории поля. «Элементарные частицы» в нашей повседневной жизни — это электроны, протоны и нейтроны — являются фермионами со спином $1/2$. Фотоны и другие ингредиенты повседневной жизни являются бозонами спина 1. Но что можно сказать о составных частицах, например, о ядрах? Ответ заключается в том, что в тех явлениях, где внутренняя структура ядра не играет роли, например, в химии, биологии, науках о материалах и подобных им, ядра могут рассматриваться как элементарные частицы, удовлетворяющие подходящим правилам симметрии или антисимметрии. Например, ядра He_4 состоят из 4-х фермионов (два протона, два нейтрона). Следовательно, перестановка двух ядер гелия эквивалентна обмену четырех пар фермионов. От каждой пары возникает знак минус при перестановке, но, тем не менее, произведение четырех минусов дает плюс. Таким образом, ядра с четным общим числом бозонов и фермионов являют-

ся бозонами, а если общее число протонов и нейтронов в ядре нечетно, то фермионами. При этом надо сделать важное замечание. Обычно для ядер, так же как и для атомов, существует множество внутренних состояний. Понятие тождественности применимо только к ядрам, находящимся в одинаковом состоянии. Например, два ядра углерода (C^{12}) в одинаковом основном состоянии идентичны, но два ядра могут находиться и в одинаковом возбужденном состоянии, в котором они тоже идентичны. Но тождественность отсутствует, если одно ядро находится в основном, а другое — в возбужденном состоянии. При обычных температурах ядра для данного вещества, окружающего нас, находятся в основном состоянии. Если этот уровень невырожден, то ядра тождественны.

Здесь есть одна забавная деталь, которая следует из квантовомеханического статуса тождественности частиц. Рассмотрим ситуацию, когда два электрона сталкиваются, рассеиваются и разлетаются в различных направлениях. Предположим, что электроны сближаются друг с другом с равными по величине и противоположными по направлению импульсами, так что полный начальный импульс равен нулю. По закону сохранения полный импульс, равный нулю, остается таким и после рассеяния; поэтому импульсы электронов снова будут равны по величине и противоположны по направлению. Пусть θ — угол рассеяния. Сконцентрируемся на функции распределения $P(\theta)$, описывающей распределение вероятностей для рассеяния на угол θ . Это распределение может быть получено, хотя бы в принципе, повторением эксперимента по рассеянию, если на всех рассеивающих направлениях близко друг к другу поставить детекторы. Более реально, вместо повторения эксперимента с одной парой рассеивающихся электронов, рассмотреть рассеяние *пучка* электронов. Сейчас предположим (что действительно дает хорошее приближение), что мы пренебрегаем силами, зависящими от спинов, и считаем, что взаимная потенциальная энергия любой пары является центральной (т. е. фактически кулоновский потенциал, но можно рассмотреть и более общий случай). Рассмотрим две различные ситуации.

(1) Антипараллельные спины: падающие электроны имеют спины, направленные в противоположную сторону вдоль некоторой несущественной оси. Например, электрон идущий слева, имеет спин вверх, идущий справа — спин вниз.

(2) Параллельные спины: спины направлены у обоих либо вверх, либо вниз, независимо от того, какое направление выбрано.

Предположим, что детекторы могут накапливать рассеянные электроны, не чувствуя их спин. Тогда, поскольку мы предполагали, что электрон-электронное взаимодействие не зависит от спина, тогда можно ожидать, что угловое распределение $P(\theta)$ будет одинаково для двух вышеперечисленных ситуаций. Но распределение оказывается неодинаковым. Причина в следующем. Во втором случае, поскольку спины па-

раллельны, спиновая часть волновой функции является симметричной. Но полная волновая функция должна быть антисимметричной, следовательно, антисимметричной должна быть пространственная часть волновой функции. В первом случае волновая функция является линейной комбинацией двух выражений. Одна из них — волновая функция, соответствующая случаю 2, а вторая — полностью симметричная пространственная волновая функция, сопровождаемая антисимметричной спиновой частью. Поэтому пространственные волновые функции в этих двух случаях различны. Таким образом, хотя законы для сил и детекторы спин непосредственно не ощущают, требование комбинирования пространственно-спиновой антисимметрии приводит к эффектам зависимости от спина. Ситуация особенно драматична при $\theta = \pi/2$ (90°). В случае 1, $P(\pi/2)$ имеет ненулевое значение, в то время как в случае 2, $P(\pi/2) = 0$.

Принцип Паули

Правило для фермионов иногда формулируют как утверждение: два фермиона не могут одновременно находиться в одинаково состоянии. Эта формулировка носит имя Вольфганга Паули. Но эта формулировка достаточно неопределенна, поскольку в многочастичных системах собственно не существует понятия *индивидуальных* состояний частиц. Волновая функция системы включает в себя все частицы совместно. Но существуют специальные условия, когда интересующие нас состояния строятся из одночастичных состояний. Пусть v_n — набор одночастичных состояний, которые обозначают функцию от положения \mathbf{r} и квантового спинового числа m_s отдельного фермиона. Одночастичные состояния мы будем отмечать общим индексом n . Для системы из двух тождественных фермионов существует специальный класс двухчастичных состояний, который получается как антисимметризованное произведение одночастичных состояний:

$$u_{nn'}(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{u_n(1)u_{n'}(2) - u_n(2)u_{n'}(1)\}.$$

Аргументы 1 и 2 относятся к координатам и спиновому квантовому числу частиц 1 и 2, соответственно. Ясно, что $u_{nn'}$ является антисимметричной относительно перестановки аргументов 1 и 2. По отношению к такому типу двухчастичных волновых функций можно собственно сказать, что одна из частиц находится в одночастичном состоянии v_n , другая — в одночастичном состоянии $v_{n'}$. Но мы не можем сказать, какая из частиц в каком именно состоянии находится. Это следует, так сказать, из вышеприведенной формулы. Более того, очевидно, что не существует двухчастичного состояния с $n = n'$, в котором оба электрона находятся в одном состоянии. Так срабатывает принцип Паули. То, что

здесь было описано для двух частиц, может быть без труда обобщено на систему из N фермионов. Взяв произведение N одночастичных состояний $v_n(1)v_{n'}(2)v_{n''}(3), \dots$, затем антисимметризуем их, чтобы построить N -частичное состояние $u_{n,n',n''}\dots$. Естественно, что все метки $n, n', n'' \dots$ должны быть различны. Эта многочастичная функция говорит, что один из электронов находится в состоянии v_n , другой в $v_{n'}$, третий в $v_{n''}$ и т. д. Опять же, нет смысла говорить, какой электрон в каком состоянии находится. Они меняются. Для класса многочастичных состояний, описанных здесь, многочастичная задача на собственные значения сводится к решению одночастичной задачи. Возьмем состояние v_n , которое является собственной функцией, соответствующей энергии ε_n . Здесь мы снова будем понимать, что n — это некоторый индекс, позволяющий отличать одно состояние от другого. Теперь нетрудно получить, что собственные функции для N -частичной задачи являются антисимметризованным произведением $u_{n,n',n''}\dots$, как это обсуждалось выше. Собственные функции задаются набором индексов n, n', n'', \dots . Соответствующие уровни энергии получаются как сумма одночастичных энергий:

$$E_{n,n',n''\dots} = \varepsilon_n + \varepsilon_{n'} + \varepsilon_{n''} + \dots \quad (6.1)$$

Этот результат согласуется с нашей интуицией; а именно, что энергия многочастичной системы должна получаться как сумма одночастичных энергий в силу отсутствия межчастичного взаимодействия.

Пришло время остановиться на примерах.

Ферми-газ

Электроны внешних оболочек (валентные электроны) в металлах не связаны с отдельными атомами, а вместо этого движутся в металле более или менее свободно с энергией, которую не совсем верно называют «энергией зоны проводимости». Положительно заряженные ионы практически остаются на месте, образуя регулярную решетку и совершая малые колебания вблизи своего положения равновесия. Конечно, реально электроны зоны проводимости взаимодействуют между собой и с положительными ионами. Было бы неправильно игнорировать эти межчастичные силы. Но мы сделаем нечто подобное и позволим себе очень упрощенное рассмотрение, воплощенное в так называемой свободной модели электронов. К удивлению, это не является грубой ошибкой; эта модель воспроизводит, по крайней мере, некоторую феноменологию. И в то же время она проста.

Одно измерение

В качестве разминки возьмем одномерную задачу. Рассмотрим систему из N тождественных фермионов со спином $1/2$ (назовем их элек-

тронами), которые свободно движутся в одномерном ящике со стенками при $x = 0$ и $x = L$. Мы предположим, что N и L являются макроскопическими (т. е. очень большими). Отношение N/L является средней плотностью (число электронов на единицу одномерного «объема»). Вычислим энергию основного состояния такой системы. В соответствии с обсуждением соотношения (6.1), поскольку мы предполагаем, что электроны не взаимодействуют между собой и не взаимодействуют с ионами, достаточно решить задачу на собственные значения энергии для отдельного свободного электрона в ящике. Мы уже делали это, и результаты приведены в (5.3), исключая то, что энергии мы будем обозначать греческой буквой ϵ , оставляя латинскую E для многочастичной системы. Основное состояние последней мы получим, помещая два электрона (спин вверх, спин вниз) в одночастичное пространственное состояние $n = 1$, далее 2 электрона в $n = 2$, и т. д., до тех пор, пока не разместим все N электронов. Согласно принципу Паули, в одночастичном пространственном состоянии не может находиться больше двух электронов. Для простоты, пусть N является четным, так что максимальное значение n в любом занятом состоянии не может быть больше $n_{\max} = N/2$. (Даже если N нечетно, единицу можно отбросить, если N очень велико.) Энергия основного состояния полной системы равна

$$E_0 = 2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \left\{ 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \left(\frac{N}{2}\right)^2 \right\}.$$

Множитель два перед выражением, стоящим в правой части, равняется числу спиновых состояний для каждого пространственного состояния с индексом n . При больших N , с точностью до $1/N$, сумму можно заменить на интеграл и легко вычислить. Энергия основного состояния, приходящаяся на одну частицу, будет равна

$$\frac{E_0}{N} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{24m} \left(\frac{N}{L}\right)^2. \quad (6.2)$$

Заметим, что энергия, приходящаяся на одну частицу, зависит от N и L только через их отношение; таким образом, энергия зависит только от *плотности* частиц N/L .

Три измерения

Рассмотрим случай N электронов, находящихся в кубическом ящике со стороной L . Нас снова будет интересовать макроскопический предел, в котором число частиц N и объем L^3 одновременно являются большими, но при этом N/L^3 является средней плотностью частиц. Снова вычислим энергию основного состояния. Ситуация повторяет одномерный случай, только теперь мы сошлемся на одночастичный

спектр (5.4). Каждый такой пространственный уровень задается тремя индексами n_1, n_2, n_3 . Состоянию с минимальной энергией соответствует $(n_1, n_2, n_3) = (1, 1, 1)$. Поместим в такое состояние два электрона, со спином вверх и со спином вниз. Далее располагаются вырожденные одночастичные состояния $(1, 1, 2)$, $(1, 2, 1)$ и $(2, 1, 1)$. Поместим в каждое из них по два электрона и будем двигаться далее вверх по энергиям, пока все N электронов не будут использованы. Тогда энергия N -частичного основного состояния будет в точности являться суммой одночастичных энергий. При больших N , пренебрегая поправками $1/N$, сумму можно заменить на интеграл. Тогда энергия основного состояния, приходящаяся на одну частицу, будет равна

$$\frac{E_0}{N} = \frac{3}{5} \varepsilon_F, \quad \text{где } \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{2/3}, \quad V = L^3. \quad (6.3)$$

Так называемая *энергия Ферми* ε_F является энергией наивысшего занятого состояния, когда многочастичная система находится в основном состоянии. Она зависит только от отношения полного числа электронов N к полному объему V , т. е. плотности N/V , взятой в степени $2/3$. Средняя энергия электрона, E_0/N , равна трем пятым от энергии Ферми.

Действие принципа Паули, как нетрудно видеть, очень существенно. Если бы не было этого ограничения, основное состояние N -частичной системы получится в случае, когда все электроны будут находиться в низшем одночастичном состоянии. В этом случае E_0/N будет пропорционально отношению $1/L^2$, которое, по существу, равно нулю для макроскопических L . Принцип Паули заставляет электроны разместиться в интервале от наиминимального состояния до уровня Ферми. Для электрических плотностей, которые дают вклад в зону проводимости реальных металлов, энергии Ферми обычно составляют от одного до десяти и более электрон-вольт. Во многих случаях эти энергии можно воспринимать как большие в том смысле, что они сравнимы с тепловой энергией $k_B T$. Здесь k_B является константой и T , как всегда, является температурой по абсолютной шкале (абсолютный нуль соответствует -273° стоградусной шкалы). Удобно определить температуру Ферми с помощью соотношения

$$k_B T_F = \varepsilon_F.$$

Характерные температуры Ферми меняются от нескольких десятков тысяч до нескольких сотен тысяч или около того, градусов Кельвина! Таким образом, для металлов при любой реальной температуре $T \ll T_F$.

Конечно, даже в рамках модели свободных электронов, для того, чтобы понять роль зоны проводимости в металлах, необходимо учитывать не только основное состояние, но и возбужденные. Любое многочастичное состояние характеризуется тем, какие одночастичные состояния заняты. Для многочастичного основного состояния заняты все

одночастичные состояния до уровня Ферми, но не выше его. Для возбужденных многочастичных состояний занятыми оказываются некоторые состояния выше уровня Ферми. Соответственно, оказывается незанятой некоторая часть одночастичных состояний ниже уровня Ферми (незаполненные состояния ниже уровня Ферми часто называют «дырками»). При любой конечной температуре ферми-газ электронов соответствует смеси энергетических собственных состояний. При нормальной температуре в этой смеси доминирует основное состояние, поскольку среди возбужденных состояний, в которые дает вклад лишь малая часть электронов, представлены лишь низкоэнергетические уровни. Только эти электроны, находящиеся над уровнем Ферми, дают электронный вклад в свойства металлов, например, в теплопроводность и электропроводность. Это происходит потому, что электроны ниже уровня Ферми не могут быть легко адсорбированы или дают малый вклад в энергии, соответствующие явлениям при обыкновенных температурах: соседние состояния выше и ниже уровня Ферми по большей части уже заняты, а принцип Паули не позволяет заполнять их дополнительно.

Удивительным свойством ферми-газа является то, что даже при очень низких температурах — в частности, даже при абсолютном нуле температур — в нем существует ненулевое давление. Рассмотрим этот температурный предел. Возьмем систему в основном состоянии при $T = 0$; как видно из (6.3), энергия этого уровня является функцией только объема V . Чем меньше объем, тем больше энергия. Сжимая газ, можно увеличить энергию за счет работы силы, например, если одна из стенок действует как поверхность поршня. Это и приводит к давлению, которое газ оказывает на стены. Поэтому давление P можно получить, взяв производную со знаком минус от энергии по объему. Если это сделать, то получим, что произведение давления и объема равно

$$\text{ферми-газ: } PV = \frac{2}{5} N\varepsilon_F. \quad (6.4)$$

Для сравнения приведем ту же величину для классического *идеального газа*, который рассматривают в школе:

$$PV = Nk_B T. \quad (6.4')$$

При $T = 0$ в идеальном газе давление отсутствует. А в квантовом газе существует. Для температур, больших по сравнению с температурой Ферми, уравнение состояния ферми-газа сводится к классическому идеальному газу. Но в области $T \ll T_F$ поведение квантовой системы существенно отличается от классической. В этой области можно сказать, что ферми-газ является *вырожденным*, и говорят о *вырожденном давлении*.

Электроны зоны проводимости в металлах находятся как раз в вырожденном режиме, так что вырожденное давление вносит важный вклад

в коэффициент объемного сжатия металла (коэффициент объемного сжатия связывает изменение давления с соответствующим изменением объема). Вырожденное давление играет важную роль в космических явлениях. Нормальные звезды, подобные нашему собственному Солнцу, состоят, в основном, из электронов и ионов водорода и гелия. Водород сгорает, превращается в гелий, позитроны и нейтрино в результате, конечно, не химических, а ядерных реакций. Электроны и другие частицы находятся в режиме идеального газа, при котором температура и плотность согласованы друг с другом так, что давление газа стабилизирует звезду относительно гравитационного коллапса. Угроза гравитационного коллапса, конечно, остается, поскольку гравитационные силы являются притягивающими; они стараются собрать все частицы материи вместе. Давление газа мешает этому. По мере того как водород выгорает, звезда начинает сжиматься. Это приводит к увеличению плотности и, следовательно, к увеличению температуры; в конечном счете электронный газ переходит в вырожденный режим. Если звезда не слишком массивна, и гравитационные силы не слишком сильны, вырожденного электронного давления будет достаточно, чтобы снова стабилизировать звезду, теперь уже в новом обличье белого карлика. Ограничение на массу, впервые полученное Чандрасекаром, составляет примерно 1,4 солнечных массы. В стадии белого карлика звезда не выгорает, но становится очень горячей благодаря энергии, выделяющейся при гравитационном коллапсе, который привел к этой стадии. В последующую эпоху звезда остывает. Типичная плотность белого карлика в 10^7 раз больше плотности Солнца. Радиус такой звезды примерно равен земному. Температура в центре составляет около 10^7 градусов по стоградусной шкале. Хотя это кажется большим значением, все же оно мало по сравнению с температурой Ферми, составляющей около 10^{11} градусов. По мере сближения электронов белый карлик будет стремиться к абсолютному нулю температуры.

Если звезда слишком массивна, чтобы электронный газ мог спасти ее от гравитационного коллапса, она переходит в состояние с такой высокой плотностью, что превращается в систему нейтронов. Электроны и протоны постепенно исчезают в результате реакции электрон + протон \rightarrow нейтрон + нейтрино, после чего нейтрино улетают за пределы звезды. Если звезда не *очень массивна*, вырожденное давление нейтронов может обеспечить стабильность звезды против гравитационного коллапса. В конечном итоге звезда становится нейтронной звездой, или *пульсаром*. Детальный анализ поведения в этом случае более сложен по сравнению с белыми карликами, поскольку нейтрон-нейтронное взаимодействие является настолько сильным, что считать нейтронную звезду газом взаимодействующих фермионов просто нереалистично. В остальных случаях, если звезда слишком массивна, чтобы ее могло спасти превращение в нейтронную звезду, и если ей не удастся сбросить избыток массы в виде взрыва сверхновой, она неизбежно кол-

лапсирует в черную дыру. Квантовая механика черных дыр в настоящее время является объектом активных исследований.

Атомы

Одноэлектронный атом не представляет собой проблемы. Точное аналитическое решение задачи на собственные значения энергии для многоэлектронных атомов пока недостижимо. На самом деле, с увеличением числа электронов проведение численного исследования становится довольно безнадежным делом даже для современных компьютеров. Но за время исследования этой теперь уже достаточно хорошо изученной области было предложено много различных приближений, основанных на приемлемых физических представлениях (тем не менее, эти приближения требуют достаточно объемных численных расчетов). Важность моделирования, если это хорошее моделирование, состоит в том, что оно развивает физическую интуицию и дает основы для организации, интерпретации и обмена численными результатами. В последующем изложении мы будем игнорировать силы, зависящие от спина, и релятивистские поправки. Многоэлектронные атомы сложны сами по себе.

Если мы проигнорируем силы, с которыми электроны взаимодействуют друг на друга, так что их можно будет рассматривать как независимо движущиеся в притягивающем потенциале, то задача решается легко. Многочастичные состояния будут антисимметризованными произведениями одночастичных состояний, а соответствующие энергии будут суммой одночастичных энергий — все это уже обсуждалось. Поэтому достаточно решить одночастичную задачу. Более того, для случая кулоновского потенциала такая задача уже рассмотрена аналитически. Плохо то, что пренебрежение электрон-электронным взаимодействием является не слишком удачной идеей. Чтобы это почувствовать, достаточно рассмотреть основное состояние двухэлектронного атома. Для отдельного электрона в поле ядра с атомным числом Z уровни энергии определяются из соотношения (5.15). В дальнейшем мы заменим обозначение E_n на символ ε_n , под которым будем понимать одночастичную энергию. Численно эти значения равны

$$\varepsilon_n = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ эв.}$$

Для двухэлектронных атомов, если игнорировать электрон-электронное взаимодействие, основное состояние будет включать в себя два электрона с противоположными спинами в одном пространственном состоянии. Для гелия ($Z = 2$) полученное таким образом состояние будет иметь энергию $-108,8$ эв. Но экспериментальное значение равно $-78,9$ эв. Расхождение довольно существенно. Поэтому игнорировать

электрон-электронное взаимодействие — действительно не очень хорошая мысль. То же самое касается атомов с большим числом электронов.

Следовательно, необходимо рассмотреть такой подход, который позволил бы учесть эти взаимодействия в некотором приемлемом приближении, которое к тому же поддавалось бы вычислениям. Природа исследуемых приближений будет частично зависеть от типа рассматриваемых вопросов (например, будут ли они учитывать основное и низколежащее состояния или только сильновозбужденные состояния атома); а частично — от понимания «вычислимости». Например, исключительно для основного и низколежащих состояний можно предложить следующий подход, который объективно очень хорош при описании, но не так прост в вычислительном плане. В многоэлектронном атоме на любой электрон, как и на ядро, действуют все другие электроны. Если для них известно пространственное распределение вероятности, можно вычислить полную силу, действующую на электрон с учетом этого распределения электронов и, конечно, ядер. Это означает, что можно вычислить *эффективный потенциал*, действующий на электроны — потенциал, свой вклад в который дают все другие электроны. Но это распределение вероятностей неизвестно, пока не решена задача на собственные значения энергии, так что мы оказываемся в замкнутом круге. Однако были придуманы различные приближения, для которых можно сначала сделать простейшие предположения о природе эффективного потенциала, а затем улучшать его самосогласованным образом. После этого можно считать, что электроны движутся независимым образом в образуемом ими эффективном потенциале, предполагая (если оптимистично опустить некоторые вопросы), что электрон-электронные силы учитываются, по крайней мере, в некотором приближении. Обычно при этом идут чуть дальше и ограничиваются нахождением приемлемого *центрального* потенциала.

Процедура получения эффективного потенциала является довольно технической, поэтому мы лишь упомянем названия двух наиболее известных подходов: приближение Хартри – Фока и модель Томаса – Ферми. После того, как эффективный центральный потенциал $V_{\text{эфф}}$ каким-либо способом найден, решение задачи о многочастичных связанных состояниях сводится к одночастичной задаче в этом потенциале. Этот потенциал, конечно, больше не соответствует закону Кулона $1/r$. Он ведет себя более сложным образом, поэтому одночастичная задача на собственные значения не может быть решена аналитически. Здесь могут помочь современные компьютеры. Но теперь можно вздохнуть свободно, поскольку многочастичная задача сведена к одночастичной. Конечно, хороший эффективный потенциал все равно трудно придумать и рассчитать. Связано это с тем, что он не является универсальным, потенциал различен для различных атомов (у которых разное число электронов).

Предположим, что мы хотим получить эффективный потенциал для основного состояния (или некоторых низколежащих возбужденных со-

стояний) нейтрального атома с Z электронами. Чтобы получить приемлемый эффективный потенциал $V_{\text{эфф}}$, мы должны учесть некоторые ограничения.

(1) Поскольку электрон движется вблизи ядра, в этом случае вблизи ядра будет доминировать незэкранированный кулоновский потенциал. Мы можем ожидать, что

$$V_{\text{эфф}}(r) \rightarrow -\frac{Ze^2}{r} \quad \text{при } r \rightarrow 0.$$

(2) Когда электрон движется далеко от ядра и остальных электронов, они кажутся маленькой капелькой вещества (ядро экранировано оставшимися $Z - 1$ электронами) с полным зарядом e ; так что можно ожидать, что

$$V_{\text{эфф}}(r) \rightarrow -\frac{e^2}{r} \quad \text{при } r \rightarrow \infty.$$

На не очень больших и не очень малых расстояниях функция $V_{\text{эфф}}$ будет являться более сложной.

Независимо от деталей этого потенциала, поскольку он является центральным (по конструкции), мы знаем, что наблюдаемая величина, соответствующая одночастичной энергии, коммутирует с переменными углового момента L^2 и L_z , а также со спиновой переменной S_z электрона (см. обсуждение центрального потенциала в гл. 5). Поэтому одночастичные собственные состояния энергии отличаются квантовыми числами орбитального углового момента l и m_l , спиновым квантовым числом m_s и главным квантовым числом n . Соответствующие одночастичные энергии $\varepsilon_{n,l}$ зависят только от n и l . Отметим, что кратность вырождения равна $2(2l + 1)$, где множитель 2 определяется тем фактом, что m_s может принимать только два значения $1/2$ (направление спина вдоль оси x) и $-1/2$ (спин вниз), множитель $(2l + 1)$ — число возможных значений квантового числа m_l . Для данных l , m_l , m_s , главное квантовое число n является индексом, который различает состояния с различной энергией. По традиции, для данного l нумерация начинается с $n_{\text{min}} = l + 1$.

В этот момент удобно ввести некоторые общепринятые обозначения, которые используются как в атомной физике, так и других разделах. Каждому значению l сопоставим некоторую букву алфавита:

Значение l	Обозначение
0	s
1	p
2	d
3	f
\vdots	\vdots

После f список продолжается вниз по алфавиту. Только пропущена буква e , чтобы не путать с электрическим зарядом. Конечно, можно исходить из букв, заменяя их на численные значения l . Но если использовать буквы для обозначения l и числа для главного квантового числа n , то получатся такие комбинации, как $2s$, $4p$, и так далее, обозначающие одночастичные состояния ($n = 2$, $l = 0$), ($n = 4$, $l = 1$) и так далее. Но никогда не будет выражения $3f$, поскольку оно нарушает соглашение, что n не может быть меньше $l + 1$.

В соответствии с эти соглашением, энергия $\varepsilon_{n,l}$ повышается, если при данном l понижается n . Вырождение по l , которое существует в кулоновском потенциале, теперь уже может и не быть. Мы не выписываем здесь численных значений энергий одночастичных состояний.

Они будут меняться от одного атома к другому, поскольку эффективные потенциалы для разных атомов тоже разные. Но хотя эффективные потенциалы могут быть разными, мы можем использовать для них использовать те же обозначения энергетических уровней. Для типичных атомов последовательность индексов будет $1s$, $2s$, $2p$, $3s$, $3p$, $\{4s, 3d\}$, $4p$, $\{5s, 4d\}$, $5p$, $6s$, $\{5d, 4f\}$, $6p$, $7s$, $\{6d, 5f\}$. За пределы этой последовательности выходить обычно нет необходимости, даже для урана. Фигурные скобки объединяют уровни, которые близки по энергиям. Их относительный порядок для некоторых атомов может меняться. Здесь можно еще заметить, что при данном l пространственная волновая функция начинает быстрее расти в радиальном направлении, по мере увеличения главного квантового числа n . Это означает, что средний радиус $\langle r \rangle$ растет с увеличением n . Кроме того, если смотреть зависимость от l при данном n , то получается, что при увеличении l волновая функция становится все более сильно подавленной вблизи ядра. Это соответствует проявлению центробежного отталкивания при больших l . Чтобы закончить это обсуждение, еще раз заметим, что построение эффективного потенциала является приближением, которое используется, как обсуждалось выше, чтобы изучать основное состояние многоэлектронного атома и, с меньшим основанием, низлежащие возбужденные состояния.

Теперь мы готовы перейти к атомам. В обсуждавшемся приближении любое состояние многоэлектронного атома полностью определяется списком одночастичных состояний, которые заняты. Напомним, что последние нумеруются четырьмя квантовыми числами n , l , m_l , m_s , а уровни энергии $\varepsilon_{n,l}$ зависят только от n и l . В соответствии с принципом Паули, числа заполнены могут быть только 0 и 1. Однако, хотя два электрона не могут обладать всеми четырьмя квантовыми числами, два или больше электронов могут иметь одинаковые n и l и находиться в состоянии с одинаковой одночастичной энергией, соответствующей состояниям, отличающимся m_l и m_s . Множество $2(2l + 1)$ одночастичных состояний, различающихся по m_l и m_s , но обладающих одинаковыми

квантовыми числами n и l образуют то, что принято называть *оболочкой*. Тогда ns -оболочка может принять до двух электронов, np -оболочка — 6 электронов, nd -оболочка — до 10 электронов, и т. д.

Начнем с гелия. Ясно, что основное состояние должно содержать оба электрона в $1s$ состоянии, одно со спином вверх, другое со спином вниз. Поэтому о нем говорят как о $(1s)^2$ *конфигурации*. А про $1s$ оболочку говорят, что она заполнена (или замкнута). Основное состояние гелия является компактным связанным состоянием. Эмпирическая *энергия ионизации*, т. е. энергия, необходимая для того, чтобы удалить один электрон, оставив второй в ионизированном основном состоянии, составляет $I = 24,6$ эв. Это очень много. Поэтому атомы гелия и являются такими химически неактивными. Фактически, очень трудно даже оттащить электрон от атома, чтобы помочь гелию соединиться с другими атомами. Поэтому гелий является инертным газом. Нейтральный атом лития имеет три электрона. $1s$ оболочка не может принять все три, так что основным состоянием лития является конфигурация $(1s)^2(2s)$: два электрона находятся в $1s$ оболочке, оставшийся в $2s$. Если бы можно было игнорировать электрон-электронное взаимодействие, то энергия, необходимая для удаления $2s$ электрона, составляла бы $30,6$ эв, т. е. значение, которое получилось бы из формулы для атома водорода $13,6 Z^2/n^2$ эв, при $Z = 3$, $n = 2$. В другом пределе, если предполагать, что ядерный потенциал максимально экранирован $1s$ электронами, для $2s$ электрона эффективное квантовое число должно составлять $Z^* = 1$. Тогда энергия ионизации составит только $3,4$ эв. Экспериментальное значение энергии ионизации составляет $I = 5,4$ эв. Это значение получается равным $Z^* = 1,3$, как если бы для валентного электрона зарядовый параметр казался снаружи окруженным $1s$ оболочкой. Это соответствует существенному, но не максимальному экранированию.

Атом бериллия имеет четыре электрона в конфигурации $(1s)^2(2s)^2$. Это снова полностью замкнутая оболочка, как у гелия. Но в противоположность гелию, бериллий не является химически неактивным. Это происходит потому, что $2p$ уровень оказался только слегка выше по энергии, чем $2s$ уровень. Другие атомы, которые соединяются с бериллием, используют это, передавая ему малую разность энергии, необходимую для того, чтобы перевести электрон бериллия с уровня $2s$ на $2p$. Полученная энергия выделяется за счет перестройки их собственной электронной структуры, необходимой для возникновения химической связи. Детали химического взаимодействия выходят за пределы нашего краткого обзора атомов. Начиная с бора ($Z = 5$) и проходя через углерод ($Z = 6$), азот ($Z = 7$), кислород ($Z = 8$), фтор ($Z = 9$), неон ($Z = 10$), каждый раз к $2p$ оболочке добавляется по электрону, так что бор имеет конфигурацию $(1s)^2(2s)^2(2p)$; углерод — конфигурацию $(1s)^2(2s)^2(2p)^2$; и так далее до фтора, которому соответствует $(1s)^2(2s)^2(2p)^5$; и неона с конфигурацией $(1s)^2(2s)^2(2p)^6$.

Неон снова является инертным газом. Его оболочки замкнуты. Чтобы удалить у него электрон, надо затратить приличное количество энергии. Фтору не хватает лишь одного электрона для полного заполнения оболочки, что делает его чрезвычайно активным. Химически он очень активен и пытается забрать лишний электрон у окружающих партнеров. Натрий ($Z = 11$) имеет на один электрон больше неона, этот лишний электрон располагается в $3s$ оболочке. Поэтому конфигурацию для натрия можно записать в виде $(\text{Ne})(3s)$, где запись (Ne) символизирует конфигурацию неона. Магний имеет конфигурацию $(\text{Ne})(3s)^2$. Хотя оболочка замкнута, как и в случае бериллия, магний не является инертным, поскольку уровень $3p$ не сильно удален по энергетической шкале от $3s$.

Следующая инертная конфигурация появляется у аргона ($Z = 18$), у которого заполнена $3p$ оболочка. Она имеет вид $(\text{Ne})(3s)^2(3p)^6$. Длинная последовательность от калия до криптона строится на основе конфигурации аргона. Сначала добавляется $4s$ оболочка, потом $3d$ (с малой перестановкой этих конкурентов вдоль последовательности), затем $4p$ оболочка. Как и гелий, неон, а до него аргон, криптон ($Z = 36$) химически инертен. Его конфигурация — $(\text{Ar})(4s)^2(3d)^{10}(4p)^6$. Последовательность от рубидия до ксенона строится на конфигурации криптона добавлением $5s$, $4d$ (с некоторыми перестановками вперед и назад) и $5p$ электронов. Ксенон имеет конфигурацию $(\text{Kr})(5s)^2(4d)^{10}(5p)^6$. Точно так же все происходит и дальше. Но на этом мы закончим обзор атомов.

Немного о тождественных бозонах

Для тождественных бозонов принцип запрета Паули отсутствует. Поэтому здесь нет ограничения на то, сколько из них могут находиться в одинаковом одночастичном состоянии. Действительно, в некоторых отношениях им удобно собираться вместе. Рассмотрим, например, газ свободных бозонов аналогично тому, как это делалось для свободных фермионов: а именно, пусть есть кубический ящик объема L^3 , в котором находятся N тождественных бозонов. Если ящик достаточно большой, то одночастичные уровни будут очень близки друг к другу, если судить по макроскопическим стандартам. До сих пор между фермионами и бозонами не было разницы. Да и как она могла возникнуть, если мы обсуждали одночастичные состояния. Но, в отличие от фермионов, основное состояние газа бозонов будет соответствовать случаю, когда все бозоны находятся на одном, наинизшем, одночастичном уровне. Таким образом, энергия основного состояния системы из N бозонов равна нулю, если система является макроскопической. Но здесь есть еще нечто другое, более важное. Для макроскопической системы бозонов существует целый спектр энергетических уровней, близко расположенных

друг к другу, так что практически спектр можно считать непрерывным, увеличивающимся вверх от основного состояния. При абсолютном нуле температур система должна находиться в многочастичном основном состоянии, но даже при температурах чуть больше нуля можно ожидать, что система займет целый интервал низколежащих N -частичных уровней. Действительно, их так много, и они так близко расположены, что ни один из них, включая и основное состояние, не может иметь большого термодинамического веса. По крайней мере, так можно думать. Но на деле все наоборот! Существует известный термодинамический переход, называемый *конденсацией Бозе – Эйнштейна*, который был предсказан для свободного бозонного газа. Суть его состоит в следующем. Существует определенная критическая температура, выше которой наблюдается обсуждавшаяся ранее картина: нет преимущественного заполнения какого-либо отдельного одночастичного уровня, включая одночастичное основное состояние. Но ниже этой критической температуры конечная часть бозонного *конденсата*, как можно сказать, оказывается в одночастичном основном состоянии. Нам нет необходимости приводить формулу для такой критической температуры. Она определенным, вычислимым образом зависит от массы бозонов и от их плотности. Важно отметить, что этот эффект конденсации проявляется в виде определенных различимых изменений, предсказываемых для различных термодинамических свойств, например теплоемкости, которые проявляются при изменении температуры в окрестности критической точки. Конечно, свободный газ бозонов является идеализацией, но качественное проявление эффекта Бозе – Эйнштейна может наблюдаться и в реальных системах.

Большой практический научный интерес, а также и очарование имеют общие свойства, проявляемые той частью бозонов, которые мы встречаем каждый день — фотонами. Процессы испускания и поглощения фотонов материальными телами, например атомами, требуют знания аппарата квантовой теории поля. Тем не менее, основываясь на планковской формуле излучения для черного тела и привлекая блестящие термодинамические соотношения, Эйнштейн смог достичь глубокого понимания еще в 1917 году, в те дни, когда существовала только старая квантовая теория. Он рассмотрел радиационные переходы между любой данной парой энергетических уровней атома (или молекулы). Пусть E_1 и E_2 обозначают эти энергии, причем $E_2 > E_1$. В дальнейшем будем считать, что мы имеем дело с фотонами с угловой частотой $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$, движущимися в некотором определенном направлении с заданной поляризацией. Поглощение соответствует переходу, при котором атом запрыгивает с уровня 1 на уровень 2, поглощая при этом падающий фотон. Испускание относится к излучению фотона, при котором атом падает с уровня 2 на уровень 1.

Интуитивно понятно (и вполне правильно), что скорость поглощения пропорциональна падающему потоку фотонов. Для излучения, как

показал Эйнштейн, скорость определяется двумя величинами: величиной *спонтанной эмиссии* и *индуцированной эмиссии*. Под спонтанной эмиссией понимают излучение, которое появляется даже в отсутствие предшествующих фотонов поблизости. Индуцированная эмиссия, как и в случае поглощения, пропорциональна потоку предшествующих фотонов того же типа. Тогда, чем больше в окрестности атома фотонов такого типа, тем больше атом стремится испустить еще один. В этом смысле фотоны предпочитают находиться вместе. А описанное явление индуцированной эмиссии составляет ядро процессов в лазере. Схематичное описание выглядит так: сначала имеется система неизлучающих атомов, в которой начинает возникать спонтанная эмиссия, причем полученное излучение удерживается в системе так, что его интенсивность начинает увеличиваться за счет индуцированной эмиссии.

Сверхпроводимость является другим явлением, в котором хорошо проявляется «совместное» поведение бозонов. Многие металлы, хотя и не все, теряют свое электрическое сопротивление при температуре, ниже некоторой критической. Температура перехода T_c очень низка для традиционных «низкотемпературных» сверхпроводников, ниже нескольких десятков градусов от абсолютного нуля температур, хотя и не так мала для совсем недавно открытого класса «высокотемпературных» сверхпроводников, где T_c в некоторых случаях больше сотни градусов от абсолютного нуля. То, что действительно отличает сверхпроводники от обычных проводников — так это их поведение в магнитном поле. Если металл, предварительно охлажденный до сверхпроводящего состояния помещают во внешнее магнитное поле, то оно не проникает внутрь сверхпроводника (оговорка: магнитное поле не должно быть слишком сильным). Но предположим, что магнитное поле в образце существовало тогда, когда он был еще в нормальном состоянии. Если теперь образец охлаждать, то магнитное поле будет выталкиваться из образца. Теперь удалим источник *внешнего* поля. В пространстве вне проводника остается магнитное поле, создаваемое электрическими токами, индуцированными на поверхности металла внешним полем перед тем, как оно было удалено. Поскольку сверхпроводник не имеет сопротивления, эти токи, индуцированные однажды, сохраняются. Предположим, что образец выбран в виде кольца. Тогда будет существовать захваченный магнитный поток, проходящий через область, охваченную кольцом. Величина захваченного потока, конечно, будет зависеть от напряженности внешнего магнитного поля, которое первоначально присутствовало, а она могла принимать любое значение — поскольку является непрерывно меняющейся величиной. Квантовомеханический сюрприз состоит в том, что величина захваченного магнитного потока после отключения внешнего поля будет дискретной величиной, равной целому числу, умноженному на квант потока $2\pi\hbar c/Q$, где $Q = 2e$ (e — величина заряда электрона).

Как все это связано с тождественными бозонами? Электрический ток в металлах переносится движущимися электронами; и эти электроны являются фермионами, а не бозонами. Но существует интересный эффект, который срабатывает в сверхпроводниках (в последующем мы будем иметь в виду низкотемпературные сверхпроводники). Кулоновские силы между любой парой электронов, конечно, являются отталкивающими (заряды предпочитают отталкиваться). Но электроны в металлах взаимодействуют также и с положительными ионами, образующими металлическую основу. Ионы практически не двигаются, а лишь колеблются вблизи положения равновесия. Из-за наличия этих колебаний сила, с которой один электрон действует на другой, не является непосредственно силой Кулона. Это происходит потому, что электрон воздействует на колеблющуюся систему ионов, а те, в свою очередь, уже действуют на другой электрон. Конечный результат, образно говоря, состоит в том, что электроны объединяются в пары; связанная система из двух фермионов является бозоном и имеет заряд $Q = 2e$. Таким образом, система с N электронами проводимости в сверхпроводящем состоянии может приближенно рассматриваться как система таких бозоноподобных пар. При низких температурах эти бозоны занимают одно и то же состояние. В нормальных проводниках электрическое сопротивление появляется из-за того, что движущиеся электроны теряют энергию при столкновениях между собой и с ионами. В сверхпроводниках электроны, связанные в пары, практически не распадаются и сопротивление отсутствует.

Что происходит?

Квантовая механика работает с вероятностями. Наблюдатели в основном имеют дело с фактами при интерпретации показаний детекторов, треков на фотоэмульсии, щелчков счетчика Гейгера и т. д. Поэтому основной вопрос сводится к тому, как вероятности превратить в факты? Формальный ответ состоит в том, что это преобразование имеет место каждый раз, когда над квантовой системой производится измерение. Как мы знаем: операционно — это правильный ответ, но он слишком сбивает с толку. Измерительная процедура с этой точки зрения воспринимается как лежащая вне вероятностной структуры квантовой механики. Когда амплитуда включается, она накладывает свой отпечаток и совершает определенный отбор среди конкурирующих альтернатив, при этом волновая функция системы «коллапсирует» в выбранное состояние. В серии повторяющихся экспериментов с одинаковыми исходными условиями измерительная аппаратура будет приводить к различным выборам, вероятностное распределение которых диктуется правилами квантовой механики. Но в каждом отдельном измерении будет появляться некоторый частный результат.

Проблема в том, что аппаратура A_1 , используемая для измерения, тоже является частью природы, как и исследуемая квантовая система Q_1 . Вместе они образуют большую квантовую систему Q_2 , относительно которой квантовая механика позволяет задавать только квантовые вопросы. Конечно, если добавить аппаратуру A_2 , которая будет «внешней» по отношению к Q_2 , то в результате измерений значения, которые будут появляться, снова будут случайными величинами в каждый момент времени. Но мы должны считать и A_2 частью природы, поэтому нужно воспринимать $Q_2 + A_2$ как еще большую квантовую систему и только в этом случае мы получим вероятность. И так далее. При этом кажется, что ничто внутри квантовой механики не говорит о том, как превращать вероятность в реальные величины.

Начнем с примера. Предположим, что квантовая система — это отдельная частица со спином. Чтобы избежать усложнения, несуществвен-

ного в данном обсуждении, будем считать частицу электрически нейтральной; пусть она будет нейтроном (или нейтральным атомом). Предположим, что наблюдатели интересуются проекцией спина частицы на некоторое выбранное направление. Хотя нейтрон электрически нейтрален, он имеет магнитный момент (как и многие нейтральные атомы), что дает возможность проявиться спину. Это стандартный прием, использованный еще О. Штерном и В. Герлахом, которые, используя неоднородное магнитное поле, смогли измерить спиновую компоненту вдоль выбранного направления, скажем, вдоль оси z . Так происходит потому, что неоднородное магнитное поле создает силу, действующую на магнитный диполь, пропорциональный спиновому угловому вектору частицы. Проходя через прибор, волновой пакет нейтрона отклоняется в одном направлении (например, вправо), если спин направлен вверх, и в другом направлении (влево), если спин направлен вниз. Детекторы располагаются слева и справа от прибора. Если детектор справа регистрирует нейтрон, то это означает, что у него спин направлен вверх; если срабатывает детектор слева, значит, его спин направлен вниз. Можно считать, что детекторы соединены с измерителем, стрелка которого сдвигается к отметке M^+ для спина вверх и в положение M^- для спина вниз. Нейтральное положение отметим как M^0 . Тогда ситуацию можно охарактеризовать следующим образом. Предположим, что стрелка находилась в нейтральном положении M^0 перед тем, как в прибор попал нейтрон со спином вверх. Обозначим это начальное положение как $(\uparrow M^0)$. Если предположить, что нейтрон двигается внутри прибора, не меняя направления спина, то состояние после детектора будет равно $(\uparrow M^+)$. Переход от состояния до измерения к состоянию после измерения можно записать в виде

$$(\uparrow M^0) \rightarrow (\uparrow M^+). \quad (7.1)$$

Если спин направлен вниз, изобразим его как \downarrow и запишем переход в результате измерения в виде

$$(\downarrow M^0) \rightarrow (\downarrow M^+). \quad (7.2)$$

Конечно, во всем этом присутствует довольно значительная идеализация. Мы полагаем, что каждое измерение выполняется идеальным образом. Но ошибки неизбежны. Например, отклонения влево и вправо, о которых мы говорим, относятся к центру масс волнового пакета нейтрона. Поскольку после начала движения такого пакета он уширялся и продолжает уширяться все время движения, может случиться так, что пакет, отклонившийся вправо (влево), чуть-чуть перекроется с детектором слева (справа). Однако на практике такая ошибка может быть сделана пренебрежимо малой. Другая идеализация состоит в следующем. Мы рассматривали измерительную аппаратуру, считая, что все определяется положением стрелки, и предполагая, что существуют только три

возможных квантовых состояния M^+ , M^- и M^0 . Это, конечно, допустимая ложь. Прибор является макроскопической системой, образованной астрономическим числом атомов. Пространство их состояний просто чудовищно. Однако все они могут быть организованы в три очень больших семейства, классифицированных по наблюдению положения стрелки. Пометим на измерительной шкале три интервала, не перекрывающиеся между собой и соответствующие «спину вверх», «нейтральному положению» и «спину вниз». Целый класс состояний, соответствующих положению стрелки в интервале «спин вверх», мы и будем обозначать совместно как M^+ ; аналогично и для двух других интервалов. Если прибор спроектирован правильно, то для случая «спин вверх» он будет переходить из любого состояния в семействе M^0 к некоторому состоянию в семействе M^+ (но не к каким-либо состояниям в M^0 или M^-); аналогично и для спина вниз. Так что существует множество микроскопических и даже макроскопических причин, из-за которых основной результат не меняется; например, на корреляцию результатов на шкале и направление спина не влияет (не будем останавливаться на причинах) температура прибора; возможные малые удары по оболочке прибора, фирменный знак, впечатанный в магнит и т. д.

Пределы, в которых экспериментальное устройство действительно демонстрирует идеальное поведение, соответствующее (7.1) и (7.2), иногда, в принципе, могут быть определены чисто внутри квантовой механики, без ссылок на «внешнего» наблюдателя. Для данного полного набора аппаратуры можно *в принципе* найти все существенные квантовые состояния, организовать их в три класса, описанных выше, затем решить уравнение Шредингера для того, чтобы проверить, как результаты соответствуют (7.1) и (7.2). В реальности, конечно, такое полнокровное квантовое вычисление дело безнадежное. Более благоразумно, проектируя и используя макроскопические устройства с точки зрения экспериментатора, полагаться на совокупность классических причин, тонкого мастерства и эмпирического опыта.

В связи с примером по измерению спина, можно заметить, что состояния спин «вверх» и спин «вниз» не полностью характеризуют состояние нейтрона. Его состояние определяется также переменными положения. Действительно прибор Штерна чувствует корреляцию между пространством и спином, что используется как основа для определения спина. Пакет со спином вверх отклоняется вправо, пакет со спином вниз — влево. Если вы, например, определили, что пакет отклонился вправо, вы можете считать, что его спин направлен вверх. Эту корреляцию легко доказать теоретически в рамках квантовой механики. Но вопрос состоит в том, чтобы фактически узнать на эксперименте, куда отклонился пакет? Например, вы можете поинтересоваться, какой из детекторов сработал. Как вы узнаете, который из них сработал? Ответ, например, можно получить по положению стрелки. Но как определяется это положение? Вы може-

те организовать все так, что если игла в точке M^+ , то производится голубая вспышка, а если в M^- , то красная. Но кто будет наблюдать за этими вспышками? И так далее. Внутри собственного формализма квантовая механика предсказывает корреляции: если так, то будет то. Но когда существует несколько конкурирующих возможных результатов эксперимента, квантовая механика не может подсказать нам, какой из случаев реализуется в действительности.

Ситуация еще больше драматизируется, если мы спросим, что произойдет, когда падающий нейтрон находится в состоянии Ψ , которое является суперпозицией состояния спин вверх и спин вниз,

$$\Psi = a \uparrow + b \downarrow, \quad (7.3)$$

где a и b являются константами, удовлетворяющими нормировке $|a|^2 + |b|^2 = 1$, где $|a|^2 = a \cdot a$, и т. д. Если измерительная аппаратура удовлетворяет уравнениям (7.1) и (7.2) для чистых случаев со спином вверх и спином вниз, то из линейного характера уравнения Шредингера *незаметно* следует, что получающееся на выходе состояние будет выражаться правой стороной следующей формулы измерительного процесса:

$$\Psi \rightarrow a(\uparrow \cdot M^+) + b(\downarrow \cdot M^-). \quad (7.4)$$

Интерпретация состояния, которое получается из измерения, состоит в следующем: вероятность того, что спин направлен вверх и стрелка попадает в интервал вблизи M^+ , равна $|a|^2$; вероятность того, что спин направлен вниз и стрелка находится в интервале вблизи M^- , равна $|b|^2$. Бросается в глаза, что для экспериментальных установок, удовлетворяющих уравнениям (7.1) и (7.2), отсутствуют слагаемые вида $(\uparrow M^-)$ и $(\downarrow M^+)$. Относительно двух возможностей, которые проявляются в (7.4), ничто не говорит нам о том, которая из них реализуется, т. е. попадет ли стрелка в один интервал, или в другой. В математике уравнения Шредингера не заложено коллапса (схлопывания) волновой функции.

Конечно, если вы случайно узнаете, что фактически стрелка находится в одном конкретном интервале, скажем M^+ , вы сможете сделать некоторый предварительный выбор относительно последовательности измерений на нейтроне. Вы можете считать (должны считать!) что спин нейтрона направлен вверх. При этом вы будете действовать так, как если бы волновая функция действительно схлопнулась на состояние спин вверх. *Но как вы можете узнать, где же установилась стрелка?* Не получается ли так, что цепь корреляций приводит к определенному измерению лишь после того, как появляется некто, наблюдатель, действующий извне и определяющий выбор измерения? Эту возможность, среди многих других, отстаивал Эуген Вигнер. Принято считать, что трудно фальсифицировать, а также трудно основать и трудно принять все это

без того, чтобы не прийти к некоторому солипсизму выбора. Но какому солипсизму? Рассмотрим ситуацию с *приятелем Вигнера*. Вигнер хочет знать, какой из цветов загорелся, красный или голубой. Друг говорит: «загорелся голубой цвет». «Да, но каков был результат перед тем, как я спросил?» Появилось ли понимание у Вигнера, что волновая функция сколлапсировалась на состоянии спин вверх только на стадии, когда его друг произнес ответ? Или коллапс произошел в более ранний момент, когда голубой цвет зарегистрировался в сознании другого наблюдателя, приятеля Вигнера?

Шредингеровский кот

Очень известный вариант предыдущего рассуждения был причудливо представлен Шредингером в его длинной статье по интерпретации квантовой механики. Вообразим дьявольский эксперимент, в котором кот заключен в закрытую клетку. Кроме кота, в клетке находятся счетчик Гейгера и радиоактивное вещество с вероятностью распада одного атома порядка 50% за один час. Если атом распадается, то срабатывает счетчик Гейгера, одновременно с чем возникает цепь событий, в результате которых выделяется синильная кислота, мгновенно убивающая кота. Как квантовая механика будет рассматривать ситуацию, которая возникает в момент поднятия крышки? У нас нет предпочтения в рамках полной системы — клетки и ее содержимого. Поэтому волновая функция всей системы будет включать в себя состояния кота как живого, так и мертвого. Это интересно! Такая используемая суперпозиция может быть хороша для атомов, ну а для кота? Конечно, внешний наблюдатель, открыв после определенного момента крышку, обнаружит его либо живым, либо мертвым. Но не существует физического наблюдения, которое позволяло бы увидеть их суперпозицию; таким образом, это состояние с суперпозицией не является собственным для любого воображаемого наблюдателя. Наблюдатель (или то, что вместо него — например, скрытая камера) определяют выбор между жизнью и смертью в этой жестокой истории. Что можно сказать о коте? Как он себя чувствует? Напомним, что он совсем не является внешним наблюдателем. И будет ли его смерть гарантирована лишь в тот момент, когда наблюдатель поднимет крышку?

Мы, как и все из нас, каждый день находимся на положении кота Шредингера. Когда вы пересекаете улицу на красный свет в час пик, существует ненулевая вероятность, что вас насмерть соьет машина. Для внешнего наблюдателя, который захочет проверить ваше состояние после некоторого времени, отведенного на пересечение улицы, вы находитесь в затруднительном положении кота: вы находитесь в суперпозиции состояний жив и мертв. В общем, для внешнего наблюдателя, который проверит вас в некоторый будущий момент времени относительно

любого вида различий живой — мертвый; богатый — зажиточный — бедный; лысый — волосатый; и т. д., вы, как и все мы, находитесь в суперпозиции по всем возможным результатам. Так что наша гибель, рассчитанная через вероятности, не является полным сюрпризом. Это достаточно знакомо по повседневной жизни. Что действительно вызывает суеверие, так это то, что для внешнего наблюдателя мы находимся в суперпозиции до тех пор, пока не сделано наблюдение.

Задержанный выбор

Рассмотрим установку на рис. 7.1 а. Луч монохроматического света, созданного на источнике S , попадает в полупосеребрянное зеркало (разделитель луча) в A . Часть луча отражается в обыкновенном зеркале в B ; другая часть, скажем, равной интенсивности, передается на обыкновенное зеркало в C . Фотонные детекторы обозначены на рисунке D_1 и D_2 . Луч отражается от B в направлении детектора D_2 ; а от C — в направлении детектора D_1 . Если интенсивность источника достаточно мала, то детекторы будут создавать отдельные щелчки, каждый щелчок соответствует получению фотона. Некоторые из них зарегистрируются D_2 , другие — D_1 . Если все будет так, как мы настроили, то отношение этих щелчков будет 50 : 50. Для образования класса событий можно сказать, что фотон проходит путь $A \rightarrow B \rightarrow D_2$ в одном классе, и $A \rightarrow C \rightarrow D_1$ в другом. Эта картина очень напоминает движение частиц. Отдельные щелчки на детекторах говорят нам о том, что свет состоит из фотонов и что каждый из них проходит тот или иной путь.

Рассмотрим теперь рис. 7.1 б. Он похож на рис. 7.1 а, за тем исключением, что на пути луча помещено полупосеребрянное зеркало D . При этом только один из детекторов, D_1 , начинает регистрацию фотонов; D_2 их не чувствует! Нечто подобное мы уже видели на эксперименте с двумя щелями. То, что мы наблюдаем с наполовину посеребрянным зеркалом, вставленным в D , — это волновая сторона квантовой механики. Для каждого из двух путей на рис. 7.1 а существует *амплитуда* вероятности. Если полупосеребрянное зеркало в точке A срабатывает, то вероятности относятся как 50 : 50. На рис. 7.1 б, полупосеребрянное в точке D приводит к сдвигу относительной фазы двух амплитуд, так что они гасят друг друга в детекторе D_1 (так мы их настроили) и усиливают в D_2 . Изменение в классе обсуждаемых экспериментов связано с «задержанным выбором». Вставляя (полупосеребрянное) зеркало в точку D , мы слышим, что D_1 время от времени издает щелчки, в то время как D_2 молчит. После этого, по внезапному желанию, удалим зеркало D . Теперь щелчки детектора D_2 будут раздаваться вперемешку со щелчками D_1 . Но здесь возникает квантовомеханический сюрприз. Может произойти так, что D_2 (а не D_1), сразу после того, как убрали зеркало, будет издавать щелчки. Если зеркало убрали быстро, то фо-

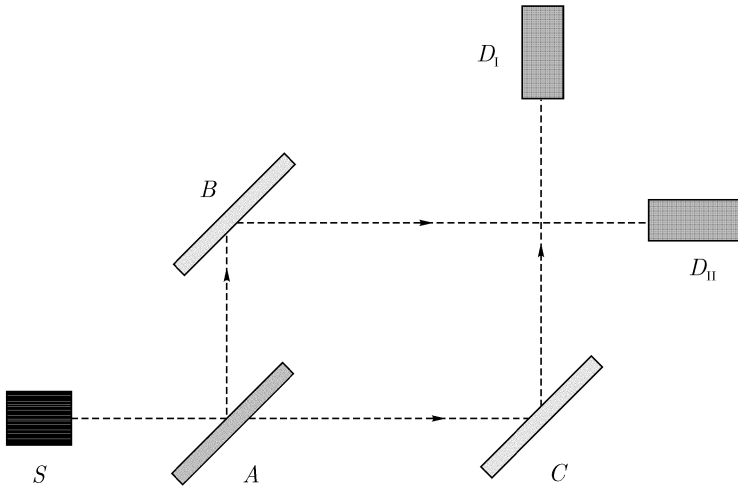


Рис. 7.1 а. Установка, соответствующая разделу «задержанный выбор», которая показывает частицеподобные аспекты явления.

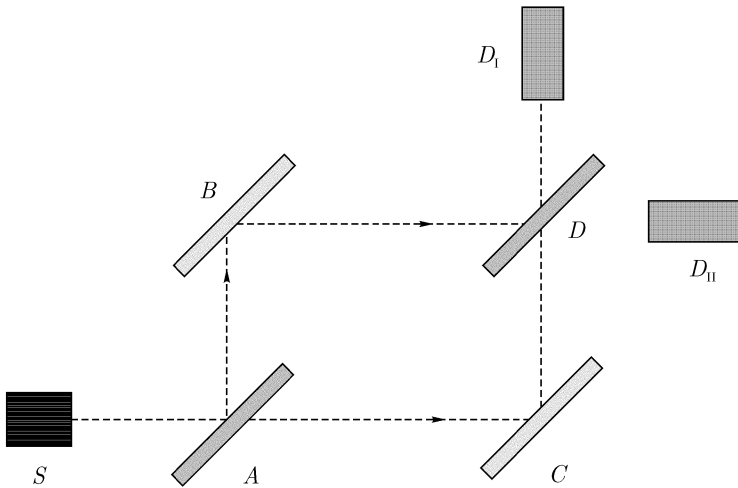


Рис. 7.1 б. Альтернативная установка для «задержанного выбора».

тоны, которые должны быть задетектированы, но пока движутся, могут считать, что еще находятся в установке 7.1 б. В этих обстоятельствах мы

можем ожидать, что фотоны, уже участвующие в эксперименте, волноподобны и чувствуют оба пути. Но фактически сначала детектирование начнется только на D_2 . Кажется, что фотоны начинают предпочитать один путь другому. Как выразился Джон Уилер, намереваясь удалить полупосеребрянное зеркало, мы решили, что фотон *будет делать* после того, *как он это уже сделал*. Эксперименты такого типа действительно проводились, хотя то, что описано выше, является чисто условным. Полупосеребрянное зеркало фактически нельзя вставить и удалить по желанию. Скорее, должно быть устройство, которое либо действует, либо нет. Включение и выключение производится не по чьему-то персональному желанию, а генератором случайных чисел. Если все сделано правильно, квантовая механика торжествует. При этом мы снова вспоминаем о том, что свойства, проявляемые квантово-механической системой, зависят от используемой экспериментальной установки.

Аргументы ЭПР

Эйнштейн никогда не принимал этого. В 1935 г., через много лет после окончания основных споров с Бором, Эйнштейн, Подольский и Розен (ЭПР) опубликовали статью, поднимавшую вопрос о том, может ли квантовомеханическая концепция реальности быть полной. Эта статья произвела в то время эффект разорвавшейся бомбы. Первое предложение заслуживает быть процитированным. «Любое серьезное рассмотрение физической теории должно принимать во внимание разницу между объективной реальностью, которая не зависит от любой теории, и физической концепцией, которой теория оперирует». Авторы хотели предложить в качестве необходимого требования к теории, чтобы она была полной, следующее: «каждый элемент физической реальности должен иметь двойника в физической теории». Отсюда получается ключевой критерий относительно физической реальности: «Если, не возмущая каким-либо образом систему, мы можем с определенностью (т. е. с вероятностью, равной единице) предсказать значение физической величины, тогда существует элемент физической реальности, соответствующей физической величине».

Если вы еще не восприняли идеи квантовой механики, то обнаружите, что эти утверждения звучат очень правдоподобно. Но если утверждения ЭПР вас насторожили, вы можете легко проверить, что они ведут к результатам, противоречащим квантовой механике. Это можно проиллюстрировать на множестве примеров. ЭПР обсуждает проблемы измерения координат и импульса, но здесь будет чутью легче рассмотреть спин. Рассмотрим систему частиц со спином $1/2$, например, электрон и позитрон. Пусть $S_x(e)$, $S_y(e)$, $S_z(e)$, — электронные спиновые компоненты вдоль осей x , y , z ; аналогично, пусть $S_x(p)$, $S_y(p)$, $S_z(p)$ соответствуют спиновым компонентам позитрона. Тогда существует спе-

циальное состояние двухспиновой системы, называемое *спин-синглетным*, в котором спиновой угловой момент равен нулю. Это суперпозиция двух состояний, показанная ниже: одному соответствует спин электрона вверх, позитрона вниз; другому — спин электрона вниз, позитрона вверх. Символически запишем эту суперпозицию как

$$(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}, \quad (7.5)$$

где первая стрелка в каждом слагаемом соответствует электрону, вторая позитрону. Предположим, что частицы подготовлены в таком состоянии, а дальше могут разлететься. В определенный момент мы можем измерить компоненты спина электрона вдоль некоторой конкретной оси. В тот же момент (ваши часы синхронизированы) ваш помощник, находящийся вдаль, производит измерение компонент спина позитрона вдоль некоторой оси. Если вы обнаружите спин вверх, он должен обнаружить спин вниз; и наоборот. Для этих двух возможностей шансы составляют 50 : 50.

Но вверх и вниз относительно какого направления? Ответ в том, что относительно *любого* направления в пространстве. Если вы и ваш помощник измеряете компоненты спина вдоль оси z , тогда, если вы найдете спин вверх (вниз) вдоль этой оси, ваш помощник обнаружит спин вниз (вверх). Точно так же будет, если вы оба вместо этого измеряете x -компоненту спина, или оба измеряете y -компоненту, или компоненту спина вдоль любого выбранного направления. Как это согласуется с ЭПР? Они хотят сказать, что ваше измерение над электроном не может возмущать эксперимент над удаленным позитроном, который проводит ваш помощник в тот же момент времени (поскольку никакой сигнал — даже со скоростью света — не может достигнуть за это время позитрон и повлиять на ход эксперимента). Тем не менее ваши исследования приводят к определенным предсказаниям относительно эксперимента вашего помощника. Он будет довольно сильно смущен. Если спин электрона обнаружится вверх (вниз), то у позитрона он обязательно должен быть направлен вниз (вверх). Следовательно, в соответствии с ЭПР, компоненты спина позитрона являются элементом физической реальности: его можно предсказать, вообще не действуя на позитрон. Но это справедливо для всех трех осей. Тогда, как для электрона, так и для позитрона (вышеприведенные аргументы работают в обоих направлениях: измерения спиновых компонент позитрона дают определенные предсказания для электрона) S_x , S_y , S_z являются элементами физической реальности. Однако мы знаем, что в рамках квантовой механики три компоненты спина не коммутируют между собой. Поэтому не существует таких физических состояний, в которых три компоненты спина или даже две из них определены одновременно. Следовательно, в соответствии с ЭПР, что-то пропущено: квантовая механика не является полной.

Большое количество чернил было истрчено в первое время после появления парадокса ЭПР, хотя сейчас он не кажется более странным, чем другие странности квантовой механики. Можно просто сказать (хотя это только сказать просто), что понимание физической реальности ЭПР не соответствует тому квантовому миру, в котором мы находимся. Основное наследие статьи ЭПР состоит в том, что она ввела принцип *локальности* в анализ измерения. Этот принцип состоит в том, что измерение здесь и сейчас должно быть неспособно чувствовать измерение где бы то ни было, если сигнал, движущийся со скоростью, меньшей скорости света, не успевает связать эти события воедино. Вскоре мы вернемся к принципу локальности.

Скрытые параметры, неравенства Белла

С самого начала развития квантовой механики вставал вопрос: существует ли глубокий уровень понимания, на котором превалирует классическое понимание реальности? Это вопрос о «скрытых параметрах», т. е. о поиске динамических основ квантовой механики, основанной на скрытых, классических параметрах. В такой картине, на глубоком уровне любая отдельная квантовая система связана с классическим пониманием реальности. В формулировке Джона Белла: «Известно, что квантовомеханическое состояние системы предполагает, в общем, только статистические ограничения на результаты измерений. Очень интересно спросить, нельзя ли рассматривать этот статистический элемент как результат усреднения по некоторым более определенным состояниям, отдельно для которых результаты могли бы оказаться вполне детерминированными». Или, цитируя Эугена Вигнера: «Идея скрытых параметров постулирует, что описание состояний с помощью квантовомеханических состояний является неполным, что существует более детальное описание с помощью параметров, которые сейчас «скрыты», которые могли бы быть полными и знание которых позволяло бы предвидеть реальные результаты измерений... Соотношение постулированной теории со скрытыми параметрами и настоящей квантовой механикой подобно соотношению классической микроскопической физики и макроскопической физики».

Ранний анализ проблемы скрытых параметров был сделан великим математиком Джоном фон Нейманом, который быстро представил аккуратную диспозицию программы скрытых параметров. Он объявил о доказательстве того, что скрытые параметры неизбежно будут несовместимы с квантовой механикой. Но при этом он ввел некоторые общие условия, которые, по его предположению, должны были заменить теорию со скрытыми параметрами. Эти условия кажутся приемлемыми только на первый взгляд; но потом становятся подозрительными.

В середине 60-х годов Джон Белл вернулся к вопросу о скрытых параметрах, придя к более полному пониманию и ошеломляющим ре-

зультатам. Их можно проиллюстрировать на той же двухспиновой системе, на которой мы описывали парадокс ЭПР. Перед тем, как перейти к этому, рассмотрим сначала ситуацию с отдельной частицей спина $1/2$, принимая во внимание, что основополагающая динамика скрытых параметров может каким-то образом учесть тот факт, что правильные значения проекции спина вдоль любого направления могут принимать только $+1$ или -1 (в единицах постоянной Планка). Какое из этих значений появится в каждом конкретном случае, будет зависеть от конкретных значений скрытых параметров. Действительно, предполагая, что скрытые параметры определяют результаты измерения для проекций спина во всех возможных направлениях. В контексте скрытых параметров проекции спина во всех возможных направлениях являются элементами физической реальности. Несмотря на это, чтобы получить парадокс в духе ЭПР, мы должны принять, что спиновые компоненты в двух или более различных направлениях не могут быть известны *одновременно* — при измерении они действуют друг на друга. Но для системы двух спиновых частиц, удаленных друг от друга, как предположил Белл, следя ЭПР, измерение спиновой компоненты частицы A не может влиять на результат измерения такой же, или другой компоненты частицы B за счет того, что оба измерения проводятся достаточно близко по времени, так что световой сигнал не может прийти от одного положения до другого. Как мы уже упоминали в связи с парадоксом ЭПР, эта гипотеза *локальности* имеет следующие следствия. Для системы из двух спинов в синглетном состоянии измерение проекции спина для частицы A вдоль некоторого направления автоматически фиксирует проекцию спина вдоль того же направления для частицы B . Проекция спина B обязательно равна и противоположна к A .

Великая идея Белла состояла в том, что рассматривать спиновую проекцию можно не только в одном направлении, а, скорее, в наборе направлений. Три направления — назовем их a , b , c — вполне подойдут для наших целей (эти направления не предполагаются ортогональными). Рассмотрим спиновую ситуацию для частицы B . Относительно трех направлений возможны восемь наборов скрытых параметров, соответствующих проекции спина вверх или вниз для B , обозначаемых $+$ или $-$ для каждого из этих направлений. Будем обозначать их все вместе символом (a, b, c) , где каждый символ принимает значения $+$ или $-$. Так, $(+, -, +)$ является состоянием, где спиновая проекция вдоль a и c направлена вверх, а вдоль b — вниз. Незвестное распределение вероятностей по скрытым параметрам переходит в распределение вероятностей для восьми различных спиновых конфигураций (a, b, c) . Так, например, $p(+, -, +)$ дает вероятность спиновой конфигурации $(+, -, +)$ и т. д.

Без каких-либо взаимных помех мы можем экспериментально определить спиновую проекцию B вдоль любых двух направлений. Мы выполним это, производя одно измерение непосредственно в B , а другое на

удаленной частице A . Следовательно, мы можем найти вероятность [назовем ее $P_{ab}(+, -)$] того, что спин частицы B направлен вверх вдоль a и вниз вдоль b ; аналогично можно найти другие вероятности $P_{bc}(+, -)$, $P_{ac}(+, -)$, $P_{ab}(+, +)$ и т. д. Найдем вероятность $P_{ij}(+, -)$ для трех пар $(i, j) = (a, b), (b, c), (a, c)$. Ясно, что

$$\begin{aligned} P_{ab}(+, -) &= p(+, -, +) + p(+, -, -), \\ P_{bc}(+, -) &= p(+, +, -) + p(-, +, -), \\ P_{ac}(+, -) &= p(+, +, -) + p(+, -, +). \end{aligned}$$

Из этих уравнений получаем, что

$$P_{ab}(+, -) + P_{bc}(+, -) = P_{ac}(+, -) + p(+, -, +) + p(-, +, -).$$

Поскольку вероятности $p(a, b, c)$ заведомо неотрицательны, получаем, что

$$P_{ab}(+, -) + P_{bc}(+, -) \geq P_{ac}(+, -). \quad (7.6)$$

Это неравенство Белла в отношении двухспиновой системы. Совершенно очевидно, что неравенство утверждает, что сумма *любых* двух из трех вероятностей больше или равна третьей. Это лишь вопрос обозначений, что мы отдельно выделили $P_{ac}(+, -)$, поместив его с правой стороны (7.6).

То, что мы здесь рассмотрели, — это вариация Вигнера по теореме Белла. Белл рассматривал средние, Вигнер — вероятности. Тем не менее, мы будем ссылаться на (7.6) как на теорему Белла. Она была великим прорывом. В теорему Белла был вложен принцип локальности, описанный выше. Кажется трудным спорить с этим предположением в контексте скрытых классических параметров.

Ясно, что вероятность $P_{ij}(+, -)$ должна зависеть от угла θ_{ij} между векторами направлений i и j , так что можно записать $P_{ij}(+, -) = P(\theta_{ij})$. Тогда (7.6) может быть записано в виде

$$P(\theta_{ab}) + P(\theta_{bc}) \geq P(\theta_{ac}). \quad (7.7)$$

Совместимо ли это предсказание с квантовой механикой? Ответ в том, что нет! Квантовая механика приводит к определению функции $P(\theta)$. К сожалению, хотя квантовые вычисления здесь достаточно очевидны, они требуют более сложной технологии, чем есть у нас. Поэтому мы просто приведем результат:

$$P(\theta) = \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (7.8)$$

Нетрудно проверить, что для широкого выбора трех векторов направлений неравенства Белла (7.7) нарушаются, если $P(\theta)$ удовлетворяют квантовой формуле (7.8)! Заключение: теория локальных скрытых параметров не может обеспечить основу для квантовой механики. С экспериментальной стороны проверка неравенств Белла может быть выполнена

не только с материальными частицами (протонами), но так же и с фотонами, для которых состояния поляризации подобны состояниям спина. Эти эксперименты трудны и имеют историю, связанную и с падениями и подъемами, но сейчас квантовая механика пока что выходит победителем.

Как уже говорилось, скрытые параметры, дополнительно к другим барьерам, стоящим перед ними, оказываются несовместимыми с квантовой механикой — до тех пор, пока не отброшены общие условия, особенно локальность, восходящая к теореме Белла. В 50-х годах Дэвид Бом фактически смог построить внутренне согласованную теорию со скрытыми параметрами для нерелятивистской частицы, но она является сильно нелокальной и, в любом случае, довольно натянутой. Благодаря успехам и внутренней согласованности квантовой механики, можно сказать, что надежда вернуться к классическому пониманию реальности кажется потерянной. Если исправления и доработки и позволят в будущем учесть нечто подобное этому, это скорее уведет нас от нашей повседневной интуиции, а не приблизит к ней. Возможно, это случится там, где квантовые идеи переплетаются с общей относительностью; иными словами, там, где квант встречается с пониманием.

Сводка

Формализм квантовой механики установился рано. То же самое можно сказать о будничной связи между математическим описанием и эмпирическими наблюдениями. С математической стороны, общие рамки кажутся тщательно самосогласованными. Эмпирически, квантовая механика чрезвычайно успешна: нет никаких известных противоречий. Так что еще сказать? Хорошо, будет прекрасно получить помощь и удобство при копировании различных странностей, которые содержит квантовая механика, того сорта, которые представлены в этой и предыдущих главах. Помимо прочего, мы хотим понять, как из вероятностей получаются факты.

Взгляд со стороны скрытых параметров, в соответствии с которым квантовая механика не полна, а классическая реальность превалирует на некотором глубоком уровне, на сегодняшний день несостоятелен. Если эти скрытые параметры удастся наблюдать, появится новая физика. Это будет волнующий момент. Но идея скрытых параметров наталкивается на неравенства Белла. Альтернативной точкой зрения, в направлении, противоположном скрытым параметрам, является, согласно Вигнеру, то, «что функция квантовой механики состоит не в описании некой «реальности» в каких-либо терминах, а только в образовании статистических корреляций между последовательностью наблюдений». Это не просто отрицание. Вигнер сказал, что существует мир, находящийся вне нашего собственного (вот что это означает!). Этот мир утонул в фактах, которые уже установлены. Квантовая механика говорит нам, какие факты воз-

можны (собственные значения), а какие нет. Но внутри самой квантовой механики будущие и настоящие моменты времени кажутся неразделимыми (а также и прошлые моменты, поскольку мы можем регистрировать их по записи). Будущее внутренне является статистическим, с вероятностями, определяемыми уравнениями квантовой механики. Проблема в том, что такой способ рассмотрения ситуации кажется неприемлемым. В результате можно отказаться от идеи *объяснить*, как получаются факты, понимая, что главная функция науки просто связать их. Когда появляется факт за фактом, просто объясняется, что волновая функция схлопывается: как-никак, это лишь средство корреляции! Этим все сказано. Более ортодоксальная *копенгагенская интерпретация* считает, что факт появляется тогда, когда производится первая регистрация с помощью «классического» измерительного инструмента; это должна быть «большая» аппаратура в хорошем рабочем порядке. В практической ситуации, им несомненно, является случай. Считывание счетчика является фактом. Но с копенгагенской точки зрения совсем не ясно, как счетчик делает отбор, когда может быть много разных вариантов. Мы можем напомнить здесь утверждение, отмеченное ранее, что факты появляются только тогда, когда они регистрируются в понимании сознания, первичном измерительном инструменте! Но, напомнив это, больше, кажется, сказать нечего.

Наконец, мы коротко отметим интерпретацию квантовой механики, включающую в себя *множественность вселенных*. Предложенная в 1957 г. Хью Эвереттом III, она противоречит загадке отбора наиболее дерзким образом. Какой бы ни существовал выбор, который может быть сделан между результатами эксперимента, мир при этом разбивается на множество миров, в которых получаются все возможные результаты, по одному в каждом созданном мире! Поскольку это происходит уже долгое время, конечно, должно существовать обширное множество разросшихся миров, возникающих один за другим. Но они полностью не контактируют друг с другом. Трудно узнать, к чему может привести такая интерпретация квантовой механики. Как и гипотеза сознания, она не может быть проверена или построена. Но она, несомненно, забавна для изучения. Каждый из нас клонирован в каждой вселенной, но мы никогда не встречаемся.

Литература по квантовой механике очень обширна и продолжает расти. Заключительные замечания этой короткой главы, которые едва ли можно адекватно резюмировать, дают основные линии обсуждения и исследования. В этом могут быть заинтересованы многие: философы, физики, журналисты, ведущие телепрограмм, теологи... (список по алфавиту!).

В конце концов, квантовая механика все еще остается нераскрытой и загадочной.

ГЛАВА 8

Строительные элементы

До сих пор мы, в основном, применяли квантовые принципы к системам неменяющихся, нерелятивистских частиц. В этих рамках любые типы частиц, которые существуют в природе, а также силы, описывающие взаимодействие между ними, должны восприниматься как данные. В случае электромагнетизма и гравитации эти силы появляются из классики. Тем не менее, в нерелятивистском квантовом контексте они как бы заданы извне. В этом нет какой-либо несогласованности, но при этом возникают проблемы и ограничения, если мы хотим выйти за эти рамки. Вдоль той линии развития, которой мы следовали, невозможно достичь самосогласованного, релятивистского обобщения. Хотя релятивистские уравнения Дирака для электрона оказались чрезвычайно успешными, но уже для одночастичной системы в нем проявляются внутренние концептуальные ограничения. Более того, при таком рассмотрении до сих пор не возникало возможности для рождения и уничтожения частиц, независимо от того, являются они релятивистскими или нет.

Потенциальная возможность преодолеть эти трудности появилась после рождения «новой» квантовой механики. Это произошло после применения квантовых принципов к *полям*, первым из которых было электромагнитное поле. Классически, частицы и поля являются динамическими системами на равном основании. Но когда с 1920 г. электромагнитное поле стало рассматриваться как квантовое, произошло нечто замечательное. Квантованное электромагнитное поле привело к безмассовым квантам, фотонам, которые Эйнштейн предугадал в 1905 г. Фотоны не были заданы извне как частицы, они появились изнутри. Открытие того, что частицы могут появляться из полей, привело со временем к широким обобщениям: электроны и протоны, а позже и другие частицы, которые мы будем обсуждать, могут рассматриваться как кванты соответствующих полей. Все они, кроме фотонов, были неизвестны нам в каком-либо классическом виде. Они появляются как некоторые новые поля, допускающие желаемые нами частицеподобные кванты. С точки зрения квантовой теории, именно эти поля, а не их кванты действительно являются фундаментальными теоретическими величинами. Вопросы о том, какие частицы являются фундаментальными и какие силы

действуют между ними, заменяются на вопросы о том, какие из полей являются фундаментальными и как они взаимодействуют между собой. К понятию *взаимодействия* полей, которое приводит к взаимодействию между частицами, мы вернемся чуть позже. Но сначала мы рассмотрим строительные элементы самих частиц, заметив, что фундаментальные частицы одной эпохи можно воспринимать как составные частицы в другую эпоху.

В начале 30-х годов XX века был момент, когда казалось, что мы держим в руках все основные строительные элементы мира. Электрон, открытый в последние годы XIX века; протон, отождествленный с ядром атома водорода, когда чуть больше десятилетия спустя Резерфорд пришел к своей модели атома; нейтрон, открытый в 1932 г., хотя и мало интересовавший исследователей, считавших его связанным состоянием электрона и протона. Рождение фотона произошло с его предсказания Эйнштейном в 1905 г., а затем последовало его полнокровное возрождение как кванта электромагнитного поля. Таким образом, получалось следующее: материальные тела состоят из атомов, которые включают в себя электроны и ядра; ядра состоят из протонов и нейтронов; кроме того, существует свет, состоящий из фотонов. Весь мир свелся к электронам, протонам, нейтронам и фотонам! Неплохо! Но этот триумф редукционизма длился недолго. Почти в то же время, как был открыт нейтрон, а фактически даже чуть раньше, появился позитрон. Эта античастица электрона появилась сначала теоретически как следствие релятивистских уравнений Дирака для электрона. Поскольку позитрон является материальной частицей, кажется вполне вероятным, что протон и нейтрон тоже должны иметь собственные античастицы. И это действительно так. Антипротон и антинейтрон были открыты в 50-е года XX века. Более того, еще чуть раньше, в начале 30-х годов было постулировано существование нейтрино. Оно было необходимо, чтобы в соответствии с предположением Паули при ядерном β -распаде выполнялся закон сохранения энергии. В такой реакции исходное ядро распадается на дочернее ядро и электрон. Но электрон в этом случае уносит только часть возможной доступной энергии. Паули предположил, что оставшаяся часть энергии уходит вместе с другой частицей, которая не наблюдается. Кинематические данные по β -распаду показали, что эта частица должна иметь очень малую массу, если у нее она вообще будет. Используя общие идеи квантовой теории поля, которые оказались очень полезными в квантовой теории электромагнетизма, в 1933 году Ферми построил полевую теорию β -распада, в которой главную роль играло нейтрино. Это был очень важный шаг для того времени. Ему не пришлось постулировать новые квантовые частицы или вводить новые квантовые поля. Теория правильно предсказывала, что нейтрино взаимодействуют с веществом очень слабо. Прямое наблюдение было зафиксировано в результате героического эксперимента, проводимого на сильном нейтринном источнике,

в качестве которого использовался мощный ядерный реактор в Джорджии.

По мере этих открытий в середине 30-х годов XX века постепенно повышался интерес к природе сил, удерживающих в ядре протоны и нейтроны. Кулоновские силы не могли этого сделать. Они не действуют на нейтроны, поскольку у нейтронов нет электрического заряда. Кроме того, они приводят к отталкиванию пары протонов. Более того, ядерные силы должны быть значительно сильнее, чем кулоновские, хотя бы на очень коротких расстояниях: ядерное ядро оказывается обычно более компактным, чем область, занятая электронами в атоме; это происходит потому, что ядерные составляющие собираются вместе в объеме, который значительно меньше размера атома. В 1934 г. японский физик Хидеки Юкава сделал новый шаг, введя теоретико-полевое понимание ядерных сил. Теория привела к предсказанию двух новых частиц: положительных и отрицательных пионов, π^+ и π^- , как их обозначают. Одна из них является античастицей к другой и обе имеют одинаковую массу. Теория Юкавы установила связь между массой частиц и масштабом ядерных сил. По оценке Юкавы, сила между протоном и нейтроном соответствует потенциалу

$$V(r) = -g^2 \frac{e^{-r/R}}{r},$$

где g — константа «связи», R — характерный масштаб ядерного взаимодействия. Из-за наличия экспоненты потенциал начинает спадать на расстояниях $r \gg R$. В этом смысле говорят, что потенциал действует на масштабе R . В теории Юкавы масса пиона m_π связана с характерным размером как

$$R = \frac{\hbar}{m_\pi c},$$

где c — скорость света. Зная данные по характерным размерам ядра, Юкава смог грубо оценить массу пиона: $m_\pi \approx 200 m_e$, где m_e — масса электрона.

В течение нескольких лет после этого, начиная с экспериментов с космическими лучами, было показано существование заряженных частиц с массами, промежуточными между электроном и протоном. Они и рассматривались как возможные кандидаты на роль пионов Юкавы. Эти заблуждения длились около десяти лет. Эти частицы были нестабильны, что было неплохо. Их массы, первоначально определенные не очень точно, соответствовали грубой оценке Юкавы. Но остальные свойства не имели смысла. Во-первых, их время распада оказалось значительно больше, чем ожидалось. Во-вторых, что более важно, характеристики поглощения при прохождении их через вещество были неожиданными: получаемое из этого взаимодействие пионов оказывалось очень слабым. В 1947 г. был найден выход из этой ситуации: мезоны Юкавы существуют, но они распадаются на другие частицы, которые живут

дольше и взаимодействуют слабее. Именно эти частицы и преобладали на низких высотах, на которых вначале исследовались космические лучи. Следовательно, эти дочерние частицы и наблюдались в эксперименте. Для проверки этого предположения, начиная с этого момента, экспериментальная ситуация стала меняться, переходя к исследованию космических лучей на больших высотах и используя для записи треков заряженных частиц фотоэмульсию. Было необходимо учесть два различных типа заряженных частиц: пионы Юкавы π^\pm и частицы, более легкие по массе, μ^\pm , которые называют мюонами (μ^+ является античастицей к μ^-). Это утверждение скоро подтвердилось и с помощью нового ускорителя частиц, введенного в строй вскоре после Второй мировой войны. Сейчас мы знаем, что пионы π^\pm распадаются на мюон и нейтрино. При последующем распаде мюоны распадаются по схеме $\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \text{нейтрино} + \text{антинейтрино}$. Символ e^+ используется для позитрона, а e^- — для электрона. Среднее время жизни пиона составляет около $2,6 \cdot 10^{-8}$ с, его энергия массы покоя $m_\pi c^2 = 140$ Мэв. Время жизни мюона равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с, энергия массы покоя — $m_\mu c^2 = 106$ Мэв. Для сравнения, энергия массы покоя электрона $m_e c^2 = 0,511$ Мэв, протона — 938 Мэв. В дальнейшем мы будем опускать слова «энергия массы покоя» на более короткое слово «масса», так что массы всегда будут измеряться в энергетических единицах. Заметим также, что, говоря о времени жизни частицы, мы подразумеваем *среднее* время жизни, измеренное в системе покоя. Массы и времена жизни, упомянутые выше, записаны только с несколькими знаками, хотя они известны с гораздо большей точностью. Протоны и нейтроны, составляющие атомных ядер, совместно называются *нуклонами*. Интерес к силам взаимодействия между нуклонами {протон-протон, нейтрон-нейтрон, протон-нейтрон} интенсивно возрастал в 30-е годы XX века после открытия нейтрона и предсказания мезона Юкавы. Незадолго до мезонной гипотезы распада было сделано предсказание нейтрального двойника π^\pm , так называемого π^0 -мезона (нейтрального мезона). Он был открыт в 1950. Как и предсказывалось, его масса оказалась близка к массе заряженного мезона. Он распадается на два фотона со средним временем жизни около 10^{-16} с.

Перед тем как вернуться к другим открытиям, которые произошли в ранние послевоенные годы, остановимся на той скромной коллекции строительных элементов, которую мы уже накопили: электроны, протоны, нейтроны и их античастицы; фотон; нейтрино и антинейтрино; заряженные и нейтральные пионы, мюоны (частицы и античастицы). В большинстве наук и технологий *эффективными* строительными элементами являются электроны, фотоны и большой набор различных атомных ядер, состоящий из многих сотен. В большинстве случаев ядра могут рассматриваться как малые, почти точечные частицы, достаточно хорошо описываемые зарядом Ze , магнитным моментом и массой. Наиболее важным из этих параметров является зарядовое число Z ; оно отличает

один химический элемент от другого. Многие химические элементы на самом деле представляют набор изотопов, соответствующих ядрам с одинаковым зарядом Ze , но различными массами. После открытия нейтрона стало ясно, что ядра состоят из протонов и нейтронов, атомное зарядовое число Z является числом протонов, а атомная масса пропорциональна общему числу нуклонов (протонов и нейтронов). Это явилось большим успехом в концепции строения атомного ядра, позволившим понять, что обширное множество известных ядер может быть получено комбинацией всего двух строительных элементов: протонов и нейтронов. «Повседневный» мир при этом сводится к электронам, протонам, нейтронам и фотонам.

Что можно сказать о других элементах из нашего списка? Антиэлектрон (позитрон), антипротон, антинейтрон вошли в этот список еще до того, как были открыты экспериментально. Они появились неожиданно из попыток Дирака построить собственное релятивистское уравнение для электронов. Нейтрино и антинейтрино были постулированы на основе некоторых феноменологических соображений как величины, которые должны были уносить энергию, которая, как казалось, теряется при процессах β -распада. Вообще, β -распад явился первым объектом для приложений появившихся идей квантовой теории поля вне квантовой электродинамики. Сейчас нам известно, что существует по крайней мере три типа нейтрино и соответствующих им антинейтрино. В контексте квантовой теории поля появились и пионы вследствие попыток описать силы, действующие между нуклонами, т.е. силы, определяющие свойства атомных ядер. Из всех частиц нашего списка лишь мюон не демонстрирует какой-либо очевидной «полезности». Как нам известно, мюон в некотором смысле подобен электрону, за тем исключением, что он примерно в 200 раз тяжелее и нестабилен. Его время жизни в системе покоя составляет пару микросекунд. Здесь и далее, название «мюон» мы будем использовать для общего наименования как μ^+ , так и μ^- . Точно также название «электрон», «нейтрино» «протон» мы будем использовать как для частиц, так и для античастиц.

Как уже говорилось, мюоны и заряженные пионы были открыты впервые в экспериментах с космическими лучами. Земля постоянно бомбардируется быстрыми частицами, идущими из космического пространства с энергиями, превосходящими 10^{20} эв. Существует отдельный поток с достаточно скромной энергией (порядка Мэв), состоящий из протонов и нейтронов, идущий со стороны Солнца. Нейтрино практически не взаимодействуют ни с атмосферой, ни с веществом Земли, проходя ее насквозь. Космические лучи с наибольшей энергией приходят из далеких глубин Вселенной. Взаимодействие космических лучей в атмосфере в основном определяется протонной частью. Падающие протоны сталкиваются с ядрами азота, кислорода и другими ядрами, вышибая из них нейтроны и протоны, с одновременным испусканием пионов и других

частиц. Испущенные нуклоны, пионы и другие частицы приводят к вторичным столкновениям, хотя нестабильные продукты реакции могут распадаться и сами по себе на другие частицы. Например, заряженные пионы иногда распадаются на мюоны и нейтрино еще до того, как успеют испытать вторичное столкновение. Нейтральные пионы вообще живут слишком мало, чтобы успеть столкнуться. Возникнув в какой-либо реакции, они тут же распадаются на фотоны. Последние сталкиваются с ядрами элементов в атмосфере и, выбывая из них нуклоны, приводят к появлению электрон-позитронных пар, пионов и других частиц. Появившиеся позитроны могут снова аннигилировать с электронами атмосферы, приводя к появлению фотонов. И так далее — сначала первичное столкновение, потом вторичное, третичное; каждое приводит к некоторым процессам распада. В результате, атмосфера превращает в сцену сложных каскадов событий, в потоках которых присутствуют как частицы из нашего списка, так и многие другие.

Атмосферные космические лучи блестяще использовались физикой высоких энергий многие и многие десятилетия, хотя для большинства (но не всех) разделов физики частиц они были заменены построенными людьми ускорителями частиц. Такой переход стал происходить в начале 50-х годов XX века, после того, как с помощью космических лучей были сделаны основные открытия. В 1947 году в конденсационной камере были зарегистрированы два события, свидетельствующие о существовании двух новых частиц: одна из них, нейтральная частица массой около 500 Мэв распалась на пару заряженных пионов π^+ и π^- ; другая — заряженная частица примерно той же массы — распалась на заряженный и нейтральный пионы. Это открытие было случайным, совершенно неожиданным и привело лишь к короткому сообщению о результатах. Но после этого поиски резко интенсифицировались. Стали открывать все больше и больше новых частиц: сначала несколько лет поиск частиц происходил исключительно в экспериментах с космическими лучами, использующих либо конденсационную камеру, либо фотоэмульсию, затем постепенно поиск перешел на ускорители высоких энергий, в которых он стал обычной операцией. Тоненькая струйка открытий стала половодьем.

Сейчас идентифицировано около трех сотен различных частиц! Почти все они нестабильны по отношению к спонтанному распаду. Поэтому лучше всего изучены стабильные типы частиц, к которым относятся электрон, протон и их античастицы; фотон, нейтрино и их античастицы. Остальные, если не разрушаются при столкновениях, то, в конце концов, все равно распадаются на набор стабильных частей либо непосредственно, либо через промежуточные частицы. Слова «в конце концов» на самом деле могут означать очень короткое время, меньше, чем 10^{-24} сек для некоторых частиц. Даже нейтрон, если он находится вне ядра, оказывается нестабильным, хотя, находясь в стабильном ядре, он энергетически стабилен по отношению к распаду.

Этот обзор последовавших открытий позволяет сделать шаг к открытию нового субъядерного мира. Компоненты нашей повседневной жизни — фотоны, электроны, протоны и нейтроны — иногда объединяются в широких рамках в набор равноправных частиц, большинство из которых преходящи. Большим вызовом было и остается исследование их свойств и взаимодействий между ними, направленное на открытие фундаментальных законов, определяющих их существование и поведение. Для наших целей история о строительных элементах может быть выделена в несколько различных, хотя и перекрывающихся эпох. Первая начинается с античности и приводит к появлению атомной гипотезы и открытию электрона и заканчивается в 40-х годах XX века. Эта эпоха привела к установлению составных частей атомов и их ядер, а также к другим составляющим нашего списка. Некоторые, хоть и были открыты чуть позднее, все же были постулированы на основе убедительных экспериментальных или теоретических свидетельств. Вторая эпоха начинается с появления того потока открытий, который описан чуть ранее. Она прошла в постоянных открытиях не только новых частиц, но и новых закономерностей и свойств, проявляющихся в данных. В отдельных областях произошел прогресс на очень глубоком уровне, в частности, в квантовой электродинамике, но было достигнуто понимание и в других направлениях. В конце 60-х годов, ознаменовавших третью эпоху, были поняты различные странности и все построения стали собираться вместе в правила полной квантовой теории поля, которую сегодня называют *стандартной моделью*. Импульс для ее появления был получен из разных источников; прежде всего, из некоторых очень надуманных идей, которые чуть раньше привели к созданию специального класса квантовых теорий поля, так называемых *калибровочных теорий*. Жизненно важным, особенно для настоящей линии развития, было введение в начале 60-х кварковой гипотезы. С экспериментальной стороны важную начальную роль сыграли эксперименты, проведенные в конце 60-х по рассеянию электронов очень высокой энергии на протонах и нейтронах. В последующие годы теоретическая картина уточнялась и объединялась, руководимая последовательностью дальнейших, часто драматических, экспериментальных подтверждений и открытий. Стандартная модель в настоящее время полностью подтверждена, хотя при всех ее успехах это еще не конец пути. Сейчас мы находимся в четвертой эпохе, которая уводит нас глубже и глубже.

Столкновения и распады частиц

Природа проявляет себя не только через частицы, которые существуют, но и через связанные с ними явления. С частицами происходят два широких класса явлений. (i) Те из них, которые нестабильны (а таких большинство), спонтанно распадаются, превращаясь в набор других,

дочерних частиц. Особенно для тяжелых нестабильных частиц может существовать множество конкурирующих реакций распада. (ii) Когда две или более частиц сближаются при столкновении, они могут рассеяться, не изменившись, и дополнительные частицы не появляются. Но, в зависимости от энергии, они могут преобразоваться в другой набор частиц. При высоких энергиях обычно бывает множество таких конкурирующих реакций.

Мы начнем с широкого класса явлений рассеяния. В качестве простого примера рассмотрим, что произойдет, если столкнутся два протона. Если энергия очень мала, основной реакцией является «упругое» рассеяние, $p + p \rightarrow p + p$, при котором набор частиц на входе и на выходе одинаков. При более высоких энергиях возможны различные реакции, при которых в компании с выходящими нуклонами появляются один или больше пионов, в некоторых случаях протон заменяется на нейтрон. При повышении энергии появляется все больше и больше конкурирующих каналов (множество частиц, образующихся при каждой специальной реакции образует канал). То же самое можно сказать и о любой реакции с любым начальным набором частиц, например, электроны и позитроны, пионы и протоны и т. д. При наивысших энергиях ускорителей, которые сегодня достигнуты, протоны и антипротоны сталкиваются во встречных пучках с энергией около триллиона эв каждый. При таких огромных энергиях открыты многие сотни конкурирующих каналов, при этом каждая из многих частиц может превращаться в сотню новых!

Поперечное сечение рассеяния

Количественно реакции рассеяния принято описывать в терминах *поперечного сечения рассеяния*. В качестве иллюстрации рассмотрим налетающую частицу, падающую на первоначально покоящуюся частицу мишени, скажем пион, налетающий на протон. При любых достаточно малых энергиях всегда возможно упругое рассеяние. Но при более высоких энергиях возможно появление более сложных каналов. Вероятность любой частной реакции может быть выражено через поперечное сечение, определенное следующим образом. Вообразим диск, соответствующий частице-мишени, на котором рассеиваются падающие. Частицу-мишень можно рассматривать как точку, находящуюся в центре диска, а падающую как точечную частицу, распространяющуюся по прямой линии, перпендикулярно поверхности диска. Если линия пересекает диск, то можно сказать, что произошла реакция. Если нет, то нет. Такой диск можно связать и с падающей частицей: если движущийся диск проходит через частицу-мишень, то происходит реакция. Как бы мы ни рассматривали этот процесс, площадь диска определяет поперечное сечение в данной реакции частиц. Если имеется известный поток падающих частиц, а также известна плотность частиц-мишеней, то, зная поперечное сече-

ние, можно вычислить скорость, с которой будут происходить события реакций данного типа. Наоборот, поперечное сечение можно получить экспериментально, измеряя скорость реакции. Каждая конкурирующая реакция имеет свое собственное характеристическое сечение рассеяния. Различные сечения рассеяния в общем случае зависят от энергии столкновения. Для данной пары сталкивающихся частиц *полное* сечение рассеяния получается как сумма всех конкурирующих поперечных сечений. Последнее определяет полную скорость событий любого типа.

Эта дископодобная концепция не должна восприниматься буквально как действительное соответствие с физическим сталкивающимся объектом, связываемом либо с мишенью, либо с налетающей частицей. Скорее, поперечное сечение является лишь наглядным способом охарактеризовать возможность осуществления различных реакций. Чем больше поперечное сечение, тем больше возможность появления этой реакции. Для протон-протонных столкновений с энергией 10 Гэв полное поперечное сечение составляет $\sigma_{\text{полн}} = 4 \cdot 10^{-23} \text{ см}^2$. Это соответствует гипотетическому диску радиусом около 10^{-13} см. Можно заметить, что такое полное поперечное сечение является типичным при данной области энергий для широкого класса сталкивающихся частиц, включая пион-нуклонные, нуклон-нуклонные, нуклон-антинуклонные и другие (напомним, что нуклоны — это общее название протонов и нейтронов). Существует другой класс процессов рассеяния, которые при сравнимых энергиях имеют заметно меньшее поперечное сечение; например, столкновение электронов и протонов. Кроме того, есть и другие процессы, в которых поперечное сечение еще меньше. Мы еще вернемся к этим случаям различной интенсивности.

Число возможных различных столкновений, которые можно вообразить, очень велико. Для N различных частиц всего возможно $N(N + 1)/2$ пар сталкивающихся частиц. Очень большое число частиц означает, что N не очень отличается от 300. Более того, для любой пары сталкивающихся частиц может существовать множество конкурирующих каналов, число которых резко увеличивается при возрастании энергии столкновения. Тогда, в нашем примере протон-протонного рассеяния при низких энергиях единственным важным процессом является упругое рассеяние $p + p \rightarrow p + p$. При более высоких энергиях возникает возможность создания отдельного пиона: $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$, $p + n + \pi^+$. При еще более высоких энергиях могут возникнуть два пиона: $p + p \rightarrow p + p + \pi^0 + \pi^0$, $p + p + \pi^+ + \pi^-$, $p + n + \pi^0 + \pi^+$, $n + n + \pi^+ + \pi^+$. Чем выше энергия, тем большее число частиц (и не обязательно пионов) может возникнуть. Такие реакции начинают конкурировать с теми, где число частиц невелико. При наивысших достижимых на сегодня энергиях ускорителей возникают каналы реакций, содержащие сотни частиц, смесь нуклонов, мезонов, K -мезонов и многих других. К этому изобилию добавляется еще и то, что

кроме поперечного сечения, любая конкретная реакция характеризуется еще зависимостью от энергии столкновения, а также распределением полученных частиц по угловому моменту и энергиям.

На фоне этого богатства процессов и явлений большой проблемой является установление общих свойств и закономерностей. Поиск этих закономерностей связан, как и во многих других науках, с проблемами диагностики и обработки информации. Как мы обсудим чуть позднее, в этом направлении достигнут очень большой прогресс.

Времена жизни, коэффициент ветвления

Другое явление связано с нестабильными частицами, которые могут спонтанно распадаться. Как уже говорилось, процессы распада происходят экспоненциально во времени, при этом процесс полного распада характеризуется средним временем жизни (или просто «временем жизни»). Это аналог поперечного сечения для реакций столкновения. Чем меньше время жизни, тем вероятнее распад. В случае, когда имеются конкурирующие возможности распада, отдельные каналы могут быть охарактеризованы их *коэффициентом ветвления*. Коэффициент ветвления для любого конкретного распада показывает, какая часть всех возможных распадов происходит через этот канал.

Число возможных доступных конкурирующих процессов распада частицы ограничено законом сохранения. Поскольку для рождений частицы требуется энергия ($E = mc^2$), то более тяжелые частицы, с их большей энергией покоя, обычно имеют большее число возможных каналов распада, чем более легкие. Например, заряженный D мезон (с массой 1870 Мэв) имеет дюжину основных каналов распада и множество второстепенных. Заряженный пион (с массой 140 Мэв) имеет только один основной канал распада, пион \rightarrow мюон + нейтрино. Это не означает, что второстепенные каналы не представляют интереса. Например, заряженный пион распадается не только по каналу, описанному выше, но также на электрон и нейтрино с маленьким коэффициентом ветвления, равным примерно 10^{-4} . Открытие таких редких процессов играет важную роль в развитии нашего понимания так называемых слабых взаимодействий. Редкие столкновения и реакции распада обычно и находятся в центре внимания. Из-за этой редкости они представляют сложную экспериментальную проблему. Современная техника позволяет выполнять в благоприятной ситуации поиск редких событий для процессов с коэффициентами ветвления порядка 10^{-10} .

Ускорители

Современные ускорители частиц высокой энергии произошли из нескольких направлений, предложенных в конце 20-х и начале 30-х го-

дов XX века. Одно из таких направлений связано с циклотроном. Ускорители сегодняшнего дня далеко превосшли своих предков по размерам, сложности, энергиям; но их основная структура осталась той же — для ускорения заряженных частиц до высоких энергий используются электрические поля. В *линейном* ускорителе это выполняется при одном проходе через ускоритель. В *циклических* ускорителях (великая идея Лоуренса), магнитное поле заставляет частицу поворачиваться по круговой орбите, позволяя ей проходить через электрическое поле большое число раз. Обычно в новых сложных ускорителях используют оба типа таких устройств, применяемых независимо. В результате частицы могут быть ускорены от очень низких до очень высоких значений энергии.

В так называемых устройствах с *неподвижной мишенью* высокоэнергичный пучок частиц сталкивается в ускорителе с некоторой твердой или жидкой мишенью. Для очень высокоэнергичных процессов, которые здесь рассматриваются, силы, удерживающие в мишени части атомов вместе, пренебрежимо малы, так что во многих случаях мишень может восприниматься как набор независимых протонов, нейтронов и электронов. Если для данного столкновительного события возможно достаточно хорошо провести измерения, то в общем случае нетрудно определить, являлась ли частица мишени протоном, нейтроном или электроном. В классе ускорителей, известных как *коллайдеры*, вместо одиночного столкновения падающего пучка с неподвижной мишенью, до высокой энергии ускоряются два отдельных пучка частиц и встречаются в лобовом столкновении. Один из этих пучков, или даже оба, могут быть также использованы для отдельных экспериментов с неподвижной мишенью.

Два типа установок, с неподвижной мишенью и коллайдеры, имеют свои отдельные достоинства. Для определенности рассмотрим столкновение двух частиц одинаковой массы m , например, столкновение типа протон-антипротон, или электрон-позитрон. Пусть E — полная энергия относительно лабораторной системы отсчета, кинетическая плюс энергия покоя частицы, летящей в потоке. В типичном коллайдере, две частицы, движущиеся с равными, но противоположными импульсами сталкиваются в лоб. Полный импульс равен нулю, а полная энергия $W_c = 2E$.

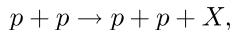
Индекс c означает, что мы находимся в системе отсчета коллайдера. Эта энергия распределяется среди продуктов реакции, какая-то часть входит в энергию покоя новых частиц, какая-то в кинетическую энергию движения. Полный импульс, векторно просуммированный по всем продуктам реакции, по-прежнему равен нулю. Если взять установку с неподвижной мишенью, то частица пучка с энергией E сталкивается с частицей-мишенью, которая до этого покоилась, так что полная энергия в лабораторной системе отсчета равна $E + mc^2$. Чтобы сравнить с ситуацией на коллайдере, можно поинтересоваться тем, какова

энергия столкновения в системе отсчета *центра масс* столкновения. Это система отсчета, движущаяся в направлении пучка частиц со скоростью, такой, что наблюдатель в этой системе отсчета видит, что сталкивающиеся частицы движутся с равными по величине и противоположными импульсами. В системе центра масс столкновение выглядит как событие в коллайдере. Нетрудно найти энергию в этой системе отсчета. Она равна

$$W_{HM} = \sqrt{2mc^2(E + mc^2)}.$$

Индексы показывают, что эта энергия центра масс соответствует столкновению с неподвижной мишенью, а падающая частица имеет энергию E в лабораторной системе отсчета. Основной вывод состоит в том, что W_{HM} меньше, чем W_c при любых энергиях E . Она фактически значительно меньше, если $E \gg mc^2$. Эквивалентно, энергия W_{HM} в системе отсчета центра масс меньше, чем энергия $E + mc^2$ в лабораторной системе отсчета. В противоположность этому, для коллайдера лабораторная система отсчета и система центра масс совпадают. При этом важно учесть, что только энергия в системе центра масс может быть использована для создания массы покоя.

Как эта разница проявляется между неподвижной мишенью и коллайдером? Ответ дает закон сохранения энергии-импульса. В установке с неподвижной мишенью падающие частицы не только обладают кинетической энергией, но еще переносят импульс. Но импульс должен сохраняться при столкновениях. Поэтому его уносят продукты распада, а следовательно, они уносят и кинетическую энергию. Эта энергия движения «растрачивается» в том смысле, что она не может перейти в энергию покоя и использоваться при рождении частиц. В противоположность этому при лобовых столкновениях полный импульс равен нулю. Полная энергия W_c может быть использована для перехода в массу покоя, и, следовательно, для рождения частиц. В качестве иллюстрации рассмотрим реакцию



где X — частица массы M . Пусть масса протона равна m . Сколько энергии необходимо для столкновения частиц, чтобы достичь пороговой энергии для данной реакции? В коллайдере каждый протон сталкивающейся пары вкладывает кинетическую энергию, равную K_c . Ясно, что пороговая кинетическая энергия равна $K_c = Mc^2/2$. При такой энергии падающих частиц продукты реакции будут покоиться. Для установки с неподвижной мишенью примем пороговое значение кинетической энергии протона равным K_{HM} . Нетрудно проверить, что отношение кинетических энергий частиц в пучках для двух установок равно

$$\frac{K_{HM}}{K_c} = \frac{M}{m} + 4.$$

Это отношение не меньше 4. И оно тем больше, чем $M \gg m$. Таким образом, если энергия покоя частицы X в 100 раз больше, чем у протона, то пороговая энергия для коллайдера будет 50 Гэв, а для установки с неподвижной мишенью 5000 Гэв!

Следовательно, коллайдеры имеют больше возможностей для открытия очень массивных частиц. Но установки с неподвижной мишенью имеют собственные преимущества. Если пороговая энергия превышена, независимо от того, что используется, коллайдер или установка с неподвижной мишенью, остаток энергии переходит в кинетическую энергию продуктов реакции. Для данной энергии пучков эта энергия достигает больших значений в случае установок с неподвижной мишенью. Поскольку эти продукты распада используются для проведения вторичных столкновений, то чем выше эти энергии, тем лучше. Установки с неподвижной мишенью имеют и другое преимущество. Пучок падающих частиц приводит к значительно более высокой плотности столкновения в конденсированной среде, чем при лобовом столкновении с другим пучком. Плотность частиц в пучках, конечно, значительно меньше, чем в твердых или жидких средах. Поэтому полное число событий на установках с неподвижной мишенью значительно выше, чем на коллайдерах. Например, протонный пучок на 30 Гэв в Брукхейвенском ускорителе производит несколько *триллионов* событий за секунду на твердой мишени. А сталкивающиеся протон-антипротонные пучки на 900 Гэв на теватроне лаборатории им. Ферми производят чуть меньше, чем *миллион* событий за секунду.

Какого рода заряженные частицы могут быть ускорены на установках высокой энергии? Известны сотни частиц, но только некоторые из них действительно можно использовать. Это электроны и протоны — частицы, из которых состоят атомы; в некоторых случаях можно использовать атомные ядра, воспринимая их как единую величину. Следователно, тип пучка, который необходим на первой стадии любого ускорительного комплекса — это пучок, образованный электроном, протоном и различными атомными ядрами. Ингредиенты конденсированной среды — мишени: электроны, протоны, нейтроны и атомные ядра тоже можно рассматривать как партнеров по столкновению на установке с неподвижной мишенью. Взятые вместе, они позволяют рассматривать различных партнеров: электрон-электрон, электрон-протон, протон-протон, нейтрон-протон, ядро-ядро и т. д. Все они учитываются. Кроме них, могут использоваться частицы, сами возникшие в первичных соударениях. Если они живут достаточно долго, то они могут привести ко вторичным столкновениям; если недостаточно долго, то к продуктам распада. Таким образом, на экспериментах с неподвижной мишенью становятся возможными вторичные пучки из фотонов, нейтрино, позитронов, антипротонов, пионов, K -мезонов, мюонов и многих других заряженных и нейтральных частиц. Например, для нейтрино-протонных эксперимен-

тов по рассеянию используют в основном нейтрино, полученные при пионном распаде. Эти пионы сами по себе получают при бомбардировке неподвижной мишени энергичным протонным пучком. Некоторые из этих вторичных частиц могут быть так же использованы, чтобы образовать один или два пучка в коллайдере. Для такого использования вторичные частицы должны быть собраны, сохранены и разогнаны по энергии. Для этого требуется, чтобы частицы достаточно долго жили и обладали электрическим зарядом. Это требование в настоящее время сильно ограничивает использование позитронов и антипротонов в качестве пучков на коллайдере. Когда встречается упоминание о протон-антипротонных коллайдерах, надо понимать, что эти антипротоны собраны из осколочных продуктов, появляющихся при ударе протонного пучка о конденсированную среду мишени. Точно также электрон-позитронные коллайдеры получают свои позитроны из осколков столкновения падающего электронного пучка с твердой мишенью.

Сегодня в мире существует девять основных ускорительных центров: лаборатория им. Ферми, Стэнфорд, Корнелл и Брукхейвен в Соединенных Штатах; ЦЕРН (Женева) и DESY (Гамбург) в западной Европе; КЕК в Тцукубу, Япония; Институт высоких энергий в Бейджинде, Китай; и Институт Будкера в Новосибирске, Россия.

Теватрон лаборатории им. Ферми является ускорителем с наивысшей энергией частиц во всем мире. Он ускоряет протоны и антипротоны до 900 ГэВ и направляет их либо в коллайдер, либо на неподвижную мишень. Энергия пучков в системе центра масс достигает $2 \times 900 = 1800$ ГэВ; но неподвижная мишень используется для получения необходимых вторичных пучков нейтрино, пионов, мюонов и других частиц. Кроме этого ускорителя в мире интенсивно используют протонные пучки высокой энергии в Брукхейвене, там имеется устройство с неподвижной мишенью на 30 ГэВ. Там же скоро вступит в строй коллайдер на тяжелых ионах.

Электрон-позитронный коллайдер высокой энергии работает в ЦЕРНе. Он представляет собой круговое устройство радиусом 26 км. Каждый пучок имеет энергию около 90 ГэВ. В середине первого десятилетия двадцатого века в ЦЕРНе должен вступить в строй коллайдер на протон-протонных пучках с энергиями до 7 ТэВ. Это в семь раз больше энергии теватрона! ЦЕРН также использует устройство с неподвижной мишенью с энергией 440 ГэВ.

Ускоритель в Стэнфорде представляет собой электрон-позитронный коллайдер с энергией пучков 45 ГэВ. Он отличается от остальных существующих в мире тем, что он первый и единственный имеет *линейный* коллайдер (все остальные — круговые устройства) и может явиться предшественником появления больших линейных ускорителей. Другие электрон-позитронные коллайдеры используются в Японии (32 ГэВ на пучок), Корнелле (5 ГэВ) и России (0,7 ГэВ). Остальные электрон-позит-

тронные коллайдеры, спроектированные для специальных исследований, находятся под реконструкцией в Тцукубу, Стэнфорде и Корнелле. Ускоритель DESY является электрон-протонным коллайдером, единственном в своем роде. Энергии пучков равны 30 Гэв и 800 Гэв для электронов и протонов соответственно.

Свойства и закономерности

Пространственно-временные симметрии

Структура субъядерного уровня очень сложна. Существует великое множество различных типов частиц и очень большая область реакций распада и столкновений между ними. Люди, работающие в этой области наук, как и в других, убеждены, что за всем этим многообразием должна скрываться некоторая «простота»; действительно, по данным рассеяния могут быть определены различные свойства и симметрии. Физики, занимающиеся частицами, часто создают целые рапсодии на теме симметрий в законах природы, хотя совершенно ясно, что точные симметрии, даже если они существуют, нарушены. Но эти рапсодии хорошо обоснованы. К сожалению, они не часто встречаются, поэтому романтический дух в поэме дополняется изрядной долей математики и квантовой механики. Мы приступаем к прозе.

Основной набор принципов симметрии появился еще в прошлом, в классической физике XIX столетия: законы сохранения энергии, импульса, углового момента. Некоторые сомнения относительно сохранения энергии возникали при открытии β -распада, но вскоре они исчезли. В настоящий момент можно не сомневаться в том, что эти три закона, в отличие от остальных, являются точными. Действительно, они отражают глубокую суть принципов пространственно-временной симметрии: закон сохранения энергии следует из того, что основные законы природы не меняются во времени (они одинаковы вчера, сегодня, завтра); закон сохранения импульса следует из того, что законы природы не зависят от выбора положения в пространстве (одинаковы здесь и там); угловой момент — из независимости законов природы от ориентации системы отсчета (они одинаковы в лабораториях, повернутых друг относительно друга). Неизменность законов природы выражается в принципах симметрии, заложенных в специальную теорию относительности, которая включает в себя инвариантность относительно вращений и требует, чтобы основные законы природы имели одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета. Кинематика специальной теории относительности сегодня постоянно используется в ускорителях высоких энергий. На глубоком теоретическом уровне требования специальной теории относительности составляют жесткий каркас для возможной структуры квантовой теории поля.

Помимо отмеченных выше принципов пространственно-временной симметрии — инвариантности законов природы относительно сдвигов по времени (от одного момента к другому), пространственных сдвигов (от одного положения к другому) и преобразований Лоренца (от одной инерциальной системы отсчета к другой) — есть два других классических источника, которые рассматривались как кандидаты на роль симметрии в квантовом мире: *сохранение четности* и *обращение времени*. Первое из них классически состоит в предположении, что законы физики инвариантны относительно одновременного обращения всех положений и всех импульсов: $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$. При этом заметим, что угловой момент $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ остается неизменным, поскольку \mathbf{r} и \mathbf{p} одновременно меняют знак. Классический пример: предположим, что частица движется в независящем от времени, центральном потенциале $V(r)$, и предположим, что $\mathbf{r}(t)$ — некоторое решение ньютоновских уравнений движения. Тогда после преобразования, которое обозначено штрихом, мы снова получим некоторое другое решение (это легко проверить): $\mathbf{r}'(t) = -\mathbf{r}(t)$, отсюда $\mathbf{p}'(t) = m \frac{d\mathbf{r}'}{dt} = -\mathbf{p}(t)$. Эти соотношения переводят одно решение в другое, отличающееся знаком векторов положения и импульса. Говорят, что центральный потенциал обладает инвариантностью относительно преобразования четности. Инвариантность относительно обращения времени означает, что законы природы неизменны при одновременном изменении знака времени и импульса, при этом вектора положения не меняются. Опять классический пример: предположим, что потенциал не зависит от времени. Тогда если $\mathbf{r}(t)$ является решением уравнений Ньютона, при этом $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}(-t)$, то, следовательно, $\mathbf{p}'(t) = -\mathbf{p}(t)$. Уравнения Ньютона относительно обращения времени остаются инвариантными. Классическое понятие симметрии относительно преобразований четности и обращения времени, проиллюстрированные выше, часто некритично принимались как гипотеза для микроскопического мира в богатом контексте квантовой механики.

Чтобы проиллюстрировать эти заблуждения, сначала для инвариантности относительно четности, рассмотрим полное поперечное сечение для пиона, падающего на покоящийся протон. Предположим, что пион, который является безспиновым, движется на север, и спин протона тоже ориентирован на север. Напомним, что преобразование четности обращает направление импульса, но не вектора углового момента, т. е. не спина. Таким образом, инвариантность относительно четности приводит к тому, что поперечное сечение не меняется, если движение пиона, но не спина, меняет направление: пион движется на юг, спин ориентирован на север. Но инвариантность относительно вращения говорит, что поперечное сечение не изменится, если, начиная с описанной ситуации, мы повернем импульс на 180° . Это приводит нас к пиону, снова движущемуся на север, но спин протона теперь ориентирован на юг.

Таким образом, гипотеза инвариантности относительно преобразований четности, совместно с вращательной инвариантностью, говорит нам, что полное сечение рассеяния не должно чувствовать, куда направлен спин протона. Инвариантность относительно обращения времени в квантовой механике является более тонким вопросом. Для иллюстрации рассмотрим реакцию, когда два тела снова переходят в два: $a + b \rightarrow c + d$. При обращении времени все импульсы и спины меняют направление; более точно, поскольку мы обращаем течение времени, меняется направление всех стрелок. Поэтому теперь надо рассматривать $c + d \rightarrow a + b$. Как и для обращения импульса и спина, это преобразование надо дополнить поворотом. Тогда на основе комбинирования принципов инварианты относительно обращения времени и поворотов, получаем:

$$a + b \rightarrow c + d \quad \text{и} \quad c + d \rightarrow a + b.$$

Сейчас мы знаем, что, хотя симметрия относительно преобразования четности и обращения времени выполняется в так называемых сильных и электромагнитных взаимодействиях, она нарушается в слабых.

Зарядовое сопряжение

Один из глубоких принципов симметрии квантовой теории поля состоит в том, что каждая частица, которая имеет электрический заряд, или любой из нескольких типов зарядов, которые мы будем обсуждать, имеет отличную от нее античастицу, знаки всех зарядов которой имеют другой знак, но одинаковую массу. Если частица нестабильна, то античастица имеет то же время жизни. Об одной из этой пары (частица-античастица) можно говорить, что она *зарядово сопряжена* к другой. Обычно она обозначается той же буквой, но у античастицы ставят сверху черту. Так, если протон обозначать как p , то антипротон — \bar{p} . Но в такой записи много исключений. Например, для электрона и позитрона вместо e и \bar{e} пишут e^- и e^+ ; аналогично пишут π^- и π^+ для заряженных пионов. Частицы, у которых отсутствуют какие-либо заряды, такие как γ и пион π^0 , являются античастицами сами к себе. Их называют *самосопряженными*. Обозначение пар частица-античастица восходит к квантовой теории Дирака для релятивистского электрона. Из этой теории, после некоторой первоначальной путаницы, ясно следовало равенство двух масс. Последующее развитие квантовой электродинамики автоматически привело к далеко идущей симметрии, известной как инвариантность относительно сопряжения заряда. Она стала восприниматься как общий принцип для физики субъядерных частиц. Зарядовая инвариантность предполагает, что законы природы инвариантны относительно замены частиц и античастиц. Для большей наглядности можно сказать, что этот принцип инвариантности предполагает, что поперечное сечение для любого процесса столкновения или скорость любого

процесса распада не изменяются, если все участвующие в нем частицы заменить на античастицы (частица на античастицу, или наоборот). Так, для процессов $\pi + p \rightarrow \pi^0 + n$ и $\pi^+ + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + \bar{n}$ можно предсказать одно и то же поперечное сечение. При этом мы использовали то, что π^0 при сопряжении не меняется, поскольку он является самосопряженной частицей.

Как и для принципов симметрии относительно преобразований четности и обращения времени, мы знаем, что инвариантность относительно зарядового сопряжения выполняется при сильных и электромагнитных взаимодействиях, но нарушается в слабых. Инвариантность относительно преобразований четности и зарядового сопряжения была установлена в 50-е годы XX века, а для обращения времени — спустя почти десятилетие. Важно то, что, хотя четность P , обращение времени T , и зарядовое сопряжение C при слабых взаимодействиях нарушаются, комбинированная симметрия CPT остается. Действительно, ее выполнение заложено глубоко в основах квантовой теории поля. Помимо всего прочего, она гарантирует равенство масс и времен жизни для частиц и античастиц.

Сильные, электромагнитные, слабые взаимодействия

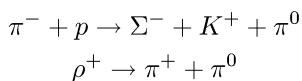
В этом разделе мы дойдем до кварков и глюонов, но сначала остановимся на частицах, которые действительно можно «наблюдать» и изучать в лабораториях. Кварки и глюоны дают ключ к разгадке, но они никогда не появлялись и не наблюдались как отдельные частицы, по крайней мере, до сих пор.

Распад мюона (мю-лептона) на электрон, нейтрино и антинейтрино происходит значительно медленнее, чем очень похожий на него распад тау-лептона на электрон, нейтрино и антинейтрино. Пока что существует хороший довод в пользу того, что внутренние интенсивности этих реакций одинаковы. Причина в том, что мю-лептон значительно легче тау-лептона, поэтому при его распаде выделяется меньше энергии. В общем случае, независимо от того, рассматривается ли поперечное сечение для случая реакций столкновения или распада, интенсивность любой конкретной реакции зависит от двух факторов. Один из них, фактор *фазового пространства*, определяется энергией, доступной при реакции. Если доступная энергия мала, то мала и возможность возникновения реакции. Такой фактор не зависит от деталей основополагающей теории и легко вычисляется. Другой фактор является квадратом абсолютной величины того, что в квантовой механике называют *амплитудой перехода*. Собственно эта амплитуда перехода и определяет меру интенсивности реакции. Она существенно зависит от деталей основополагающей теории.

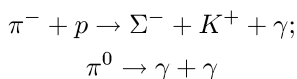
Уже в середине XX столетия было известно, что появляющиеся реакции частиц можно разделить в соответствии с их интенсивностью

на три класса: сильные, электромагнитные и слабые. Все это убеждает нас в том, что все многообразие явлений с частицами может быть сведено к некоторой основополагающей сущности, основанной на системе трех сил, — так же, как огромное разнообразие планетарных, космических и бейсбольных траекторий определяется простым законом гравитации Ньютона. Чтобы быть более точным, надо заметить, что внутри одного класса тоже может быть большое разнообразие интенсивностей реакций. Но, вообще говоря, электромагнитные процессы имеют существенно меньшую амплитуду перехода, чем сильные процессы. При умеренных энергиях слабые процессы еще меньше по интенсивности, чем электромагнитные, хотя, как мы будем обсуждать это дальше, при высоких энергиях они сравниваются. Не вдаваясь в подробности, рассмотрим несколько примеров из практически неограниченного их числа в соответствии с этой классификацией:

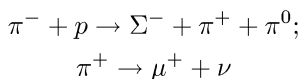
(i) сильные:



(ii) электромагнитные:



(iii) слабые:



Строго говоря, каждая из трех сил может играть некоторую роль в каждом из типов реакций. Однако, если сильные взаимодействия позволяют происходить некоторой реакции, то они преобладают в ней, все остальные приводят лишь к поправкам (которые нас обычно и интересуют). В этом случае процесс классифицируется как сильный. Теперь рассмотрим процесс, который не может происходить только с участием сильного взаимодействия, но может происходить с помощью электромагнитных сил отдельно, а не в их комбинации с сильным. В этом случае электромагнитные силы, используемые как привратник, контролируют порядок величины амплитуды перехода. Слабые силы вносят лишь небольшие изменения. В этом случае говорят, что процесс является электромагнитным. Наконец, это процессы, требующие участия слабых сил, которые могут действовать либо по отдельности, либо в комбинации с двумя остальными. Роль привратника, определяющего величину

амплитуды перехода, остается за слабыми силами. Поэтому говорят, что процесс слабый.

Подавляющее большинство всех частиц участвует в реакциях всех трех типов. Эти частицы называются *адронами*. Эта группа включает в себя нуклоны (протоны и нейтроны), пионы (π^\pm , π^0), и другие. Адроны делятся на две широкие группы: *барионы* и *мезоны*. Барионы являются ферми частицами с полуцелым спином: $1/2, 3/2, \dots$ Мезоны являются бозонами, т.е. имеют целый спин: $0, 1, \dots$ (мы измеряем спин в единицах постоянной Планка).

Частицы, участвующие в электромагнитных и слабых взаимодействиях, но не участвующие в сильных, образуют значительно меньший класс. Прежде всего, это электромагнитный квант — фотон. Другие составляющие этого класса включают в себя так называемые слабые бозоны W^\pm и заряженные *лептоны* e^\pm, μ^\pm, τ^\pm (электрон, мюон и тау-лептон).

Оставшиеся частицы участвуют только в слабых взаимодействиях. В их число попадают нейтрино и их античастицы. Всего существует три различных пары: электронное нейтрино ν_e , мюонное нейтрино, тау-лептонное нейтрино ν_τ и их античастицы (которые отличаются в обозначениях чертой сверху). Нейтрино и их античастицы являются нейтральными членами лептонного семейства, заряженные же отмечены выше. Еще один участник слабого класса — это нейтральный слабый калибровочный бозон Z .

В дальнейшем мы будем смешивать эти классы, поскольку фотоны, как и глюоны, и слабые бозоны W^\pm и Z , в современной теории называются *калибровочными бозонами*. Вскоре мы дойдем до них и до кварков.

Законы сохранения, точные и приближенные

Электрический заряд является аддитивно сохраняющимся. Аддитивность здесь означает, что полный электрический заряд сохраняется до и после реакции. Его удобно измерять в единицах заряда протона. С учетом такого соглашения часто говорят об электрическом квантовом числе частицы. Несколько примеров: протон p , положительный пион π^+ , позитрон e^+ — все они имеют квантовое число электрического заряда, равное $+1$; для антипротона, отрицательного пиона π^- и электрона это значение равно -1 ; для фотона, нейтрино, нейтрона, антинейтрона и нейтрального пиона квантовое число равно 0 . Реакция $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$ согласуется с законом сохранения электрического заряда и реально наблюдается в природе. Реакция $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + p$ будет нарушать закон сохранения заряда и наблюдаться не может. Пока не появились кварки, было принято считать, что электрический заряд должен выражаться целым числом (положительным, отрицательным или равным нулю),

Таблица 8.1. Кварки и лептоны. Значения масс очень приблизительны, особенно для легких кварков. Нейтрино подразумевается безмассовым, но существуют веские указания на то, что они могут обладать ненулевой, хотя и достаточно малой массой.

Частица	Заряд	Масса	Частица	Заряд	Масса	Частица	Заряд	Масса
u	2/3	1–5 МэВ	c	2/3	1,3 ГэВ	t	2/3	174 ГэВ
d	-1/3	3–9 МэВ	s	-1/3	60–70 МэВ	b	-1/3	4,3 ГэВ
e^-	-1	0,51 МэВ	μ^-	-1	106 МэВ	τ^-	-1	1,78 ГэВ
ν^-	0	< 7 эВ	ν_μ	0	< 0,17 МэВ	ν_τ	0	< 18 МэВ

умноженным на заряд протона. Как оказалось, кварки имеют дробные заряды. Здесь можно заметить, что вся Вселенная в целом, насколько нам известно, всегда была и остается электрически нейтральной.

Барийное число является другой величиной, которая сохраняется аддитивно. Как мы знаем, это выполняется с большой точностью. Это квантовое число не равно нулю *только для барионов*: его значение равно +1 для протона и нейтрона, Λ -частицы, заряженных и нейтральных Σ частиц, и многих других. Для античастиц оно равно -1. Реакция распада $p \rightarrow e^+ + \pi^+$ запрещена законом сохранения барионного числа, поскольку слева оно равно +1, а справа - 0. Ценный запрет! Сохранение барионного числа стабилизирует протон против такого и многих других, какие только можно придумать, распадов. Среднее время жизни протона, если он и является нестабильным, составляет не менее 10^{33} лет.

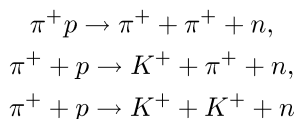
Сохраняются ли лептоны? Из кинематики процессов β -распада было известно, что электронное нейтрино имеет одну из самых малых масс (см. табл. 8.1). Кажется естественным предположить, что эта масса в точности равна нулю. Мюонное и тау-лептонное нейтрино не так экспериментально ограничены, но их масса все равно значительно меньше массы электрона. При рассмотрении этих нейтрино кажется естественным предположить, что все они имеют массу, равную нулю. Ноль — приятное число! Как уже неоднократно отмечалось, существует три семейства лептонов: e^- и ν_e (и их античастицы); μ^- и ν_μ (и их античастицы); τ^- и ν_τ (и их античастицы). В рамках стандартной модели, строгая безмассовость нейтрино имеет важные последствия. Она приводит к появлению трех отдельных законов сохранения для лептонов. Для электронного семейства это закон сохранения лептонного числа e -типа, где e^- и ν_e обладают лептонным числом e -типа, равным +1, а их античастицы — (-1); все другие частицы имеют это квантовое число, равным нулю. Аналогично можно рассматривать лептонные числа μ -типа и τ -типа, которые тоже строго сохраняются. Из этих законов сохранения можно получить, что запрещены распады $\mu \rightarrow e + \gamma^0$, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + X$, где объект X должен быть нейтрино, а не антинейтрино; более того нейтрино ν_μ , а не ν_e или ν_τ .

Но постепенно растет убеждение, что нейтрино не является строго безмассовым, по крайней мере, во всех трех случаях. Доказательства этого не являются прямыми, а получаются из восхитительного приема. Уже давно известно, что если бы нейтрино обладали массой, то *теоретически* возможно, что при движении в пространстве или в веществе, будет сдвигаться исходное равенство между тремя типами нейтрино. Эта идея носит название *нейтринных осцилляций*. Так, ν_e , по мере движения, может приводить к некоторым реакциям распада или столкновения, в результате которых меняются квантовая суперпозиция ν_e , ν_μ и ν_τ . С течением времени возникают колебания пропорциональности состава нейтрино. Скорость колебаний будет зависеть от разности масс нейтрино, от энергий, от различных «смешивающих» параметров. Никто этого не подтвердил, но известно, что теоретически это возможно, если нейтрино будут иметь массу. С экспериментальной стороны доказательства нейтринных осцилляций можно добыть по нескольким направлениям. Одно из них — нехватка нейтрино электронного типа, которые приходят к нам с Солнца. На Солнце получаются нейтрино только такого типа. Но наблюдаемый поток частиц очень мал, по крайней мере, он в два раза меньше. Возможно, что солнечные модели, предсказывающие такой поток нейтрино, просто ошибочны. Однако постепенно складывается мнение, что нехватка нейтрино действительно является реальной, даже если всего лишь какая-то часть нейтрино электронного типа осциллирует, переходя в нейтрино другого типа на пути к Земле. Существует и другая аномалия, недавно достаточно твердо установленная экспериментально. Она связана с потоками нейтрино e - и μ -типа, которые возникают в атмосфере при падении космических лучей и которые достигают детекторов на поверхности Земли. И снова возникает проблема: на этот раз избыток нейтрино μ -типа, по сравнению с нейтрино e -типа. Кажется, что осцилляции происходят прямо здесь.

Вследствие всего этого при интенсивном изучении, которое происходит, нам, может быть придется распрощаться с этими утверждениями. Кажется вероятным, что три утверждения закона сохранения для лептонов нарушены, хотя отклонения все же достаточно малы. При этом общий, т.е. закон сохранения для полного числа лептонов, может выжить: все три нейтрино и три отрицательно заряженных лептона имеют общее лептонное число $+1$; их античастицы -1 ; все остальные 0. В последующем, когда мы будем говорить о сохранении лептонов, мы будем подразумевать полное число лептонов. Чрезвычайно интересно другое: Вселенная населена нейтрино, оставшимися вместе с фотонами от Большого Взрыва. С некоторого времени известно, что Вселенная имеет какое-то энергетическое наполнение, заставляя действовать на себя гравитационно и не проявляя этого другим образом. Здесь возникает космологическая проблема «скрытой» массы (масса, по Эйнштейну, является эквивалентом энергии). Даже если нейтрино имеет малую массу,

всего несколько электрон-вольт, она будет давать существенный вклад в скрытую массу Вселенной.

В противоположность, как кажется, точным законам сохранения для электрического заряда, барионного числа и, возможно, полного лептонного числа существуют другие величины, про которые с самого момента их появления было известно, что они сохраняются только приближенно. Они аддитивно сохраняются в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но нарушаются в слабых. Всего имеется четыре таких величины. Одна из таких величин — *странность*. Это понятие восходит к 50-м годам XX века, к открытию адронов, которые в одних комбинациях взаимодействовали сильно или электромагнитно, а в других — только слабо. Мы видели такие примеры раньше. Эти условия можно использовать, чтобы задать новый тип квантового числа — странность — для адронов таким образом, чтобы она сохранялась в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но не в слабых, поскольку в них есть случаи нарушения законов сохранения. В обычных слабых процессах странность меняется на единицу между левой и правой сторонами уравнения. Реакции, в которых она меняется больше, чем на единицу, не запрещены строго, но являются *очень* слабыми (и являются объектом интенсивных экспериментальных исследований). Для иллюстрации: нуклоны и пионы имеют странность $S = 0$, в то время как K^+ мезоны имеют странность $S = 1$. Соответственно, реакции



являются сильными, слабыми и очень слабыми.

Есть и другие три величины, аналогичные странности. Они тоже сохраняются в сильных и электромагнитных, но не сохраняются в слабых взаимодействиях. Они появились позже, после того, как возникла гипотеза кварков. Эти три величины, взятые вместе со странностью, барионным числом и электрическим зарядом, дают набор из шести аддитивных законов сохранения для сильных и электромагнитных процессов. Но шесть — это число типов кварков! Хотя эти законы сохранения нашли естественное место в современной, основанной на кварках теории, их можно воспринимать и так, что они получаются непосредственно из экспериментальных данных без всякой ссылки на основополагающую кварковую теорию.

К кваркам

Существует много других идей с приближенной симметрией, которые предлагались и обосновывались на основе экспериментальных данных. Концепция состоит в том, что существует нечто более сложное, чем

аддитивные законы сохранения. Примером является симметрия *изотопического спина*, которая очень хорошо выполняется в сильных взаимодействиях. При этом все адроны разделяются на группы, или изотопические мультиплеты, как их называют. Все частицы данного мультиплета имеют одинаковый спин, барионное число, и другие квантовые числа, исключая электрический заряд. Для расширения этой симметрии, чтобы можно было игнорировать нарушающие симметрию эффекты электромагнитного и слабого взаимодействия, необходимо, чтобы все частицы данного мультиплета имели одинаковую массу. Тогда (p, n) образуют ядерный дублет; (π^+, π^0, π^-) — образуют пионный триплет; (Λ) — синглет Λ -частицы; (K^+, K^0) — K -мезонный дублет, и так далее, группируя все адроны. Уже здесь ясно, что есть основания для возможной группировки по изотопическому спину. А именно, p и n фактически имеют одинаковую массу, в то время как нейтральный пион имеет близкую массу с заряженными пионами. То же самое и в других мультиплетах. Изотопическая симметрия выходит за рамки этого. Часто бывает полезно предсказывать соотношения между поперечными сечениями различных процессов, включающих данный набор мультиплетов. Например, изотопическая симметрия дает определенные соотношения (которые мы здесь не будем описывать), связывающие поперечные сечения для процессов

$$\begin{aligned} \pi^- + p &\rightarrow \Lambda + K^0, & \pi^0 + p &\rightarrow \Lambda + K^+, \\ \pi^0 + n &\rightarrow \Lambda + K^0, & \pi^+ + n &\rightarrow \Lambda + K^+. \end{aligned}$$

В общем случае предсказания на основе симметрии изотопического спина очень хорошо подтверждаются экспериментальными данными.

В начале 60-х годов XX века была предложена более широкая симметрия сильных взаимодействий. Известно, что с самого начала она не была такой, а была предложена как некоторое полезное приближение. Это $SU(3)$ -симметрия, к математическому содержанию которой мы не будем обращаться. Она группирует изоспиновые мультиплеты в еще большие, причем все частицы этого большого мультиплета имеют одинаковый спин и одинаковое барионное число. Если бы симметрия была точной, они имели бы и одинаковые массы. Например, изотопический триплет пионов, дублет K -мезонов, дублет анти- K -мезонов и синглет η -частицы — все они имеют одинаковый спин и одинаковое нулевое барионное число. Они образуют вместе отдельный $SU(3)$ -мультиплет с восемью состояниями. Другие адроны тоже собираются вместе в другие мультиплеты, с *размерностью* (числом состояний), разрешенной $SU(3)$ -симметрией, например: 8, 10, 27. Увы, массы внутри различных $SU(3)$ -мультиплетов неодинаковы и в некоторых случаях отличаются достаточно сильно; так что $SU(3)$ -симметрия не является точной. Тем не менее, она обеспечивает приемлемое приближение во многих ситуациях.

Но основной триумф $SU(3)$ -симметрии связан с так называемой

кварковой гипотезой. Математика $SU(3)$ -симметрии разрешает мультиплеты с размерностью 3. Через некоторое время после появления $SU(3)$ стало ясно, что ни один из известных адронов не может группироваться в мультиплет с этой размерностью; все они соответствуют другим состояниям. Само по себе это не означало какого-либо противоречия. Можно было просто сказать, что природа, по каким-то внутренним причинам предпочла проигнорировать простую возможность, предоставленную $SU(3)$ -симметрией. Тем не менее, в начале 60-х годов возникла идея, что внутренняя структура адронов должна быть основана на этом триplete $SU(3)$ -симметрии, названном «кварками». Хотя понимание основополагающей квантовой динамики еще было далеко от завершения, по крайней мере, математика $SU(3)$ -симметрии приводила к картине, в которой все известные адроны могут быть составлены из трех типов кварков — частиц со спином $1/2$ (здесь кварк означает общее название как для частицы, так и для античастицы). Эти первые три кварка были названы *up*, *down* и *strange*¹ (эти названия остаются одними из самых причудливых в субъядерной номенклатуре). Символически они обозначаются буквами *u*, *d*, *s*.

На раннем этапе кварки воспринимались многими как чисто математический трюк, который будет отброшен, когда выяснится их математическая структура. Для других они были реальными физическими частицами, которые могут быть найдены экспериментально. То, в чем мы сейчас убеждены, находится где-то посередине. Кварки действительно реальны в том смысле, что они входят как основные составляющие в современной теории частиц; они оставляют ни с чем не сравнимые отпечатки во всех проведенных экспериментах. Но никто не видел их непосредственно, отдельно от других частиц.

Основные ингредиенты

Частицы

За первыми тремя кварками в последующие годы были успешно (но не при прямом наблюдении) открыты *charm*, *bottom* и *top*² кварки, часто обозначаемые как *c*-, *b*- и *t*-кварки. Первый из них был предсказан единой электромагнитной теорией, созданной в конце 60-х годов XX века. Открытие *c*-кварка несколькими годами позднее явилось драматическим подтверждением теории, возникшей примерно в то же время. Тогда, по крайней мере для истинно убежденных людей, полностью неожиданное открытие тау-лептона в середине 70-х годов означало существование

¹От англ. *up* — вверх, *down* — вниз, *strange* — странный. — Прим. пер.

²От англ. *charm* — очарование, *bottom* — низ, *top* — верх. — Прим. пер.

двух дополнительных кварков. Более уверенно существование b -кварка было доказано в течение нескольких лет; для t -кварка понадобилось почти два десятилетия. Вместе получилось шесть типов кварков; или, можно сказать, шесть кварковых *ароматов*. Более современная теория утверждает, что каждый кварковый аромат может существовать в трех различных состояниях, каждое из которых имеет одинаковую массу, заряд, барионное число и спин. То, что различает эти состояния, математически хорошо определяется в терминах основополагающей теории, но повседневная жизнь требует использования повседневных названий. По подобию, с которым образовывались имена ароматов, эти различные состояния стали обозначать цветом. Можно использовать любые три цвета, это вопрос соглашения. Можно использовать красный, белый и голубой. В последующем обсуждении мы будем просто говорить о шести кварковых ароматах, понимая, что для каждого аромата есть частица и античастица, каждая из которых может находиться в трех цветовых состояниях; всего, таким образом, 36 величин. Кварки имеют спин $= 1/2$, поэтому являются фермионами. Это свойство объединяет их с тремя заряженными лептонами и тремя нейтральными лептонами (нейтрино).

Кварки имеют дробный электрический заряд. В единицах заряда протона квантовые числа заряда для кварковой частицы равны $Q = 2/3$ для u -, c -, t -кварков; $Q = -1/2$ для d -, s -, b -кварков. Для кварковых античастиц знаки в точности обратные $Q = -2/3$ для \bar{u} -, \bar{c} -, \bar{t} -кварков и $Q = 1/3$ для \bar{d} -, \bar{s} -, \bar{b} -кварков. Аналогично, барионное число для всех шести кварков равно $B = 1/3$; для кварковых античастиц знак обратный, $B = -1/3$. В самих зарядах нет ничего таинственного. Если бы d -кварк был открыт до электрона, величину его заряда можно было бы взять за единицу измерения; тогда при открытии электрона его заряд был бы равен 3. Но реально, исторически все произошло иначе, и поэтому иногда тот факт, что могут существовать величины с зарядами, меньшими, чем известные заряды электрона или протона, первоначально вызывает удивление.

Поскольку кварки никогда не существуют по отдельности, очень трудно с большой точностью измерить их массы; существует некоторая теоретическая свобода в выборе того, как должен быть определен массовый параметр. Но мы можем достаточно уверенно сказать, что массы u - и d -кварков достаточно малы по сравнению с известными массами адронов; знаем, что масса s -кварка значительно больше, хотя и остается скромной по этой шкале. Кварки типа c -, b - и t -кварка имеют массы, значительно превосходящие массы этих трех легких кварков, поэтому их массы могут быть определены с большей аккуратностью. В таблице 8.1 представлены данные по массам и электрическим зарядам кварковых и лептонных частиц, разбитых на три семейства. Там не показано (барионное, лептонное) число, равное $(1/3, 0)$ для кварков и $(0, 1)$ для

лептонов. Соответствующие античастицы не представлены отдельным списком. Они имеют те же массы, но противоположные знаки для электрического заряда, барионного и лептонного чисел.

Современная теория вводит еще набор других частиц — *глюонов*. Как и кварки, они оставляют ясные отпечатки во всех проведенных экспериментах, но никогда не наблюдаются по отдельности. Всего их 8. Они безмассовы и электрически нейтральны. Барионное число равно нулю. Глюоны играют ту же роль в сильных взаимодействиях, какую фотон γ играет в электромагнитных, а W^+ , W^- и Z бозоны в слабых взаимодействиях. Все они являются калибровочными бозонами со спином 1, а полное их число $8 + 4 = 12$. Фотон, глюоны, и Z частица одновременно являются и своими собственными античастицами, в то время как W^+ и W^- — зарядово-сопряженной парой. Калибровочные бозоны перечислены в табл. 8.2

Таблица 8.2. Калибровочные частицы: фотон, глюоны, заряженные и нейтральные слабые бозоны.

γ	g	W^+, W^-	Z
0	0	80 ГэВ	91 ГэВ

Таким образом, наш общий список основных составляющих включает в себя шесть кварковых ароматов, шесть лептонных ароматов, двенадцать калибровочных бозонов; напомним при этом, что каждый кварковый аромат может находиться в трех цветовых состояниях, при этом кварки и лептоны имеют как частицу, так и античастицу. В минимальной современной теории, стандартной модели, есть только одна частица, которую еще необходимо добавить к данному списку — хиггсовская частица, нейтральный объект с нулевым спином. В момент написания книги эта частица еще не была открыта, но ее поиски активно продолжаются. Ее существование важно для понимания того, как частицы могут приобретать массу. Но ее роль достаточно сложна и поэтому мы исключаем частицу Хиггса из дальнейшего обсуждения.

Список частиц в таблицах 8.1 и 8.2 может расшириться в любой день. Действительно, в настоящее время идет интенсивное обсуждение того, что каждая частица из списка, возможно, имеет еще *суперсимметричных* партнеров. Существуют и другие возможности расширения такой минимальной картины. Но то, что явно должно быть исключено из таблицы фундаментальных составляющих, так это протон, нейтрон, пионы и другие адроны. С современной точки зрения они являются составными формами из кварков и глюонов. Атомные ядра «повседневной» жизни можно считать сложенными из составных частиц. Более того, кварки и глюоны, которые на данный момент считаются фундаменталь-

ными строительными элементами, на самом деле, в некотором смысле являются фантомами: они никогда отдельно не наблюдаются. Поэтому фундаментальными (в соответствии с современной теорией) и непосредственно наблюдаемыми остаются только лептоны, слабые калибровочные бозоны и фотон.

Взаимодействия

Полная теория должна определять не только фундаментальные частицы, из которых все строится, но и силы, управляющие их поведением. Но при учете рождения и уничтожения частиц лучше говорить не о силах, а о фундаментальных *взаимодействиях*. Тогда элементарные акты рождения и уничтожения сводятся к процессам столкновения и распада, которые определяют структуру составных частиц, таких, как адроны. Постепенно мы разберемся с понятием фундаментального взаимодействия, а пока двинемся дальше.

Сильные взаимодействия

Сильное взаимодействие должно описываться выражением, являющимся суммой слагаемых, по одному на каждый аромат, и сохраняющим значение аромата. Поэтому каждое слагаемое описывает связь в глюоне g с парой кварков q или антикварков \bar{q} *одного аромата*, либо с кварк-антикварковой парой одинакового аромата. Схематично обозначим их как $q + g \leftrightarrow q$. Здесь и далее, одно уравнение такого вида означает, что учитываются также уравнения $\bar{q} + g \leftrightarrow \bar{q}$, $q + \bar{q} \leftrightarrow g$ и $g + q + \bar{q} \leftrightarrow 0$. Символ «0» здесь означает отсутствие состояния частиц. Отметим, что когда величина переносится с одной стороны двусторонней стрелки на другую, она становится сопряженной по заряду. Мерой интенсивности такой связи является параметр, который называют *сильной константой связи*. Ее значение одинаково для всех шести кварковых ароматов. При записи мы будем часто полагать эту интенсивность равной единице. Соответствующие константы связи для слабого взаимодействия и электромагнетизма будут тогда значительно меньше единицы.

Более сложные реакции между кварками и глюонами получают из фундаментального взаимодействия между ними и взаимодействия только между глюонами. Позднее мы проиллюстрируем, как эти более сложные реакции строятся из фундаментального взаимодействия. В данный момент существенно лишь то, что фундаментальное взаимодействие, описанное выше, сохраняет аромат: так что X -кварк или антикварк остаются теми же X -кварком или антикварком, если испускают или поглощают глюон; аналогично, чтобы получить глюон, нужно чтобы X -кварк проаннигилировал с антикварком того же аромата. Здесь X означает любой из шести кварковых ароматов. То же самое можно

сказать другими словами: для фундаментального взаимодействия число кварков данного аромата минус число антикварков того же аромата должно быть одинаково с любой стороны уравнения. То же самое можно сказать о любой сложной реакции, построенной на фундаментальном взаимодействии. *Сильные взаимодействия сохраняют аромат.* Таким образом, теория приводит к существованию шести дополнительных законов сохранения при сильных взаимодействиях. Один из этих законов сохранения выполняется для N_u : число u -кварков минус число \bar{u} -антикварков; другое для N_d : число d -кварков минус число \bar{d} -антикварков; и т. д. Любая комбинация этих величин, разумеется, тоже является сохраняющейся величиной. При этом законы сохранения барионного числа N_B и электрического заряда N_Q в рамках сильных взаимодействий могут быть записаны в виде

$$N_B = \frac{1}{3}(N_u + N_d + N_c + N_s + N_t + N_b),$$

$$N_Q = \frac{2}{3}(N_u + N_c + N_t) - \frac{1}{3}(N_d + N_s + N_b).$$

За исключением малого вклада, появляющегося за счет электромагнитных и слабых взаимодействий, можно считать, что адроны, в основном, состоят из кварков, антикварков и глюонов. Например, протон имеет сохраняющиеся кварковые числа $N_u = 2$, $N_d = 1$, а все другие равны нулю ($N_u = N_c = \dots = 0$). Это дает правильные значения $N_B = 1$, $N_Q = 1$. Простейшая интерпретация заключается в том, что протон буквально состоит из двух u -кварков, одного d -кварка и ничего больше. Но это несколько наивно. Поскольку квантовые числа сохраняются, можно добавить любую комбинацию смеси глюонов, такую, чтобы она не несла ни барионного числа, ни электрического заряда. Аналогично, можно добавить кварк-антикварковую пару любого аромата без изменения квантовых чисел протона. Они образуют так называемое «море» кварк-антикварковых пар, преимущественно из легких u -, d -, s -кварковых пар. Определенно можно лишь сказать, что протон содержит на 2 u -кварка больше, чем \bar{u} -антикварка, на 1 d -кварк больше, чем \bar{d} -антикварков. Но квантовые числа не дают и не подсказывают информации относительно «моря», т. е. глюонного содержимого протона. Здесь существуют глубокие, содержательные вопросы, которые должны быть адресованы основополагающей динамической теории. Но она является сложным объектом для проведения теоретического и численного анализа. Здесь можно лишь сказать, что для описания протона в соответствии с его характеристическими квантовыми числами можно использовать самоочевидные обозначение (uud) , означающее $N_u = 2$, $N_d = 1$, остальные $N_S = 0$. Тогда антипротон можно обозначить $(\bar{u}\bar{u}\bar{d})$. В смысле этих же квантовых чисел положительный пион π^+ является кварк-антикварковой комби-

нацией ($u\bar{d}$); его античастица π^- записывается как ($\bar{u}d$). Нейтральный пион π^0 является линейной комбинацией ($u\bar{u} - d\bar{d}$). Мы можем считать, что частица совпадает с античастицей для нейтрального пиона потому, что кварковая композиция не меняется при сопряжении, поскольку кварк заменяется на антикварк и наоборот.

Таблица 8.3 содержит небольшой набор известных адронов. В ней приведены массы и кварковые характеристики. Барионы в списке имеют барионное число $B = 1$; мезоны — $B = 0$. Не все частицы обязательно имеют античастицы. Некоторые из них, как мезоны, являются одновременно как частицами, так и античастицами. Их нетрудно узнать, если использовать тест, опробованный ранее на π^0 (может ли кварковое состояние измениться при зарядовом сопряжении). Это объясняет, почему многие различные адроны могут иметь одинаковую кварковую характеристику. Например, имеется целый набор барионов, имеющих структуру протона (uud), но различающихся по массе и другим характеристикам.

Таблица 8.3. Небольшой набор сильно взаимодействующих частиц, адронов.

Барионы	Кварковая структура	Масса, Мэв	Мезоны	Кварковая структура	Масса, Мэв
p	uud	938	π^+	$u\bar{d}$	140
Λ^0	uds	1116	K^0	$d\bar{s}$	498
Δ^{++}	uuu	1232	D^0	$c\bar{u}$	1865
Ξ^0	uss	1315	D_{S^+}	$c\bar{s}$	1969
Ω^-	sss	1672	J/Ψ	$c\bar{c}$	3097
Λ_{c^+}	udc	2285	B^+	$u\bar{b}$	5279
Ξ_c^0	dsc	2470	B_s^0	$s\bar{b}$	5370
Λ_b^0	udb	5624	Υ	$b\bar{b}$	9460

Наконец, последнее замечание. Ранее мы уже коротко касались изотопического спина и $SU(3)$ -симметрии сильных взаимодействий. Игнорируя малый вклад электромагнитного и слабого взаимодействия, можно было бы сказать, что изотопическая симметрия была бы точной для сильных взаимодействий, если бы u -кварк и d -кварк имели одинаковую массу. Фактически их массы различны по численным значениям, хотя и обе очень малы по сравнению с типичной массой адрона. Они примерно идентичны в том смысле, что массами u - и d -кварков можно одинаково пренебречь во многих ситуациях. Более широкая $SU(3)$ симметрия будет точна, если массы трех u -, d -, s -кварков будут равны. Фактически, масса s -кварка значительно отличается от масс u - и d -кварков, и пренебречь ею нельзя. Так что эта симметрия в лучшем случае является приближенной.

Электромагнитное взаимодействие

Электромагнитное взаимодействие описывается суммой слагаемых, связывающих фотон γ с каждой заряженной частицей в нашем списке: $Q + \gamma \leftrightarrow Q$. Как и раньше, мы будем понимать, что это соотношение учитывает $Q^\pm + \gamma \leftrightarrow Q^\pm$, $Q^+ + Q^- \leftrightarrow \gamma$, и $Q^+ + Q^- + \gamma \leftrightarrow 0$. Характеристической константой связи любого из этих взаимодействия является электрический заряд частицы. Он меньше, чем константа связи сильного взаимодействия. Поскольку u - и d -кварки имеют разные заряды, электромагнитное взаимодействие нарушает изотопическую спиновую симметрию. Но оно сохраняет аромат, а следовательно, барионное и лептонное числа; конечно же, сохраняется и электрический заряд.

Сильное взаимодействие осуществляется, если можно так сказать, глюонами, которые связывают пары кварков с одинаковым ароматом. Электромагнитное взаимодействие осуществляется фотоном, который тоже связывает между собой пары кварков одного аромата, пары заряженных лептонов одного аромата и заряженные w бозоны. Совместно, сильное и электромагнитное взаимодействие сохраняют ароматы для кварков и лептонное число для каждого из трех типов заряженных лептонов. Нейтрино в этом смысле не играет никакой роли.

Слабое взаимодействие

Слабое взаимодействие осуществляется посредством слабых калибровочных бозонов, W^\pm , Z . Нейтральный бозон связывает пары кварков и пары заряженных лептонов так же, как это делает фотон. В частности, он сохраняет ароматы кварков и заряженных лептонов. Напомним, что это означает. Если u -кварк взаимодействует с Z бозоном, снова получается u -кварк, d -кварк остается d -кварком, электрон остается электроном, и т. д. Качественно новым является то, что теперь начинает играть роль нейтрино. Z -бозон связывает пару нейтрино с различными ароматами. Аналогично, W^\pm бозоны связывают пары кварков с различными ароматами, что необходимо для сохранения заряда. W -бозоны, кроме того, связывают между собой лептоны, один заряженный, а другой — нейтрино. Совместно, если опустить взаимодействие калибровочных бозонов самих с собой, взаимодействие W -бозонов можно записать так:

$$W^\pm \leftrightarrow u + \bar{d}, \quad c + \bar{s}, \quad t + \bar{b}; \quad e^+ + \nu_e, \quad \mu^+ + \nu_\mu, \quad \tau^+ + \nu_\tau.$$

Здесь снова использованы сокращенные обозначения. Каждая реакция обозначает не только себя, но и другие. Например, $W^+ \leftrightarrow u + d$ включает в себя $\bar{u} + W^+ \leftrightarrow d$, $d + W^+ \leftrightarrow u$, $W^- \leftrightarrow \bar{u} + d$ и т. д.

Отличительной чертой слабого взаимодействия является то, что в нем участвует нейтрино; в результате появляются переходы с изменением аромата среди кварков, а поэтому и среди адронов.

Константа связи при слабом взаимодействии имеет тот же порядок величины, что и электромагнитная константа связи. Это отражает одно из достижений современной теории, а именно, объединение электромагнитных и слабых взаимодействий. Хотя электромагнитная и слабая константы связи лишь приближенно равны по величине, при низких энергиях амплитуды перехода для слабого взаимодействия значительно меньше, чем для электромагнитного. «Низкая энергия» означает, что она мала по сравнению с очень большой энергией массы покоя для слабых калибровочных бозонов. Как мы будем обсуждать в последующем разделе, это получается в результате того, что при низких энергиях очень большие массы слабых калибровочных бозонов появляются в знаменателе амплитуды и подавляют ее.

Резюме

Как мы сейчас считаем, наш мир построен на основе шести ароматов кварков, трех заряженных лептонов и их нейтрино и калибровочных бозонов для каждого класса фундаментальных взаимодействий: восемь глюонов для сильного взаимодействия, три «слабых» бозона W^+ , Z , W^- для слабого взаимодействия, и один фотон для электромагнитных взаимодействий. Снова упомянем то, что мы, говоря о кварках, подразумеваем под этим словом как частицы, так и античастицы; то же самое касается лептонов. Пока остается неоткрытым нейтральный, бесспиновый бозон, частица Хиггса. В нашем списке теперь нет, вообще говоря, ни протонов, ни нейтронов, ни пионов, ни других частиц, хотя они и образуют в комбинации известные субъядерные частицы. Все они являются составными, образованными из кварков и глюонов.

Современная теория стоит на двух ногах: теории сильных взаимодействий (квантовая хромодинамика, КХД) и объединенной электрослабой теории. Мы не разбирали теорию в каких-либо деталях, остановившись лишь на наборе частиц и их взаимодействий и лишь отметили их точные и приближенные симметрии. Более подробный обзор этих вещей уведет нас в глубинные структуры калибровочной симметрии и очень быстро погрузит в сложные технические детали. К сведению, стандартная модель прошла все экспериментальные проверки, исключая отмеченные выше проблемы с нейтрино — проблемы, которые, возможно, могут быть решены без излишнего напора. Если это так, то есть различные причины считать, что современная теория должна быть включена в некоторые более широкие рамки, что пока не завершено. Одна из причин состоит в том, что в теории неприемлемо много входных параметров, около дюжины или половины того. Среди них различные массы. Особенно досаждают в связи с этим вопрос о масштабах масс, которые они образуют: от малой массы электрона до очень большой массы тау-лептона;

от малых масс u - и d -кварков до чрезвычайно большой массы t -кварка, причем на их фоне, на самом низшем конце шкалы возможны малые, но ненулевые нейтринные массы. Почему? Кроме того, в стандартную модель вообще не входит гравитация.

ГЛАВА 9

Квантовые поля

Субъядерные частицы, которыми мы занимались, являются очень маленькими объектами, которые или оставляют треки в детекторах различного вида, или переключают счетчик Гейгера, или регистрируются другими путями. Если они стабильны, то имеют определенную массу, если нестабильны, то у них есть определенное время жизни и почти определенная масса. Некоторые из них: протоны, нейтроны и электроны — комбинируются в большое число различных групп, образуя материальный, макроскопический мир повседневной жизни. Фотоны, взятые во всей совокупности, образуют повседневный мир света (а также радиоволн, рентгеновских лучей и т. д.). По этим причинам на макроскопическом уровне нас, очевидно, привлекают частицеподобные объекты. Тем не менее, с теоретической точки зрения, частицы не являются первичной теоретической конструкцией. Приходится обращаться к квантовым полям. Обратимся сначала к классической ситуации.

Классически, частицы и поля являются динамическими величинами равного статуса. Любая данная частица имеет определенное положение в каждый момент времени. Цель динамики — предсказать, как положение меняется со временем. Изменение во времени определяется законом Ньютона и действующими силами. В противоположность этому, классическое поле $\varphi(x, y, z, t)$ является величиной, определенной сразу во всем пространстве. Цель динамики для поля — предсказать, как поле меняется со временем в *каждой точке пространства*. Поскольку существует бесконечно много точек пространства, существует и бесконечно много динамических переменных, или степеней свободы. Динамика определяется соответствующими уравнениями в частных производных, например, уравнениями Максвелла для электрических и магнитных полей. Общая динамическая система содержит как поля, так и частицы: для электромагнетизма, кроме полей \mathbf{E} и \mathbf{B} , существуют заряженные частицы.

Как перейти к квантованию полей? Сначала сделаем это для системы частиц. Основными классическими наблюдаемыми величинами

для частиц являются положение и вектор импульса. Другие интересные нас величины, например, энергия, угловой момент, и т. д. могут быть выражены через координаты и импульс. С учетом этого, квантование состоит в замене координат и импульсов операторами (которые мы будем обозначать сверху тильдой). В представлении Шредингера, которое мы использовали, эти операторы не зависят от времени. Другие наблюдаемые, например, энергия, при этом тоже станут операторами. Состояние системы закодировано в волновой функции, которая меняется со временем в соответствии с уравнением Шредингера (4.19). Самым основным моментом в этой процедуре являются коммутационные соотношения между операторами координат и импульсов. Оператор координаты одной частицы коммутирует с операторами координат и импульсов остальных частиц. Для данной частицы не равны нулю коммутаторы

$$[\tilde{x}, \tilde{p}_x] = [\tilde{y}, \tilde{p}_y] = [\tilde{z}, \tilde{p}_z] = i\hbar. \quad (9.1)$$

Эти коммутационные соотношения, совместно с уравнением Шредингера, и составляют ядро процедуры квантования системы нерелятивистских частиц.

Свободные поля и свободные частицы

Аналогичная процедура предлагалась ранее и для квантования электромагнитного поля. Это полевая система, которую мы уже встречали в классическом виде; но для понимания процедуры квантования полей были придуманы другие понятия, которые в классическом варианте не встречаются. Мы будем интересоваться только полями, которые удовлетворяют релятивистски инвариантным уравнениям, и начнем с простой модели, которую будем использовать только в педагогических целях. А именно, рассмотрим поле $\varphi(x, y, z, t)$, которое на классическом уровне удовлетворяет уравнению:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \left\{ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right\} + \rho^2 \varphi = 0. \quad (9.2)$$

Константа ρ получит физическую интерпретацию чуть позже, пока будем считать ее за параметр. Из (9.2) легко получить, что величина, которая не меняется с течением времени, может быть отождествлена с энергией поля. С точностью до множителя, который зависит от соглашения, *плотность* энергии (энергия на единицу объема) может быть записана в виде

$$H = \frac{1}{2c^2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\}. \quad (9.3)$$

Мы будем ссылаться на это выражение как на плотность гамильтониана. Аналогичные выражения можно записать для плотностей импульса и углового момента, переносимых полем.

Для понимания квантования вернемся к динамике частицы и рассмотрим отдельную частицу массы m , двигающуюся в потенциале $V(x, y, z)$. Аналогом уравнения (9.2) являются уравнения Ньютона:

$$\frac{dp_x}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \frac{dp_y}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad \frac{dp_z}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial z}, \quad \mathbf{p} = m \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

Аналогом соотношения (9.3) является полная энергия, или гамильтониан:

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V.$$

Всего имеется три координаты x, y, z и три импульса частицы p_x, p_y, p_z . В соотношении (9.3) роль координат играют зависящие от времени значения поля $\varphi(x, y, z, t)$ в каждой точке пространства. Вспомним, что импульс частиц пропорционален производной по времени от соответствующей координаты; мы будем считать производную по времени от поля $\frac{d\varphi}{dt} \equiv \pi(x, y, z, t)$ «импульсом», который соответствует «координате» $\varphi(x, y, z, t)$. Это приводит к следующему соображению. Для квантования заменим $\varphi \rightarrow \tilde{\varphi}(x, y, z)$ и $\pi \rightarrow \tilde{\pi}(x, y, z)$ операторами, которые зависят от точек пространства, но не зависят от времени. Заметим, что аргумент этих операторов (x, y, z) сам по себе не является оператором; это просто метка, которая определяет положение в пространстве; каждая точка в пространстве имеет свой собственный оператор поля. Идея состоит в том, чтобы потребовать выполнения коммутационных соотношений, аналогичных (9.1); а именно, чтобы коммутаторы для всех операторов обращались в ноль, независимо от того, в одной или разных точках они берутся, за исключением коммутатора $[\tilde{\varphi}(\mathbf{r}), \tilde{\pi}(\mathbf{r}')]$. По аналогии с (9.1) можно было бы считать, что этот коммутатор должен быть равен нулю, если точки пространства различны, и равен $i\hbar$, если точки одинаковы. Будет более правильным рассмотреть следующую процедуру: поскольку пространство является непрерывным, рассмотрим коммутатор $[\tilde{\varphi}(\mathbf{r}), \tilde{\pi}(\mathbf{r}')]$, зафиксируем \mathbf{r} , и проинтегрируем по \mathbf{r}' в малой окрестности \mathbf{r} . Тогда лучшей аналогией (9.1) будет сказать, что результирующий интеграл будет равен $i\hbar$.

Наблюдаемые полной энергии и полного импульса теперь могут быть выражены через операторы. Они являются интегралами от соответствующих плотностей, выраженных через $\tilde{\varphi}(\mathbf{r})$ и $\tilde{\pi}(\mathbf{r})$, для которых известны основные коммутационные соотношения. Сделано! Это все, что необходимо, чтобы сформулировать задачу на собственные значения для энергии и импульса. Энергия и импульс в такой модели коммутируют,

как и должно быть в случае любой реалистичной модели. Соответственно, для этих двух наблюдаемых существуют общие собственные состояния. Мы начали с очень простых классических уравнений поля только для того, чтобы была простой и квантовая версия. Задача на собственные значения легко решается. Результаты вполне известны и состоят в следующем.

(1) Существует единственное состояние с нулевыми энергиями и импульсом. Это так называемое вакуумное состояние, т. е. состояние, в котором ничего нет.

(2) Разрешенные собственные состояния импульса \mathbf{p} образуют непрерывный спектр со всевозможными значениями и направлениями. Для данного импульса \mathbf{p} существует определенное состояние с энергией

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}, \quad \text{где } m = \hbar\rho/c.$$

Это точное релятивистское соотношение между импульсом и энергией для частицы массы m . Поэтому естественно интерпретировать такие состояния как состояния частицы; мы можем сказать, что это одночастичное состояние. *Частица* появилась из квантового поля. Параметр ρ , с которого мы начали, фиксирует массу частицы m .

(3) Существует семейство состояний с импульсом $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, и энергией $E = E_1 + E_2$, причем энергии E_1 , E_2 связаны с импульсами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 соотношением, приведенным в пункте 2. Это семейство двухчастичных состояний, нумеруемых импульсами \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 .

(4) И так далее. Существуют состояния с любым числом частиц. Каждая частица имеет свой импульс и связанную с ней энергию. Полная энергия и полный импульс получаются суммированием по вкладам от отдельных частиц.

Посмотрим, что же получилось. Модельная теория поля привела к описанию частиц со всевозможным их числом. В квантовой теории, рассмотренной в предыдущих главах, мы *начали* с (нерелятивистской) частицы, число частиц в любой системе было заранее предписано. Поэтому на эту теорию мы будем ссылаться как на *квантовую механику частиц*, в противоположность *квантовой теории поля*. В модельной теории поля мы не задавали число частиц вообще. Число частиц при наблюдении может оказаться любым: они появляются сами как кванты поля. Еще более удивительно то, что в многочастичных состояниях все частицы *точно* идентичны. Они имеют одинаковую массу и, в нашем примере, одинаковый нулевой спин. В квантовой механике частиц нет ничего такого, что бы исключало мир, в котором не существуют тождественные частицы; например, не запрещен мир, в котором все электроны чуточку отличаются друг от друга. Но в модельной теории поля существуют состояния с любым числом частиц, и эти частицы в точности идентичны. У нас нет способов отличить их друг от друга. В теориях,

учитывающих несколько различных видов полей, может быть несколько типов частиц. Но снова можно сказать, что для каждого типа существуют состояния с любым числом частиц, поэтому все частицы данного типа будут одинаковы.

Большая проблема нашей модельной теории состоит в том, что она скучна. Она описывает гипотетический мир, в котором ничего интересного не происходит. Рассмотрим ситуацию, когда частицы подходят близко друг к другу, как при рассеянии. Но фактически они не сталкиваются, а проходят друг через друга. Это следствие того факта, что классические уравнения поля, на которых основана квантовая теория, являются линейными: сумма двух решений снова является решением. Такая теория дает пример *свободной теории поля*, т. е. теории без взаимодействия. Частный случай, который мы здесь обсуждаем, годится для нейтральных бозонов со спином нуль. По аналогии нетрудно сконструировать такую же теорию для заряженных частиц, либо для нейтральных частиц с любым спином. Теория, описывающая заряженные частицы, должна включать как частицы, так и античастицы, как кванты этого поля. Собирая все это вместе, нетрудно построить свободную теорию поля, включающую в себя кванты всех фундаментальных полей, которые есть в реальном мире, — лептоны, кварки и т. д. Но ничего при этом происходить не будет. С той же ситуацией мы встречались в квантовой механике. Там частицы тоже были свободны и независимы, если не были заданы силы, действующие между ними. Для того чтобы получалось какое-то действие, должны существовать силы. Для теории поля это означает, что для поля должно быть задано *взаимодействие*: говоря языком математики, в уравнение должны входить нелинейные слагаемые.

Взаимодействие

Общий формализм квантовой механики частиц относительно различен к природе сил, действующих на частицы. Конечно, различные силы будут иметь разные физические следствия. Некоторые силы легче поддаются математической обработке, чем другие, но которые могут лучше соответствовать физической реальности. Но пока выражение для сил не станет патологическим, теория остается согласованной. В квантовой теории поля ситуация может быть вполне противоположной. Случайно выбранные виды взаимодействия, выглядящие вполне безобидно, могут быть не просто нереалистичными, но способны привести к внутренней противоречивости и другим патологиям. Релятивистская квантовая теория оказывается очень жестко ограниченной и требовательной к виду взаимодействия. Это замечательно. Но такая теория оказывается трудна математически. Это плохо. Так что нет приемлемых реалистических теорий, которые были бы при этом точно решаемыми.

С учетом этих замечаний вернемся к нашей модельной теории поля, добавив к ней простое взаимодействие. Для этого в правую часть (9.2) добавим слагаемое, пропорциональное φ^3 . Это соответствует добавлению к плотности гамильтониана (9.3):

$$H_{\text{int}} = \lambda\varphi^4.$$

Коэффициент пропорциональности λ здесь выступает в роли «константы связи». Посмотрим, к каким следствиям это может привести, по крайней мере, на уровне теории возмущений, на которой мы остановимся чуть позже. Как уже говорилось, в конкретной модели мы сталкиваемся с серьезными математическими трудностями, независимо от того, приводит ли такая модификация действительно к самосогласованной теории взаимодействующих частиц. Но здесь мы спрячем все концы в воду, поскольку предполагаем использовать эту модель в чисто педагогических целях и получить из нее те свойства, появление которых, по крайней мере, на уровне теории возмущений, можно ожидать и в более реалистичных теориях, рассмотренных позднее.

Развитие во времени любой квантовой системы подчиняется уравнению Шредингера (9.1), которое задается гамильтонианом системы. В отсутствие взаимодействия модельная теория дает кванты данного поля. Но ничего другого. Все происходит благодаря добавлению взаимодействия в гамильтониан. Сразу появляется множество реакций рассеяния, которые ограничены лишь законами сохранения. Когда две частицы (мы будем называть их мезонами) сталкиваются при некоторой достаточно малой энергии, происходит упругое рассеяние — два мезона сталкиваются, два мезона разлетаются. При более высоких энергиях разлетающихся мезонов их может стать четыре, и т. д.; все большее число реакций может происходить по мере повышения энергии столкновения. В нашей конкретной модели вероятность (сечение рассеяния) появления нечетного числа частиц равна нулю. Причина в том, что полное число частиц, участвующих в реакции, должно быть четным. Как мы увидим далее, это связано с тем фактом, что H_{int} является четным полиномом четвертого порядка.

Напомним, что сечение рассеяния для любой реакции частиц определяется квадратом амплитуды перехода, умноженной на легко вычисляемый множитель фазового пространства. Поэтому основная трудность связана с вычислением амплитуды перехода. Точное ее вычисление в настоящее время просто безнадежно, так что приходится прибегать к различного рода приближениям. Среди них стоит выделить подход на основе теории возмущений, который лучше всего приспособлен для интуитивного описания. По отношению к нашей модельной теории идея состоит в разложении любой желаемой амплитуды перехода в ряд по степеням константы связи λ . Например, амплитуда перехода при упругом рассеянии является функцией λ , а также энергии столкновения и угла

рассеяния. Раскладывая в ряд по λ , мы получим амплитуду как бесконечную сумму слагаемых, каждое из которых зависит от энергии и угла. Ведущее слагаемое пропорционально λ^1 , следующее — λ^2 , и т. д. Существуют определенные математические правила, позволяющие вычислять каждое слагаемое в разложении, хотя вычислительные сложности при повышении порядка (увеличении степени λ) растут очень быстро. Более того, даже если ряд сходится, для получения точного результата надо просуммировать бесконечно большое число слагаемых, каждое из которых должно быть предварительно вычислено. Поэтому теория возмущений будет полезна хотя бы качественно, только если константа связи достаточно мала, так что несколько первых членов разложения обеспечивают достаточно хорошее приближение. Это выполняется в случае электромагнитного и слабого взаимодействия, к которым мы вскоре перейдем. Количественно, подход с помощью теории возмущений более ограничен для сильных взаимодействий, где константа связи достаточно велика.

Классическому полю в нашей модели соответствует оператор $\tilde{\varphi}$. Он может рождать и уничтожать мезоны; таким образом, действуя на состояние с n мезонами, он приводит к новому состоянию, которое является линейной комбинацией состояний с $(n+1)$ и $(n-1)$ мезонами. Слагаемое со взаимодействием H_{int} , действуя на состояние с данным числом мезонов, может, следовательно, создавать четыре дополнительных мезона; уничтожать четыре мезона; создавать три, уничтожать один; создавать один, уничтожать три; создавать два, уничтожать два. Эти процессы совместно представляются диаграммой слева на рис. 9.1, которая представляет четыре линии, соединенные в вершине взаимодействия. Любой из обсуждавшихся процессов может быть представлен набором стрелок, при этом стрелки, направленные к вершине, соответствуют уничтожению, а стрелки от вершины — рождению частиц. Например, три диаграммы справа от равенства на рис. 9.1 иллюстрируют переходы мезонов вида $2 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$.

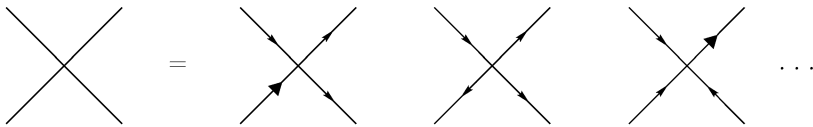


Рис. 9.1. Основное «четырёхточечное» взаимодействие в модельной теории (левая диаграмма). Она подразумевает пять различных фундаментальных преобразований, три из которых показаны справа.

Конечно, реально один мезон не может превратиться в три мезона; или наоборот. Точно также не могут появляться из вакуума четыре

мезона или наоборот. Такие вещи запрещены законом сохранения энергии-импульса. Например, рассмотрим переход $1 \rightarrow 3$ с точки зрения системы отсчета, в которой начальный мезон покоился. Полный импульс был равен нулю. Тогда появившиеся мезоны тоже должны иметь полный импульс, равный нулю. Пока все хорошо. Но энергия в этом случае не будет сохраняться, т. к. начальная энергия должна быть, как минимум, в три раза больше, чем энергия каждого из разлетевшихся мезонов. Но, поскольку исходная частица покоилась, это невозможно. Поэтому такие процессы представляют только возможности, реализоваться которым мешают законы сохранения энергии-импульса в реальных физических процессах. В том смысле, который будет описан чуть позже, возможности могут реализоваться в переходах с участием *виртуальных* частиц.

Фейнмановские диаграммы

Теория поля начала свое развитие с конца 1920 г., когда создавалась квантовая электродинамика (КЭД). В ранних работах КЭД представляла собой смесь квантовой механики частиц для электронов и других заряженных материальных частиц и квантовой теории поля для фотонов, являющихся квантами поля. Со временем квантовые поля были введены и для остальных частиц; сейчас мы убеждены, что все частицы — это кванты каких-то полей. Теория возмущений развивалась в соответствии с КЭД. Она применялась к растущему объему экспериментальной информации по различным электродинамическим процессам; например, процессам рассеяния фотонов на электронах и электронов на электронах. Математическая техника теории возмущений была достаточно простой и однозначной, когда использовалась в низших существенных порядках (значительно меньшая степень константы связи); уже в низшем порядке теория и эксперимент совпадали очень хорошо. Это выглядело разумным, поскольку параметр разложения для электродинамического сечения рассеяния равен $e^2/\hbar c \approx 1/137$, что является маленьким числом. Но в высших порядках вклады приводили к бесконечным множителям. Это выглядело как типичная ситуация для квантовой теории поля. В этот момент некоторые люди, в основном работающим в этой области, предположили, что концепции квантовой теории поля должны быть существенно изменены, что привело к появлению новых методов вычислений, позволивших изолировать особенности и включить их в некоторое число основных параметров теории с помощью процедуры, известной под названием «перенормировка». Это может выглядеть как замечание бесконечностей под ковер, но работает такая процедура очень хорошо, приводя в некоторых случаях к наиболее замечательным совпадениям предсказаний теории и результатов эксперимента, известных в науке. Для перенормируемых теорий, таких как КЭД, математическая процедура перенормировки сложна, но однозначна во всех порядках. Свою

окончательную форму процедура перенормировки приняла в лихорадочный период развития в конце сороковых годов XX века. Наиболее удобная и наглядная формулировка была предложена известным и колоритным молодым физиком Ричардом Фейнманом. Юлиан Швингер, который получил те же результаты в эквивалентной, но более сложной формулировке, охарактеризовал фейнмановский подход как «перенос вычислений на массы».

Амплитуда перехода — фейнмановская амплитуда, как ее часто называют, — для любых процессов с частицами является суммой бесконечного числа слагаемых. Каждое слагаемое может быть изображено с помощью фейнмановской диаграммы, которая дает грубую, но интуитивную физическую интерпретацию. Диаграммы состоят из вершин и линий. В модельной теории, как мы уже обсуждали, существуют четыре линии, соединяющиеся в одной вершине. Другие концы линий либо соединяются с другими вершинами, либо остаются свободными. Каждая линия представляет собой частицу, участвующую в рассматриваемом процессе. Свободным концам соответствуют реальные исходные и конечные частицы. Линии, связывающие две вершины, называются *пропагаторами*. Пропагатор описывает распространение виртуального мезона, который создается в одной точке пространства-времени и уничтожается в другой. В модельной теории вклад в фейнмановскую амплитуду получающийся из диаграммы, содержащей n вершин, пропорционален λ^n , т. е. n -ой степени константы связи. Каждой вершине диаграммы соответствует часть гамильтониана, ответственного за взаимодействие, которая приводит к рождению или уничтожению реальных или виртуальных мезонов, как это было описано выше. В качестве иллюстрации рассмотрим реакцию, в которой упруго рассеиваются два мезона. Мы запишем эту реакцию в виде $a + b \rightarrow c + d$. Поскольку здесь имеется только один вид частиц, то различные метки не означают различия частиц одного вида. Эту метки нужны просто для краткости обозначений. Буквами a и b мы пометим импульсы влетающих мезонов \mathbf{p}_a и \mathbf{p}_b , а буквами c и d — импульсы улетающих мезонов \mathbf{p}_c и \mathbf{p}_d . Конечно, закон сохранения импульса диктует, что $\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{p}_c + \mathbf{p}_d$, а закон сохранения энергии, что $E_a + E_b = E_c + E_d$.

В первом порядке по константе связи λ есть только одна диаграмма $2 \rightarrow 2$ рис. 9.1, где входящие хвосты должны быть помечены индексами a и b , а выходящие — c и d . Гамильтониан взаимодействия, действуя в вершине, уничтожает входящие и создает выходящие мезоны. Фейнмановская амплитуда, соответствующая этой диаграмме, проста до невозможности. Она равна λ , независимо от энергии и угла рассеяния. Картинка, отмеченная α слева на рис. 9.2, дает диаграмму второго порядка. Она имеет две вершины и поэтому дает вклад в амплитуду рассеяния в виде слагаемого, пропорционального λ^2 , только умноженного на функцию энергии и угла рассеяния. Правило, по которому получа-

ется эта функция, является довольно техническим и сложным, но имеется очень простая физическая интерпретация, которая получается из рисунка. Метки e и f обозначают внутренние линии, соответствующие виртуальным мезонам. Они распространяются от одной вершины к другой. Одна диаграмма α реально учитывает два различных процесса: (i) входящие мезоны a и b сталкиваются в левой вершине и приводят к появлению пары виртуальных мезонов e и f ; последние распространяются до пространственно-временной точки, соответствующей правой вершине диаграммы; там они сталкиваются и порождают уходящие реальные мезоны c и d . Символически эти процессы можно изобразить как $a + b \rightarrow e + f$, а затем $e + f \rightarrow c + d$. Каждый шаг в этой последовательности имеет вид $2 \rightarrow 2$; т.е. два мезона уничтожаются, два создаются. Если виртуальные мезоны тоже изображать стрелками, то они должны быть направлены слева направо. (ii) Другой процесс получится, если гамильтониан взаимодействия будет порождать из ничего четыре мезона, c, d, e, f , при этом входящие мезоны не соприкасаются друг с другом. После этого следует уничтожение a, b, e, f . Два этапа в этом процессе состоят из перехода $0 \rightarrow 4$ ($0 \rightarrow c + d + e + f$), после которого идет переход $4 \rightarrow 0$ ($a + b + e + f \rightarrow 0$), где символ 0 означает «ничто». Эти два процесса, как уже говорилось, учитываются в одной диаграмме α рис. 9.2. Картинка β на рис. 9.2 представляет другую диаграмму второго порядка. Она тоже включает в себя два процесса: (i) переход $1 \rightarrow 3$, при котором входящий мезон распадается на уходящий мезон c и виртуальную пару $e + f$; после чего e и f встречаются с b , а затем все три уничтожаются в переходе $3 \rightarrow 1$, при котором рождается d . (ii) Другой процесс соответствует $b \rightarrow d + e + f$, за которым следует $a + c + f \rightarrow c$. Картинка γ на рис. 9.2 соответствует одной из нескольких диаграмм третьего порядка (диаграмма имеет три вершины). Здесь мы милосердно воздержимся от описания процессов, которые она включает, хотя это совершенно нетрудная задача для внимательного читателя. Наконец, картинка δ на рис. 9.2 — одна из нескольких диаграмм низшего порядка (три вершины, поэтому третьего порядка) для многочастичной реакции вида $a + b \rightarrow c + d + g + h$, в которой два мезона после столкновения приводят к появлению четырех мезонов. Читатель может сконструировать одну или две другие диаграммы.

Виртуальные частицы

Специалисту в квантовой теории поля достаточно взглянуть на диаграмму Фейнмана, чтобы сказать, какие вычисления надо выполнить, хотя его может бросить в дрожь от сложности диаграммы. Любой данный пропагатор имеет предписанную зависимость от переменных энергии и импульса виртуальной частицы, которая распространяется от одной вершины к другой. Вообще говоря, вычисление диаграммы приво-

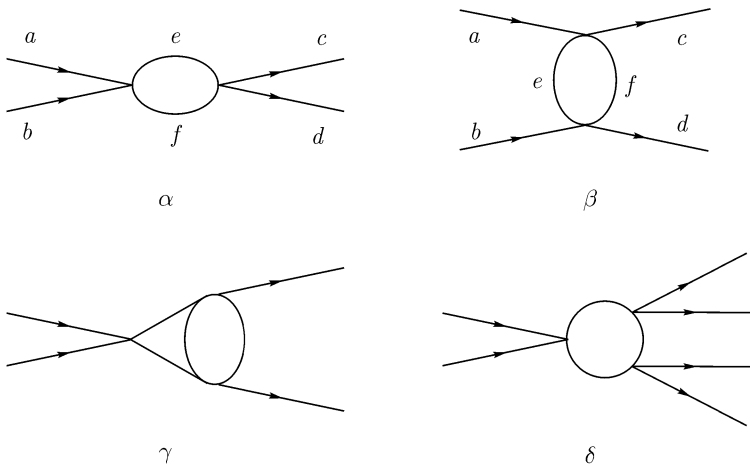


Рис. 9.2. α и β : фейнмановские диаграммы второго порядка в модельной теории, γ : одна из нескольких диаграмм третьего порядка, δ : одна из нескольких диаграмм низшего порядка для реакции перехода из двухмезонного в четырехмезонное состояние.

дит к интегрированию по всем таким переменным. Чем выше порядок, тем больше диаграмм существует, тем больше переменных, по которым надо интегрировать. Но обойдем эту тяжелую работу, поскольку нас, в основном, интересует качественное понимание, осознание тех элементарных процессов, которые образуют основу некоторых физических реакций. Концепция виртуальных частиц, которые участвуют во всех этих процессах, восхитительна. «Реальными» частицами в таких процессах являются, во-первых, падающие частицы, которые подготавливаются далеко друг от друга, а затем доводятся до столкновения; во-вторых, разлетающиеся частицы, которые детектируются тогда, когда они удаляются на большое расстояние друг от друга. В ходе столкновения, когда все происходит в малой области, возникают и распространяются виртуальные частицы. Они являются промежуточными элементами в любых физических реакциях. Есть два различных способа описать их положение по отношению к закону сохранения энергии. На языке, который мы использовали выше, на языке, в котором говорится, что данная фейнмановская диаграмма соответствует нескольким различным процессам элементарных переходов, закон сохранения энергии (но не закон сохранения импульса) нарушается в любой вершине, включающей хотя бы одну виртуальную частицу. Но это не дает оснований для беспокойства. Даже если «реальная» частица является стабильной, ее виртуальное во-

площение может иметь только временное существование. Виртуальная частица, которая существует в течение временного интервала Δt , непременно должна иметь неопределенность энергии не меньше той, которая следует из «соотношения неопределенности» $\Delta E \Delta t \approx \hbar$.

Но есть и другой способ организовать вычисления. Он получается из математически очень полезного объединения вкладов от определенных элементарных переходов. Если идти по такому пути, предложенному Фейнманом, то как энергия, так и импульс сохраняются во всех вершинах. Но теперь виртуальная частица не имеет определенной массы. Какую массу получит частица, на самом деле зависит от переменных интегрирования. Таким образом, при одном способе вычислений виртуальные частицы имеют правильные массы, но нарушают закон сохранения энергии. На другом пути, энергия и импульс в каждой вершине сохраняются, но масса виртуальной частицы становится переменной. В конечных результатах, полученных этими двумя путями, нет никаких противоречий. Они просто соответствуют двум различным способам вычисления фейнмановской амплитуды. Процедура с нарушением энергии более удобна для физической интерпретации, фейнмановский подход больше годится для эффективных вычислений. Но из этого следует, однако, что концепция виртуальных частиц важна только как замена определенных математических понятий, хотя это, конечно, интуитивно понятная замена; поэтому различные пути организации математики соответствуют различным версиям такой замены. После этого понятно, что виртуальные частицы не являются реальными объектами. Возможно, их описание как объектов виртуальной реальности — это просто хорошее соглашение.

Выше уже говорилось, что виртуальные частицы вступают в игру, когда реальные объекты столкновения находятся в непосредственной близости друг к другу. Даже одиночная реальная частица, двигаясь в полной изоляции, может испускать и поглощать виртуальные частицы снова, снова и снова. Это приводит к эффекту сдвига физической массы частицы от «затравочного» значения, которое входит в гамильтониан, к «физическому», которое проявляется в экспериментах. Такой сдвиг, правда, неизбежно приводит к бесконечностям, поэтому существует целая технология выделения и переопределения таких сдвигов и некоторых бесконечностей, что является характерным для перенормируемых квантовых теорий поля. Мы вернемся к этим тонким вопросам чуть позднее.

Стандартная модель в диаграммах

Основные взаимодействия

Модельная теория поля, описанная для иллюстративных целей, конечно, не является реалистичной. Но, как уже говорилось ранее, достаточно легко построить теорию, которая на уровне свободных полей учи-

тывает те поля, которые мы считали реалистичными: т. е. поля, соответствующие кваркам, лептонам, калибровочным бозонам, бозонам Хиггса и, возможно, другим частицам, которые будут предложены новыми экспериментальными открытиями или неотразимыми теоретическими идеями. Но на уровне свободных полей, однако, ничего не происходит. Что-то может происходить только при введении взаимодействия между полями, т. е. слагаемого в гамильтониане, которое связывает эти поля вместе. Такое слагаемое является теоретико-полевым аналогом сил в механике частиц. В последней главе мы уже описывали на словах некоторые основные взаимодействия, учитываемые современной теорией. Многие из этих слов мы здесь повторим, но при этом эти основные взаимодействия будем представлять в виде диаграмм, как на рис. 9.3. Это не полный набор взаимодействий, но достаточный, чтобы показать основные свойства. Кварки, глюоны и заряженные лептоны мы будем обозначать буквами q , g и l ; нейтрино, связанное с заряженным лептоном типа l , через ν_l ; фотон, а также заряженные и нейтральные бозоны слабого взаимодействия через γ , W и Z . Слова и символы, использованные здесь, в полном смысле включают частицы и античастицы, если они различаются.

Диаграммы для сильного взаимодействия представляют фундаментальные взаимодействия в квантовой хромодинамике. Верхняя картинка изображает взаимодействие пары кварков с глюоном; остальные картинки соответствуют взаимодействию между глюонами. Отметим, в частности, что верхняя картинка включает в себя набор фундаментальных процессов. Для каждого из шести кварковых ароматов, $q \leftrightarrow q+g$, $\bar{q} \leftrightarrow \bar{q}+g$, $q+\bar{q} \leftrightarrow g$, $q+\bar{q}+g \leftrightarrow 0$. В этом контексте q является одним из видов кварков, \bar{q} — его антикварк. Константа связи не зависит от аромата кварка. Действительно, все сильные взаимодействия на рис. 9.3 параметризуются одной константой связи сильного взаимодействия.

Одиночная «электромагнитная» диаграмма на рис. 9.3 представляет основное взаимодействие заряженной частицы с фотоном. Любой электрически заряженный объект Q , просто благодаря своему заряду, непременно связан с фотоном. Величина константы связи равна электрическому заряду. Для всех фундаментальных частиц, с которыми мы имеем дело, эта величина в точности равна заряду протона e , или для кварков, дробному значению от e , равному $2/3$ или $1/3$. Диаграмма на рис. 9.3 учитывает переходы $Q^\pm \leftrightarrow Q^\pm + \gamma$, $Q^+ + Q^- \leftrightarrow \gamma$, $Q^+ + Q^- + \gamma \leftrightarrow 0$.

Остающаяся на рис. 9.3 картинка изображает слабые взаимодействия. Диаграмма внизу слева представляет взаимодействие кварков с заряженным векторным бозоном W :

$$(u, c, t) \leftrightarrow (d, s, b) + W^+, \quad (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \leftrightarrow (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}) + W^-, \\ (u, c, t) + (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}) \leftrightarrow W^+,$$

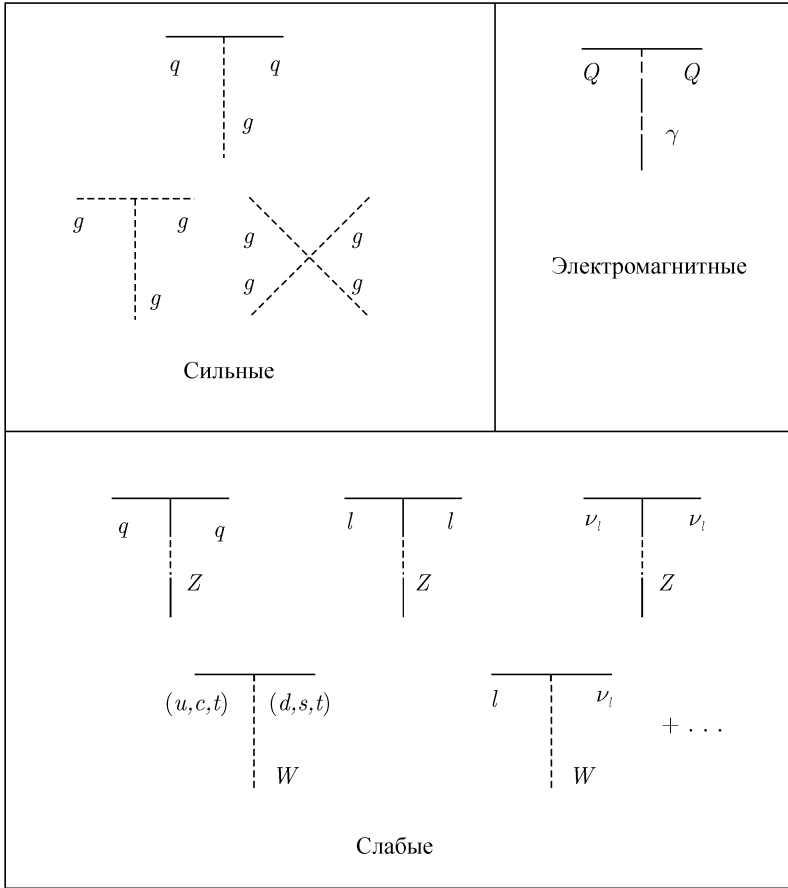


Рис. 9.3. Некоторые фундаментальные взаимодействия современной теории частиц. Символы q , l , ν_l обозначают кварки, заряженные лептоны, нейтрино и их античастицы. Символы g , γ , Z , W обозначают глюоны, фотоны, нейтральные слабые бозоны Z , заряженные слабые бозоны W^+ и W^- . Символ Q соответствует любой заряженной частице.

и так далее (сейчас смысл «и так далее» прояснится). Эта запись должна показать, что, например, и кварк может трансформироваться в любой из d , s , b ; точно так же c и t кварки. В основном, конечно, u -кварк предпочитает переходить в d -кварк, c в s , и t в b . Диаграмма внизу справа изображает взаимодействие заряженных лептонов и соответствующего

нейтрино в векторный бозон W :

$$\begin{aligned} l^- &\leftrightarrow W^- + \nu_l, & l^+ &\leftrightarrow W^+ + \bar{\nu}_l, \\ W^- &\leftrightarrow l^- + \bar{\nu}_l, & W^+ &\leftrightarrow l^+ + \nu_l, \end{aligned}$$

и т. д., где $l = e, \mu, \tau$. Другие «слабые» диаграммы соответствуют взаимодействию кварков, заряженных лептонов и нейтрино через нейтральный Z бозон: $q \leftrightarrow q + Z$, $l \leftrightarrow l + Z$, $\nu_l \leftrightarrow \nu_l + Z$, и т. д.

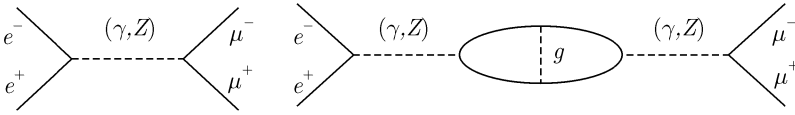
Основные слабые взаимодействия, нарисованные выше, контролируются константой связи, которая имеет примерно ту же величину, как характерная электромагнитная константа; а именно — заряд протона. Как уже отмечалось, это отражает глубокие аспекты современной теории, объединение слабых и электромагнитных взаимодействий.

Столкновения и реакции распада

Основные взаимодействия, изображенные выше, образуют набор средств, с помощью которых конструируются различные процессы реакций. Например, рассмотрим электрон-позитронную аннигиляцию в пару противоположно заряженных мюонов: $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$. Существует, конечно, бесконечно много фейнмановских диаграмм для данной реакции, но поскольку управляющая взаимодействием константа связи достаточно мала, мы получим хорошее приближение, если ограничимся диаграммой Фейнмана низшего порядка, изображенной слева на рис. 9.4. Реально она учитывает две различные диаграммы. Одна включает виртуальный фотон (или, как иногда говорят, *промежуточный фотон*); другая — промежуточный Z бозон. Каждая из них имеет две вершины, так что обе соответствующие амплитуды пропорциональны e^2 . Пропагаторы фотона и Z бозона отличаются только массами. Для них пропагатор имеет вид $\text{пропагатор} = [(\text{энергия})^2 - (\text{масса})^2]^{-1}$, где «энергия» относится к полной энергии столкновения в системе центра масс W , а «масса» соответствует массе промежуточной частицы. Масса фотона, конечно, равна нулю, в то время как масса M бозона W очень велика. С точностью до общего коэффициента пропорциональности, две амплитуды равны

$$\text{amp}(\gamma) \approx e^2/W^2, \quad \text{amp}(Z) \approx e^2/(W^2 - M^2).$$

Хотя слабое и электромагнитное взаимодействия имеют примерно одинаковую константу связи l , очевидно, что при низких энергиях, $W \ll M$, «слабая амплитуда» (включающая Z бозон) будет частично подавлена. При очень высоких энергиях, $W \gg M$, обе амплитуды будут сравнимы. Надо признаться, что наша формула для Z бозона несколько упрощена. Реально она не становится бесконечной, когда $W = M$, хотя и становится большой вблизи этой энергии.

Рис. 9.4. Фейнмановские диаграммы для процесса $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$.

Вышеприведенный пример демонстрирует, скорее всего, общие свойства слабых взаимодействий по сравнению с электромагнитными. Основные константы связи у них сравнимы, но при процессах с низкой энергией слабая амплитуда подавлена, поскольку большие массы W и Z бозонов неизбежно появляются в знаменателе пропагаторов. Этот процесс, $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$, можно использовать, чтобы показать другую точку зрения; а именно, что все три класса основных взаимодействий: сильное, слабое и электромагнитное, — обязательно проявятся во всех возможных вариациях. В левой диаграмме рис. 9.4 электрон-позитронная пара, или мюон-антимюонная пара, обменивается калибровочным бозоном (фотоном или Z бозоном). В диаграмме справа на рис. 9.4 промежуточная калибровочная частица по пути распадается на *кварк-антикварковую* пару, которая потом аннигилирует, снова превращаясь в калибровочный бозон. Но вдоль своего пути кварк и антикварк успевают обменяться глюоном. При этом возникает вершина, соответствующая сильному взаимодействию. Даже в этом случае амплитуда, получающаяся из правой картинке, дает очень малый вклад. Это происходит потому, что она пропорциональна четвертой (а не второй) степени малой по величине электрослабой константы связи e (четыре вершины соответствуют электрослабым взаимодействиям).

Для данного набора основных вершин нетрудно нарисовать низкоэнергетичные диаграммы для любых столкновений или реакций распада среди кварков, лептонов и калибровочных бозонов. Некоторые дополнительные примеры приведены на рис. 9.5. Одна из диаграмм изображает в низшем порядке реакцию распада $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$; другая является одной из нескольких диаграмм низшего порядка для процесса $e^- + e^+ \rightarrow 3\gamma$; третья является диаграммой низшего порядка для рассеяния света на свете, $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$. Достаточно легко изобразить диаграммы более высокого порядка как для этих, так и для любых других процессов, хотя их число стремительно растет с увеличением порядка.

Теория возмущения, основанная на фейнмановских диаграммах, имеет существенно ограничение. Адроны — т.е. протоны, нейтроны, пи-мезоны и многие другие — не изображаются на этих диаграммах. Причина этого в том, что они не являются элементарными частицами. Адроны являются связанными состояниями кварков и глюонов и поэтому не могут использоваться в теории возмущений. Например, внутрен-

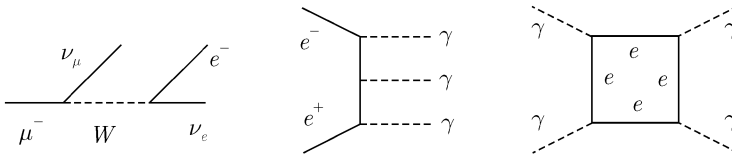


Рис. 9.5. Диаграммы Фейнмана низшего порядка для некоторых процессов.

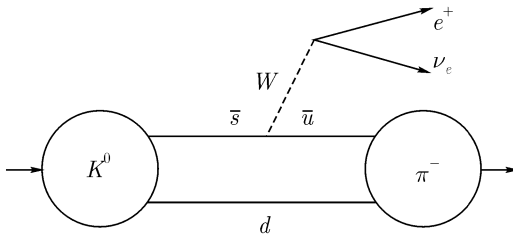


Рис. 9.6. Фейнмановская диаграмма, соответствующая процессу $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$, с круговыми областями, изображающими адроны.

няя волновая функция π^+ мезона обязательно содержит компоненту $u\bar{u}$, но также содержит и примесь различного числа глюонов и кварк-антикварковых пар с одинаковыми ароматами, в основном $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ и т. д. Чтобы установить внутреннюю структуру протонов и нейтронов, требуется огромное количество эмпирической информации, но чисто теоретическое определение этой структуры ничуть не легче, хотя некоторый прогресс налицо. Таким образом, подход, основанный на фейнмановских диаграммах, ограничен лишь качественной полезностью для реакций, включающих адроны. Тем не менее, диаграммы могут помочь качественно. В этом смысле может быть приведен следующий пример. Рассмотрим реакцию распада со слабым взаимодействием $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$. Возьмем нейтральный K мезон с доминированием $d\bar{s}$, отрицательный пион, $d\bar{u}$. Тогда реакцию можно изобразить рис. 9.6. Здесь существует одна слабая вершина, что достаточно упрощает работу в низших порядках по константе электрослабой связи. Но внутри областей, представляющих K^0 и π^- мезоны, будут проявляться сильные взаимодействия.

И снова, что дальше?

Квантовая теория имеет дело с большим числом чудес, многие из которых противоречат здравому смыслу и интуиции, другие настолько

известны, что легко могут попасть в разряд банальностей. Античный вопрос о том, может ли материя непрерывно делиться, или она построена из некоторых фундаментальных блоков, был окончательно решен в ранние годы XX столетия в пользу атомной гипотезы. Конечно, если быть точным, химические атомы не подходят на роль таких строительных блоков, поскольку в качестве своих компонентов содержат протоны и нейтроны. Скорее, к ним надо отнести кварки, лептоны и калибровочные бозоны. Есть глубокие причины считать, что эти частицы относятся к списку фундаментальных величин. На сегодняшний день очень мало указаний на то, что сами эти величины могут быть построены из чего-то, хотя это и не является совершенно невероятным. В любом случае, основная точка зрения состоит в том, что на фундаментальном уровне материя не непрерывна, а дискретна.

Уже в XIX столетии некоторые восприимчивые наблюдатели уделяли внимание не растущему успеху атомной картины, а тому удивительному явлению, что все атомы данного вещества кажутся идентичными. Любые составляющие атомов и молекул могут быть точно определены, но с классической точки зрения можно ожидать непрерывного изменения возможных внутренних конфигураций и поэтому энергий связанных состояний, химических свойств и т. д. Почему для данного химического элемента его компоненты образуют одну и ту же внутреннюю конфигурацию, что и атомы во всем мире для данного химического элемента? В своей статье по атомам и молекулам, напечатанной в «Британской энциклопедии», Джеймс Клерк Максвелл писал, что «образование молекул является событием, которое не согласуется с тем порядком природы, в котором мы живем», а вместо этого нужно вернуться назад, в эпоху «установления существующего порядка природы...». Мы видели, как эта загадка решается в квантовой механике. Вместо непрерывного набора возможных конфигураций составляющих частей атомов и молекул существует дискретный спектр связанных квантовых состояний. Если две молекулы находятся в разных состояниях, они не идентичны, но если их состояние одинаково, то молекулы будут идентичны. Таким образом, то, что является идентичным среди всех составляющих данного вещества, называется спектром состояний. Все это является побочным следствием известного факта о квантовании связанных состояний. Но существует и более глубокое чудо: а именно, все представители определенного типа атомов изготовлены из идентичных составляющих — все электроны в мире, все протоны в мире, все нейтроны являются идентичными; и дальше вниз — идентичны все кварки с данным цветом и ароматом, все глюоны с данным цветом и т. д.

Это становится идентичности среди строительных блоков для данного вещества можно просто постулировать, по крайней мере, на уровне квантовой механики. Но оно появляется автоматически, когда квантовые принципы применяются к полям. Это одно из великих, часто неза-

мечаемых достижений квантовой теории поля. На классическом уровне частицы и поля существуют на равных правах. На квантовом — поля являются первичными. Частицы появляются как кванты полей, причем в идентичных копиях.

Наиболее известно из всего этого то, что материя может рождаться и уничтожаться — не просто перегруппировываться, но именно рождаться и уничтожаться. Квантовая теория поля появилась, чтобы обеспечить адекватные теоретические рамки для такого процесса. Популярное изложение квантовой механики часто не полно учитывает этот факт, не выражает достаточного удивления. Исходная идея о неизменных строительных блоках при этом просто исчезает! Популярные книги часто описывают процесс рождения, в основном апеллируя к $E = mc^2$, как превращения энергии в вещество; и наоборот, процесс уничтожения как превращения вещества в энергию. Излюбленным примером является грозная аннигиляция вещества и антивещества. Но это часто вводит в заблуждение. Действительно, для реакции частиц, для любых преобразований, должны выполняться законы сохранения энергии и других величин. Но энергия не является какой-то свободной субстанцией. Она заключается в энергии покоя и энергии движения реальных физических частиц, участвующих в реакции. Тогда, когда «аннигилируют» протон и антипротон, появляются реальные вещи: например, пионы, как в реакции $p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Полная энергия одинакова в обеих частях уравнения. Реакция аннигиляции ничем не отличается от других реакций, в которых частицы создаются и исчезают. Действительно, даже если какая-то исходная частица появилась снова в конечных продуктах реакции, удобнее считать, что перед этим она была уничтожена, а затем создана вновь.

Рождение и уничтожение материи — вещь довольно трепетная. Квантовая теория поля дает то, что кажется устроенным вполне подходящим образом с точки зрения как концепции, так и математики, хотя мы и не можем просто пропустить этот раздел: классические поля превращаются в квантовополевые *операторы*, гамильтониан взаимодействия играет роль сил и действует на частицеподобные собственные состояния энергии-импульса, создавая новые состояния с другим набором частиц и т. д. Беспокойство вызывает то, что все это кажется нефизическим, формальным, бескровным. К чему *реально* это ведет? Фейнмановские диаграммы помогают здесь мало. В каждой вершине создаются и уничтожаются виртуальные и реальные частицы, виртуальные частицы распространяются до другой точки, где все повторяется, и так далее. Каждая физическая реакция является суммой различных вкладов, представляемых бесконечно большим числом диаграмм Фейнмана. Но, конечно, это не «объясняет», как эти основные акты рождения и уничтожения в отдельных вершинах выдвигаются на первое место. Возвращаясь к классической картине, здесь можно порассуждать следу-

ющим образом. Возможно, частиц вообще не существует, а есть только поля? Может быть, мы можем считать частицы реальными только в области концентрации напряженности поля. В классической теории поля нетрудно представить, что начальное локализованное возмущение может распасться на другие локализованные возмущения или столкнуться с другим, изменить свою форму, и т. д. Можно представлять себе волны, которые рассеиваются на других волнах, как в шторм на море. Но все это тщетные, пустые попытки. Ничего относительно реалистичного получить таким образом не удастся.

Наилучшее объяснение процессов рождения-уничтожения и других чудес квантового мира, возможно, восходит к Фейнману. Перефразируя его, можно сказать: просто именно таков наш мир.

Дополнительная литература

Маленькая персональная подборка

- Pais, A. *Subtle Is the Lord*. Oxford University Press, 1982. Классическая научная биография Альберта Эйнштейна; важный источник информации и понимания по истокам квантовой механики в задаче излучения черного тела и пожизненной борьбе Эйнштейна с квантами.
- Cline, B. *Men Who Made a New Physics*. University of Chicago Press, 1987. Не очень технически перегруженное изложение истории основания, основателей и их точек зрения.
- Jammer, M. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. Wiley, 1974. Эрудированное и авторитетное изложение, как по тексту, так и по уравнениям.
- Schweber, S. *QED and the Men Who Made It*. Princeton University Press, 1994. История квантовой теории поля, в основном техническое, для разнообразия снабжено восхитительными эскизами основателей и других выдающихся личностей.
- Wheeler, J. A., Zurek, W. H. *Quantum Theory and Measurement*. Princeton University Press, 1983. Большое собрание статей, многие из которых принадлежат авторам, с загадками и проблемами интерпретации квантовой механики.
- Hey, T., Walter, P. *The Quantum Universe*. Cambridge University Press, 1987. Авторы подготовили чудесное описание структуры, приложений и чудес квантовой механики. Остроумная, не слишком техническая книга. Много замечательных фотографий и рисунков.
- Фейнман, Р. *КЭД, странная теория света и вещества*. М.: Наука, 1988. Квантовая электродинамика, мастерски изложенная для широкой аудитории.
- Pagels, H. R. *The Cosmic Code: Quantum Physics as the Image of Nature*. Simon and Schuster, 1982. Нематематизированное описание квантового мира и его загадок.
- Zee, A. *Fearful Symmetry*. Macmillan, 1986. Непринужденное, очень проницательное введение в симметрию, как руководящий принцип открытия законов природы.
- Wilczek, F., Devine, B. *Longing for the Harmonies: Themes and Variations from Modern Physics*. Norton, 1988. Восхитительное, авторитетное

и очень оригинальное собрание коротких рассказов по очень широкой тематике.

- Вайнберг, С. *Открытие субатомных частиц*. — М.: Мир, 1988. Как появилась атомная гипотеза; открытие электрона, ядра атома, нейтронов и далее. Доступное и прекрасное изложение.
- Bernstein, J. *The Tenth Dimension*. McGraw Hill, 1989. Информативное, очень детальное изложение физики частиц.
- Ne'eman, Y., and Kirsh, Y. *The Particle Hunters*. Cambridge University Press, 1996. Широкий обзор, охватывающий период от начального изучения атомов до современной стандартной модели и далее.

Предметный указатель

- CPT*-симметрия, 178
SU(3)-симметрия, 183–184
 W^+ , W^- частицы, 180, 186, 191–192
 Z частица, 180, 186, 191–192, 208
 α -распад, 13, 124–127
 β -распад, 13, 17, 124, 162, 164
 τ -лептон, 177–179, 185
- Ааронов, Ю., 122
Адроны, 179, 183–184, 189–190, 209
Амплитуда перехода, 178–179, 199, 201
Антиматерия, 14–15, 17, 164, 179–180
Антисимметрия, 128–133
Аромат, 184, 187–189, 191
Астрофизика, вырожденное давление
в звездах, 136–138
— проблема скрытой массы, 182
— спектр излучения космического черного тела, 61
Атомная структура, 138–142, *см. также* Бора атом, Резерфорда атом
— двухэлектронные атомы, 138
— конфигурация основного состояния, 142
— многоэлектронные атомы, 138–142
— одноэлектронные атомы, 112–122
— ранние модели, 21–24
— спектроскопические обозначения, 140–142
— энергетические уровни, 140–142
Атомы многоэлектронные, 138–142
— одноэлектронные, 112–122
— — задача на собственные значения энергии, 112–114, 116–118
— — основные состояния для, 113
— — поправки за счет спина электрона, 116–118
— — поправки к массе, 115
— — размер, 121
— — спин-орбитальное взаимодействие, 118–120
— — уровни энергии для, 112, 113
- Бальмер, Йохан Джакоб, 23, 63
Бальмера формула, 23, 63, 65
Барионы, 179, 190
— барионное число, 180, 185, 186, 189, 191
Белла неравенства, 156–158
Белые карлики, 137
Благородные газы, 142
Бозе, Сатендра, 129
Бозе-газ, 143–144
Бозе – Эйнштейна конденсат, 143–144
Бозоны, 129–130, 142–146, 179, 180, 186
Больцман, Людвиг, 58
Бом, Давид, 122, 158
Бор, Нильс, 21, 25–26, 66
Бора атом, 21–23, 66–71
— радиус, 68
Борн, Макс, 17, 24–25
- Вакуумное состояние, 196
Вероятность, 11–12
— в процессах распада, 13–14
— и измерения, 26, 147–160
— и туннелирование, 14
Ветвления коэффициент, 170
Вигнер, Эуген, 156–158
Вин, В., 58
Вина закон, 58
Виртуальные частицы, 203, 208
Водород, 23, 63, 65–71, 112, *см. также* одноэлектронные атомы
Волновая природа материи, 24, 71

- функция, 24–26, 80–83, *см. также* собственные значения наблюдаемых
- — гармонического осциллятора, 109
- — многочастичных систем, 83
- — одноэлектронных атомов, 113
- — определение, 73
- — симметрия против антисимметрии, 129–131
- — эволюция во времени, 97–99
- Волновой пакет, 99, 101–102
- Время жизни, среднее, 13, 14, 124–125, 164, 169–170
- Вывожение, 70, 84–85, 104
 - гармонический осциллятор, 108–109
 - давление вырожденное, 136–138
 - одноэлектронные атомы, 120
 - свободные частицы, 104
- Гармонический осциллятор, 107–109
- Гейгер, Ханс, 21, 64
- Гейзенберг, Вернер, 17, 24
- Гелий, 142
- Главное квантовое число, 68, 110–111, 140
- Глюоны, 180, 186, 188–189
- Гравитационные взаимодействия, 29–33, 39–40
- Двухэлектронные атомы, 138
- Де Бройль, Луи, 24, 71
- Джермер, Л. Х., 73
- Дирак, П. А. М., 14, 17, 24, 27
- Дуальность волна-частица, 27
 - эксперимент с двумя щелями, 73–76
- Дэвиссон, К. Дж., 73
- Задача бесконечного соленоида, 122–124
 - на собственные значения энергии, 76–79, 90
 - — для гармонического осциллятора, 108
 - — для одноэлектронных атомов, 112–114
 - — для свободной частицы, 104
 - — для частицы в ящике, 105–106
 - — и спин электрона, 116–118
- Зарядовое сопряжение, 177
- Заряженные частицы заряд кварков, 185
 - потенциальная энергия взаимодействия, 37
 - сохранение заряда, 180, 189, 191
- Зеемана эффект, 117, 121
 - — аномальный, 121
- Зоммерфельд, Арнольд, 70
- Зоны проводимости, 133, 135–136
- Идеального газа уравнение, 136
- Измерение, 26, 81–83, 147–160, *см. также* наблюдаемые
 - Шредингера кот, 151–152
 - Штерна – Герлаха эксперимент, 139–150
 - ЭПР эксперимент, 153–156
 - и принцип локальности, 155, 156, 158
 - и различные интерпретации квантовой механики, 158–160
 - и скрытые параметры, 156–158
 - неравенства Белла, 156–158
 - проблема задержанного выбора, 152–153
- Изотопический спин, 183, 190, 191
- Импульс, 87–88
 - в квантовой теории поля, 195–197
 - задача на собственные значения, 87, 89, 104
 - и принцип неопределенности, 85
 - и фейнмановские диаграммы, 201, 203
 - коммутационные соотношения, 91
 - релятивистское обобщение, 52
 - сохранение, *см.* сохранение импульса
- Импульса оператор, 89, 91, 194, 196
- Инертная масса, 33
- Инертные газы, 142
- Инерциальная система отсчета, 32, 43–44
- Испускание излучения, 62, 68–71, 144
- Историческое развитие квантовой механики, 17–27, 161–167, 184–185
- Йордан, Паскуаль, 17, 24

- Калибровочные бозоны, 180, 186
- Квантовая механика историческое развитие, 17–27, 161–167, 184–185
- — проблемы интерпретации, 147–160, 210–213
- теория поля, 194–213
- — взаимодействия, 197–200, 204–207
- — виртуальные частицы, 203
- — и тождественные частицы, 197, 211
- — квантование поля, 195–197
- — фейнмановские диаграммы, 200–203
- хромодинамика, 193
- электродинамика, 27, 177, 200
- Квантовые числа в атоме Бора, 68, 70
- — в многоэлектронных атомах, 140–142
- — для орбитального углового момента, 93–95, 140
- — для полного углового момента, 119–120, 140
- — для спина, 95, 140
- Кварки, 183–190
- $SU3$ -исметрия, 183–184
- аромат, 184–185, 188
- заряд, 180
- и адронная структура, 189–190
- свойства, 180, 184–186
- цвет, 185, 187
- Кинетическая энергия, 34–36
- определение, 34
- релятивистское обобщение, 52–53
- Кирхгоф, Густав, 57–58
- Комбинационное правило Ритца, 64
- Коммутационные соотношения, 84–85, 91–92, 194, 196
- Комптона рассеяние, 61–62
- Константы связи для взаимодействий, 188, 191, 192, 198, 208
- Копенгагенская интерпретация квантовой механики, 159
- Кулона закон, 37, 40
- Лазеры, 144
- Ланде g множитель, 117–118
- Лептоны, 179–182, 186, 187, 191
- Линейная независимость, определение, 84
- Лорд Кельвин (Уильям Томпсон), 10
- Лорд Рэлей (Уильям Стратт), 59
- Лоренц, Х., 47
- Лоренца преобразования, 47–52
- Лэмб, В., 120
- Лэмбовский сдвиг, 120
- Магнит постоянный, 41–42
- Магнитное поле, 38, 40–42
- для электромагнитных волн, 56
- задача бесконечного соленоида, 122–124
- и сверхпроводимость, 145
- и спин электрона, 116–118
- изменение во времени, 42
- релятивистское преобразование для, 49–50
- эффект Зеемана, 117, 121
- Магнитный момент, 41–42, 117–118
- Магнитный монополь, 42
- Майкельсон, Альберт А., 10, 46
- Майкельсона – Морли эксперимент, 46–47
- Максвелла уравнения, 39, 46, 56
- Марсден, Э., 21, 64
- Матричная формулировка квантовой механики, 24
- Мезоны, 179, 190, 201–202
- Множественность миров в интерпретации квантовой механики, 159
- Множитель фазового пространства, 178, 199
- Модель Томаса – Ферми, 139
- Морли, Е. У., 10, 46
- Мюоны, 121, 164–165, 180
- как лептоны, 179
- масса, 164
- распад, 177–178
- Наблюдаемые, 81–82
- коммутационные соотношения, 84–85, 91–92
- определение, 72
- спектр, 81–82, *см. также* угловой момент, собственные функции

- наблюдаемых, энергия, измерения, импульс
- Нейман, Джон фон, 156
- Нейтрино, 164, 179–180
- в слабых взаимодействиях, 191–192
- масса, 180–182
- осцилляции нейтрино, 181
- Нейтрон, 15, 95, 179
- Нейтронные звезды, 137
- Нормировка волновой функции, 80
- Ньютона законы, 28–29, 31–32, 52
- Общая теория относительности, 33
- Объединенная электрослабая теория, 183, 184, 193
- Оператор импульса, 89, 91, 194, 196
- координаты, 89, 91, 194
- энергии, 89–90, 196
- Операторы, 88–92, 194
- коммутационные соотношения, 91–92, 194
- определение, 89
- Орбитальный магнитный момент, 42
- Отличия между классикой и квантами, обзор, 10–17
- Относительная система отсчета, 32, 43–45, 172
- Парадокс близнецов, 51
- Парадоксы и загадки квантовой теории, 147–160
- Паули принцип исключения, 131–138
- Паули, Вольфганг, 17
- Пионы, 15, 51, 163–164
- в процессах столкновения, 168, 169, 176
- и изотопический спин, 183
- как адроны, 179
- каналы распада для, 170
- кварковая структура, 189–190
- масса, 163
- спин, 95
- Планк, Макс, 20, 59
- Планка постоянная, 60
- Планковская формула излучения твердого тела, 20, 59–60
- Плотность вероятности, 81–83
- — для импульса, 87–88
- — и принцип неопределенности, 85
- — и среднеквадратичное отклонение, 98–99
- гамильтониана, 195, 198
- Поглощение излучения, 57, 62, 69, 144
- Позитрон, 14–15, 161–162
- Поперечное сечение, 168–169, 176, 199
- амплитуда перехода, 178–179, 199, 201
- изотопический спин, 183
- множитель фазового пространства, 178, 199
- Потенциальная энергия, 34–36
- Юкавы потенциал, 163
- для взаимодействия заряженных частиц, 37
- для гармонического осциллятора, 107, 108
- для гравитационных взаимодействий, 35
- и туннелирование, 99–103
- центральные потенциалы, 109–112
- эффективные потенциалы для многоэлектронных атомов, 138–140
- Правила симметрии и антисимметрии, 128–131
- Приближение Хартри – Фока, 139
- Принцип локальности, 155, 156, 158
- неопределенностей, 12, 85–86, *см. также* принцип неопределенностей для энергии и времени
- неопределенности для энергии и времени, 85–86, 127, 203
- неопределенности Гейзенберга, 12, 85–86, *см. также* «соотношение неопределенности» для энергии и времени
- соответствия, 23–24, 69
- Проблема задержки выбора, 152–153
- Пропагаторы, 208
- Пространственно-временные симметрии, 174–177
- Протон в процессах столкновения, 168–169
- как адрон, 179
- кварковая структура, 189
- масса, 164
- спин, 95

- стабильность, 180
- Процессы распада, 13–14, 124–127, 167–170, 177–179, 207–210, *см. также* α -распад, β -распад, Фейнмановские диаграммы
- вероятность в процессах распада, 13–14
- — виртуальные частицы, 203
- — законы сохранения, 180
- — коэффициент ветвления, 170
- — релятивистский закон сохранения энергии-импульса, 54
- — рождение и уничтожение частиц, 124
- — соотношение «неопределенности» для энергии и времени, 127
- — среднее время жизни, 13, 14, 124–125, 169–170
- — туннелирование, 124, 126–127, 203
- рассеяния, 103, *см. также* процессы столкновения
- — Резерфорда, 64–65
- — эффект Комптона, 61–62
- столкновения, 167–174, 198–200, 207–210, *см. также* Фейнмановские диаграммы
- — виртуальные частицы, 203
- — каналы реакции, 169
- — поперечное сечение, 168–169, 178, 199
- — симметрия относительно обращения времени, 169
- — симметрия преобразования четности, 176–177
- — экспериментальные методы, 163–166, 170–174
- Прямоугольный магнит, 41–42
- Пульсары, 137
- Радиальное уравнение, 112
- Растяжение времени, 50–51
- Резерфорд, Р., 120
- Резерфорда атом, 13, 21–22, 64–66
 - рассеяние, 64–65
- Рентгеновские лучи, 61–62
- Ридберг, 23, 27
- Ритц, У., 64
- Рождение и уничтожение частиц, 15–17, 124, 200, 212–213
- Сверхпроводимость, 144–146
- Свободная теория поля, 194–197
- Свободные частицы, квантовая теория, 104
- Силы, *см. также* электромагнитные взаимодействия, сильные взаимодействия, слабые взаимодействия
 - в законах Ньютона, 28–29
 - мгновенная природа, 32
 - центральные, 109–112
 - ядра, 162–163
- Сильное взаимодействие, 178–179, 188–191
 - глюоны как переносчики, 191
 - диаграммы для, 205–206
 - и законы сохранения, 182–183, 188–189
 - и изотопический спин, 183
 - и $SU(3)$ -симметрия, 183–184
- Симметрии, 174–177, 183–184, 190
- Симметрия относительно обращения времени, 175–177
 - — нарушение, 177
 - — относительно преобразований четности, 175–177
 - — нарушение, 177
- Система отсчета центра масс, 172
- Скалярное произведение, 80, 83
- Скорость в законах Ньютона, 28
 - в специальной теории относительности, 52
- Скрытой массы проблема, 182
- Скрытые параметры, 156–158
- Слабые взаимодействия, 178–179, 191–192
 - диаграммы для, 205–207
 - калибровочные бозоны, как переносчики, 191–192
 - нарушение законов сохранения, 182–183
 - нарушение симметрии относительно зарядового сопряжения, 177
 - нарушения симметрии относительно преобразования четности и обращения времени, 177

- по сравнению с электромагнитным взаимодействием, 208–209
- Собственные значения для наблюдаемых, 81, 84–85, 89
 - для импульса, 87, 89, 104
 - для орбитального углового момента, 92–94
 - для энергии, см. задача на собственные значения энергии
 - состояния, 84–85
 - функции наблюдаемых, 77, 79, 81, 89, 93, 94
 - для гармонического осциллятора, 108
 - для свободных частиц, 104
 - для частицы в ящике, 105
- Соленоид, 41
 - задача бесконечного соленоида, 122–124
- Состояние системы, 11–12, 73
- Сохранение аромата, 188–189, 191
 - барионного числа, 180, 189
 - импульса, 54, 172, 175, 201, 203
 - лептонного числа, 180–182, 191
 - углового момента, 109–110, 175
 - электрического заряда, 180, 189, 191
 - энергии, 34, 35, 54, 162, 164, 172, 175, 203
- Спектр излучения космического черного тела, 61
- Спектральные линии, 62–64
- Спектроскопические обозначения, 140–142
- Специальная теория относительности, 42–55
 - Майкельсона – Морли эксперимент, 46–47
 - и пространственно-временные симметрии, 175
 - относительная система отсчета, 43–45
 - последствия, 50–55
 - преобразования электромагнитного поля, 49–50
 - релятивистская квантовая теория электрона, 27, 118, 120, 177
 - релятивистские поправки для одноэлектронного атома, 115–116
 - фундаментальные предположения, 48–49
 - Спин-орбитальная связь, 118–121
 - Спиновой магнитный момент, 41–42
 - угловой момент, 41, 94–96, 116–118
 - и эксперимент Штерна – Герлаха, 147–150
 - квантовые числа для, 140
 - полущелые против целых, 95, 129–130
 - Стандартная модель, 167, 187, 193, 204–210
 - Стационарное состояние, 68–69
 - Стефан, Джозеф, 58
 - Странность, 182–183
 - Суперсимметрия, 187
 - Сферические гармоники, 94
 - Сферические координаты, 92, 94
 - Теория излучения черного тела, 20, 57–62
 - электромагнитных волн, 56–57
 - излучения и поглощения, 57, 62, 68–71, 144
 - Теплоемкость твердых тел, 20–21
 - Тожественные частицы, 12–13, 128–146
 - бозоны, 142–146
 - и квантовая теория поля, 197, 211
 - и правила симметрии/антисимметрии, 128–133
 - и принцип исключения Паули, 131–133
 - фермионы, 133–138
 - Томас, Л. Дж., 119
 - Томсон, Г. П., 73
 - Томсон, Дж. Дж., 66
 - Туннелирование, 14, 99–103, 124, 126–127
 - Угловой момент, 11
 - орбитальный угловой момент, 41–42, 67–68, 92–94, 140
 - полный угловой момент, 96, 119–120
 - сохранение углового момента, 109–110

- спиновой угловой момент, 41, 94–96, 116–118, 129–131, 147–150
- Ускорители частиц, 166, 170–174
- Фейнман, Ричард, 200–201
- Фейнмана диаграммы, 200–204, 207–210
- Ферми температура, 135
- Ферми, Энрико, 129, 162
- Ферми-газ, 133–138
 - вырожденное давление, 136–138
 - и зона проводимости в металлах, 135–136
 - энергия Ферми, 135
 - энергия основного состояния, 134
- Фермионы, 129–133, 185
- Физика частиц, 161–193, *см. также* процессы столкновения, процессы распада
 - виртуальные частицы, 203
 - зарядовое сопряжение, 177
 - историческое развитие, 161–167
 - кварки, 184–187
 - классификация частиц, 179–180, 186
 - пространственно-временные симметрии, 174–177
 - сильные взаимодействия, 178–179, 188–191
 - слабые взаимодействия, 178–180, 191–192
 - структура адронов, 189–190
 - экспериментальные методы для, 163–166, 170–174
 - электромагнитное взаимодействие, 178–179, 191
- Фитцджеральд, Д. Ф., 47
- Фотоны, 15, 20, 191
 - импульс, 61
 - индуцированное излучение, 144
 - как бозоны, 144
 - как кванты электромагнитного поля, 161
 - рождение и уничтожение, 16–17, 124
 - спонтанное излучение, 144
 - энергия, 61
- Хиггса частица, 187
- Цвет, 185, 187
- Центральные потенциалы, 109–112
- Чандрасекара предел, 137
- Частица в ящике, квантовая теория для, 105–106
- Черного тела излучение, 20, 57–62
- Швингер, Юлиан, 200–201
- Шредингер, Эрвин, 17, 24, 77–78
- Шредингера волновое уравнение, 76–80, 90, 198
- Шредингеровский кот, 151–152
- Эверетт, Хьюитт, III, 159
- Эйнштейн, Альберт, 17, 26
 - исследования по теплоемкостям твердых тел, 20–21
 - квантование энергии, 61
 - теория излучения, 20, 144
 - формулировка общей теории относительности, 33
 - формулировка специальной теории относительности, 46, 48–49, 52
- Эйнштейна формула $E = mc^2$, 52–54
- Эйнштейна – Розена – Подольского аргументы, *см.* эксперимент ЭПР
- Эксперимент Штерна – Герлаха, 147–150
 - ЭПР, 153–156
 - с двумя щелями, 73–76
- Эксперименты на коллайдере, 171–174
 - с космическими лучами, 163–166
 - с неподвижной мишенью, 171–174
- Электрическое поле, 38
 - Кулона закон, 37, 40
 - изменение во времени, 42
 - релятивистские преобразования, 49–50
- Электромагнитные взаимодействия, 37–42, 178–179, 191
 - — Максвелла уравнения, 39, 46, 56
 - — атомный источник магнетизма, 41–42
 - — диаграммы, 205–206
 - — законы сохранения, 182–183

- — релятивистские преобразования для, 49–50
- — сравнение с гравитационным взаимодействием, 39–40
- — сравнение со слабым взаимодействием, 208–209
- — фотоны как переносчики, 191
- волны, 56–57
- Электрон, 41
 - длина волны де Бройля для, 41
 - масса, 164
 - релятивистская квантовая теория, 27, 118, 120, 177
 - спин, 41, 95, 116–118, 131
 - электрон-электронные столкновения, 131
- Электрон-вольт, определение, 36–37
- Электронные орбиты, в ранних моделях атомной структуры, 21–23
- Электростатические явления, 40
- Энергетические уровни альтернативный вид для собственных значений энергии, 102
 - для гармонического осциллятора, 108
 - для заряженных частиц вне бесконечного соленоида, 123
 - для многоэлектронных атомов, 140–142
 - для одноэлектронного атома, 112, 113, 118, 120
 - для частицы в ящике, 105–106
- Энергия, 33–37, 97–103
 - Ферми, 135
 - в квантовой теории поля, 195–196
 - для двух гравитационно взаимодействующих частиц, 35
 - единицы, 36
 - и временная эволюция волновой функции, 97–99
 - и туннелирование, 99–103
 - квантования, 11, 20, 61
 - отношение неопределенности для энергии и времени, 85–86, 127, 203
 - покоя, 52
 - релятивистское преобразование, 55
 - сохранение, *см.* сохранение энергии
 - типы, 34–36
 - ферми-газа, 134, 135
 - фотонов, 61
- Юкава, Хидеки, 162–163
- Юкавы потенциал, 163
- Ядра, 121
 - и рассеяние Резерфорда, 65
 - как бозоны или фермионы, 130

Сэм Трейман

ЭТОТ СТРАННЫЙ КВАНТОВЫЙ МИР

*Дизайнер М. В. Ботя
Технический редактор А. В. Ширококов
Литературный редактор Н. А. Зубченко
Корректор М. А. Ложкина*

Подписано в печать 29.02.02. Формат 60 × 84¹/₁₆.

Усл. печ. л. 13,02. Уч. изд. л. 13,34.

Гарнитура Антикva. Бумага офсетная №1.

Печать офсетная. Заказ №

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»
426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 03.04.00.

<http://rcd.ru> E-mail: borisov@rcd.ru

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных диапозитивов в ГИПП «Вятка».
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.
