УДК 621.01.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФРАКТАЛОВ И ВЕЙВЛЛЕТ-АНАЛИЗА ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ СИСТЕМ

Р.С.Ахметханов

С научно-техническим прогрессом неразрывно связаны как рост сложности и разнообразия технических объектов, так и повышение требований к эффективности их функционирования. Одним из определяющих показателей эффективности работы технических объектов считается его надежность и безопасность. В обеспечении этих показателей особая роль принадлежит диагностированию, по результатам которого определяется действительное техническое состояние диагностируемого объекта, характер изменения показателей безопасности и надежности с течением времени.

Одной из черт сложного поведения и изменений состояния систем со временем является наличие качественно различных, последовательно сменяющих друг друга во времени закономерностей, поведений или режимов функционирования. Выявление этих изменений или их предвестников позволяет оценивать состояние объекта.

Общими тенденциями совершенствования диагностики являются: интеллектуализация, многофункциональность, микроминиатюризация средств, улучшение технологии контроля и диагностирования, обеспечение необходимых метрологических характеристик аппаратуры. Важным этапом разработки технологии диагностирования является правильный выбор диагностических параметров (их номенклатуры и числа) и *методов обработки сигналов*, обеспечивающих получение необходимых метрологических характеристик и надежность постановки диагноза и прогноза. Для диагностики технических объектов чаще всего используются временные ряды, которыми фиксируются изменения контролируемых параметров с течением времени.

В последние десятилетия предложены новые методы обработки временных рядов, ориентированные на использование компьютерных технологий. Эти методы позволяют выявлять закономерности в динамике систем на фоне случайностей, делать обоснованные выводы и прогнозы, давать оценки вероятностей их выполнения или невыполнения. Все эти возможности анализа временных рядов и компьютерных технологий становятся основной для решения задач технической диагностики.

Для выявления локальных особенностей временных рядов, необходимых для выявления предвестников аварий и катастроф, одновременно в частотной и временной области могут использоваться вейвлет-анализ[1,2] и методы теории фракталов для оценки размерности конфигурационного пространства и регулярности временных рядов (например, метод Херста)[3,4]. Особенности динамики рассмотренных технических систем и состояния человека-оператора, приведенных в статье, характеризуются трендовыми и локальными изменениями частотных спектров и энергий, составляющих сигнала, размерности конфигурационного пространства (или показателя Херста H) при изменении режима функционирования объекта исследования, что позволяет перейти к определению состояния системы и прогнозу вероятности возникновения аварийных ситуаций.

Основой вейвлет-анализа является преобразование сигнала в вейвлет-спектр с помощью выбранной вейвлет-функции. Вейвлет-спектр представляет собой изображение особенностей сигнала одновременно в частотной и временной областях. Вейвлет-спектры отчетливо выделяют такие особенности сигнала, как небольшие разрывы, изменение знаков первой и второй производных, изменение частоты составляющих сигнала и их энергий во времени, вид нелинейности и т.д., именно те особенности сигнала, которые плохо выделяются с помощью преобразования Фурье. Появление этих локальных особенностей, как правило, связано с изменением состояния системы или они являются предвестниками этих изменений.

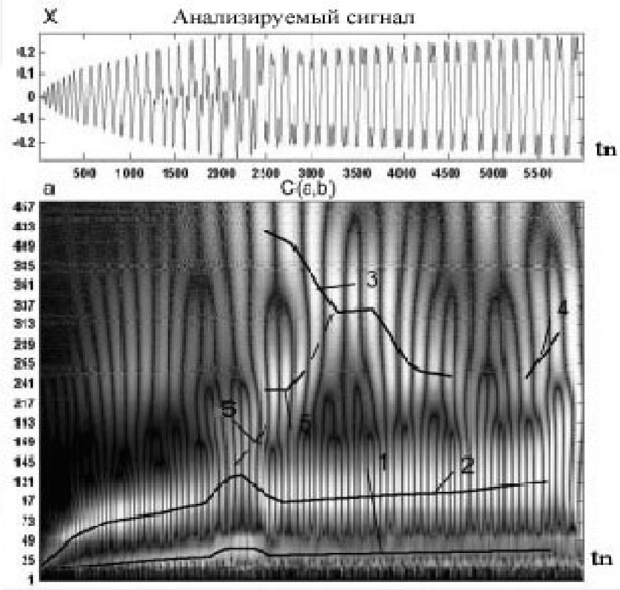


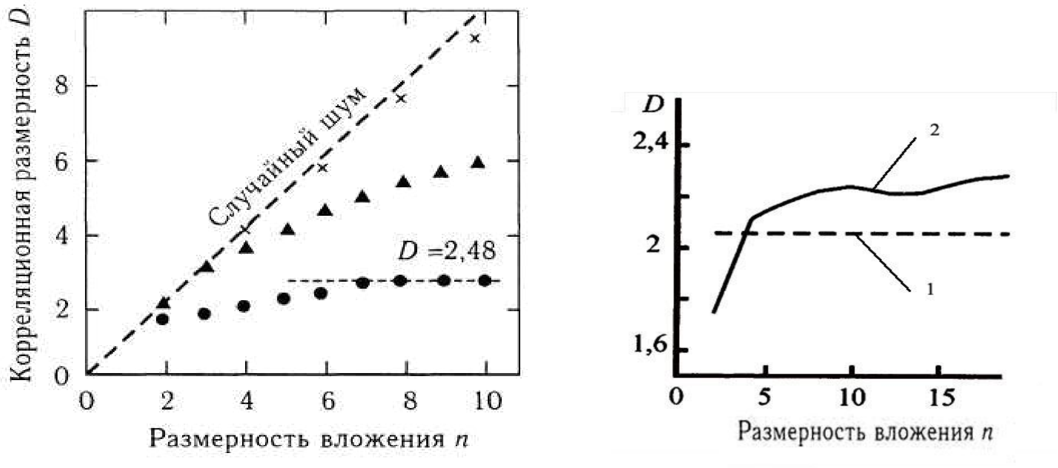
Рис.1.Особенности изменений вейвлет-спектра: 1,2 - составляющие сигнала, 3-5 - фликкер-шум

На рис. 1 приведен пример вейвлет-спектра сигнала (временного ряда), который показывает наличие различных зон, характеризуемых своим частотным спектром, а также зоны перестройки сигнала, в которых происходит формирование новой структуры сигнала (меняется частотный спектр и энергия составляющих его частот) и появление фликкер-шума (кратковременное мерцание низкочастотных составляющих). Значимые частотные составляющие выделены светлым фоном.

Особенности временных рядов и их изменения также могут быть определены с помощью теории фракталов и фазовых траекторий - определением корреляционной размерности *D,* которая получается с помощью анализа вложений (подпространств) определенной размерности *n*. Корреляционная размерность (фрактальная размерность) определяется при ее «насыщении», т.е. увеличение размерности вложения *n* не приводит к изменению корреляционной размерности, т.е. кривая корреляционной размерности стремится к пределу *D*. На рис. 2а приведен пример с иллюстрацией предельной величины корреляционной размерности равной D=2,48[5]. А случайный шум имеет бесконечную размерность. Для оценки фрактальной размерности может быть использован метод Херста (вычисляется показатель *H*). Этот показатель связан соотношением с фрактальной размерностью. Также существуют некоторые доказательства связанности фрактальной размерности с показателями Ляпунова.

Если измеренные данные действительно были случайными, то при возрастании размерности вложения *n* вычисленная корреляционная размерность *D* также возрастает. Но для детерминированной системы, сколь бы хаотичной ни казалась она «невооруженному глазу», вычисленная корреляционная размерность перестает возрастать, как только корреляционная размерность D данных оказывается меньше так называемой *размерности вложения n*. На рис 2б приведен пример оценки фрактальной размерности аттрактора Лоренца при добавлении в сигнал шума. В этом случае фрактальная размерность D увеличивается. При увеличении зашумления сигнала величина фрактальной размерности D стремится к величине 2,5.

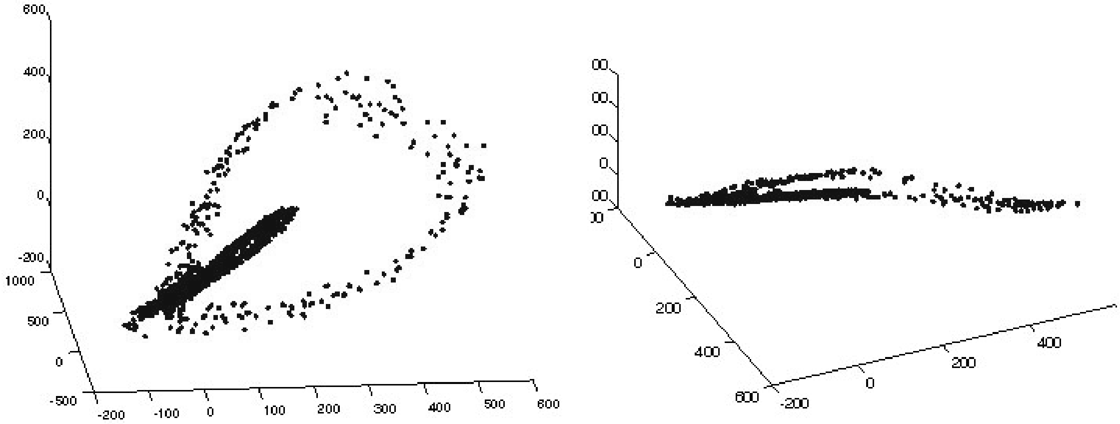
Метод определения фрактальной размерности экспериментальных данных с помощью «вложения» их в пространство подходящей размерности, позволяющий тем самым отличать детерминированный хаос от случайного шума, был успешно применен к обработке широкого круга различных физических, метеорологических, биологических и физиологических наблюдений[5].



а) б)

Рис. 2. Корреляционная размерность как функция от размерности вложения *n*: а – определение корреляционной размерности; б – корреляционная размерность аттрактора Лоренца и влияние шума на ее величину (1- размерность аттрактора Лоренца, 2 – влияние шума)

Если провести анализ записей электрокардиограмм (ЭКГ) или электроэнцефалограмм (ЭЭГ) то результаты показывают, что они могут быть представлены размерностью фазового пространства для ЭКГ равным трем, а для ЭЭГ равным двум. На рис. 3 приведен пример представления ЭКГ в трехмерном фазовом пространстве. Состояние сердечно-сосудистой системы неустойчивое. Показатель Херста H равный величине 0.4736 оценивает уровень зашумленности сигнала. В случае стабильно устойчивом состоянии сердечно-сосудистой системы ЭКГ может быть представлено в двухмерном фазовом пространстве, при этом показатель X значительно отличается от величины 0,5.



а) ***б)***

Рис. 3. ЭКГ (Н = 0.4736): а и б – фазовое пространство

Приведенные методы могут быть также использованы совместно. Для оценки устойчивости спектра частот и энергий используем фрактальный анализ данных вейвлет-анализа. Проведенные исследования возможности фрактального анализа для оценки распределений частот, гладкости кривых (поверхностей) позволяет применить эту методику для решения задачи оценки устойчивости частотного спектра и энергоемкости частотных составляющих. Частотный спектр и максимальные значения энергий определяются по поверхности *C(a,b)* получаемой при вейвлет-преобразовании временного ряда *X(t)* одновременно в частотной (*a*) и временной области (t_n)(рис. 4).

Распределение частотного состава в момент времени *t*, определяемое максимальными коэффициентами вейвлет-преобразования ($C(a_i,b)_{\max}$), можно охарактеризовать показателем Херста *H*. Частотный спектр, его распределение и число частот определяется по первой производной $\dfrac{d(C(a.b_j))}{da}=0 \rightarrow a_{ij}$, *i=1,2…*$n_b$, т.е. определением локальных максимальных значений коэффициентов $C(a_i,b_j)$(рис.4). В найденных точках $a=a_i$ определяются значения коэффициентов(a_i,b_j), которые определяют уровень энергии сигнала на данной частоте.

Условием устойчивости частотного спектра является минимальность изменения показателя Херста *H* со временем. Для оценки этого условия введем малое значение ε и соотношение: $\Delta H_f(a_i,t)\le\varepsilon_f$.

Изменение энергетики спектральных составляющих сигнала также определяем по фрактальной размерности множества энергетических коэффициентов соответствующих частотам (коэффициенты *C(a,b)*): $\Delta H_c(C(a_i,t)\le\varepsilon_c$.

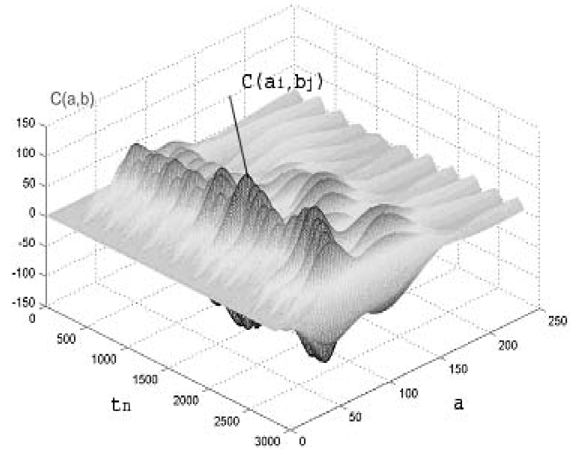


Рис. 4. Трехмерное изображение вейвлет-спектра

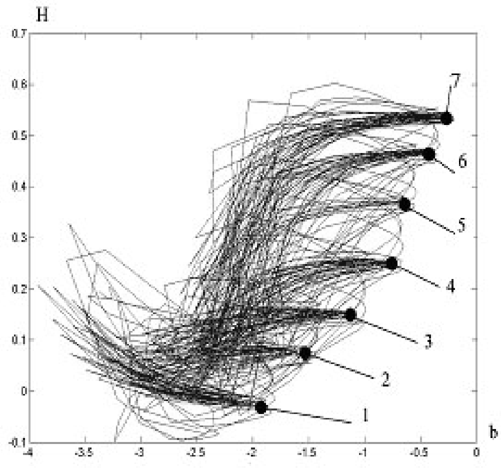


Рис. 5. Изменение режимов функционирования системы (b0H - плоскость Херста)

Такое сканирование поверхности *C(a,b)* позволяет определить особенности изменения частотного состава и энергетики его составляющих. Незначительные колебания спектра и его энергетики характеризуются локализацией точек в ограниченной области фрактальной плоскости (H_f*,0,*H_c).

На рис. 5 приведен пример неустойчивости динамики системы, определенной по изменению значений коэффициентов $C(a_i,b_j)$ вейвлет-спектра при непрерывном фрактальном анализе. Характер изменений коэффициентов $C(a_i,b_j)$ определяется на фрактальной плоскости *H*0*b* (*H* – показатель Херста*, b* – сдвиг прямой, определяющей величину *H*, относительно начала координат). Пример представленный на рис. 5 характеризует изменение частотного спектра для системы с жесткой характеристикой нелинейности при действии вибрационной силы с увеличивающейся амплитудой. В изменении амплитуды вибрационной силы происходит изменение режимов движений системы (с 1 по 7).

Представленные в докладе подходы представляют собой раздельное или комплексное применение методов фрактального и вейвлет-анализа. При оценке устойчивости спектров и энергий составляющих может использоваться непрерывный анализ или фиксация изменений критериев через определенный отрезок времени *Δt*. В этом случае обобщенный алгоритм метода при интервальной оценке (с применением метода сечений Пуанкаре) можно представить следующей записью:

$$X(t) \Rightarrow C(a,b) \Rightarrow C(a_i,b)_{\max}) \Rightarrow d(H_f(\Delta t)H_c(\Delta t)).$$

А в варианте непрерывного анализа на фрактальной плоскости:

$$X(t) \Rightarrow C(a,b) \Rightarrow d(b(t),H(t)).$$

Представленные методы позволяют более глубоко и детально изучить особенности динамических изменений и взаимодействий в системе. Возможность комплексного использования методов заключается в том, что они позволяют анализировать временные ряды, характеризующие динамические свойства систем одновременно в частотно-временной и пространственной области.

Важным свойством представленных методов является геометрическое обобщение динамических свойств систем, что облегчает понимание и восприятие особенностей их динамического поведения. Эти геометрические обобщения динамических свойств систем особенно актуальны в настоящее время – время развития компьютерных технологий автоматизированного анализа и синтеза динамических систем.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Проект 05-08-17940а).

Литература

1. Дьяконов В. Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.
2. Ахметханов Р.С., Никифоров А.Н. Применение Вейвлет-анализа для исследования нестационарных процессов роторных систем//Проблемы машиностроения и автоматизации. 2005. №2, - С. 52-61
3. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. - М.: Постмаркет, 2000. –352 с.
4. Ахметханов Р.С. Применение теории фракталов в исследовании динамических свойств механических систем// Проблемы машиностроения и автоматизация. 2003, №3, - С. 47-53.
5. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки.- М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.

Институт машиноведения РАН, Россия, Москва